F 1736

REFERÁLVA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

1

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr. tom. 17 nr. 1 p. 1 — 240 Bucureşti 1967

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ST. GHEORGHIU;
Ing. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Ing. V. PIMSNER;
Ing. C. A. VASILESCU;
Ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție.*

Prețul unui abonament este de 72 lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa :

BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236

Revista apare de 4 ori pe an

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

Tomul 17, nr. 1 1967

SUMAR

Pag.

Economie energetică

MARTIN BERCOVICI şi ALEXANDRU PAP, Optimizarea funcţionării sistemului de alimentare cu gaze naturale prin optimizarea bilanţului energetic general 3

ŞTEFAN KOVÁCS, Contribuţii la studierea modificărilor de structură ale bilanţului energetic general 13

M. ELEFTERESCU, ŞT. KOVÁCS şi GH. TRANDAFIRESCU, Contribuţii la precizarea metodei de stabilire a variantei de acoperire a necesarului de energie 27

VICTOR CARACUDOVICI, Asupra treptei finale a bilanţului energetic general 39

I. NICULESCU, Analiza consumatorilor de energie în vederea reducerii dimensiunilor modelului matematic al bilanţului energetic general 53

ANTOANETA SOCI, Influenţa interconexiunii sistemelor electroenergetice asupra siguranţei lor de funcţionare 67

Termoenergetică şi termotehnică

N. ANTONESCU şi I. RĂDULESCU, Parametrii de curgere caracteristici grilelor de stabilizare a arderii amestecurilor combustibile 81

I. CARABOGDAN, Dependenţa vitezei de ardere a particulei de natura combustibilului solid 89

VICTOR V. GHIA şi NICOLAE LEMNEANU, Coeficientul de debit real la injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere 101

N. DĂNILĂ şi D. GRECOV, Probleme ale optimizării parametrilor ciclului instalaţiei de turbine cu gaze în cadrul centralei electronucleare . . 109

S. DOBROSAVLJEVIĆ, Sistemul autoreglării termice a camerei de ardere la motoarele diesel 123

St. cerc. energ. electr. tom 17 nr. 1 p. 1—240 Bucureşti 1967

Pag.

Electrotehnică și electronică

REMUS RĂDULEȚ și CONSTANTIN NEMOIANU, Repartiția curentului electric de aducție în plăci la sudarea lor prin puncte 131

ALEXANDRU TIMOTIN, Unicitatea soluțiilor și calculul puterii în cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unui sistem de conductoare paralele 143

ANDREI ȚUGULEA, Cîmpul electromagnetic și pierderile în cazul unui ecran eliptic subțire în prezența unor fire parcurse de curent alternativ paralele cu axa ecranului 157

C. V. BĂLĂ, Predeterminarea caracteristicilor de funcționare ale oscilomotorului electromagnetic axial 171

I. ADĂMUȚ, Aplicarea principiului superpoziției la studiul influenței parametrilor lineici mutuali asupra propagării undelor electromagnetice pe o linie electrică cu mai multe conductoare 189

N. N. TĂTARU, Analiza unui sistem cu optimizare automată pe model analogic 213

ALEXANDRU POPESCU, Erorile de aparat ale instalațiilor de măsurat cu traductoare cu radiații nucleare 225

* ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1963 *

OPTIMIZAREA FUNCȚIONĂRII SISTEMULUI DE ALIMENTARE CU GAZE NATURALE PRIN OPTIMIZAREA BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

DE

ACADEMICIAN MARTIN BERCOVICI și ALEXANDRU PAP

620.92

Se tratează modul de cuprindere a diverselor aspecte ridicate de funcționarea sistemelor de alimentare cu gaze naturale în modelul matematic al bilanțului energetic general optim.

1. UNELE PROBLEME PRIVIND SISTEMUL DE ALIMENTARE CU GAZE NATURALE

Neuniformitatea accentuată a regimului de consum pentru o mare parte din consumatorii de gaze naturale ridică o serie de probleme dificile legate de alimentarea continuă în bune condiții a acestora.

Producția orară a surselor de gaze poate fi reglată în anumite limite. Astfel sondele de gaze naturale pot fi închise complet sau pot să funcționeze cu orice debit cuprins între zero și debitul maxim posibil, determinat de diametrul sondei și de condițiile fizico-geologice ale zăcămîntului, fără ca acest lucru să dăuneze zăcămîntului sau sondei respective. Producția orară de gaze asociate a sondelor de țiței, depinzînd de producția orară de țiței, nu poate fi reglată fără a o influența și pe aceasta din urmă.

În acest condiții, într-un sistem de alimentare cu gaze naturale avînd surse de gaz metan și surse de gaze asociate, pot fi urmărite cu ușurință variațiile curbei de consum în perioadele de minim prin închiderea temporară, parțială sau totală a unora dintre sondele de gaz metan.

Pentru a se putea urmări variațiile curbei de consum în perioadele de consum maxim, una dintre soluțiile posibile este realizarea de conducte magistrale avînd capacitatea de transport corespunzătoare consumului total maxim și a unui număr de sonde care să asigure debitul maxim necesar. Această soluție conduce însă la investiții foarte mari.

St. cerc. energ. electr. tom 17, nr. 1 p. 3—12 București 1967

Din punct de vedere economic se devedește mai avantajoasă realizarea de conducte magistrale cu un debit inferior celui maxim și a unui număr de sonde corespunzător acestei situații, combinată cu folosirea unor posibilități naturale de stocaj în imediata apropiere a centrelor de greutate ale consumurilor [1].

Pentru stocarea sezonieră a gazelor naturale se folosesc cu bune rezultate practice zăcăminte de gaze sau de țiței epuizate sau diverse „caverne" sau formațiuni poroase subterane care prezintă condiții fizico-geologice adecvate (capacitate de stocare suficient de mare, etanșeitate, lipsă de substanțe minerale dăunătoare instalațiilor care vor folosi gazele naturale și altele). În acest scop, în limita posibilităților și a necesităților de stocare, se funcționează în permanență cu toate sondele la debitul maxim. În acest fel, în perioadele de consum minim surplusul se înmagazinează, urmînd ca în perioadele de consum maxim acest surplus să completeze debitul deficitar.

Acoperirea vîrfurilor de consum anuale se poate realiza și prin folosirea în acest scop a unor zăcăminte pe care le denumim zăcăminte rezervate pentru acoperirea vîrfurilor de consum [2].

Ca zăcăminte pentru acoperirea vîrfurilor de consum se folosesc de obicei zăcăminte izolate, cu rezerve relativ mici, apropiate de centrul de greutate al consumului. Sondelor acestor zăcăminte li se impune un regim de funcționare intermitent; ele debitează numai în perioadele de vîrf ale consumului, în restul timpului fiind închise.

Pentru a avea investiții în rețelele de conducte de transport a gazelor naturale cît mai mici, rezervoarele naturale trebuie să se găsească la o distanță cît mai mică de consumatori. Acest deziderat nu poate fi însă realizat întotdeauna, deoarece posibilitățile naturale de stocare au anumite amplasamente date care nu pot fi schimbate.

Dacă rezervorul este în apropierea sursei, folosirea sa nu contribuie la reducerea investițiilor în conductele de transport magistrale, acestea trebuind să fie dimensionate pentru debitul maxim, dar ea poate duce în anumite condiții la micșorarea investițiilor în sondele de extracție, numărul acestora putînd fi mai mic decît cel necesar pentru acoperirea vîrfului de consum.

Există posibilitatea, avînd la dispoziție mai multe zăcăminte adecvate pentru depozitarea gazelor, de a se alege cel sau cele care sînt cele mai avantajoase dintr-un anumit punct de vedere. Această problemă se poate rezolva prin optimizarea bilanțului energetic general de perspectivă, cu luarea în considerare a investițiilor necesare, a cheltuielilor anuale și a randamentului depozitării. Tot optimizării bilanțului energetic general îi revine sarcina de a stabili care dintre zăcămintele date vor funcționa ca zăcăminte de rezervă.

În legătură cu aspectele enumerate, în cele ce urmează se tratează modul de cuprindere a acestora în modelul matematic al bilanțului energetic general, astfel ca optimizarea funcționării sistemului energetic general să se refere și la regimurile de funcționare a zăcămintelor rezervate pentru acoperirea vîrfurilor de consum, și la regimurile de funcționare a zăcămintelor-rezervor.

Problema se tratează avîndu-se în vedere un sistem de alimentare cu gaze naturale existent sau un sistem ce urmează a se realiza.

Preocupările în acest domeniu se justifică prin practicarea în țara noastră atît a menținerii unora dintre zăcămintele de gaze neepuizate ca zăcăminte rezervate pentru acoperirea vîrfurilor de consum [2], cît și a stocării sezoniere prin folosirea unora dintre zăcămintele de gaze epuizate ca zăcăminte-rezervor, [3]. Ele au fost impuse de lucrările experimentale efectuate în prezent în Republica Socialistă România pentru aplicarea metodologiei de optimizare a bilanțului energetic general în munca de planificare curentă a sectorului energetic al economiei naționale.

În lucrările privind optimizarea bilanțului energetic general efectuate pînă în prezent în țara noastră nu s-a pus problema de a se determina regimul de funcționare optim a zăcămintelor rezervate pentru acoperirea vîrfurilor de consum și a rezervoarelor naturale, deoarece programul cercetărilor prevede detalierea treptată a diverselor aspecte ale bilanțului.

2. MODELUL MATEMATIC

2.1. Corespunzător cazului celui mai general posibil, se consideră o schemă complexă care cuprinde :

— consumatori care pot consuma gaze naturale sau alți combustibili ;

— consumatori care pot consuma numai gaze naturale ;

— surse de gaze naturale[1]) cu funcționare continuă ;

— surse de gaze naturale cu funcționare intermitentă, determinată de necesitățile de consum (surse rezervate pentru acoperirea vîrfurilor de consum) ;

— rezervoare naturale cu posibilități mari de stocare a gazelor (zăcăminte-rezervor).

Se presupune că fiecare consumator și fiecare rezervor au posibilități multiple de alimentare chiar de la aceeași sursă.

În funcție de gradul de neuniformitate al consumurilor de energie, perioada de timp pentru care se întocmește bilanțul energetic general optim se împarte în mai multe intervale, egale sau nu, astfel ca în decursul fiecărui interval variația consumurilor să poată fi considerată neglijabilă [4].

Pentru întocmirea părții din modelul matematic corespunzătoare schemei complexe luate în considerare, principial se procedează astfel :

2.2. Pentru fiecare consumator de gaze naturale se scrie condiția de acoperire a necesarului de energie pentru fiecare dintre intervalele în care s-a împărțit perioada de timp luată în considerare. Se obțin relații de forma

$$\sum_k \sum_c x_{jk}^{cp} + \sum_k \sum_i x_{jk}^{ip} + \sum_k \sum_r x_{jk}^{rp} + \sum_k \sum_a x_{jk}^{ap} = W_j^p, \qquad (1)$$

în care

x este fluxul de energie utilizabil,

W — consumul de energie al unui anumit consumator,

j — indice care se referă la consumatori,

[1]) Înțelesul noțiunii de sursă de gaze naturale se stabilește o dată cu stabilirea gradului de detaliere al modelului matematic pentru fiecare caz concret în parte. Astfel sursa de gaze naturale poate reprezenta o sondă sau un grup de sonde (aferente unui zăcămînt sau unui cîmp de gaze).

k — indice care se referă la căile de alimentare,
p — indice care se referă la intervalele în care s-a împărţit perioada de timp luată în considerare,
c — indice care se referă la sursele de gaze cu funcţionare continuă,
i — indice care se referă la sursele cu funcţionare intermitentă,
r — indice care se referă la rezervoarele naturale,
a — indice care se referă la alţi purtători de energie decît gazele naturale.

S-au folosit simultan indici superiori şi indici inferiori pentru a se facilita urmărirea relaţiilor şi pentru a se evita anumite confuzii posibile datorită faptului că rezervoarele naturale sînt consumatori din punctul de vedere al surselor şi surse din punctul de vedere al consumatorilor.

Primul indice de sus se referă la primul element al lanţului energetic sau al porţiunii din lanţ luată în considerare ; primul indice de jos se referă la ultimul element al lanţului (lanţul parcurs în sensul sursă-consumator).

Pentru consumatorii de gaze naturale care nu prezintă posibilitatea de înlocuire a gazelor cu alţi purtători de energie, relaţia (1) nu conţine al patrulea termen.

Pentru centralele electrice interconectate în sistemul electroenergetic, relaţia (1) se scrie cu inegalitate simplă sau dublă, după cum cantitatea de energie emisă în sistem de către centrala respectivă este limitată superior sau superior şi inferior. Se reaminteşte că pentru centralele electrice se impune cantitatea totală de energie electrică ce urmează a se debita în sistem, contribuţia fiecăreia dintre centrale urmînd a fi stabilită prin procesul de optimizare [5].

2.3. Pentru fiecare sursă cu funcţionare continuă şi pentru fiecare sursă cu funcţionare intermitentă se scrie condiţia ca în decursul fiecărui interval de timp luat în considerare să nu se depăşească cantitatea de gaze corespunzătoare funcţionării cu debitul orar maxim posibil (R^{cp}, respectiv R^{ip}), adică

$$\sum_j \sum_k b_{jk}^{cp} x_{jk}^{cp} + \sum_r \sum_k b_{rk}^{cp} x_{rk}^{cp} \leqslant R^{cp} \tag{2}$$

şi, respectiv,

$$\sum_j \sum_k b_{jk}^{ip} x_{jk}^{ip} + \sum_r \sum_k b_{rk}^{ip} x_{rk}^{ip} \leqslant R^{ip}. \tag{3}$$

Prin R s-au notat resursele, iar mărimile b reprezintă inversele randamentelor totale.

Pentru a se asigura modelului un caracter cît mai general, relaţia (3) a fost scrisă în ipoteza că zăcămintele-rezervor pot fi alimentate şi de către sursele cu funcţionare intermitentă.

În afară de condiţia exprimată prin relaţia (3), pentru fiecare sursă cu funcţionare intermitentă se mai impune condiţia ca în perioada de timp pentru care urmează să se determine bilanţul energetic general optim să nu se depăşească o anumită producţie de gaze determinată în baza unor criterii care au în vedere rezervele sursei respective, liniile directoare ale politicii energetice şi alţi factori. Această condiţie se exprimă prin relaţia

$$\sum_j \sum_k \sum_p b_{jk}^{ip} x_{jk}^{ip} + \sum_r \sum_k \sum_p b_{rk}^{ip} x_{rk}^{ip} \leqslant R^i. \tag{4}$$

2.4. Pentru rezervoarele naturale folosite pentru stocarea gazelor naturale se scriu mai multe condiții pentru fiecare în parte. O primă condiție se referă la nedepășirea debitului permis de instalațiile care asigură legătura între consumatori și zăcămîntul rezervor (D). Relația matematică corespunzătoare este

$$\sum_j \sum_k b_{jk}^{rp} x_{jk}^{rp} \leqslant D^{rp}. \tag{5}$$

Se scrie cîte o astfel de relație pentru fiecare rezervor natural și pentru fiecare interval de timp luat în considerare.

S-a presupus că debitele corespunzătoare la intervale de timp diferite sînt diferite, datorită presiunilor medii și temperaturilor medii diferite.

Condiția de nedepășire a capacității de depozitare a rezervorului natural la sfîrșitul nici uneia dintre intervalele de timp în care s-a împărțit perioada pentru care se întocmește bilanțul optim se exprimă prin cîte o relație corespunzătoare fiecărui interval.

Pentru un interval oarecare ν se obține

$$(R^r)_{\text{init}} + \sum_k \sum_c \sum_{p=1}^{\nu} b_{rk}^{cp} x_{rk}^{cp} + \sum_k \sum_i \sum_{p=1}^{\nu} b_{rk}^{ip} x_{rk}^{ip} -$$

$$- \sum_j \sum_k \sum_{p=1}^{\nu} b_{jk}^{rp} x_{jk}^{rp} \leqslant (R^r)_{\text{înmag}}, \tag{6}$$

în care $(R^r)_{\text{init}}$ reprezintă stocul inițial iar $(R^r)_{\text{înmag}}$ capacitatea de înmagazinare a rezervorului. Prin coeficienții b se ține seama de pierderile la transportul de la surse la rezervoarele naturale, de pierderile de depozitare și de pierderile la transportul de la zăcămintele rezervor la consumatori și eventual de randamentul instalațiilor consumatorilor.

Dacă se impune ca la sfîrșitul perioadei de timp pentru care se întocmește bilanțul optim rezervorul natural să conțină un anumit stoc de gaze $(R)_{\text{final}}$ aceasta se transcrie în modelul matematic prin relația

$$(R^r)_{\text{init}} + \sum_k \sum_c \sum_p b_{rk}^{cp} x_{rk}^{cp} + \sum_k \sum_i \sum_p b_{rk}^{ip} x_{rk}^{ip} - \sum_j \sum_k \sum_p b_{jk}^{rp} x_{jk}^{rp} = (R^r)_{\text{final}}. \tag{7}$$

Dacă se impune stocul minim, atunci în relația (7) se înlocuiește semnul $=$ cu $\geqslant$.

Cazul particular

$$(R^r)_{\text{init}} = (R^r)_{\text{final}} \tag{8}$$

se transcrie în model prin relația

$$\sum_k \sum_c \sum_p b_{rk}^{cp} x_{rk}^{cp} + \sum_k \sum_i \sum_p b_{rk}^{ip} x_{rk}^{ip} - \sum_j \sum_k \sum_p b_{jk}^{rp} x_{jk}^{rp} = 0, \tag{9}$$

care exprimă condiția ca în perioada luată în considerare totalul înmagazinat de către rezervorul natural să fie egal cu totalul debitat de către același rezervor natural.

2.5. Pe lîngă relațiile de mai sus, în modelul matematic se cuprind și condițiile de nedepășire a capacităților de transport a conductelor, problemă tratată într-o lucrare publicată anterior [5].

2.6. Optimizarea bilanțului energetic general făcîndu-se în baza criteriului „cheltuieli anuale minime" [6], pentru schema complexă luată în considerare expresia matematică corespunzătoare acestui criteriu este

$$C = \sum_k \sum_p \Big[\sum_j \Big(\sum_c c_{jk}^{cp} x_{jk}^{cp} + \sum_i c_{jk}^{ip} x_{jk}^{ip} + \sum_r c_{jk}^{rp} x_{jk}^{rp} + \sum_a c_{jk}^{ap} x_{jk}^{ap} \Big) + \\ + \sum_r \Big(\sum_c c_{rk}^{cp} x_{rk}^{cp} + \sum_i c_{rk}^{ip} x_{rk}^{ip} \Big) \Big] = \text{minim} , \qquad (10)$$

în care prin c s-au notat cheltuielile specifice.

3. OBSERVAȚII

3.1. În ipoteza că între toate grupele de elemente enumerate există anumite legături funcționale, relațiile matematice corespunzătoare pentru întreaga schemă trebuie să fie cuprinse în partea din modelul matematic al bilanțului energetic general care corespunde formelor de energie și purtătorilor de energie interșanjabili.

În acest caz, intervalele de timp în care se împarte perioada pentru care se întocmește bilanțul optim pentru a se ține seama de regimurile de funcționare ale consumatorilor se stabilesc cu luarea în considerare a tuturor consumatorilor, nu numai a celor de gaze naturale. Odată stabilite, ele trebuie adoptate — aceleași — pentru toți consumatorii.

Dacă schema nu conține consumatori care pot consuma și alți combustibili decît gazele naturale, atunci ea se tratează în mod independent de celelate părți ale sistemului energetic general. Dacă o astfel de schemă se poate descompune în părți independente între ele din punct de vedere funcțional, atunci pentru fiecare parte astfel obținută regimurile de funcționare se optimizează separat, dacă optimizarea este posibilă.

În acest caz, pentru fiecare problemă de optimizare independentă se pot adopta, în cadrul perioadei de timp date, intervale diferite.

Dacă se pune problema întocmirii bilanțului energetic optim pentru o perioadă de timp de un an, avîndu-se în vedere posibilitățile actuale de rezolvare a problemei de programare matematică corespunzătoare cu mașini electronice de calcul, este recomandabilă împărțirea perioadei în cele patru trimestre [4].

3.2. Metodologia aplicată pentru întocmirea modelului matematic este aceeași, indiferent dacă este vorba de un sistem energetic general existent sau de unul care urmează a se realiza.

Dacă sistemul energetic general pentru care se întocmește bilanțul energetic optim este dat (cazul bilanțului energetic pentru o perioadă de perspectivă imediată), atunci modelul matematic corespunzător cuprinde toate lanțurile energetice existente. Dacă sistemul energetic general este dat numai parțial sau urmează a se realiza în întregime (cazul bilanțului energetic pentru o perioadă de perspectivă îndepărtată), atunci modelul matematic conține, pe lîngă lanțurile energetice existente, și toate

lanţurile posibil a fi realizate, respectiv numai lanţurile ce urmează a fi realizate. În acest caz, optimizarea se face în baza criteriului cheltuielilor de calcul minime. Astfel, optimizarea bilanţului energetic general va stabili printre altele ritmul de intrare în exploatare a noilor zăcăminte, posibilităţile naturale de stocaj care trebuie efectiv folosite, zăcămintele care urmează să funcţioneze în regim intermitent, conductele de transport care urmează a se construi, regimurile de funcţionare şi altele.

3.3. La întocmirea modelului trebuie să se acorde atenţie şi transcrierii matematice a unor condiţii speciale care ar putea fi impuse de anumite elemente ale schemelor de alimentare cu gaze naturale sau de alţi factori. Trebuie avut de asemenea în vedere că uneori condiţiile exprimate prin anumite relaţii pot cuprinde implicit condiţiile exprimate prin alte relaţii, deci că există posibilitatea de a se renunţa la cuprinderea acestora în modelul matematic.

4. CONCLUZII

4.1. Luarea în considerare la întocmirea modelului matematic a posibilităţilor de stocare în cantităţi mari a gazelor naturale şi a folosirii unora dintre zăcămintele de gaze ca surse rezervate pentru acoperirea vîrfurilor de consum are ca urmare mărirea părţii din sistemul energetic general a cărei funcţionare este supusă pocesului de optimizare şi deci şi mărirea eficacităţii economice a procesului de optimizare a bilanţului energetic general. Se extinde în acelaşi timp numărul aspectelor legate de planificare a sectorului energetic al economiei naţionale care-şi găsesc soluţionarea prin optimizarea planului anual de aprovizionare cu combustibil şi energie.

4.2. Gradul de detaliere în cuprinderea unei anumite scheme de alimentare cu gaze naturale în modelul matematic al bilanţului energetic general este limitat numai de posibilităţile de rezolvare a problemei de programare matematică cu maşini electronice de calcul, existente la un moment dat.

4.3. Problema stocării se pune pentru toţi purtătorii de energie primară. În aceeaşi măsură se pune şi problema modului de cuprindere a acestor aspecte ale gospodăririi energetice în modelul matematic al bilanţului energetic general cu toate problemele conexe. În acest fel, optimizarea bilanţului energetic general rezolvă, printre altele, şi problema determinării stocurilor optime de la surse, a celor de la consumatori, ca şi a celor din depozitele intermediare. Această problemă a fost atacată şi este în curs de rezolvare în Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România.

Problemele legate de sistemul de alimentare cu gaze naturale se prezintă separat, deoarece anumite particularităţi fac ca ele să fie tratate într-un mod diferit faţă de problemele similare legate de stocarea purtătorilor de eneregie primară, solizi şi lichizi.

ANEXĂ

MODELUL MATEMATIC CORESPUNZĂTOR UNEI SCHEME SIMPLE DE ALIMENTARE CU GAZE NATURALE

Se consideră o schemă care cuprinde o sursă cu funcţionare continuă (S_c), o sursă cu funcţionare intermitentă (S_i), un zăcămînt epuizat folosit ca rezervor (S_r), un consumator care poate consuma numai gaze naturale (C_g), un consumator care poate consuma gaze naturale sau un alt purtător de energie primară (C_u). Legăturile dintre elementele schemei sînt reprezentate în schema din figura 1.

Se presupune că toate aceste legături sînt simple.

Se mai presupune că, în baza curbelor de consum a celor doi consumatori, perioada de timp de un an pentru care se face optimizarea se divide în intervale corespunzătoare celor patru trimestre.

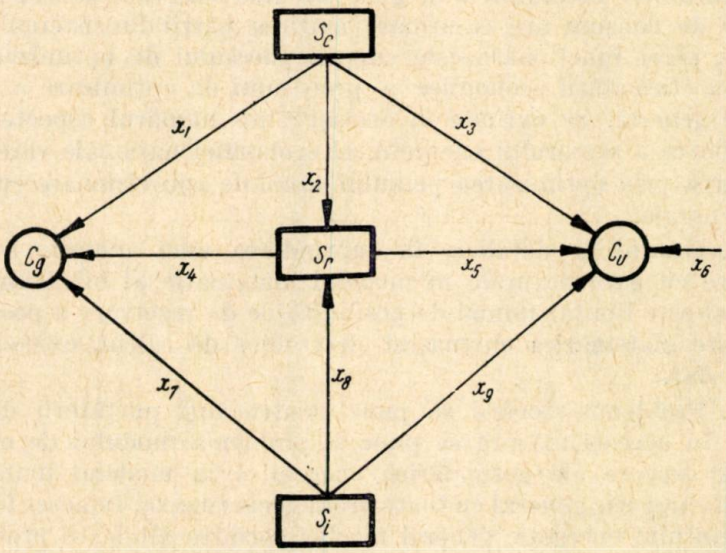


Fig. 1. — Schemă simplă de alimentare cu gaze naturale.

Prin R_c şi R_i se notează resursele, prin R_r capacitatea de depozitare a zăcămîntului rezervor, prin W_g şi respectiv W_u consumurile celor doi consumatori, iar prin b inversul randamentului total al transportului.

În cele ce urmează, indicii superiori se referă la trimestrul la care corespunde mărimea respectivă.

Modelul corespunzător schemei este următorul:

$$x_1^{\mathrm{I}} + x_4^{\mathrm{I}} + x_7^{\mathrm{I}} = W_g^{\mathrm{I}}, \tag{1}$$

$$x_3^{\mathrm{I}} + x_5^{\mathrm{I}} + x_9^{\mathrm{I}} + x_6^{\mathrm{I}} = W_u^{\mathrm{I}}, \tag{2}$$

$$b_1^{\mathrm{I}} x_1^{\mathrm{I}} + b_2^{\mathrm{I}} x_2^{\mathrm{I}} + b_3^{\mathrm{I}} x_3^{\mathrm{I}} \leqslant R_c^{\mathrm{I}}, \tag{3}$$

$$(R_r)_{\text{initial}} + b_2^{\mathrm{I}} x_2^{\mathrm{I}} - b_4^{\mathrm{I}} x_4^{\mathrm{I}} + b_8^{\mathrm{I}} x_8^{\mathrm{I}} - b_5^{\mathrm{I}} x_5^{\mathrm{I}} \leqslant R_r, \tag{4}$$

$$b_7^{\mathrm{I}} x_7^{\mathrm{I}} + b_8^{\mathrm{I}} x_8^{\mathrm{I}} + b_9^{\mathrm{I}} x_9^{\mathrm{I}} \leqslant R_i, \tag{5}$$

$$x_1^{\mathrm{II}} + x_4^{\mathrm{II}} + x_7^{\mathrm{II}} = W_g^{\mathrm{II}}, \tag{6}$$

$$x_3^{\mathrm{II}} + x_5^{\mathrm{II}} + x_9^{\mathrm{II}} + x_6^{\mathrm{II}} = W_u^{\mathrm{II}}, \tag{7}$$

$$b_1^{\mathrm{II}} x_1^{\mathrm{II}} + b_2^{\mathrm{II}} x_2^{\mathrm{II}} + b_3^{\mathrm{II}} x_3^{\mathrm{II}} \leqslant R_c^{\mathrm{II}}, \tag{8}$$

$$(R_r)_{\text{initial}} + b_2^{\mathrm{I}} x_2^{\mathrm{I}} - b_4^{\mathrm{I}} x_4^{\mathrm{I}} + b_8^{\mathrm{I}} x_8^{\mathrm{I}} - b_5^{\mathrm{I}} x_5^{\mathrm{I}} + b_2^{\mathrm{II}} x_2^{\mathrm{II}} - b_4^{\mathrm{II}} x_4^{\mathrm{II}} + b_8^{\mathrm{II}} x_8^{\mathrm{II}} - b_5^{\mathrm{II}} x_5^{\mathrm{II}} \leqslant R_r, \tag{9}$$

$$b_7^{\mathrm{II}} x_7^{\mathrm{II}} + b_8^{\mathrm{II}} x_8^{\mathrm{II}} + b_9^{\mathrm{II}} x_9^{\mathrm{II}} \leqslant R_i^{\mathrm{II}}, \tag{10}$$

$$x_1^{\mathrm{III}} + x_4^{\mathrm{III}} + x_7^{\mathrm{III}} = W_g^{\mathrm{III}}, \tag{11}$$

$$x_3^{\mathrm{III}} + x_5^{\mathrm{III}} + x_9^{\mathrm{III}} + x_6^{\mathrm{III}} = W_u^{\mathrm{III}}, \tag{12}$$

$$b_1^{\mathrm{III}} x_1^{\mathrm{III}} + b_2^{\mathrm{III}} x_2^{\mathrm{III}} + b_3^{\mathrm{III}} x_3^{\mathrm{III}} \leqslant R_c^{\mathrm{III}}, \tag{13}$$

$$(R_r)_{\text{initial}} + b_2^{\mathrm{I}} x_2^{\mathrm{I}} - b_4^{\mathrm{I}} x_4^{\mathrm{I}} + b_8^{\mathrm{I}} x_8^{\mathrm{I}} - b_5^{\mathrm{I}} x_5^{\mathrm{I}} + b_2^{\mathrm{II}} x_2^{\mathrm{II}} - b_4^{\mathrm{II}} x_4^{\mathrm{II}} + b_8^{\mathrm{II}} x_8^{\mathrm{II}} - b_5^{\mathrm{II}} x_5^{\mathrm{II}} + b_2^{\mathrm{III}} x_2^{\mathrm{III}} - b_4^{\mathrm{III}} x_4^{\mathrm{III}} + b_8^{\mathrm{III}} x_8^{\mathrm{III}} - b_5^{\mathrm{III}} x_5^{\mathrm{III}} \leqslant R_r, \tag{14}$$

$$b_7^{\mathrm{III}} x_7^{\mathrm{III}} + b_8^{\mathrm{III}} x_8^{\mathrm{III}} + b_9^{\mathrm{III}} x_9^{\mathrm{III}} \leqslant R_i^{\mathrm{III}}, \tag{15}$$

$$x_1^{\mathrm{IV}} + x_4^{\mathrm{IV}} + x_7^{\mathrm{IV}} = W_g^{\mathrm{IV}}, \tag{16}$$

$$x_3^{\mathrm{IV}} + x_5^{\mathrm{IV}} + x_9^{\mathrm{IV}} + x_6^{\mathrm{IV}} = W_u^{\mathrm{IV}}, \tag{17}$$

$$b_1^{\mathrm{IV}} x_1^{\mathrm{IV}} + b_2^{\mathrm{IV}} x_2^{\mathrm{IV}} + b_3^{\mathrm{IV}} x_3^{\mathrm{IV}} \leqslant R_c^{\mathrm{IV}}, \tag{18}$$

$$(R_r)_{\text{initial}} + b_2^{\mathrm{I}} x_2^{\mathrm{I}} - b_4^{\mathrm{I}} x_4^{\mathrm{I}} + b_8^{\mathrm{I}} x_8^{\mathrm{I}} - b_5^{\mathrm{I}} x_5^{\mathrm{I}} + b_2^{\mathrm{II}} x_2^{\mathrm{II}} + b_4^{\mathrm{II}} x_4^{\mathrm{II}} + b_8^{\mathrm{II}} x_8^{\mathrm{II}} - b_5^{\mathrm{II}} x_5^{\mathrm{II}} + b_2^{\mathrm{III}} x_2^{\mathrm{III}} - b_4^{\mathrm{III}} x_4^{\mathrm{III}} + b_8^{\mathrm{III}} x_8^{\mathrm{III}} - b_5^{\mathrm{III}} x_5^{\mathrm{III}} b_2^{\mathrm{IV}} x_2^{\mathrm{IV}} - b_4^{\mathrm{IV}} x_4^{\mathrm{IV}} + b_8^{\mathrm{IV}} b_8^{\mathrm{IV}} - b_5^{\mathrm{IV}} x_5^{\mathrm{IV}} \leqslant R_r, \tag{19}$$

$$b_7^{\mathrm{IV}} x_7^{\mathrm{IV}} + b_8^{\mathrm{IV}} x_8^{\mathrm{IV}} + b_9^{\mathrm{IV}} x_9^{\mathrm{IV}} \leqslant R_i^{\mathrm{IV}}, \tag{20}$$

$$(R_r)_{\text{initial}} + b_2^{\mathrm{I}} x_2^{\mathrm{I}} - b_4^{\mathrm{I}} x_4^{\mathrm{I}} + b_8^{\mathrm{I}} x_8^{\mathrm{I}} - b_5^{\mathrm{I}} x_5^{\mathrm{I}} + b_2^{\mathrm{II}} x_2^{\mathrm{II}} - b_4^{\mathrm{II}} x_4^{\mathrm{II}} + b_8^{\mathrm{II}} x_8^{\mathrm{II}} - b_5^{\mathrm{II}} x_5^{\mathrm{II}} + b_2^{\mathrm{III}} x_2^{\mathrm{III}} - b_4^{\mathrm{III}} x_4^{\mathrm{III}} + b_8^{\mathrm{III}} x_8^{\mathrm{III}} - b_5^{\mathrm{III}} x_5^{\mathrm{III}} + b_2^{\mathrm{IV}} x_2^{\mathrm{IV}} - b_4^{\mathrm{IV}} x_4^{\mathrm{IV}} + b_8^{\mathrm{IV}} x_8^{\mathrm{IV}} - b_5^{\mathrm{IV}} x_{5}^{\mathrm{IV}} = (R_r)_{\text{final}}, \tag{21}$$

$$b_7^{\mathrm{I}} x_7^{\mathrm{I}} + b_8^{\mathrm{I}} x_8^{\mathrm{I}} + b_9^{\mathrm{I}} x_9^{\mathrm{I}} + b_7^{\mathrm{II}} x_7^{\mathrm{II}} + b_8^{\mathrm{II}} x_8^{\mathrm{II}} + b_9^{\mathrm{II}} x_9^{\mathrm{II}} + b_7^{\mathrm{III}} x_7^{\mathrm{III}} + b_8^{\mathrm{III}} x_8^{\mathrm{III}} + b_9^{\mathrm{III}} x_9^{\mathrm{III}} + b_7^{\mathrm{IV}} x_7^{\mathrm{IV}} + b_8^{\mathrm{IV}} x_8^{\mathrm{IV}} + b_9^{\mathrm{IV}} x_9^{\mathrm{IV}} \leqslant R_i \tag{22}$$

$$C = \sum_{i=1}^{9} \sum_{j=\mathrm{I}}^{\mathrm{IV}} C_i^j x_i^j = \text{minim.} \tag{23}$$

Modelul cuprinde 36 de variabile şi 22 de relaţii.

Relaţiile (1), (2), (6), (7) , (11), (12), (16) şi (17) exprimă condiţiile de acoperire a consumurilor; (3), (8), (13) şi (18) condiţiile de nedepăşire a resursei cu funcţionare continuă; (4), (9), (14) şi (19) condiţiile de nedepăşire a capacităţii de stocare a zăcămîntului-rezervor; (5), (10), (15) şi (20) condiţiile de nedepăşire a debitului permis de sondele zăcămîntului de rezervă; (21) condiţia ca la sfîrşitul anului luat în considerare zăcămîntul rezervor să conţină un anumit stoc; (22) condiţia ca zăcămîntul de rezervă să nu debiteze în decursul întregului an o cantitate de gaz mai mare decît cea determinată în baza unor considerente asupra cărora nu se insistă aici; (23) funcţia economică.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Delsol, *Înmagazinarea subterană a diferitelor gaze şi produse lichide folosite în industria de gaze*, Petrol şi gaze, **13**, 1, 18—26 (1962).
2. V. Oniceanu, S. Dărmănescu, *Exploatarea zăcămintelor de gaze naturale în R.P.R. pentru acoperirea vîrfurilor de consum*, Petrol şi gaze, **15**, *11*, 600—602 (1964).
3. P. Svoronos, *Îmbunătăţirea condiţiilor de alimentare cu gaze a oraşului Sibiu prin „înmagazinare subterană"*, Petrol şi gaze, **13**, *11*, 498—502, 1962.
4. T. Miclescu, *Exprimarea regimului de consum şi de producere a energiei şi purtătorilor de energie în ecuaţiile bilanţului energetic general*, St. cerc. energ. electr., 2*A* (1963).
5. T. Miclescu, Al. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanţului energetic general*, St. cerc. energ. electr., **XIV**, *3* (1964).
6. M. Bercovici, C. Dinculescu, T. Miclescu, Al. Pap, *Réduction de la consommation d'énergie primaire et des dépenses par l'optimisation du bilan énergétique général*, Rapport 137 A, Conférence Mondiale de l'Énergie, Session partielle en Suisse, Lausanne, 13—17 septembrie 1964.

CONTRIBUȚII LA STUDIEREA MODIFICĂRILOR DE STRUCTURĂ ALE BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

DE

ȘTEFAN KOVÁCS

620.92

Modificarea structurii bilanțului energetic general este una din caracteristicile importante ale dezvoltării economiei energetice. Lucrarea analizează factorii ce au determinat aceste modificări, importanța cunoașterii lor și propune introducerea a doi indicatori energetici, de pondere și de structură pentru a caracteriza și urmări în timp evoluția structurii bilanțului.

Pe lîngă creșterea continuă în ritm accentuat a necesităților de energie, schimbarea structurii bilanțului energetic general în sensul modificării ponderii în bilanț al anumitor forme și purtători de energie și a necesităților de energie a anumitor categorii de consumatori este caracteristică pentru dezvoltarea economiei energetice.

Aceste schimbări de structură se manifestă atît la nivelul economiei naționale, cît și la nivelul sectoarelor, al ramurilor și chiar al întreprinderilor.

În cele ce urmează se vor analiza factorii care au determinat schimbările de structură și se vor propune indicatori pentru caracterizarea și urmărirea evoluției în timp a acestora.

1. FACTORII CARE AU DETERMINAT SCHIMBĂRILE DE STRUCTURĂ

Schimbările, după cum ne-o dovedesc datele statistice, se manifestă atît pe plan mondial, cît și pentru țara noastră.

Figura 1 [1], [2] ne dă o imagine asupra schimbării structurii balanței purtătorilor de energie primară pe plan mondial, precum și asupra creșterii consumului total de energie.

St. cerc. energ. electr. tom. 17 nr. 1 p. 13 – 26 București 1967

Aceste modificări în structură sînt o reflectare a unor schimbări care se manifestă pe alte planuri.

Factorii mai importanţi care au determinat schimbările de structură sînt :

— introducerea unor tehnologii şi procese noi ;

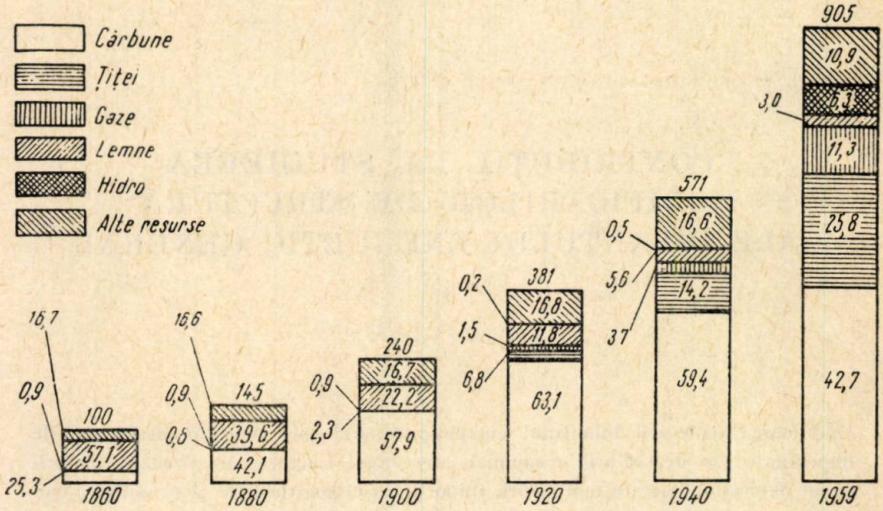


Fig. 1. — Evoluţia structurii balanţei de energie primară şi a consumului de energie pe plan mondial [1], [2].

— utilizarea unor purtători de energie mai economici ;

— schimbarea ponderii unor categorii de consumatori în consumul global al economiei naţionale, al unor sectoare, ramuri sau procese ;

— corelarea mai judicioasă a necesităţilor de energie cu posibilităţile resurselor interne şi cu ofertele privind importul unor purtători ;

— interşanjabilitatea purtătorilor de energie, adică posibilitatea de a înlocui anumiţi purtători de energie care satisfac consumul unui proces sau activităţi, parţial sau total, cu alţi purtători de energie, înlocuire ce are o justificare de ordin tehnic, energetic sau economic.

1.1. Introducerea unor tehnologii şi procese noi

Dezvoltarea industrializării, creşterea proporţiilor economiei naţionale au cerut mereu cantităţi sporite de energie. La început, acestea erau acoperite de sursele forestiere şi de energia hidraulică, apoi, o dată cu răspîndirea maşinii cu abur ca principală maşină de forţă, locul lemnului începe să fie luat de cărbune.

Inventarea motorului cu ardere internă, răspîndirea transportului cu autovehicule fac ca în structura balanţelor să capete o pondere crescîndă ţiţeiul şi produsele derivate.

Posibilităţile de extracţie şi de transport economic al gazelor naturale, utilizările lor energotehnologice şi ca materie primă în industria chimică fac ca acestea să capete o pondere importantă în balanţe.

Ca o tendință generală a progresului tehnic se remarcă faptul că noile procese tehnologice perfecționate, mecanizate și automatizate, fie că este vorba de procese în sectorul industrial, agricol sau de transporturi, fie în alte sectoare ale economiei naționale, cer utilizarea unor purtători

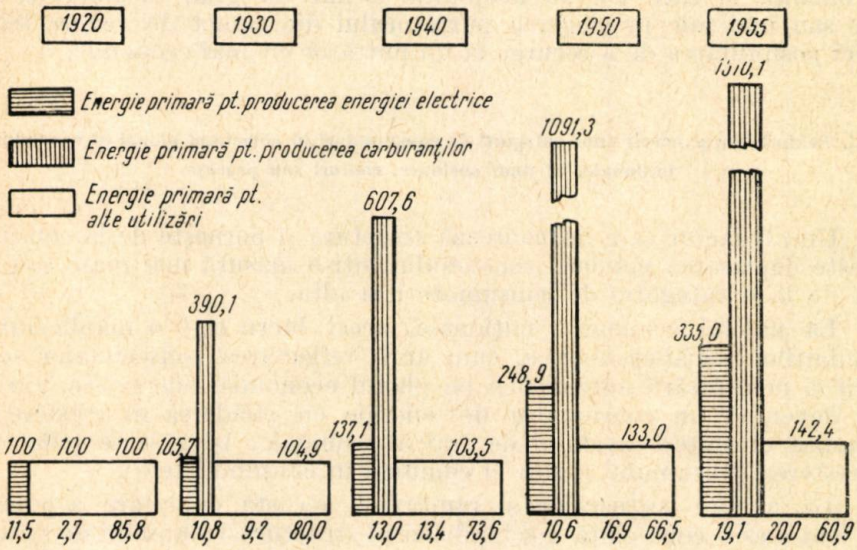


Fig. 2. — Modificarea ponderii cantităților de energie primară destinate producerii energiei electrice și carburanților în totalul consumului de energie în S.U.A. [3].

de energie din ce în ce mai valoroși din punct de vedere energetic, care se pretează mai ușor la automatizare. În consecință, purtătorii de energie primară sînt din ce în ce mai puțin utilizați sub formă directă, nemijlocit, de către consumatorii finali și din ce în ce mai mult sub formă de energie transformată.

În figura 2 [3] se dau ca exemplu, pentru S.U.A., creșterea ponderii în consumul total de energie primară a cotei pentru producerea energiei electrice și a combustibililor lichizi utilizați drept carburanți.

1.2. Utilizarea unor purtători de energie mai economici

Influențarea structurii balanțelor nu s-a făcut numai din partea consumatorului, a proceselor sau a tehnologiilor noi, ci a pornit deseori — și în ultima perioadă din ce în ce mai evident — de la sursele de energie, și anume în sensul punerii la dispoziția consumatorului, și în felul acesta și al impunerii, unor purtători al căror consum este avantajos din punct de vedere economic.

Explicația creșterii ponderii energiei hidraulice și a combustibililor lichizi și gazoși în balanțele majorității țărilor, creștere a cărei tendință — pentru combustibilii lichizi și gazoși — se menține sau chiar se accentuează în viitor, își găsește explicația în mare măsură în acest fapt.

În timp ce procesele şi tehnologiile noi influenţează în cea mai mare măsură asupra părţii de consum de energie neinterşanjabil din balanţe, bine determinat ca formă şi purtător, indicatorii economici ai purtătorilor de energie influenţează partea de consum de energie interşanjabilă din balanţă şi care trebuie acoperită, avînd un grad de libertate mai mare sau mai mic în alegerea purtătorului din punct de vedere tehnic şi deci posibilitatea de a recurge la un purtător cît mai economic.

1.3. Schimbarea ponderii unor categorii de consumatori în consumul global al economiei naţionale, al unor sectoare, ramuri sau procese

Un alt factor care influenţează structura şi porneşte de la consumator este deplasarea ponderii consumului într-o măsură mai mare sau mai mică de la o categorie de consumatori la alta.

La nivelul economiei naţionale, acest lucru este o manifestare a schimburilor social-economice, cum ar fi reflectarea consecinţelor socializării şi mecanizării agriculturii pe planul economiei energetice, agricultura devenind un consumator de energie cu ponderea în creştere; de asemenea creşterea nivelului de trai al oamenilor îşi găseşte reflectarea în creşterea consumului casnic şi comunal în consumul total.

La nivelul sectoarelor şi ramurilor, această deplasare a ponderii este mai ales o consecinţă a schimbării în structura volumului de produse sau prestaţii de un anumit tip, sau a abandonării unor tipuri de procese şi adoptarea altora noi.

Aşa, de exemplu, se poate constata o astfel de deplasare a ponderii consumului în cadrul sectorului de transporturi feroviare, unde ponderea consumului trece de la tracţiunea cu abur la cea diesel-electrică şi electrică.

1.4. Corelarea necesităţilor de energie cu posibilităţile resurselor interne şi cu ofertele de import

Un factor important care lămureşte structura balanţelor energetice şi mai ales anumite abateri faţă de tendinţa generală de dezvoltare este corelarea necesităţilor de energie cu posibilităţile surselor interne, în primul rînd, şi cu posibilităţile de a satisface în condiţii avantajoase o anumită parte a necesarului din import, în al doilea rînd. De multe ori se ajunge în situaţia de a putea satisface necesarul de energie cantitativ din resurse interne mai mult sau mai puţin economic, însă nu şi din punct de vedere calitativ, în sensul că nu se poate acoperi necesarul de purtători neinterşanjabili pe tipuri de purtători. În acest caz trebuie să se recurgă la importul de purtători de energie.

O imagine asupra felului cum s-a făcut această corelare pentru o serie de ţări ne dă tabela 1 [4], care conţine repartiţia rezervelor şi a producţiei principalilor purtători de energie pentru ţările respective.

Corelarea necesităților de purtători de energie cu posibilitățile surselor interne trebuie că țină cont și de aspectele economice ale utilizărilor neenergetice ale anumitor purtători de energie.

Tabela 1

Repartiția procentuală a rezervelor și producției principalilor purtători de energie primară în cîteva țări [4]

Purtători / Țara	Rezerve*				Producție**			
	Cărbune	Țiței	Gaze nat.	En. hidro	Cărbune	Țiței	Gaze nat.	Energ. hidro
Bulgaria	0,3	0,8	—	14,6	3,7	1,5	—	24,1
Cehoslovacia	5,9	0,4	3,7	15,9	18,2	1,0	11,0	44,9
Polonia	86,9	1,2	2,0	21,2	23,2	1,5	5,6	12,1
R.D.Germană	5,7	—	—	2,7	47,6	—	0,3	10,3
România	0,5	83,3	86,0	35,8	1,7	85,0	80,6	6,9
Ungaria	0,7	14,3	8,3	9,8	5,6	11,0	2,5	1,7
Total	100	100	100	100	100	100	100	100

* Rezerve generale geologice.
** Date pentru 1961.

Posibilitățile de a corela necesitățile de purtători de energie cu disponibilitățile de natură internă sau externă depind de natura acestor necesități, în ce măsură ele au un caracter neinterșanjabil sau interșanjabil.

1.5. Interșanjabilitatea purtătorilor de energie

Din acest punct de vedere, studiul structurii balanțelor energetice, al tendințelor manifestate în schimbările de structură, și al cauzelor ce le determină ne duc la studiul caracterului necesităților de energie, al naturii consumatorilor.

Necesarul de energie și combustibil se poate considera a fi format din două părți distincte:

a) — o parte ce reprezintă necesarul proceselor care au purtătorul de energie bine precizat, deci neinterșanjabil;

b) — o parte ce reprezintă necesarul proceselor care nu solicită un purtător bine precizat și pot admite într-o anumită ordine de preferință, din punct de vedere tehnic sau economic mai mulți purtători de energie, deci un necesar interșanjabil.

Din studiul naturii consumatorilor se poate determina destul de precis atît necesarul de energie neinterșanjabil ca mărime și sortiment, cît și restul necesarului de energie și combustibil ca mărime.

Satisfacerea acestui necesar de energie, consumul propriu-zis, prezintă, la rîndul său, trei părți distincte:

m) — partea de consum aferentă necesarului de purtători de energie neinterșanjabili, precizat ca mărime și sortimente, care trebuie asigurat prin orice mijloace din producție proprie sau chiar din import;

n) — partea de consum, precizat ca mărime şi sortimente, rămas disponibil după acoperirea consumului de tip *m* şi al cărui consum este dictat de considerente tehnice sau economice (cantităţi de energie ce rezultă ca resurse secundare la producerea altor purtători, purtători de

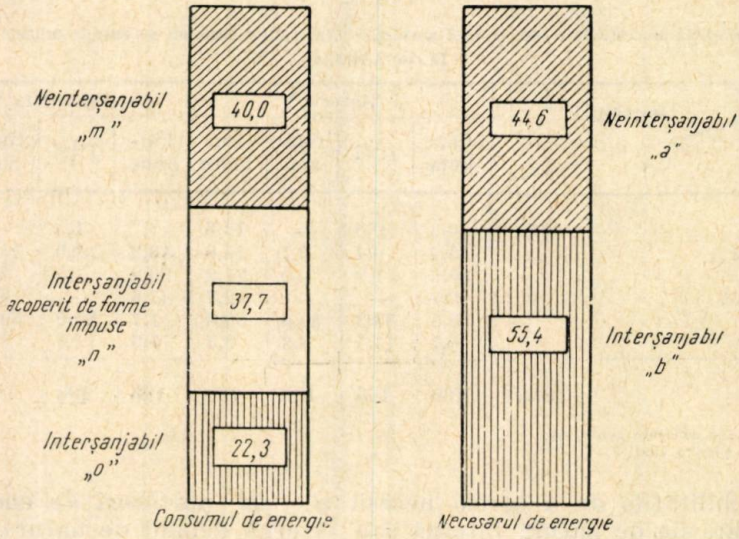


Fig. 3. — Prognoza repartiţiei necesarului şi consumului de energie pe tipuri în condiţiile R. F. Germane pentru anul 1975 [5].

energie nestocabili, purtători de energie ce sînt rezultatul unei alte activităţi a economiei naţionale, pentru producerea cărora există instalaţii, pentru care s-au făcut investiţii importante etc.) şi care acoperă în parte necesarul de energie interşanjabilă.

o) — partea de consum precizat ca mărime, dar nu şi ca sortiment, şi care acoperă partea de necesar interşanjabil rămasă neacoperită de consumul de tip *n*.

Această împărţire a necesarului şi a consumului de purtători de energie prezintă importanţă în problemele de optimizare.

Din punctul de vedere al consumului de energie, cantităţile de energie ce se găsesc la categoriile *m* şi *n* de consum reprezintă consumul neinterşanjabil şi numai cantităţile ce intră în categoria *o* sînt interşanjabile.

Acest lucru conduce la faptul că ponderea necesarului de energie neinterşanjabil *a* este în general mult mai mică decît ponderea consumului de energie neinterşanjabil $m + n$, adică procesele şi activităţile care necesită un purtător de energie neinterşanjabil sînt în general mai puţine decît cele alimentate pînă la urmă cu purtători neinterşanjabili.

În figura 3 [5] sînt arătate raporturile în care se găsesc aceste necesităţi faţă de consumurile corespunzătoare, după un calcul efectuat pentru condiţiile din R.F.G. pentru anul 1975 şi care scoate în evidenţă aspectele amintite.

Este evident că o prognoză asupra structurii bilanțului de perspectivă, cît și cea privind diferiți purtători de energie în parte trebuie să țină cont neapărat de aspectul legat de interșanjabilitatea purtătorilor de energie, atît la necesar, cît și la consum.

2. SITUAȚIA DIN ȚARA NOASTRĂ

În țara noastră, prin realizarea planului de electrificare pentru anii 1951—1960 și a planului șesenal de dezvoltare a economiei naționale în anii 1960 — 1965, baza energetică a economiei s-a dezvoltat în ritm susținut; ea a asigurat în perioada 1950—1965 combustibilul și energia electrică necesară pentru creșterea de peste șase ori a producției industriale, precum și satisfacerea celorlalte nevoi ale economiei [6].

Dezvoltarea economiei naționale va solicita și în continuare într-un ritm tot mai accentuat cantități de energie sporite. Este de remarcat faptul că dezvoltarea anumitor sectoare ale economiei naționale impune utilizarea unor forme de energie bine determinate, influențînd și calitativ, structural, balanța energetică națională. Pînă în prezent, acoperirea necesarului de energie și de combustibil al țării noastre a fost asigurată aproape exclusiv pe baza producției proprii de combustibil, iar o cotă importantă din produsele petroliere a fost destinată exportului; importul de combustibili nu a avut o pondere prea mare, el rezumîndu-se la obți-

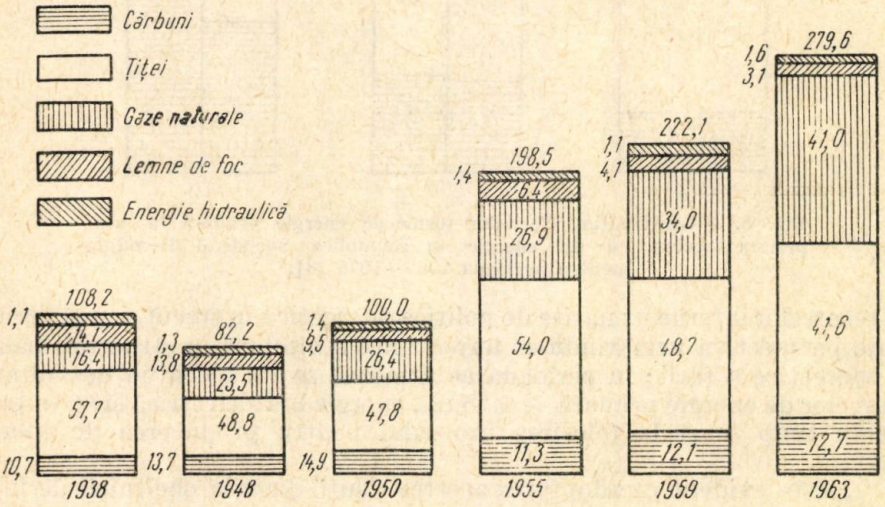


Fig. 4. — Dinamica și structura balanțelor de energie primară pentru România în perioada 1938—1963 [7].

nerea de cocs metalurgic și de cărbune cocsificabil pentru acoperirea cerințelor interne care depășesc în acest domeniu posibilitățile proprii de producție.

Structura balanței energiei primare pentru țara noastră este prezentată în figura 4[7] pentru o serie de ani caracteristici.

Prevederile directivelor Congresului al IX-lea al P.C.R. în ceea ce priveşte acoperirea necesarului de energie sînt prezentate în figura 5 [8].

Datele pentru ţara noastră reflectă tendinţele manifestate pe plan mondial, oglindindu-se şi corelarea necesarului de energie cu posibilită-

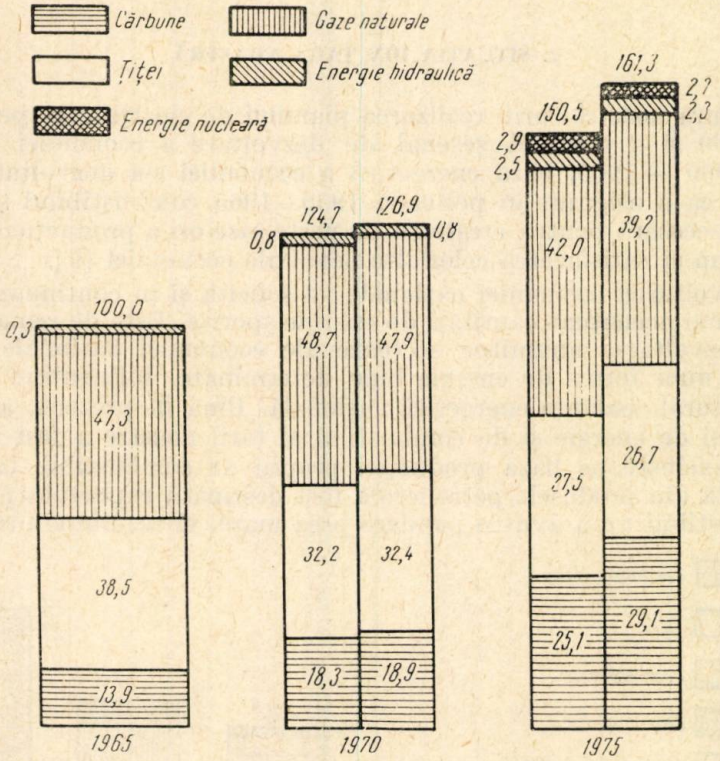


Fig. 5. — Contribuţia diferitelor forme de energie primară la acoperirea necesarului de energie în Republica Socialistă România pentru perioada 1965—1975 [8].

ţile resurselor interne urmărite de politica energetică în trecut, iar în perioada de perspectivă urmărindu-se importante schimbări în structura balanţei energetice a ţării; în perioada ce urmează se va accentua dezvoltarea resurselor de energie primară — cărbuni, energie hidroelectrică şi se va trece într-un timp scurt la folosirea uraniului pentru producerea de energie electrică.

„Este evident că adoptarea acestor soluţii duce la cheltuieli de investiţii şi de producţie mai ridicate. Facem în mod conştient aceste sacrificii pentru a cruţa ţiţeiul şi gazele în vederea valorificări lor superioare" [8].

3. INDICATORII ENERGETICI PENTRU CARACTERIZAREA STRUCTURII BALANŢELOR ENERGETICE

Pentru a lămuri noţiunile, în cele ce urmează vom considera o balanţă parţială complexă la o anumită treaptă a bilanţului energetic general, şi anume balanţa consumatorilor finali de purtători de energie

utilizabilă, de exemplu pentru un sector i al economiei naționale, consumatorii fiind reprezentați de cele j ($j = 1,\ldots,u$) ramuri din cadrul sectorului.

Ramura j din sectorul i este caracterizată de consumurile de combustibili $Q_{1ij},\ldots,Q_{w-2ij}$, de consumul de abur și apă caldă G_{w-1ij} și de consumul de energie electrică W_{wij}, exprimate în unități naturale. Consumul sectorului va fi caracterizat de o matrice de tipul w, u cu w linii, corespunzătoare celor w feluri de purtători de energie, și u coloane, corespunzătoare celor u ramuri ale sectorului i, fiecare element al acestei matrici exprimînd consumul total dintr-un anumit purtător de energie ce caracterizează o anumită ramură.

Vom denumi această matrice matricea consumului de energie a sectorului i în expresia naturală și o vom nota

$$\| Q_{nij} \|_{w,u} \quad \begin{matrix} n = 1,\ldots w \\ j = 1,\ldots u. \end{matrix}$$

În această formă de prezentare, matricea, ca o imaginea a consumului, nu ne poate da informații asupra structurii consumului, elementele ei fiind neomogene. Înmulțind matricea $\|Q_{nij}\|_{w,u}$ cu o matrice diagonală a cărei elemente sînt formate din coeficienți de transformare a elementelor matricei ce reprezintă consumuri de energie în unități fizice în aceeași unitate de energie, se va obține o altă matrice, în care elementele sînt omogene și exprimate în aceleași unități:

$$\| c_n \|_{w,w} \cdot \| Q_{nij} \|_{w,u} = \| E_{nij} \|^*_{w,u}. \tag{1}$$

Această nouă matrice ne dă o imagine mai clară asupra consumului de energie, permițînd o comparare între un element sau altul. Totuși, valorile absolute ale unui consum de energie ce caracterizează un anumit consumator nu sînt potrivite pentru a face o analiză a evoluției în timp a structurii; de asemenea, scoasă din matrice, valoarea respectivă nu ne mai dă nici un fel de informații.

Matricea $\| E_{nij} \|^*_{w,u}$ nu este completă, ea trebuie extinsă în primul rînd cu un vector linie $\|E_{oij}\|_{1,u}$, ale cărui elemente reprezintă consumul global de energie pe ramuri:

$$\| 1 \|_{1,w} \cdot \| E_{nij} \|^*_{w,u} = \| E_{oij} \|_{1u}, \tag{2}$$

$$\sum_n E_{nij} = E_{oij}. \tag{3}$$

Matricea completată cu această linie o vom nota

$$\| E_{nij} \|'_{w+1,u} \quad \begin{matrix} n = 0,\ldots,w \\ j = 1,\ldots,u. \end{matrix}$$

Pentru a ordona într-un anumit fel consumul de energie, i se afectează în primul rînd un indicator, „indicatorul de pondere".

Desigur că ponderea cu care intervin în consumul global al economiei naționale diferitele sectoare, în consumul total al sectorului diferitele ramuri, respectiv în consumul ramurii diferitele întreprinderi este un indicator energetic important și determină în primul rînd

caracterul de „energo-intensiv" al unui sector, ramuri sau întreprinderi. Această pondere se poate referi la consumul total, dar şi la consumul anumitor purtători de energie.

Pentru a defini indicatorii de pondere se calculează un vector-coloană ale cărui elemente sînt formate, din suma elementelor de pe fiecare linie

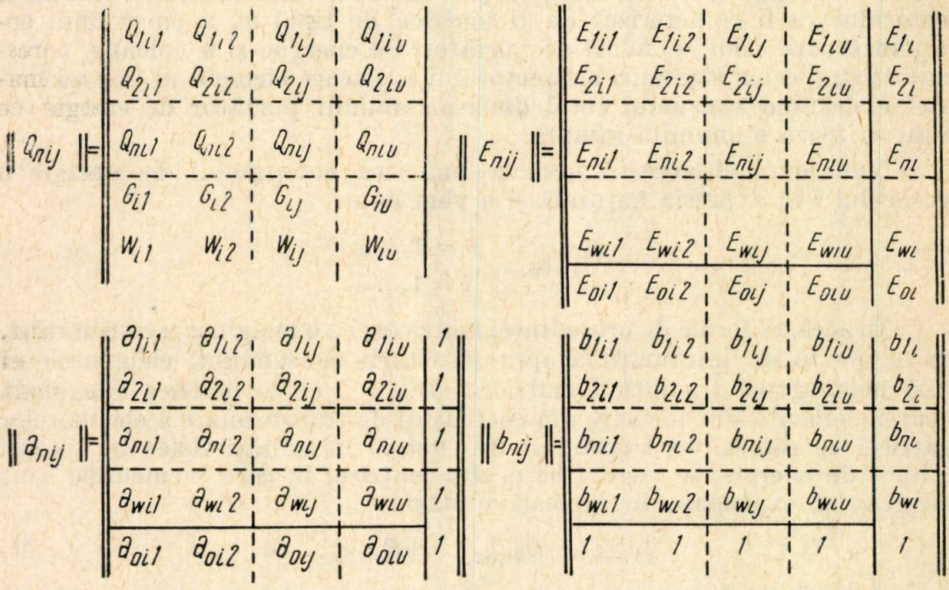


Fig. 6. — Forma principială a matricelor $\|Q_{mij}\|$, $\|E_{nij}\|$ reprezentînd consumul de energie în unităţi fizice şi echivalente şi a matricelor $\|a_{nij}\|$, $\|b_{nij}\|$.

a matricei $\|E_{nij}\|'_{w+1,u}$; acest vector coloană caracterizează consumul de energie al întregului sector i, care se notează $\|E_{ni}\|_{w+1,1}$ $n = 0, \ldots, w$ şi se obţine din relaţia

$$\|E_{nij}\|_{w+1,u} \cdot \|1\|_{u,1} = \|E_{ni}\|_{w+1,1}. \tag{4}$$

Completînd matricea $\|E_{nij}\|'_{w+1,u}$ cu vectorul coloană $\|E_{ni}\|_{w+1,1}$, se obţine matricea completă a consumului de energie, care conţine în ultima linie, respectiv ultima coloană, suma consumurilor de energie pe purtători şi globali, respectiv consumul total de energie al unei ramuri din sectorul i, cît şi consumul total de energie al sectorului i.

Vom nota această matrice completă $\|E_{nij}\|_{w+1,u+1}$.

Iată această matrice în figura 6.

Se remarcă faptul că ultima coloană a matricei, vectorul coloană $\|E_{ni}\|_{w+1,1}$, este o coloană a unei matrice de consum, la un nivel superior pe economie, $\|E_{ni}\|'_{w+1,t}$ $\begin{matrix} n = 0, \ldots, w \\ i = 1, \ldots, t \end{matrix}$ reprezentînd consumul sectorului i.

De asemenea fiecare coloană a matricei $\|E_{nij}\|'_{w+1,u}$ constituie vectorul-coloană de tip $\|E_{nij}\|_{w+1,1}$ al unei matrici $\|E_{nijk}\|'_{w+1,v}$ $\begin{matrix} n = 0, \ldots, w \\ k = 1, \ldots, v \end{matrix}$ care caracterizează consumul ramurii j, pornind de la întreprinderi.

Pentru fiecare element al matricei $\|E_{nij}\|_{w+1,u+1}$ se definește acum un indicator de pondere:

$$a_{nij} = \frac{E_{nij}}{E_{ni}}, \tag{5}$$

$$\sum_j E_{nij} = E_{ni}, \tag{6}$$

$$\sum_j a_{nij} = 1. \tag{6'}$$

Matricea $\|a_{nij}\|_{w+1,u+1}$, ale cărei elemente sînt indicatori de pondere, ne permite să facem o analiză mai aprofundată a consumului și a evoluției lui în timp.

O primă observație ce se face analizînd acești indicatori, calculați pe baza datelor statistice, este că aceleași sectoare, respectiv ramuri, au din punctul de vedere al consumului global ponderi importante, de asemenea ordonarea lor este aproximativ aceeași, și anume industria, transporturile și consumul casnic acoperă împreună, de exemplu pentru U.R.S.S. 86,7%, pentru S.U.A. 78% (în 1955) respectiv 80,1% (prognoza pentru 1975), iar pentru Republica Socialistă România 77,88% (în 1959) din consumul global.

Făcînd analiza pe purtători de energie, de asemenea se pot găsi unul, două sau trei sectoare care consumă o pondere însemnată din consumul total al purtătorului respectiv. Astfel, pentru condițiile U.R.S.S., industria este cea care consumă între 68,7 (pentru cărbuni) și 82,5% (pentru gaze naturale) din principalii purtători de energie, același lucru fiind valabil și pentru S.U.A. În ceea ce privește consumul de carburanți, transporturile dețin primul loc.

Pentru elementele matricei $\|E_{nij}\|_{w+1,u+1}$ se definește un al doilea indicator, „indicatorul de structură":

$$b_{nij} = \frac{E_{nij}}{E_{oij}}, \tag{7}$$

$$\sum_n E_{nij} = E_{oij} \tag{8}$$

$$\sum_n b_{nij} = 1. \tag{8'}$$

Matricea $\|b_{nij}\|_{w+1,u+1}$, ale cărei elemente sînt indicatorii de structură împreună cu matricea $\|a_{nij}\|_{w+1,u+1}$, ne permit să facem o analiză completă și de fond a structurii consumului de energie și a evoluției lui în timp.

De asemenea acești doi indicatori definesc complet un anumit consum — de purtător de energie sau global — al unui consumator dat, ordonînd consumatorul respectiv cu ajutorul indicatorului de pondere în cadrul domeniului economic imediat superior (întrepindere în ramură, ramură în sector, sector în economie) și consumul purtătorului de energie cu ajutorul indicatorului de structură, respectiv în cadrul consumului total al consumatorului.

Indicatorii de pondere şi de structură se pot împărţi pentru fiecare matrice completă de consum în indicatori naturali, care definesc elementele matricii iniţiale $\|E_{nij}\|^{*}_{w,u}$, şi în indicatori sintetici, care

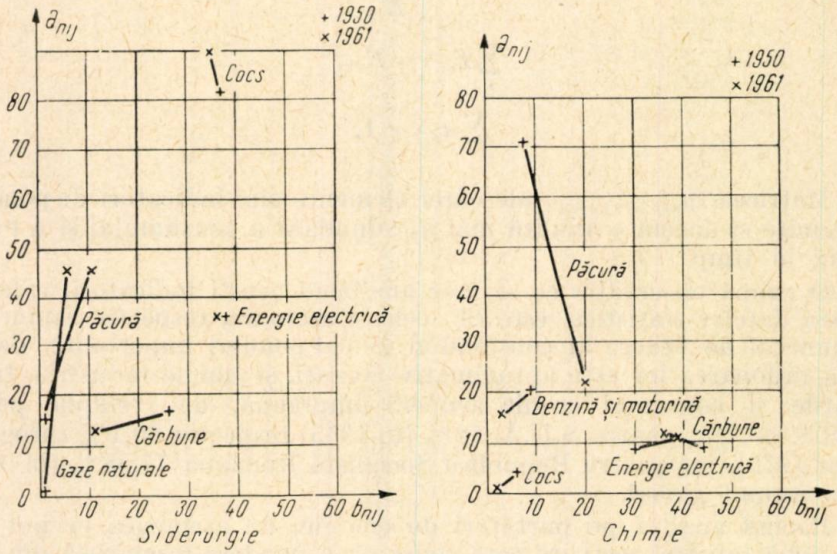


Fig. 7. — Indicatorii de pondere şi de structură pentru diferiţi purtători de energie în două ramuri industriale în condiţiile R. P. Ungare [9].

definesc elementele vectorilor-coloană $\|E_{ni}\|_{w+1,1}$ şi ale vectorului-linie $\|E_{oij}\|_{1,u}$.

Legătura dintre indicatorii de pondere şi cei de structură naturali şi sintetici este dată de relaţii de forma

$$\frac{a_{nij}}{b_{nij}} = \frac{a_{oij}}{b_{ni}}. \tag{9}$$

Indicatorii de pondere a_{nij} prezintă, după cum o dovedesc datele statistice, o variaţie mai redusă în timp, aceasta fiind o reflectare a unei realităţi obiective, a proporţionalităţii între sectoare, ramuri şi procese, specifice unei anumite economii naţionale. Indicatorii de structură sînt mai puţin constanţi; variaţia lor se datoreşte tocmai posibilităţilor de interşanjabilitate între purtătorii de energie, iar în ramurile în care în timp are loc o astfel de variaţie aceasta este o indicaţie asupra înlocuirii unor purtători de energie cu alţii, fiind astfel un mijloc de a determina aceste ramuri şi purtători. În figura 7 [9], într-un sistem de coordonate a_{nij}, b_{nij} s-au reprezentat pentru diferiţi purtători valorile funcţiei $a_{nij} = f(b_{nij})$ la un interval de 11 ani pentru două ramuri energointensive, siderurgie şi chimie, pentru condiţiile din R.P. Ungară.

4. LEGĂTURA INDICATORILOR DE PONDERE ȘI STRUCTURĂ CU ALȚI INDICATORI ENERGETICI

Indicatorii definiți mai sus se încadrează în sistemul de indicatori utilizați în mod curent.

În tabela 2 [10] se dau relațiile de legătură a indicatorilor de pondere și de structură cu principalii indicatori energetici.

Notațiile utilizate sînt:

c_0 — ponderea costului energiei în prețul de cost al produsului sau activității;

e_0, e_n — consumul specific de energie, global sau pe purtătorul de energie n, raportată la unitatea fizică;

f_0 — consumul specific de energie globală raportată la valoarea produsului sau activității;

h_n — înzestrarea energetică a muncii;

p — prețul de cost al produsului sau activității;

l — productivitatea muncii raportate la unitatea fizică;

σ_0 — costul unității de energie $\sigma_0 = \dfrac{\Sigma_n \sigma_n E_n}{E_0}$;

π — ponderea valorică a producției ramurii în cadrul producției sectorului;

m — ponderea numărului de muncitori antrenați în ramură față de cei antrenați în sector.

Mărimile cu * reprezintă valori relative raportate la valorile corespunzătoare nivelului imediat superior.

Tabela 2

Legătura dintre indicatorii de pondere și structură și alți indicatori energetici [10]

Denumirea indicatorului	Relația de legătură	
	Valori absolute	Valori raportate
Ponderea costului energiei în prețul de cost	$c_0 = \dfrac{1}{b_n} \cdot \dfrac{e_n \cdot \sigma_0}{p}$	$c_0^* = a_0 \dfrac{\sigma_0^*}{\pi}$
Consumul specific de purtător de energie pe unitatea fizică	$e_n = b_n \cdot e_n$	$e_0^* = a_n \dfrac{p^*}{\pi}$
Consumul specific total de energie pe unitatea fizică	$e_0 = \dfrac{1}{b_n} \cdot e_n$	$e_0^* = a_0 \dfrac{p^*}{\pi}$
Consumul specific total de energie pe unitatea de valoare a produsului	$f_0 = \dfrac{1}{b_n} \cdot \dfrac{e_n}{p}$	$f_0^* = a_0 \cdot \dfrac{1}{\pi}$
Înzestrarea energetică a muncii	$h_n = b_n \cdot e_0 \cdot l$	$h_n^* = a_n \cdot \dfrac{1}{m}$

CONCLUZII

Modificarea structurii bilanțului energetic general în sensul schimbării ponderii în bilanț al anumitor forme și purtători de energie și al necesităților de energie a anumitor categorii de consumatori este caracte-

ristică pentru dezvoltarea economiei energetice atît pe plan mondial, cît şi pe cel naţional.

Aceste schimbări în structură se reflectă de la nivelul economiei naţionale şi la cel al sectoarelor, ramurilor şi chiar al întreprinderilor.

Cunoaşterea factorilor care determină aceste modificări de structură prezintă un interes deosebit atît pentru întocmirea corectă a prognozelor referitoare la dezvoltarea consumului de energie, cît şi pentru problemele de optimizare ale bilanţului energetic general pe baza unui model matematic.

Pentru a caracteriza şi urmări în timp evoluţia structurii bilanţului energetic general se propune introducerea a doi indicatori energetici, indicatorii de pondere şi de structură. Indicatorii propuşi permit urmărirea evoluţiei structurii balanţei energetice, caracterizînd mărimile respective într-un mod univoc. Felul cum au fost definiţi face posibilă trecerea lor de la nivelul celui mai inferior proces la nivelul întreprinderii, ramurii, sectorului şi economiei. Indicatorii pot fi definiţi într-un mod similar şi la alte nivele şi trepte de bilanţ energetic, cum ar fi cel de producere al purtătorilor de energie sau cel al transformării.

Prezentarea sub formă matriceală a consumului şi indicatorilor permite calculul lor cu ajutorul calculatoarelor electronice.

Completînd sistemul de indicatori existenţi cu indicatorii de pondere şi structură, se îmbogăţeşte posibilitatea acestuia de a caracteriza procesele din economia energetică.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Putnam, *Energy in the future*, New York-Londra, 1954.
2. * * *, *U. N. Statistical Yearbook*, 1960.
3. S. M. Schurr, B. C. Netchert, *Energy in the American Economy 1950—1975*, Baltimore, Hopkins Press, 1960.
4. Л. В. Попов, Л. М. Томасполси, *Топливо-энергетическая база мировой социалистической системы*, Москва, Изд. Экономика, 1964.
5. F. Friedensburg, *Present Situation and Future Prospects for the Utilisation of Energy Resources in the Federal Republic of Germany*, Paper 45, I 2/6 VI.W.P.C., Melbourne, 1962.
6. * * *, *Directivele Congresului al IX-lea al Partidului Comunist Român cu privire la valorificarea surselor energetice şi electrificarea ţării în perioada* 1966—1975, Bucureşti, Edit. politică, 1965.
7. * * *, *Industria României 1944—1964*, Bucureşti, Edit. Academiei R.P.R., 1964.
8. Chivu Stoica, *Raportul asupra Directivelor Congresului al IX-lea al Partidului Comunist Român privind planul de 10 ani pentru dezvoltarea energeticii*, Bucureşti, Edit. politică, 1965.
9. Gy. Cukor, M. Sagi, *Az energiaszükséglet és távlati tervezése*, Budapesta, Akadémiai Kiadó, 1964.
10. Şt. Kovács, *Interşanjabilitatea purtătorilor de energie în procese energointensive*, Manuscris 1965, Biblioteca Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România.

CONTRIBUȚII LA PRECIZAREA METODEI DE STABILIRE A VARIANTEI DE ACOPERIRE A NECESARULUI DE ENERGIE

DE

M. ELEFTERESCU, ȘT. KOVÁCS și GH. TRANDAFIRESCU

620.91.003

Se prezintă o propunere de model matematic pentru alegerea variantei optime de acoperire a necesarului intern de energie prin luarea în considerare a posibilităților de producție ale surselor interne de energie, în condiții normale de exploatare sau în condiții de forțare, și a posibilităților de apelare la surse externe de energie, aceste posibilități fiind condiționate de relațiile comerciale externe ale țării.

I. CONSIDERAȚII GENERALE

Una dintre condițiile cele mai importante pentru asigurarea dezvoltării armonioase a întregii economii naționale în etapa actuală este, pentru majoritatea țărilor, satisfacerea cerințelor mereu crescînde de energie.

În țara noastră, prin realizarea planului de electrificare pentru anii 1951—1960 și a planului șesenal de dezvoltare a economiei naționale în anii 1960—1965, baza energetică a economiei s-a dezvoltat în ritm susținut; ea a asigurat în perioada 1950—1965 combustibilul și energia electrică necesare pentru creșterea de peste șase ori a producției industriale, precum și satisfacerea celorlalte nevoi ale economiei.

În 1965 consumul total de combustibil este de peste trei ori mai mare, iar cel de energie electrică de aproape nouă ori mai mare ca în 1950 [1].

Dezvoltarea economiei naționale (creșterea producției industriale și agricole, creșterea traficului de transporturi, ridicarea nivelului de trai al populației etc.) va solicita și în continuare, într-un ritm tot mai accentuat, cantități sporite de energie; este de remarcat faptul că dezvoltarea anumitor sectoare ale economiei naționale impune utilizarea unor forme de energie bine determinate, influențînd deci și calitativ, structural, balanța energetică națională.

St. cerc. energ. electr. tom. 17 nr. 1 p. 27—38 București 1967

În aceste condiţii apare deosebit de pregnantă problema creşterii gradului de utilizare a resurselor energetice proprii, descoperirea şi punerea în exploatare a unor noi rezerve şi surse de energie, precum şi studierea posibilităţilor de acoperire parţială a cerinţelor de energie prin apelarea la resurse energetice externe.

Avînd în vedere că în cadrul repartiţiei venitului naţional fondurile pentru investiţii în sectorul energetic sînt limitate şi că, în general, resursele energetice interne în viitor nu vor putea satisface cantitativ, calitativ şi în condiţii economice (ca producţie, ca sortimente de purtători de energie şi la preţuri competitive cu cele de pe piaţa mondială) cerinţele dezvoltării economiei naţionale, rezultă necesitatea apelării la noi surse de energie cum este, de exemplu, energia nucleară, şi de asemenea la resurse energetice externe, fie pentru acoperirea necesarului de energie în sensul importului de energie indiferent de natura purtătorilor şi formelor de energie, fie în sensul importului unor anumite forme sau purtători de energie bine precizaţi.

Aceste considerente demonstrează corelaţia strînsă care există între planul dezvoltării economiei naţionale, balanţa energetică de perspectivă şi balanţa comerţului exterior, relevînd totodată necesitatea analizării şi stabilirii unei metode pentru determinarea celor mai eficiente căi de acoperire a necesarului de energie atît din resurse proprii, cît şi prin apelarea la resurse energetice din exterior.

Numeroasele cercetări şi studii efectuate în acest domeniu în diverse ţări [2], [7] demonstrează importanţa şi actualitatea acestor preocupări.

II. SATISFACEREA CERINŢELOR DE ENERGIE PE PLAN MONDIAL ŞI ÎN ŢARA NOASTRĂ

Pentru crearea unei imagini cît mai complete în ceea ce priveşte încadrarea problemei acoperirii necesarului de energie al ţării noastre în ansamblul problemelor energetice existente actualmente pe plan mondial, în cele ce urmează se prezintă cîteva date privind situaţia actuală şi unele tendinţe ce se manifestă în diverse ţări în sectorul energetic.

Aspectul caracteristic al sectorului energetic îl constituie creşterea foarte rapidă a consumului de energie, creştere ce se manifestă atît pe plan mondial, cît şi în diverse ţări (tabela 1) [8].

Tabela 1

Creşterea consumului de energie pe plan mondial şi în diverse ţări 1950 = 100%

	1955	1957	1958	1959	1960	1961	1962
Consum mondial	—	141	149	158	169	173	182
Anglia	—	110	109	107	115	117	118
Austria	—	163	159	158	176	178	193
Belgia	—	127	114	117	121	127	135
Cehoslovacia	133	151	167	165	176	191	203
Franţa	—	148	143	141	148	153	163
R. D. Germană	140	144	148	150	158	166	174
R. F. Germană	—	156	149	148	162	163	177
România	168	186	197	210	221	229	266
Ungaria	161	169	174	185	198	215	219
U.R.S.S.	151	174	187	198	207	215	228

Din tabela 1 menționată se constată că țările socialiste înregistrează ritmuri rapide de creștere a consumului de energie, iar printre acestea se evidențiază țara noastră; această situație se explică în cea mai mare măsură prin ritmurile foarte mari de dezvoltare a întregii economii naționale, dar și prin nivelul redus al consumului de energie pe locuitor ce caracteriza economia noastră energetică la începutul perioadei la care ne referim (tabela 2) [8].

Tabela 2

Dinamica consumului de energie (tone c.c./locuitor)

	1950	1955	1957	1958	1959	1960	1961	1962
Media mondială	1,053	1,226	1,262	1,292	1,339	1,405	1,400	1,465
Albania			0,208	0,237	0,281	0,315	0,337	0,329
Anglia			4,775	4,707	4,587	4,920	4,925	4,948
Austria			2,044	1,980	1,949	2,180	2,198	2,349
Belgia			4,225	3,771	3,853	3,968	4,141	4,397
Bulgaria			0,899	0,978	1,141	1,380	1,565	1,761
Cehoslovacia	2,48	3,11	4,189	4,575	4,503	4,724	5,125	5,417
Franța			2,508	2,409	2,332	2,402	2,514	2,591
R. D. Germană	2,58	3,69	4,179	4,331	4,418	4,641	4,942	5,191
R. F. Germană			3,631	3,430	3,374	3,651	3,626	3,884
Italia			0,915	0,887	0,957	1,186	1,223	1,410
Iugoslavia			0,710	0,711	0,802	0,858	0,904	0,993
Polonia			2,930	2,812	2,996	3,097	3,182	3,278
România	0,705	1,189	1,193	1,259	1,322	1,391	1,433	1,640
Ungaria	1,06	1,62	2,008	2,057	2,176	2,312	2,496	2,542
U.R.S.S.	1,82		2,521	2,677	2,787	2,487	2,921	3,046

Menționăm că în țara noastră consumul global de energie va crește de la 2,1 tone c.c./locuitor în 1965 la circa 2,745 tone c.c./locuitor în 1970 și la circa 3,550 tone c.c./locuitor în 1975 [1].

Pentru acoperirea cererilor de energie s-a apelat pe plan mondial la sursele de energie menționate în tabela 3 [9], înregistrîndu-se creșteri de la an la an pentru consumurile de cărbune, țiței, gaze naturale, energie hidro și deșeuri agricole și industriale; numai la consumul de lemn pentru scopuri energetice se constată o tendință sistematică de scădere, fapt care se explică prin posibilitatea de a valorifica mult mai eficient această resursă naturală în alte sectoare ale economiei.

Tabela 3

Consumul mondial anual de resurse energetice (milioane de tone c.c.)

Denumirea resursei	1860	1900	1920	1940	1954	1959
Cărbune	37,0	767,0	1 340,0	1 880	1 650	2 147
Țiței	0,1	31,2	144,0	450	1 050	1 299
Gaze naturale	4,9	12,1	30,4	118	400	567
Lemn	317,0	296,0	250,0	177	150	150
Deșeuri agricole și industriale	92,5	222,0	353,0	527	550	550
Energie hidro-	4,0	4,0	30,8	75	140	317
Total	455,5	1 332,3	2 148,2	3 227	3 940	5 030

Pentru cunoaşterea cerinţelor de energie, care vor creşte într-un ritm foarte rapid şi în perioada de perspectivă, în foarte multe ţări s-au întocmit prognoze ale necesarului de energie, atît sub forma unor prognoze globale, cît şi sub forma unor prognoze mai detaliate care să prezinte şi structura viitoare a consumului de energie.

La întocmirea acestor prognoze s-au avut în vedere în majoritatea cazurilor şi mărimea şi structura rezervelor de combustibili şi de energie cunoscute existente în ţara respectivă, precum şi posibilităţile de a importa anumiţi purtători sau forme de energie din exterior. La întocmirea prognozelor privind structura consumului s-au avut în vedere de asemenea şi indicii tehnici-economici caracteristici diverselor forme şi purtători de energie.

Paralel cu preocupările de preevaluare a cerinţelor de energie sub forma unor prognoze globale sau detaliate pe forme şi purtători de energie, au apărut şi se manifestă tot mai pregnant preocupările privind condiţiile concrete de acoperire a acestor cerinţe, avîndu-se în vedere :

— posibilităţile de interşanjabilitate existente între diversele forme de energie solicitate ;

— influenţa structurii bilanţurilor energetice de perspectivă asupra productivităţii muncii sociale şi asupra preţului de revenire al unităţii de energie ;

— posibilităţile şi condiţiile satisfacerii cerinţelor de energie din resurse proprii sau din import.

Referitor la ţara noastră s-au efectuat diverse prognoze privind creşterea necesarului global de energie [10], [11] ; o prognoză mai detaliată a fost prezentată în sesiunea „Energia nucleară în energetică", din 1960 [12].

Prognoza respectivă, care a avut în vedere condiţiile concrete existente în ţara noastră pînă în 1960, se bazează pe analizarea consumurilor de energie primară şi electrică pe locuitor şi pe dinamica creşterii populaţiei.

Prognoza astfel stabilită determină atît dinamica necesarului total de energie, cît şi ponderea cu care diversele forme şi purtători de energie vor putea interveni pentru acoperirea acestui necesar.

Materialele Congresului al IX-lea al P.C.R. prevăd că, „în concordanţă cu dezvoltarea economiei naţionale, *consumul total anual de energie va creşte pînă în 1975 la 70—75 milioane tone combustibil convenţional...*" [1].

Pînă în prezent, acoperirea necesarului de energie şi de combustibil al ţării noastre a fost asigurată aproape exclusiv pe baza producţiei proprii de combustibil din care o cotă importantă din produsele petroliere a fost destinată exportului ; importul de combustibil nu a avut o pondere prea mare, el rezumîndu-se la obţinerea cocsului şi cărbunelui cocsificabil pentru acoperirea cerinţelor interne, care depăşesc în acest domeniu posibilităţile proprii de producţie.

Dinamica producţiei principalilor combustibili şi a energiei electrice, precum şi situaţia importului şi a exportului de energie şi combustibili pentru Republica Socialistă România sînt prezentate în tabela 4 [13], [14].

Tabela 4

Dinamica producției, importului și exportului principalilor combustibili și energiei electrice

		U.M.	1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964
Producție	Cărbune brut extras	10^3 t	7 388	7 977	8 163	8 703	9 589	10 267	11 123
		%	100,00	107,93	110,45	117,75	129,74	138,91	150,49
	Cocs	10^3 t	563	609	820	940	1 119	1 141	1 146
		%	100,00	108,16	145,63	166,94	198,73	202,64	203,53
	Țiței extras	10^3 t	11 336	11 438	11 500	11 582	11 864	12 233	12 395
		%	100,00	100,89	101,44	102,16	104,65	108,79	109,34
	— benzină	10^3 t	2 821	2 698	2 792	2 667	2 400	2 434	2 512
		%	100,00	95,61	98,94	94,52	85,05	86,26	89,03
	— petroluri	10^3 t	1 529	1 279	1 289	1 234	1 234	1 084	
		%	100,00	83,65	84,30	80,70	80,70	70,89	
	— păcură	10^3 t	3 930	3 947	3 824	3 681	3 952	4 059	
		%	100,00	100,41	97,28	93,64	100,54	103,26	
	— motorină	10^3 t	1 807	2 277	2 376	2 653	2 910	3 110	3 386
		%	100,00	126,00	131,49	146,82	161,03	172,11	187,38
	Gaz de sondă	10^6 m^3	3 238	3 523	3 623	3 717	4 069	4 161	4 066
		%	100,00	108,79	111,88	114,78	125,65	128,49	125,50
	Gaz metan	10^6 m^3	5 075	5 782	6 519	7 197	8 837	10 101	11 417
		%	100,00	113,90	128,42	141 78	174,09	198,99	224,91
	Energie electrică	10^6kWh	6 184	6 824	7 650	8 657	10 087	11 682	13 851
		%	100,00	110,34	123,70	139,98	163,10	188,99	223,97
Import	Cărbune cocsificabil	10^3 t	151,5	191,8	416,3	440,7	749,9	697,0	717,8
		%	100,00	126,59	274,76	290,86	494,93	460,61	473,75
	Cocs metalurgic	10^3 t	616,1	699,8	655,8	479,7	718,7	918,0	945,6
		%	100,00	113,58	106,44	77,86	116,65	148,99	153,47
Export	Benzină	10^3 t	2 257,9	2 566,5	2 465,8	2 076,9	1 871,1	1 792,8	1 655,3
		%	100,00	113,64	109,19	91,97	82,83	79,39	73,30
	Petrol	10^3 t	666,8	697,6	675,7	616,8	601,5	419,2	337,7
		%	100,00	104,02	101,33	92,50	90,21	62,87	50,64
	Motorină	10^3 t	1 479,5	1 390,9	1 286,3	1 767,9	1 647,8	1 608,8	1 899,8
		%	100,00	94,01	86,94	119,49	111,37	108,74	128,41
	Păcură	10^3 t	551,7	985,7	1 229,4	1 304,3	1 467,8	1 644,5	1 894,4
		%	100,00	178,66	222,83	236,40	266,04	298,07	343,36
	Gaz metan	10^6 m^3	—	147,3	203,7	204	204,5	204,0	205,6
		%		100,00	138,29	138,49	138,84	138,49	139,58
	Energie electrică	10^6 kWh	16	26	28	39	33	22	109,0
		%	100,00	162,50	175,00	243,75	206,25	137,50	681,25

III. CONSIDERAŢII PRIVIND ACOPERIREA NECESARULUI DE ENERGIE AL ŢĂRII NOASTRE ÎN PERIOADA DE PERSPECTIVĂ

Din analiza necesarului de energie şi a instalaţiilor transformatoare şi consumatoare de energie existente sau urmînd a fi puse în funcţiune în perioada de perspectivă se constată existenţa unor forme şi purtători de energie care nu se pot înlocui cu alţii.

Acestă situaţie se datoreşte, pe de o parte, unor instalaţii consumatoare care reclamă purtători sau forme de energie bine precizate, iar pe de altă parte, unor forme sau purtători de energie cu indicii tehnici-economici deosebit de favorabili, a căror utilizare se impune de la sine; în această ultimă categorie se pot include şi formele sau purtătorii de energie pentru producerea cărora există deja unităţi mari.

Pentru exemplificare vom menţiona din prima categorie, cocsul pentru furnale, carburanţii pentru motoare etc., iar din a doua categorie, gazele naturale, energia hidraulică, energia atomică, produsele energetice derivate rezultate la obţinerea formelor de energie impuse (păcura, gazul de cocs etc.).

În aceste condiţii rezultă că la stabilirea variantei de acoperire a necesarului de energie trebuie avute în vedere două categorii particulare de consumuri :

— o primă categorie o constituie consumurile de energie de o formă bine precizată, care trebuie acoperite numai prin acea formă de energie, indiferent dacă această acoperire se face din resurse interne sau este necesar a se apela la resursele de natura respectivă din afara ţării şi de asemenea indiferent de indicii tehnici-economici caracteristici formei de energie impuse;

— o a doua categorie o constituie acele forme de energie la care, din motive de natura celor menţionate, nu se poate renunţa, ele urmînd a fi utilizate în economia energetică respectivă.

Remarcînd de asemenea că o cotă tot mai mare din producţiile de ţiţei şi de gaze naturale va fi dirijată spre chimizare, rezultă că pentru acoperirea viitoarelor cerinţe de energie trebuie luate în considerare următoarele posibilităţi :

— creşterea gradului de utilizare a resurselor hidro;

— forţarea extracţiei de cărbune şi îmbunătăţirea condiţiilor de utilizare a cărbunilor inferiori, în special în ceea ce priveşte lignitul;

— apelarea la energie nucleară;

— micşorarea exportului de produse petroliere şi de gaz metan;

— import de energie electrică;

— import de combustibil, în special ţiţei şi cărbune superior.

Paralel cu aceasta trebuie analizate condiţiile producţiei interne pentru anumiţi combustibili (în special cărbune) şi comparate cu procurarea din exterior a unor combustibili de aceeaşi natură (sau de natură diferită dacă este vorba de consumuri care permit interşanjabilitatea combustibililor respectivi) pentru a se stabili care sînt condiţiile economice limită pînă la care este avantajoasă exploatarea resurselor proprii de combustibil şi eventual forţarea producţiei respective.

IV. MODEL MATEMATIC PENTRU OPTIMIZAREA ACOPERIRII NECESARULUI DE ENERGIE

Rezolvarea problemei acoperirii necesarului de energie pentru ansamblul unei economii energetice în care există mai multe surse de combustibil (energie) și, evident, mai mulți consumatori poate îmbrăca aspecte diferite, în funcție de raporturile cantitative existente între suma solicitărilor de energie ale consumatorilor ($\sum E$) și suma disponibilităților de energie ale surselor ($\sum P$), între mărimile respective putînd exista relații de forma [15]

$$a) \quad \sum E = \sum P,$$

$$b) \quad \sum E < \sum P.$$

În cazul (a) economia energetică respectivă consumă întreaga cantitate de combustibil de care dispune, indiferent de condițiile de preț și investiții specifice surselor disponibile.

În cazul (b) economia energetică respectivă, dispunînd de surse de energie mai mari decît are nevoie pentru consum, nu este obligată să apeleze la toate sursele sale, avînd latitudinea de a le utiliza pe cele mai convenabile.

Lucrările efectuate pînă în prezent în cadrul Institutului de energetică [2], [7], pornind de la surse și cerințe de energie date, se situează în cazul $\sum E = \sum P$.

În cele ce urmează, luîndu-se în considerare atît forțarea unor anumite surse de energie aflate în exploatare în momentul considerat, cît și apelarea la noi surse de energie (energie nucleară) sau import de energie, problema se încadrează, evident, în cazul $\sum E < \sum P$. În aceste condiții apare un aspect nou, și anume acela al stabilirii celor mai convenabile surse de energie la care să se apeleze pentru acoperirea necesarului de energie.

Pentru optimizarea soluției, luînd în considerare atît sursele interne, cît și sursele externe de energie, în modelul matematic propus se pornește de la următoarele premise :

1. Se cunoaște cantitatea totală de energie E care este necesară pentru satisfacerea cerințelor de energie ale economiei naționale, precum și formele de energie $1 \ldots i \ldots S$ care satisfac aceste cerințe, fără a cunoaște însă ponderea cu care fiecare dintre aceste forme de energie i intervine pentru acoperirea necesarului total de energie E. Mărimea E se poate determina prin metodele obișnuite de prognoză, cînd este vorba de un termen mai îndepărtat, sau se ia în considerare valoarea planificată, cînd este vorba de o perioadă cuprinsă în planul de stat.

2. Se cunoaște de asemenea că pentru satisfacerea anumitor consumatori care reclamă energie de o formă bine precizată este necesar a se asigura, indiferent de surse, acoperirea unor cerințe de energie de forme impuse. Fie $E'_1 \ldots E'_i \ldots E'_S$ cantitățile de energie impuse care trebuie puse la dispoziția economiei naționale.

3. Din cele de mai sus rezultă că pentru satisfacerea cerințelor totale de energie este necesar ca pe lîngă cantitatea de energie de forme impuse

E' să se pună la dispoziţia economiei naţionale o cantitate de energie E'', indiferent de formă.

Această cantitate de energie E'' poate fi asigurată din formele $1 \ldots i \ldots s$ fără a se cunoaşte cantităţile $E_1'' \ldots E_2'' \ldots E_S''$ cu care formele respective de energie vor interveni la acoperirea cerinţelor E''.

4. Pentru satisfacerea cerinţelor de energie stau la dispoziţie t surse, acestea putînd fi surse de energie interne sau externe; se consideră cunoscute posibilităţile surselor respective de a contribui la acoperirea necesarului de energie, în sensul că pentru sursele interne de energie sînt cunoscute capacităţile de producţie, cu şi fără forţare, iar pentru sursele externe sînt cunoscute cantităţile de energie cu care eventual ar putea interveni în acoperirea necesarului de energie al economiei naţionale.

Se consideră deci cunoscute mărimile $P_{11} \ldots P_{ij} \ldots P_{st}$, unde primul indice $(\ldots i \ldots s)$ se referă la forma de energie, iar al doilea indice $(\ldots j \ldots t)$ se referă la sursă.

Întrucît în cele de mai sus am menţionat că cele t surse disponibile pot fi atît surse interne, cît şi surse externe, ordonăm aceste surse şi le grupăm astfel:

— surse interne, în condiţii normale de producţie, cele pentru care indicele j variază între limitele $j = 1 \ldots k$;

— surse interne, în condiţii de forţare, cele pentru care indicele j variază în limitele $j = k + 1 \ldots p$;

— surse externe de energie, cele pentru care indicele j are valorile $j = p + 1 \ldots t$.

5. Se consideră de asemenea cunoscuţi indici economici care caracterizează formele şi sursele de energie respective, în sensul că sînt cunoscute preţurile p_{ij} cu care sursele respective pun la dispoziţia economiei naţionale anumite forme de energie.

Între mărimile definite în cadrul premiselor menţionate se pot scrie relaţii de forma

$$E = E' + E'' \text{ şi, de asemenea, } E_i = E_i' + E_i'', \; E_i = \sum_{j=1}^{t} E_{ij},$$

$$E' = \sum_{i=1}^{s} E_i',$$

$$E'' = \sum_{i=1}^{s} E_i'',$$

$$E \leqslant \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{t} P_{ij},$$

$$E_i' \leqslant \sum_{j=1}^{t} P_{ij}.$$

Pentru acoperirea necesarului de energie se dispune deci de S forme de energie din t surse diferite, definite cantitativ și economic; datele care stau la dispoziție pentru rezolvarea problemei se pot sintetiza într-o tabelă de forma tabelei 5.

Tabela 5

Sursa j \ Forma de energie i		1	2		i		s
Surse interne în condiții normale	1	P_{11} / p_{11}	P_{21} / p_{21}		P_{i1} / p_{i1}		P_{s1} / p_{s1}
	2	P_{12} / p_{12}	P_{22} / p_{22}		P_{i2} / p_{i2}		P_{s2} / p_{s2}
	k	P_{1k} / p_{1k}	P_{2k} / p_{2k}		P_{ik} / p_{ik}		P_{sk} / p_{sk}
Surse interne în condiții de forțare	$k+1$	P_{1k+1} / p_{1k+1}	P_{2k+1} / p_{2k+1}		P_{ik+1} / p_{ik+1}		P_{sk+1} / p_{sk+1}
	$k+2$	P_{1k+2} / p_{1k+2}	P_{2k+2} / p_{2k+2}		P_{ik+2} / p_{ik+2}		P_{sk+2} / p_{sk+2}
	p	P_{1p} / p_{1p}	P_{2p} / p_{2p}		P_{ip} / p_{ip}		P_{sp} / p_{sp}
Surse externe	$p+1$	P_{1p+1} / p_{1p+1}	P_{2p+1} / p_{2p+1}		P_{ip+1} / p_{ip+1}		P_{sp+1} / p_{sp+1}
	$p+2$	P_{1p+2} / p_{1p+2}	P_{2p+2} / p_{2p+2}		P_{ip+2} / p_{ip+2}		P_{sp+2} / p_{sp+2}
	t	P_{1t} / p_{1t}	P_{2t} / p_{2t}		P_{it} / p_{it}		P_{st} / p_{st}

Problema, sub forma sa generală, constă în determinarea acelei soluții de satisfacere a cerințelor de energie care să necesite minimum de cheltuieli.

Este deci necesar a se determina valorile $X_{ij} = E'_{ij} + E''_{ij}$ astfel încît să fie minimă expresia

$$C_t = \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{t} X_{ij}\ p_{ij},$$

unde

C_t reprezintă cheltuieli totale pentru acoperirea necesarului de energie,

X_{ij} — cantitatea de energie de forma i din sursa j care contribuie la acoperirea cantităţii totale de energie de forme impuse şi interşanjabile,

p_{ij} — preţul unităţii de energie de forma i din sursa j.

Condiţiile generale care trebuie satisfăcute pentru ca sistemul să fie rezolvabil sînt :

$$\sum_{i=1}^{s} \sum_{i=1}^{t} P_{ij} \geqslant E,$$

$$\sum_{j=1}^{t} P_{ij} \geqslant E'_i,$$

$$P_{ij} \geqslant X_{ij},$$

$$X_{ij} \geqslant 0.$$

În cadrul rezolvării, aceste condiţii devin

$$\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{t} X_{ij} = E,$$

$$\sum_{j=1}^{t} X_{ij} \geqslant E'_i \quad (\text{pentru } i = 1 \ldots s),$$

$$P_{ij} \geqslant X_{ij} \quad (\text{pentru } i = 1 \ldots s \text{ şi } j = 1 \ldots t),$$

$$X_{ij} \geqslant 0.$$

În afara acestor condiţii generale, la rezolvarea problemei se pot impune unele condiţii suplimentare, care urmează a fi satisfăcute fie parţial, fie în totalitatea lor.

Dintre acestea menţionăm :

1. Limitarea cantităţii totale de devize D de care se poate dispune pentru procurarea unor forme de energie din exterior :

$$\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=p+1}^{t} X_{ij} p_{ij} \leqslant D.$$

2. Limitarea cantităţii de devize D_j (pentru $j = p + 1 \ldots t$) de care se poate dispune pentru procurarea de forme de energie de la unele surse externe :

$$\sum_{i=1}^{s} X_{ij} p_{ij} \leqslant D_j \quad (\text{pentru } j = p + 1 \ldots t),$$

această condiţie putînd rezulta ca urmare a faptului că schimbul comercial cu o anumită ţară nu poate depăşi o valoare stabilită.

3. Limitarea forțării surselor de energie internă ca urmare a limitării fondurilor disponibile pentru investiții :

$$\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=k+1}^{p} X_{ij} \, l_{ij} \leqslant I,$$

unde

l_{ij} este investiția specifică,

I — disponibilul total pentru investiții.

4. Obligativitatea de a utiliza integral posibilitățile surselor interne de energie de a produce anumite forme de energie

$$X_{ij} = P_{ij} \text{ (pentru } i = b \ldots f \text{ și } j = c \ldots m),$$

această condiție putînd proveni fie din considerente de ordin social, fie din aceea că anumite forme de energie sînt nestocabile sau greu stocabile și că în același timp producțiile respective sînt rezltatul unei alte activități a economiei naționale ; un exemplu pentru un asemenea caz l-ar putea prezenta gazul de sondă, gazul de furnal etc.

Pe lîngă condițiile suplimentare menționate pot exista, desigur, și alte condiții, ca urmare a unor aspecte particulare ce ar putea apărea în cadrul relațiilor internaționale de comerț sau chiar în cadrul economiei naționale.

Modelul matematic propus a fost aplicat pe un exemplu de calcul care lua în considerare 5 forme de energie, putînd proveni fiecare de la 7 surse de energie ; rezolvarea acestei probleme a condus la un sistem de 36 de ecuații cu 61 de necunoscute.

În cazul general în care există S forme de energie provenind din t surse, din care k surse interne în condiții normale de exploatare, $(p-k)$ surse interne în condiții de forțare și $(t-p)$ surse externe, se impune utilizarea integrală a $(f-b)$ forme de energie din cele S disponibile, provenind de la $(m-c)$ surse interne, modelul matematic conduce la un sistem de

$$(t+1)\,s + (t-p) + (p-k) - (f-b)\,(m-c) + 1 \quad \text{ecuații}$$

cu

$$(2t+1)\,s + (t-p) + (p-k) - 2\,(f-b)\,(m-c) \quad \text{necunoscute}.$$

Remarcăm că în problema optimizării soluției de acoperire a cerințelor de energie există unele aspecte care necesită preocupări și precizări suplimentare, cum sînt de exemplu :

— precizarea prețului care trebuie luat în considerare la întocmirea modelului matematic, precum și a condițiilor de transformare a devizelor în monedă internă, și invers ;

— analiza faptului că diferitele forme de energie au randamente de utilizare diferite și a condițiilor de echivalare a diverselor forme de energie ;

— analiza influenței variației în timp a indicilor caracteristici ai diverselor forme de energie, în special a celor economici ;

— efectuarea unor prognoze care să indice distinct cerinţele de energie de forme impuse;

— precizarea formelor de energie interne care trebuie integral utilizate, în această categorie un rol deosebit avîndu-l resursele energetice secundare de importanţă naţională.

Aceste aspecte, deşi prezintă o importanţă deosebită, nu influenţează principial modelul matematic propus care, fiind rezultatul unei prime etape de studiu, este totuşi susceptibil de îmbunătăţiri.

Primit la redacţie la 14 iunie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Directivele Congresului al IX-lea al Partidului Comunist Român cu privire la valorificarea surselor energetice şi electrificarea ţării în perioada 1966—1975*, Bucureşti, Edit. politică, 1965, p. 55.
2. T. Miclescu, *Consideraţii asupra bilanţului energetic de perspectivă*, St. cerc. energ., *3* (1960).
3. В. Чернявский, *Оптимизация топлива энергетического баланса*. Плановое хозяйство, **39**, *2* (1962).
4. Л. А. Мелентиев, М. А. Стырикович, Е. О. Штейнгауз, *Топливо—энергетический баланс СССР*. Москва-Ленинград, Госэнергоиздат, 1962.
5. R. G. Réczey, *A tavalli energiamerleg elkeszitésének metodikája*. Energetica és atomtehnika, *9* (1962).
6. H. Almers, *Optimierung in der Energiewirtschaft*. Institut für Energetik, Mitteilungen *39* (1962).
7. T. Miclescu, A. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanţului energetic general*. St. cerc. energ. electr., *3* (1964).
8. * * * *Anuarul statistic O.N.U. 1960, 1961, 1962, 1963*.
9. P. P. Lazarev, *Energia şi resursele energetice*. Bucureşti, Edit. tehnică, 1962.
10. I. Saphier, V. Boico, *Consideraţii asupra corelaţiei dintre consumul de energie şi producţia industrială, din R.P.R.* Energetica, *5* (1957).
11. M. Petcu, Cs. Nagy, S. Manea, *Prognoza necesarului de putere şi energie electrică*. St. cerc. energ., *3—4* (1962).
12. M. Bercovici, *Consideraţii asupra participării resurselor clasice şi nucleare la acoperirea necesarului de energie primară şi electrică*. Comunicare la sesiunea „Energia nucleară în energetică", Bucureşti, 1960.
13. * * * Anuarul statistic al R.P.R., 1964, Bucureşti.
14. * * * Breviar statistic al R.P.R., 1965.
15. M. Elefterescu, Şt. Kovács, Gh. Trandafirescu, *Consideraţii asupra sistemelor de transport de combustibili şi energie electrică*. St. cerc. energ., seria A, *2* (1963).

ASUPRA TREPTEI FINALE A BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

DE

VICTOR CARACUDOVICI

620.92

Pe baza analizei utilizării energiei în porțiunile finale ale lanțurilor energetice se tratează unele aspecte teoretice și practice ridicate de definirea noțiunii de energie pe treapta finală a bilanțului energetic general, în scopul îmbunătățirii modelării matematice a economiei energetice. Se propune considerarea lanțurilor energetice care alcătuiesc bilanțul energetic general pînă la nivelul de intrare în treaptă de consum final, definindu-se noțiunea de energie finală. În încheiere se analizează indicatorii energoeconomici globali care pot caracteriza procesele din porțiunile finale ale lanțurilor energetice.

1, TREPTELE DE ENERGIE DIN BILANȚUL ENERGETIC GENERAL

Analiza generală a situației energetice a unei țări sau regiuni are ca scop cercetarea direcțiilor ce se manifestă în evoluția mărimii și structurii consumului de energie și considerarea lor în raport cu resursele energetice de care se dispune și cu schimburile comerciale posibile cu exteriorul, pentru asigurarea alimentării neîntrerupte cu energie în cantitățile, de calitatea și la timpul cerut de consumatori. Se scoate deci în evidență necesitatea asigurării unui echilibru permanent între resursele de energie și cerințele de energie, echilibru ce se poate studia în cele mai bune condiții prin întocmirea bilanțurilor energetice generale curente și de perspectivă.

Considerînd schematic, un bilanț energetic general (fig. 1) se poate împărți longitudinal în lanțuri energetice sau în grupe de lanțuri [1]), fiecare dintre ele caracterizîndu-se, din punctul de vedere al stadiului la care se

[1]) Prin lanț energetic se înțelege totalitatea prelucrărilor și transformărilor succesive pe care le suferă un anumit agent energetic (formă sau purtător de energie) de la extracția sau captarea lui pînă la utilizare.

află agentul energetic respectiv, printr-o serie de trepte de energie ce pot fi grupate în :

— treapta de energie primară, care reprezintă energia pusă la dispoziție de natură (combustibili minerali, energie hidraulică, minereuri radioactive, energia solară etc.) și care poate fi exprimată sub formă de energie primară teoretic disponibilă (fără luarea în considerare a randamentelor de punere în valoare sau a coeficienților naturali de utilizare)

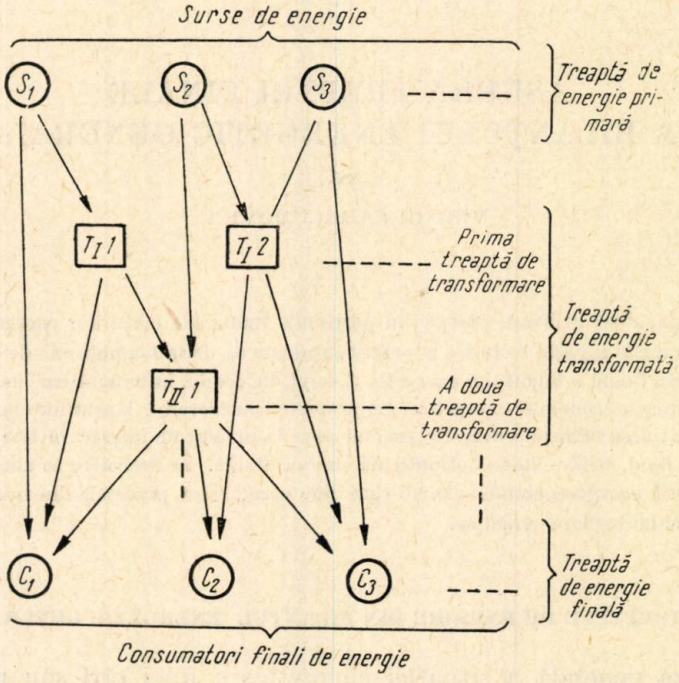


Fig. 1. — Reprezentarea schematică a bilanțului energetic general.

sau sub formă de energie primară practic utilizabilă (care ține seamă de aceste randamente) ;

— treapta de energie transformată, care reprezintă energia rezultată dintr-un agent energetic natural după una sau mai multe transformări intermediare și care poate fi subdivizată după numărul de transformări intermediare efectuate pînă la nivelul considerat [2] ; și

— treapta de energie finală, care reprezintă ultima formă sub care se găsește energia înainte de înglobarea ei în produsele cu utilizare neenergetică (produsele care nu reprezintă în mod curent purtători sau forme de energie) sau înainte de disiparea ei în mediul ambiant.

Trecerea energiei de la o treaptă la alta este însoțită totdeauna de pierderi de energie care nu sînt repartizate uniform. Pierderile cele mai mari au loc în procesele de transformare energetică, datorită randamen-

[2]) Unii autori [8] denumesc chiar aceste subtrepte ca energie secundară, după prima transformare energetică, energie terțiară, după a doua transformare etc.

telor slabe cu care se transformă căldura în energie mecanică (pierderile ciclului Carnot), aceasta fiind principala cale pentru obținerea energiei electrice în situația actuală, precum și în procesele ce se petrec la nivelul treptei finale, în ultimele pocese de transformare și de prelucrare energetică și în procesele de consum.

Cercetările de economie energetică avînd drept scop final satisfacerea necesităților de energie în condiții economice, deci cu cheltuială minimă de muncă socială și cu randamente energetice maxime, ar trebui să ia în considerare tot lanțul transformărilor energetice, inclusiv transformarea finală a energiei la consumator. Numai în acest fel cercetările de optimizare energoeconomică, în cadrul cărora se fac comparații bilaterale sau multilaterale între lanțurile energetice în totalitatea lor sau pe porțiuni, vor putea să cuprindă toate procesele în care au loc pierderi de energie și să prezinte soluții optimale din punctul de vedere al consumului de energie.

Studiile și cercetările întocmite pînă acum în țară și în străinătate nu conțin un punct de vedere unitar în ceea ce privește treapta finală de energie a bilanțului energetic general; majoritatea autorilor, oprindu-se la un nivel superior ultimei transformări energetice, exclud din lanțul energetic procesul de consum propriu-zis, transformările ce au loc o dată cu consumul și uneori chiar și o serie de transformări energetice care precedă consumatorul. La adoptarea unei soluții de acest gen a contribuit în mare măsură și modul actual de organizare a evidenței energetice, care nu a permis obținerea de elemente statistice suficient de detaliate în domeniul proceselor consumatoare de energie.

Marea diversitate a genurilor de consumatori de energie și dificultățile teoretice și practice întîmpinate la stabilirea extremităților lanțurilor energetice ce alcătuiesc bilanțul energetic general fac necesară studierea separată a acestor probleme și aducerea unor precizări în scopul îmbunătățirii posibilităților de modelare matematică a economiei energetice.

2. CONȚINUTUL TEORETIC ȘI PRACTIC AL NOȚIUNII DE ENERGIE PE TREPTELE FINALE ALE LANȚURILOR ENERGETICE

Sub aspect teoretic, în economia energetică consumul de energie poate fi considerat ca intervenția unei forme sau purtător de energie asupra unui sistem fizic în care au loc procese îndreptate spre anumite scopuri. Cînd scopul procesului ce se întreprinde nu este producerea unei forme sau purtător de energie utilizată mai departe pentru satisfacerea cerințelor de energie ale altui proces, avem de-a face cu un proces consumator de energie propriu-zis[3]), care încheie lanțul transformărilor energetice (proces consumator final).

Utilitatea consumului de energie este legată, și în cazul consumatorilor finali, direct de scopurile pentru care au fost întreprinse procesele respective și de aceea are un caracter mai mult sau mai puțin subiectiv. În general se poate considera ca folosită în mod util numai acea parte din

[3]) Dacă se urmărește producerea unei forme sau purtător de energie, procesul respectiv este de transformare sau de prelucrare energetică.

energia consumată care a satisfăcut scopurile pentru care s-au întreprins procesele respective, restul fiind considerate pierderi de energie. Această definire principială a energiei utile nu satisface necesităţile cercetărilor de economie energetică în domeniul consumatorilor finali, fiind deci necesară aprofundarea ei.

În economia energetică, sub aspect teoretic interesează stabilirea unei mărimi care să reprezinte, calitativ şi cantitativ, punctele pînă la care se iau în considerare lanţurile energetice, puncte de ieşire definitivă din bilanţul energetic general, după care deci energia nu mai reapare în bilanţ. Se urmăreşte în acelaşi timp ca mărimea respectivă să fie independentă de procesul ce se întreprinde pentru satisfacerea scopului urmărit, în procesul consumator.

Această mărime, similară ca conţinut cu cea prezentată de unii autori sub denumirea de „energie activă" [6] sau de „energia utilă util consumată" [3], este cunoscută în lucrările româneşti de specialitate sub denumirea de „energie utilă", fără a fi însă suficient de bine precizată.

Într-un proces de consum final, agentul energetic respectiv, intervenind asupra unui sistem fizic într-un anumit scop, poate modifica starea lui şi deci energia lui potenţială. O parte din aceste modificări au caracter permanent, în sensul că scopul procesului a fost satisfăcut prin însăşi modificarea respectivă, iar restul caracter nepermanent, modificarea introdusă facilitînd numai realizarea scopului urmărit, după satisfacerea căruia sistemul fizic respectiv revenind la starea sa iniţială.

Faţă de această situaţie, energia care nu mai revine în circuitul energetic şi care ar reprezenta deci nivelul de ieşire din lanţul energetic este constituită numai din partea care introduce modificarea cu caracter permanent, parte ce poate fi considerată fără rezerve ca energie folosită în mod util. Ea nu mai este susceptibilă de a suferi modificări în cadrul procesului întreprins, fiind deci independentă de tipul şi de natura procesului prin care s-a realizat ; de exemplu, energia înmagazinată sub formă de energie chimică în produsele cu utilizare neenergetică, energia înmagazinată în corpurile ridicate (cu caracter permanent) la o anumită cotă etc.

În cel de-al doilea caz, în care energia facilitează numai desfăşurarea procesului fără a participa direct la realizarea lui, cum este, de exemplu, situaţia energiei consumată pentru încălzirea metalelor în scopul prelucrării lor, caracterul de utilitate a consumului de energie este discutabil. În primul rînd, energia folosită în acest fel poate reintra parţial în circuitul energetic prin recuperare şi deci nu reprezintă o energie ieşită definitiv din bilanţul energetic general şi, în al doilea rînd, efectul final urmărit poate fi realizat uneori şi pe alte căi, cu consumuri de energie (din forma respectivă) diferite.

Mărimea care satisface toate condiţiile impuse sub aspect teoretic noţiunii de energie utilă este reprezentată deci numai de cantitatea de energie care se înglobează în produsele (cu utilizare neenergetică) realizate, modificîndu-le energia potenţială iniţială. Această mărime, după cum se va vedea, nu poate fi precizată decît pentru un număr relativ mic de categorii de utilizări finale, ceea ce nu corespunde cu necesităţile practice. Este deci necesar ca în definirea noţiunii de energie utilă să se aducă precizări suplimentare în toate cazurile în care ea nu se poate stabili pe baza accepţiei date (ceea ce ar duce la încheierea diferitelor categorii de lan-

țuri energetice la nivele diferite) sau să se accepte închiderea lanțurilor energetice la un nivel superior (dar uniform în toate situațiile), renunțînd la o parte din condițiile impuse inițial noțiunii de energie utilă.

Pentru cercetările actuale de economie energetică, în care se urmărește optimizarea soluțiilor de ansamblu prin modelarea matematică a bilanțului energetic general, s-a considerat mai bună cea de-a doua soluție.

În felul în care a fost definită, energia utilă reprezintă fizic nivelul de ieșire din procesele consumatoare finale, pentru că s-a urmărit să se includă în lanțul energetic și pierderile de energie care însoțesc procesul de consum final. Neputîndu-se satisface acest deziderat sub aspect practic, s-a renunțat la cuprinderea tuturor categoriilor de pierderi energetice și s-a ales ca punct terminus al lanțurilor energetice nivelul imediat superior, respectiv intrarea în procesele consumatoare sau (ceea ce este echivalent) ieșirea din ultima treaptă de transformare energetică. La acest nivel, energia care iese din bilanțul energetic general a fost denumită pentru diferențiere „energie finală". Considerarea ei exclude deci din lanțul energetic procesul de consum propriu-zis, cu pierderile de energie aferente lui, dar include toate procesele de transformare și de prelucrare energetică, inclusiv cele ce au loc la nivelul consumatorului final, chiar dacă se petrec în același agregat cu procesul consumator.

Excluderea proceselor consumatoare din cadrul bilanțului energetic general are dezavantajul că nu cuprinde toate pierderile de energie și că o parte din pierderile de energie care au loc dincolo de acest nivel, mai pot fi încă recuperate și reîntoarse în bilanțul energetic general, putînd duce la duble înregistrări. Eliminarea acestui dezavantaj impune introducerea unor condiții suplimentare la considerarea recuperărilor de energie în bilanțul energetic general. În afară de aceasta, se introduc și anumite limitări asupra posibilităților de comparare energoeconomică, în cadrul bilanțului energetic general, a proceselor consumatoare finale. Aceasta are însă avantajul că uniformizează structura bilanțului energetic general, care cuprinde în acest caz numai procese de transformare sau de prelucrare energetică, procese de același tip, caracterizate prin randamente energetice, ceea ce facilitează aplicarea metodelor matematice moderne în studiile de optimizare energoeconomică.

Din punct de vedere practic, dificultatea esențială la considerarea energiei finale constă în separarea proceselor de transformare și de prelucrare energetică de procesul de consum propriu-zis cînd au loc în același agregat.

3. ANALIZA STRUCTURII CONSUMULUI DE ENERGIE PE DIFERITE CATEGORII DE CONSUMATORI FINALI, POSIBILITATEA DE A DETERMINA ENERGIA UTILĂ ȘI ENERGIA FINALĂ [4])

3.1.1. În cazul proceselor consumatoare de căldură în care se urmărește realizarea unor produse prin transformări chimice, se pot distinge, în general, următoarele componente ale consumului de energie :

[4]) În expunere se adoptă clasificarea utilizărilor energiei după criteriul naturii transformărilor ce se efectuează în procesele respective (transformări fizice sau transformări chimice) și după forma finală de energie care participă la aceste transformări (căldură, energie mecanică, energie radiantă, energie electrică).

W_{tr} — energie (respectiv căldură) teoretic necesară pentru reacţiile chimice endoterme (sau, mai precis, diferenţa dintre energia necesară reacţiilor endoterme şi cea dezvoltată de reacţiile exoterme);

W_{tpr} — energie teoretic necesară pentru asigurarea parametrilor corespunzători amorsării şi întreţinerii reacţiilor; şi

W_p^c — energia necesară pentru acoperirea pierderilor procesului consumator.

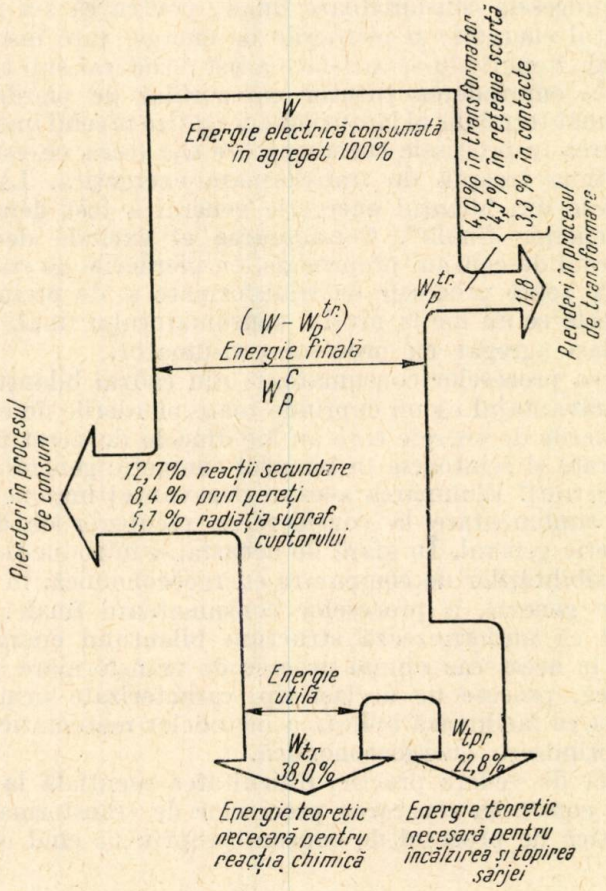


Fig. 2. — Bilanţul energetic al unui cuptor electric cu arc pentru fabricarea carburii de calciu.

Dintre acestea, numai prima componentă (W_{tr}) se înglobează efectiv în produsul realizat, modificînd energia chimic legată a substanţelor chimice intrate în reacţie. Fiind şi independentă de natura procesului tehnologic prin care s-a realizat produsul respectiv, această componentă corespunde conţinutului teoretic admis pentru energia utilă.

Cea de-a doua componentă (W_{tpr}) nu participă efectiv la reacţie, ci numai facilitează desfăşurarea ei; ea introduce modificări cu caracter nepermanent, pentru că după desfăşurarea procesului produsele realizate

revin la parametrii fizici ai mediului ambiant, fiind posibilă și recuperarea parțială a energiei consumată în acest scop (de exemplu recuperarea căldurii fizice a feroaliajelor obținute în cuptoare electrice cu arc). În acest fel, energia consumată pentru asigurarea parametrilor necesari procesului chimic nu corespunde conținutului teoretic al energiei utile, deși fără intervenția ei procesul respectiv nu poate avea loc.

Din punctul de vedere al posibilităților practice, la procesele de acest gen este posibil să se determine și cantitativ energia utilă, cunoscîndu-se, în general, pentru fiecare reacție energia de reacție respectivă, stabilită în condiții de laborator; ea reprezintă, de exemplu, pentru reacția de formare a carburii de calciu

$$CaO + 3\,C = CaC_2 + CO - 108\,000 \text{ kcal/kmol},$$

adică circa 1 690 kcal/kg.

În ceea ce privește energia finală determinată la intrarea în procesul consumator final, ea conține și primele două componente ($W_{tr} + W_{tpr}$), și pierderile care afectează procesul de consum (W_p^c).

În caz că consumul se suprapune și cu o transformare energetică, pentru a delimita energia finală este necesar să se separe pierderile de energie în două categorii: pierderi care afectează procesul de consum (W_p^c) și pierderi care afectează procesul de transformare energetică (W_p^{tr}) (fig. 2). Determinarea practică a ei se face fie direct, plecînd de la energia de reacție și de la cea teoretic necesară pentru încălzirea substanțelor chimice ce intră în reacție prin adăugarea pierderilor procesului consumator, fie indirect, pornind de la consumul total al agregatului, prin scăderea pierderilor procesului de transformare energetică (multiplicare cu randamentul procesului de transformare).

3.1.2. În mod asemănător pot fi privite lucrurile și în cazul proceselor în care au loc transformări chimice, dar care consumă energie sub formă de energie electrică (procese de electroliză). Aici energia teoretic necesară pentru desfășurarea reacției, considerată ca energie utilă, este reprezentată de energia necesară, după legea lui Faraday, pentru descompunerea electrolitului și separarea elementelor componente la electrozi. Ea se prezintă de obicei sub forma echivalentului chimic (exprimat în tehnică în gr/Ah), de exemplu 1,3236 gr/Ah la clor și 0,8585 gr/Ah la sodiu pentru electroliza clorurii de sodiu.

Energia finală se determină aici în curent continuu, prin măsurători directe la nivelul de intrare în celulele de electroliză, redresarea curentului alternativ fiind o operație de prelucrare energetică.

3.2.1.1. În cazul proceselor de încălzire a corpurilor, pentru prelucrări ulterioare sau pentru alte scopuri, se pot distinge numai două componente ale consumului final de energie:

W_{ti} — energie teoretic necesară pentru ridicarea temperaturii corpurilor și pentru eventuala schimbare a stării lor de agregare; și

W_p^c — energia necesară pentru acoperirea pierderilor procesului termotehnic.

Aceste procese introduc, de obicei, numai modificări cu caracter nepermanent, corpurile respective revenind, în general, la temperatura mediului după ce au fost supuse procesului de prelucrare respectiv, putîndu-se recupera energia consumată inițial (de exemplu recuperarea căldurii

profilelor laminate la cald). Aici, în conformitate cu definiţia dată, nu se realizează un consum efectiv de energie utilă.

În ceea ce priveşte energia finală, ea conţine ambele componente analizate mai sus (fig. 3). Şi aici apare dificultatea separării pierderilor între procesul de transformare energetică şi cel de consum, care se realizează mai mult sau mai puţin artificial.

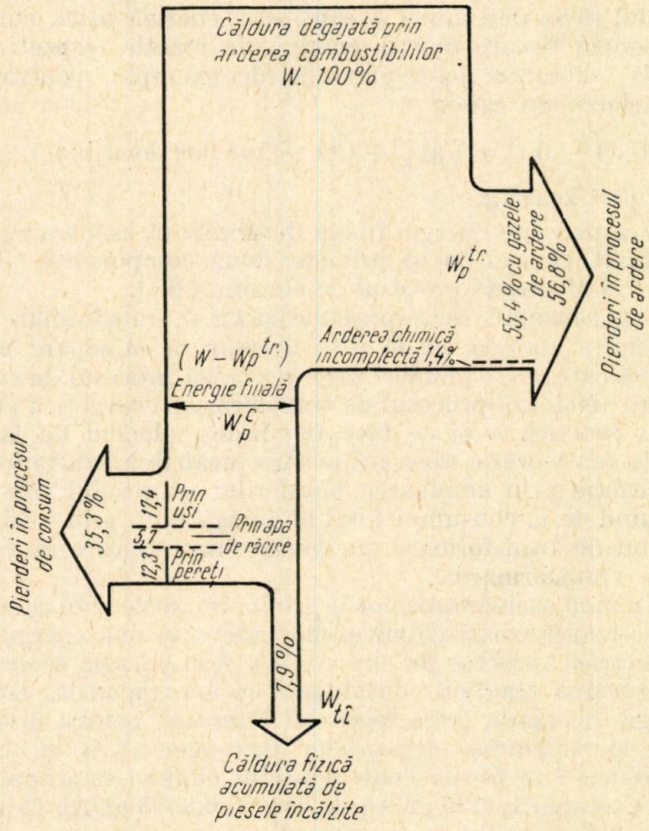


Fig. 3. — Bilanţul energetic al unui cuptor industrial de încălzire.

Sub aspect cantitativ, energia finală se determină direct, plecînd de la energia teoretic necesară pentru încălzirea corpurilor şi schimbarea stării lor de agregare

$$W = k \sum_{i=1}^{n} G_i(\Delta t_i\, C_i^s + C_i^t + C_i^v)$$

(unde s-a notat cu G_i greutatea corpurilor încălzite, cu Δt_i creşterea de temperatură şi cu C_i^s; C_i^t şi C_i^v căldurile specifice şi latente de topire şi de vaporizare şi unde k reprezintă un coeficient de calcul) sau indirect, considerînd randamentul procesului de transformare energetică.

3.2.1.2. Cu totul altfel se prezintă situaţia în cazul proceselor de încălzire a încăperilor. Omul, trăind într-un spaţiu mai cald decît cel

natural, nu primește efectiv nici o cantitate de energie suplimentară, însă pierde mai puțină căldură. Privind procesul respectiv în mod simplist, numai ca un proces de transmitere a căldurii, diferența dintre căldura pe care ar pierde-o organismul în mediul natural și cea pierdută în mediul încălzit ar putea fi considerată ca energie utilă în accepția teoretică admisă. Aceasta însă este foarte mică în comparație cu energia totală care se consumă pentru încălzitul încăperilor și practic foarte greu de determinat, ceea ce justifică încadrarea acestui proces între procesele pentru care nu se poate determina, sub aspect teoretic, energia utilă.

În ceea ce privește energia finală, nivelul ei de stabilire este reprezentat de intrarea căldurii în încăperea respectivă sau, ceea ce este echivalent, nivelul ieșirii din instalația de încălzit. Aici încăperea respectivă ce se încălzește este asimilată cu agregatul în care are loc procesul consumator final. În acest fel, nu se iau în considerare în bilanțul energetic general pierderile de căldură prin pereții încăperilor și prin ventilații, care sînt considerate ca pierderi ale procesului consumator și care practic nici nu pot fi recuperate.

Energia finală într-un an mediu (W_{an}) astfel definită poate fi determinată în funcție de volumul încăperilor V_i, de temperatura medie exterioară ($t_{e.med.}$) și interioară $t_{i.med.i}$), de temperatura minimă exterioară ($t_{e.min.}$) și maximă interioară ($t_{i.max.i}$) și de numărul de zile de încălzire din timpul anului (z).

$$W_{an} = z \sum_{i=1}^{n} (t_{i.med.i} - t_{e.med}) \frac{24\alpha}{t_{i.max.i} - t_{e.min}} \cdot V_i ,$$

α fiind un coeficient de calcul.

3.2.2. O situație similară se întîmplă și la procesele consumatoare de frig atît pentru răcirea corpurilor (de exemplu conservarea prin frig), cît și pentru răcirea încăperilor.

Și în acest caz corpurile răcite cedează mediului ambiant practic toată cantitatea de energie acumulată inițial sub formă de frig, ceea ce determină neconsiderarea energiei înmagazinate în corpuri în procesul de răcire, ca energie utilă, în accepția teoretică admisă.

Energia finală are aceeași semnificație ca și în procesul de încălzire, necuprinzînd și pierderile de energie la producerea frigului (proces de transformare energetică). Sub aspect cantitativ, ea se determină cu procedee și cu relații similare.

În cazul condiționării [5]) aerului din încăperi în mod similar, nu poate fi determinată nici energia utilă consumată în perioadele de răcire.

Pentru determinarea energiei finale sînt valabile aceleași considerații și aceleași relații de calcul, cu observația că în ansamblul procesului de condiționare se adună energia finală consumată în perioadele de încălzire cu cea consumată în perioadele de răcire.

3.2.3. Între procesele în care au loc transformări fizice cu consum de energie mecanică s-au diferențiat :

— procese în care se modifică poziția, viteza sau presiunea corpurilor ;
— procese în care se modifică forma și dimensiunile lor ; și
— procese în care se execută alte operații.

[5]) Menținerea unei temperaturi interioare constante independent de temperatura mediului ambiant.

3.2.3.1. Schimbarea poziției corpurilor poate fi însoțită și de modificarea energiei potențiale a sistemului fizic considerat, ca în cazul ridicării corpurilor cu mașini de ridicat. În această situație, dacă modificarea introdusă are un caracter permanent, variația energiei potențiale a sistemului poate fi considerată ca energie utilă. Dacă modificările introduse nu au caracter permanent, atunci o parte din energia acumulată de sistem în timpul ridicării corpurilor este redată cînd se efectuează coborîrea lor, în așa fel încît energia potențială a sistemului în ansamblu nu variază (de exemplu transportul pe o suprafață orizontală cu denivelări).

Variația teoretică a energiei potențiale în cazul deplasării corpurilor pe verticală, care a fost considerată în acest caz drept energie utilă, poate fi cu ușurință determinată dacă se cunosc greutățile corpurilor ridicate (G_i) și înălțimile de ridicare (h_i), lucrul mecanic teoretic consumat fiind proporțional cu produsul dintre aceste două mărimi:

$$L = k \sum_{i=1}^{n} G_i h_i,$$

k fiind, de asemenea, un coeficient de calcul.

O situație asemănătoare se întîmplă și în cazul consumului de energie mecanică pentru modificarea energiei potențiale de presiune a unui sistem fizic alcătuit din fluide compresibile. Și aici energia utilă, reprezentată prin variația energiei potențiale, se poate determina cu oarecare ușurință dacă se consideră pentru simplificare procesul adiabatic:

$$L = \frac{GRT}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right],$$

unde G reprezintă greutatea fluidului, R constanta gazelor, T temperatura la care se desfășoară procesul, p_1 și p_2 presiunile (inițială și finală) și $\varkappa$ exponentul adiabatic.

În situația cînd energia potențială a sistemului nu variază (transport pe orizontală de exemplu), toată energia primită din exterior se consumă pentru acoperirea pierderilor procesului de transport și, ca atare, nu are loc nici un consum de energie utilă în accepția dată.

În ceea ce privește energia finală, considerarea ei la nivelul de intrare în procesul consumator înseamnă de fapt considerarea energiei mecanice la axul mașinii utilizatoare antrenate, independent dacă este vorba de agregate ce modifică poziția corpurilor, forma și dimensiunile lor sau care satisfac alte trebuințe. În această situație se exclud din lanțurile energetice respective, pierderile din agregatele utilizatoare, în majoritatea lor pierderi prin frecare, care practic nu pot fi recuperate.

Din punctul de vedere al determinării cantitative, energia mecanică cu care se acționează o mașină poate fi determinată cu relații de forma

$$W = k \int_{t} Mn \, dt,$$

n care M reprezintă cuplul dezvoltat la arborele antrenat și n turația. În practică, neexistînd aparate tehnice curente care să măsoare în fiecare moment cuplul dezvoltat de un motor și să-l integreze, energia finală

poate fi obținută în mod aproximativ pe cale indirectă, considerînd consumul motorului de antrenare și randamentul lui (pentru grupe mari de motoare se pot considera valori medii ale randamentelor instalațiilor transformatoare de energie).

3.2.3.2. La modificarea formei și dimensiunilor corpurilor în procese de prelucrare prin așchiere, prelucrarea prin deformare plastică sau prelucrare prin sfărîmare, energia efectiv utilizată pentru modificarea coeziunii corpurilor, care ar reprezenta, în ultimă instanță, energia utilă ca mărime absolut obiectivă independentă de procesul pentru care se efectuează schimbarea formei și dimensiunilor, este foarte mică și practic imposibil de determinat. Considerarea acestei energii la nivelul cuțitelor mașinilor de așchiat, a ciocanelor forjelor sau a pistoanelor preselor nu reprezintă fidel realitatea, pentru că cea mai mare parte din energia dezvoltată de organele active ale mașinilor prelucrătoare se transformă în căldură în interiorul corpului prelucrat și se disipează apoi în mediul înconjurător, reprezentînd deci o pierdere de energie. Aceste argumente determină considerarea tuturor proceselor de prelucrare mecanică între procesele pentru care nu se poate determina energia utilă sub accepția teoretică dată.

3.2.3.3. În aceeași situație se află și utilizările energiei mecanice în alte scopuri decît cele analizate anterior (malaxare, frămîntare, batere, amestecare, spălare, ventilare etc.), neputîndu-se determina nici aici energia utilă.

3.2.4. Printre procesele consumatoare la care se utilizează energia sub formă de radiații se includ, în primul rînd, iluminatul, ca cel mai mare consumator din grupă, în al doilea rînd radioul și televiziunea, și, în al treilea rînd, restul aparatelor utilizatoare de radiații ultraviolete, ultrascurte, infraroșii etc.[6]).

În cazul iluminatului, analizînd modul în care se utilizează fluxul luminos produs de corpurile de iluminat, se constată că numai o foarte mică parte din energia luminoasă este recepționată de organul vizual, restul împrăștiindu-se în mediul înconjurător. În plus, cantitatea de lumină primită de organism nu poate fi determinată cu ușurință, și de aceea, ca și în cazul încălzitului încăperilor, procesul de iluminat trebuie considerat printre procesele pentru care nu se poate determina energia utilă din punct de vedere teoretic.

În aceeași situație se află și celelalte utilizări ale energiei radiante.

În aceste cazuri, energia finală se determină, ca și la încălzitul încăperilor, la nivelul de ieșire din aparatul producător de radiații, respectiv la ieșirea din corpul de iluminat, în cazul iluminatului, la ieșirea din difuzor, în cazul radioului etc.

Și aici, neexistînd aparate uzuale pentru măsurarea fluxului luminos sau a fluxului auditiv produs de la o sursă de lumină sau de un difuzor, consumul de energie finală se determină indirect, prin considerarea randamentului mediu al ultimei transformări energetice.

---

[6]) De aici s-au exclus procesele în care se utilizează radiațiile calorice, care au fost cuprinse în grupa proceselor termotehnice de încălzit.

4. CARACTERIZAREA ENERGOECONOMICĂ A PROCESELOR DIN TREPTELE FINALE ALE LANȚURILOR ENERGETICE

În economia energetică, caracterizarea proceselor în care are loc un consum de energie se realizează de obicei cu ajutorul a doi indicatori sintetici de bază : randamentul energetic și consumul specific de energie.

Randamentul energetic (η) reprezintă în forma sa cea mai generală raportul dintre energia folosită în mod util în scopul pentru care a fost întreprins procesul (W_u) și consumul total de energie al procesului (W); el exprimă deci ponderea consumului util față de consumul total sau, prin diferență față de unitate ($1 - \eta$), ponderea pierderilor de energie.

Consumul specific de energie (w) reprezintă cantitatea de energie consumată pentru realizarea unei unități din producția sau activitatea în scopul căreia s-a întreprins procesul considerat; el se determină prin raportarea consumului de energie într-o perioadă de timp (W) la producția sau la activitatea realizată în același interval (V) și se exprimă în unități de energie pe unitatea de producție sau de activitate realizată.

Pentru procesele de transformare energetică la care scopul procesului reprezintă tocmai producerea unei forme sau purtător de energie, producția respectivă se exprimă tot în unități de energie. Consumul specific devine astfel o mărime fără dimensiuni egală cu inversul randamentului :

$$w = \frac{1}{\eta}.$$

La aceste procese, caracterizarea energoeconomică poate fi realizată deci numai cu un singur indicator și se obișnuiește să se utilizeze pentru aceasta randamentul energetic, fiind mai sugestiv.

La procesele consumatoare finale nu se poate determina, după cum s-a arătat, în toate cazurile energia utilă, și de aceea noțiunea de randament nu mai poate caracteriza economicitatea tuturor proceselor. În același timp însă, consumul specific de energie există independent de posibilitatea precizării noțiunii de energie utilă și el poate caracteriza suficient de bine aspectele economice ale folosirii energiei în procesele consumatoare.

Pentru procesele consumatoare la care energia utilă are o semnificație fizică, de exemplu pentru procesele în care au loc reacții chimice (fig. 2), se pot distinge următoarele randamente teoretice :

— $\eta'_{tr} = W_{tr}/W$ — randamentul teoretic de reacție al agregatului (proces consumator plus ultima transformare energetică);

— $\eta_{tr} = W_{tr}/(W - W_p^{tr})$ — randamentul teoretic de reacție al procesului consumator;

— $\eta'_{tpr} = (W_{tr} + W_{tpr})/W$

și

— $\eta_{tpr} = (W_{tr} + W_{tpr})/(W - W_p^{tr})$ — randamentele teoretice ale procesului chimic față de consumul întregului agregat și, respectiv, față de consumul procesului consumator final.

Considerînd, la nivelul energiei finale, și pierderile care afectează procesul de consum, randamentul corespunzător acestui nivel,

$$(W_{tr} + W_{tpr} + W_p^c)/W = \eta_{tr},$$

reprezintă tocmai randamentul procesului de transformare energetică.

Producția realizată de agregatul chimic respectiv (V) este proporțională atît cu consumul de energie teoretic necesar pentru reacție chimică (k_1V), cît și cu energia consumată pentru asigurarea parametrilor de desfășurare a procesului (k_2V). În acest caz, consumul specific determinat pentru procesul de consum este și el proporțional cu randamentul procesului :

$$w = \frac{W - W_p^{tr}}{V} = \frac{W - W_p^{tr}}{k_1 W_{tr}} = \frac{1}{k_1}\,\frac{1}{\eta}.$$

În aceste condiții, chiar pentru procesele consumatoare de energie la care se poate determina un randament, consumul specific de energie caracterizează suficient de bine procesul de consum nemaifiind nevoie de un alt indicator general.

De aici rezultă că consumul specific de energie poate fi considerat ca indicator general pentru caracterizarea energoeconomică a tuturor proceselor de consum final.

★

5. Din materialul prezentat a rezultat că energia utilă nu are un sens fizic decît pentru un număr relativ mic de categorii de consumatori, iar pentru restul nu există un consum efectiv de energie utilă sau, chiar dacă există, nu poate fi determinat cu ușurință.

Din acest motiv, energia utilă nu poate fi considerată ca treapta finală a bilanțului energetic general. În acest scop se definește o altă treaptă de energie, la intrarea în procesul consumator final, denumită energia finală, care are și sens fizic și care poate fi determinată cu oarecare ușurință.

Un rezultat interesant constă din faptul că, introducînd noțiunea de energie finală ca ultimă treaptă a bilanțului energetic general, se uniformizează structura bilanțului, el conținînd numai procese de transformare și de prelucrare energetică, caracterizate suficient de bine printr-un singur indicator energoeconomic general : randamentul energetic.

În același timp se arată că și procesele de consum final pot fi caracterizate tot printr-un singur indicator global : consumul specific de energie.

BIBLIOGRAFIE

1. B. Iobin, *Ampleur et limites de la réduction des pertes*, raport general secțiunea I.A. WPC, Lausanne, 1964.
2. H. F. Mueller, H. Schaefer, *Analyse der Energieverluste, ihre Rolle in der Energiebilanz und die Tendenzen ihrer Entwicklung*, raport 86 WPC, Lausanne, 1964.
3. *** *Metodologie de l'analyse de l'économie énergétique*, Comisia economică pentru Europa, ST/ECE/ENERGY/1, 1963.
4. *** *Festlegung von Definitionen über den Nutzungsgrad in der Energiewirtschaft*, Praktische Energiekunde, *11* (1963).
5. H. F. Mueller, *Sprachsorgen des Energiewirts*, Praktische Energiekunde, *1* (1963).
6. *** *Festlegung von Definitionen über den Nutzungsgrad in der Energiewirtschaft*, Praktische Energiekunde, *1* (1963).
7. P. Ailleret, *Energétique. Les besoins d'énergie*, Paris, Eyrolles, 1963.
8. G. H. Marchal, *Bilan énergétique de la Belgique, année 1953*, Annales des mines de Belgique, 1955.
9. *** *Oesterreichische Energiebilanz für das Jahr 1959*, Viena, 1961.

10. T. Miclescu, *Considerații asupra bilanțului energetic de perspectivă*, St. cerc. energ. *3* (1960).
11. I. I. Saphier, *Contribuții pentru întocmirea unei metodologii de elaborare a balanței energetice generale*, Energetica, *8* (1960).
12. M. Elefterescu, St. Kovacs, Cs. Nagy, A. Dumitrescu, *Unele probleme privind întocmirea bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. *3* (1961).
13. V. Caracudovici, I. Gayraud, M. Moldoveanu, Cs. Nagy, *Contribuții la sistematizarea indicatorilor de consum de energie*, St. cerc. energ. *4* (1963).
14. T. Miclescu, A. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. electr., *3* (1964).
15. H. Almers, *Methodik für die Aufstellung von Energiebilanzen*, Institut für Energetik, Leipzig, Mitteilung, *19* (1959).
16. I. Papp, G. Reczex, *Gazdasagosság az energiaellátásban*, Budapest, Közgazdasagi jogi Könyvkiadó, 1960.

ANALIZA CONSUMATORILOR DE ENERGIE ÎN VEDEREA REDUCERII DIMENSIUNILOR MODELULUI MATEMATIC AL BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

DE

I. NICULESCU

620.9

Se prezintă o metodă care permite transcrierea aspectului real al consumatorilor de energie în modelul matematic al bilanțului energetic general, într-un număr minim de relații și utilizînd un număr minim de necunoscute.
Reducerea dimensiunilor modelului matematic urmărește înlesnirea rezolvării practice a problemei de programare matematică rezultată.

1. Cuprinderea în modelul matematic al bilanțului energetic general a aspectului real al consumatorilor de energie ridică numeroase probleme atît datorită numărului foarte mare al instalațiilor utilizatoare de energie ale acestor consumatori, cît și diversității acestor instalații.

Din punct de vedere teoretic, cuprinderea în modelul matematic a caracteristicilor fiecărui consumator de energie în parte este posibilă oricare ar fi gradul de detaliere al acestora, însă din punct de vedere practic acest lucru prezintă mari dificultăți.

Aceste dificultăți sînt ridicate, pe de o parte, de posibilitățile încă reduse ale mașinilor electronice de calcul, atît din țară, cît și din străinătate, în ceea ce privește rezolvarea problemelor de programare matematică de tip general și de dimensiuni foarte mari, iar pe de altă parte de neexistența în etapa actuală a unei formularistici statistice speciale care să permită colectarea tuturor datelor necesare cuprinderii detaliate a consumatorilor de energie în modelul matematic.

Din această cauză, avîndu-se în vedere și acțiunea de aplicare practică a metodologiei pentru optimizarea bilanțului energetic general la determinarea planului optim de alimentare cu combustibil și energie pentru un an viitor, cercetările au fost orientate către găsirea unei metode care să faciliteze rezolvarea practică a problemei cu mijloacele existente.

St. cerc. energ. electr. tom. 17 nr. 1 p. 53—65 București 1967

2. Lovindu-se de aceleași greutăți cu privire la cuprinderea numărului foarte mare de consumatori de energie în formularea matematică a problemei care conduce la optimizarea balanței de energie, colective de cercetare cu preocupări asemănătoare din Uniunea Sovietică, R. P. Ungaria, R.S. Cehoslovacia au căutat soluționarea problemei, în general, prin mijloace asemănătoare între ele [3], [4], [5], [6], [7].

2.1. În [5], consumatorii luați în considerare au fost restrînși în grupe de *consumatori identici*, o asemenea grupă cuprinzînd pe consumatorii de energie care în procesele tehnologice folosesc purtătorii de energie printr-unul și același procedeu sau îi folosesc foarte asemănător, cu aceleași investiții de capital, consumate pentru folosirea lor [1]), (de exemplu cuptoare pentru arderea varului, cuptoare cu reverberație, laminoare etc.).

Au fost luate în calcul 27 de categorii de consumatori identici [2]), care au fost împărțiți apoi, în funcție de data intrării în funcțiune a instalațiilor consumatoare (notate instalații „noi" sau instalații „vechi") și de existența sau de lipsa surselor de gaz în împrejurimile consumatorilor (notate „cu gaz" sau „fără gaz").

Din totalul consumatorilor identici stabiliți, aceia care au posibilitatea de a folosi purtătorii de energie sub mai multe forme au fost numiți *consumatori identici reciproc shimbabili*, iar aceia care nu au posibilitatea de a folosi decît un singur purtător de energie au fost numiți *consumatori identici stabili*.

În algoritmul optimizării repartiției purtătorilor de energie s-au considerat numai consumatorii identici reciproc schimbabili, care includ aproximativ 50% din totalul necesarului de energie al anului 1980.

Acești consumatori identici nu sînt fixați geografic. Se menționează [5] că în cuprinsul ulterioarelor precizări și prelucrări a metodei urmează a se avea în vedere și influența răspîndirii geografice asupra repartiției optime a purtătorilor de energie.

2.2. În [3] se stabilesc de asemenea 11 grupe de astfel de consumatori, care, fără a fi numiți „consumatori identici", reprezintă aceeași noțiune.

Se evidențiază primele șase grupe de consumatori care corespund noțiunii de „consumatori identici reciproc schimbabili", spre deosebire de ultimele, care se suprapun noțiunii de „consumatori identici stabili".

De asemenea se menționează și în [3] că uneori este oportun să se evidențieze instalațiile existente și nou construite și să se deosebească acestea după indicele regimului de utilizare.

2.3. La întocmirea modelului matematic al bilanțului energetic general al unui an trecut [1], în conformitate cu metodologia elaborată la Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, micii consumatori de energie s-au reprezentat în modelul matematic astfel:

S-a împărțit teritoriul pe care se afla sistemul energetic general *în 16 părți, corespunzînd celor 16 regiuni administrative.*

---

[1]) Stabilirea acestor grupe de consumatori identici nu este posibilă înaintea determinării formelor de purtători de energie pe grupe de consumatori, etapă care se introduce abia mai tîrziu.

[2]) Se menționează [5] că importul de energie electrică și energia hidro națională se socotește fixată în conformitate cu planul de perspectivă și se introduce numai pentru integritatea balanței.

Consumatorii răspîndiți în cadrul unei regiuni s-au grupat în anumite condiții [2], înlocuindu-se *cu un consumator echivalent al regiunii respective.*

Aspectul legăturilor dintre surse și consumatorii de energie în modelul matematic al bilanțului energetic general al unui an trecut este prezentat în figura 1.

2.4. Se observă că, atît în studiile colectivelor de cercetare din Uniunea Sovietică și din R.P. Ungară, cît și în cele ale cercetătorilor din R.S. Cehoslovacă [6], [7], consumatorii de energie sînt grupați pe grupe tehnologice, fără a se ține seama de amplasarea consumatorilor care se grupează.

Aceasta duce la neconsiderarea transportului de combustibil între sursă și consumator.

Gruparea consumatorilor de energie în consumatori echivalenți ține seama (conform condițiilor enunțate în [2]) de răspîndirea geografică a consumatorilor, prin luarea în considerație a cheltuielilor la transportul purtătorilor de energie de la sursă la consumator.

Aceasta dă posibilitatea ca în obținerea repartiției optime a purtătorilor de energie să se țină seama nu numai de reducerea cantităților de energie datorită creșterii randamentelor, ci și de reducerea cheltuielilor la transportul purtătorilor acestor energii.

Observăm însă că, în conformitate cu metodica pentru optimizarea bilanțului energetic general elaborată la Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, la întocmirea modelului matematic *trebuie* să se țină seama de amplasarea consumatorilor de energie (indiferent dacă aceștia se consideră grupați sau individualizați), pentru că noțiunea de lanț energetic, ca parte componentă a sistemului energetic general, implică necesitatea stabilirii amplasamentului instalațiilor pe care lanțul energetic respectiv le conține.

3. Din punctul de vedere al optimizării bilanțul energetic general, diferențiem consumatorii de energie care apar în modelul matematic în:

I. Consumatori A, consumatorii ale căror instalații utilizatoare de energie prezintă posibilități de interșanjare a formelor sau purtătorilor de energie (de exemplu locomotivele cu aburi folosite în tracțiunea feroviară);

II. Consumatorii B, consumatorii ale căror instalații utilizatoare de energie nu prezintă posibilități de interșanjare a formelor sau purtătorilor de energie (deci nu pot consuma decît o singură formă de energie), însă se alimentează de la surse de energie care alimentează și instalații ale consumatorilor interșanjabili (de exemplu cazane de încălzire a blocurilor care pot consuma numai păcură);

III. Consumatorii C, consumatorii ale căror instalații utilizatoare de energie nu pot consuma decît o singură formă de energie și se alimentează de la surse de energie care nu alimentează și instalații ale consumatorilor interșanjabili (de exemplu motoare diesel).

3.1. Noțiunea de interșanjabilitate a formelor și purtătorilor de energie la consumatorii de energie poate fi înțeleasă diferit.

Spre exemplu, se poate considera că gazele lichefiate nu sînt interșanjabile. Într-adevăr, instalațiile care folosesc gaze lichefiate nu pot folosi fără investiții suplimentare și alte forme sau purtători de ener-

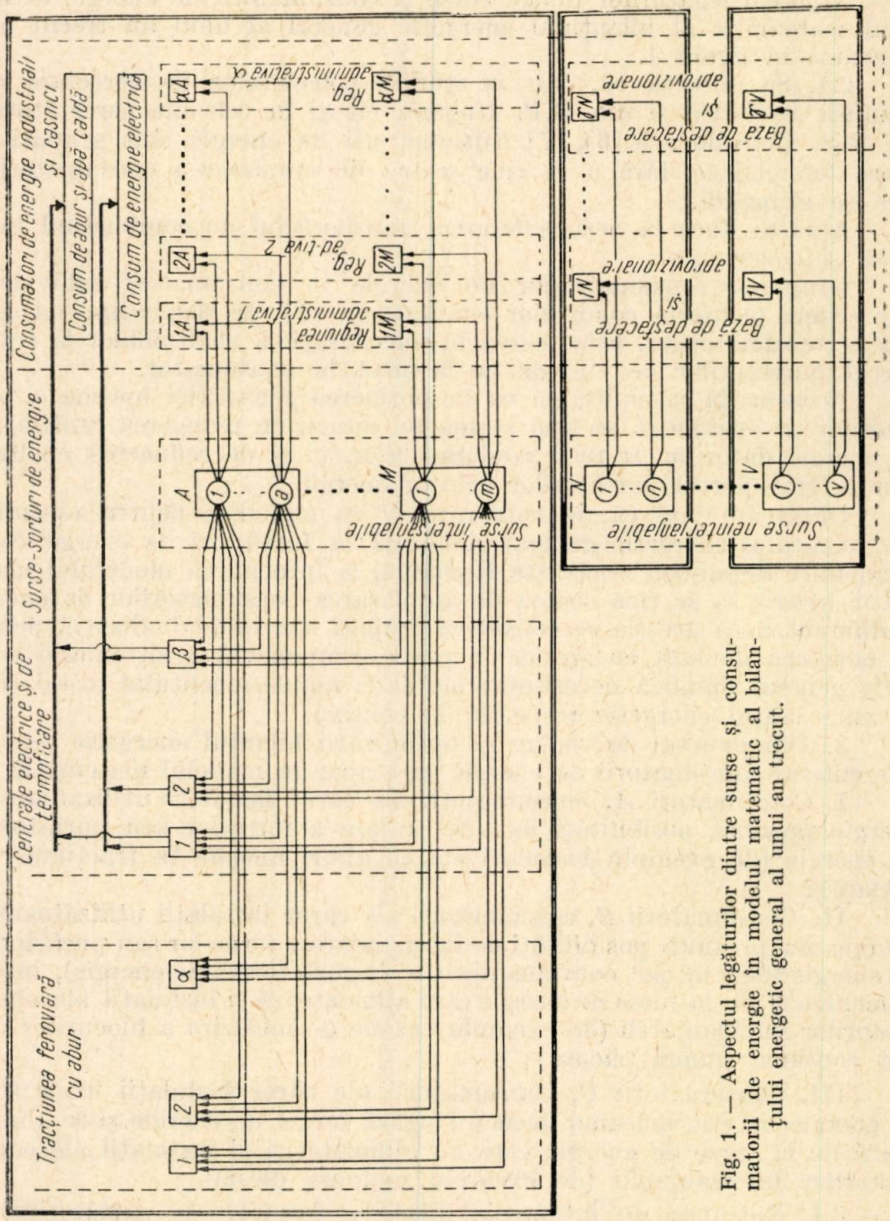


Fig. 1. — Aspectul legăturilor dintre surse și consumatorii de energie în modelul matematic al bilanțului energetic general al unui an trecut.

gie, cu alte cuvinte nu prezintă posibilități de interșanjabilitate a formelor sau purtătorilor de energie.

Însă din punctul de vedere al folosinței, preparatul hranei de exemplu, gazele lichefiate sînt interșanjabile cu lemnele de foc, cărbunii, energia electrică etc.

Studiile privind prognoza necesarului de energie pentru consumul casnic efectuate la Institutul de energetică [9], [10], [11], [12] indică valori ale consumului de energie în sectorul casnic în viitor pe forme și purtători de energie și pe folosințe (încălzire locuințe, încălzire apă, preparatul hranei, iluminat etc.).

Posibilitatea folosirii acestor consumuri la întocmirea unui bilanț energetic general de perspectivă este condiționată, printre altele, de modul în care înțelegem posibilitatea de interșanjare a formelor și purtătorilor de energie la consumatorii de energie din sectorul casnic.

Prezentarea necesarului de consum de energie din acest sector pe folosințe are avantajul că oferă de la început necesarul de consum al unor „consumatori grupați". Acești „consumatori grupați" nu corespund însă noțiunii de consumator echivalent, întrucît aceștia din urmă cuprind consumatorii de energie care folosesc în procesele tehnologice purtătorii de energie printr-unul și același procedeu sau îi folosesc foarte asemănător. În afară de aceasta, acești „consumatori grupați" sînt de la început consumatori care consumă anumite forme sau purtători de energie în cantități impuse, ceea ce nu corespunde realității [3]).

Se vede deci că trebuie să se stabilească de la început dacă pentru consumatorii de energie interșanjabilitatea trebuie înțeleasă la instalațiile utilizatoare de energie sau la forma de consum final de energie.

Această problemă se poate rezolva imediat, întrucît din punct de vedere metodic optimizarea bilanțului energetic general se obține condiționînd într-un sistem de relații matematice mărimile caracteristice ale lanțurilor energetice în care a fost descompus sistemul energetic general.

Deci necesarul de energie al unui consumator oarecare se acoperă prin intermediul unuia sau mai multor lanțuri energetice, aceasta terminîndu-se, conform definiției, cu o instalație utilizatoare de energie, nu cu o formă de consum final de energie.

Cu alte cuvinte, soluția optimă a bilanțului energetic general nu dă indicații asupra alegerii naturii purtătorilor sau formelor de energie și cantităților din fiecare *necesare unei folosințe oarecare*, ci indică regimul de funcționare optim al *unei instalații* din punctul de vedere al economiei naționale.

3.2. Cuprinderea consumatorilor de energie în modelul matematic implică considerarea a numeroase aspecte legate de funcționarea sistemului energetic general.

Un studiu atent conduce însă la constatarea că nu este necesar ca toate condițiile impuse de considerarea acestor aspecte să fie cuprinse în modelul matematic.

---

[3]) Întrucît instalațiile utilizatoare de energie, chiar din cadrul aceloraşi folosințe, prezintă posibilități de interșanjabilitate a formelor și purtătorilor de energie (de exemplu mașinile de gătit sau sobele de încălzit), cantitățile din fiecare formă sau purtător de energie cu care trebuie alimentate aceste instalații trebuie să rezulte din soluția optimă a modelului matematic.

După cum se va vedea, condițiile impuse de posibilitățile de stocaj ale combustibililor lichizi sau solizi sau de limitarea capacității de transport pe calea ferată se pot neglija.

3.2.1. Din informațiile culese rezultă că pentru stabilirea repartiției optime a combustibililor lichizi sau a combustibililor solizi nu trebuie introduse în modelul matematic relații suplimentare care să cuprindă condițiile impuse de posibilitățile limitate de stocaj a acestor combustibili.

Pentru combustibilii lichizi, graficul de producție este uniform, iar graficul de consum se uniformizează prin realizarea exportului în lunile de vară. De asemenea, capacitatea stocurilor existente la rafinării (1/12 din producția anuală) este suficientă pentru a nu crea probleme de stocaj.

Combustibilii solizi, consumați în cea mai mare parte în centralele electrice și de termoficare, de asemenea nu ridică probleme de stocaj, întrucît pierderile survenite prin depozitarea acestora sub cerul liber sînt neînsemnate.

3.2.2. Limitarea capacității de transport pe anumite trasee de cale ferată este legată de variațiile bruște la consum, fără posibilitate de acoperire imediată.

În condițiile existente la noi în țară, variațiile bruște de consum sînt destul de rare și se datoresc unor cauze care nu pot fi prevăzute la întocmirea modelului matematic al bilanțului energetic general (perioade prelungite de ger aspru, însoțit de înzăpeziri etc.).

În afară de aceasta, rețeaua de cale ferată existentă la noi în țară este destul de dezvoltată pentru a putea face față ritmului de transport impus de aprovizionarea cu combustibil a consumatorilor.

4. Amintim [1] că, datorită independenței relative a unor părți din sistemul energetic general, determinarea bilanțului energetic optim al acestuia implică rezolvarea cîtorva probleme de programare matematică, independente între ele, și anume :

a) o problemă de programare care cuprinde pe consumatorii A și consumatorii B, împreună cu sursele care îi alimentează și lanțurile energetice care leagă aceste surse de consumatori, și

b) un număr de probleme de programare care cuprind consumatorii C, împreună cu sursele care îi alimentează și cu lanțurile energetice de legătură. Numărul acestor probleme este acela al formelor de energie care alimentează consumatorii considerați.

În cadrul lucrărilor privind optimizarea bilanțului energetic general al anului 1961 s-a determinat în acest mod repartiția optimă a combustibililor lichizi care se folosesc numai în instalațiile consumatorilor de energie din categoria C (motorina, benzina auto, petrolul lampant, combustibilul special pentru calorifer și gazele lichefiate).

Prima problemă este o problemă de programare sub forma ei generală, spre deosebire de celelalte probleme de programare, independente, care sînt de tip „transport".

Acest lucru, precum și dimensiunile cu mult mai mici ale ultimelor, ne determină să numim prima problemă *problema principală* a modelului matematic al bilanțului energetic general, problemele de programare de tip „transport" rămînînd a fi *problemele secundare* ale aceluiași model matematic.

4.1. Aceste considerații ne permit încă să numim *forme* sau *purtători de energie interșanjabili* acele forme sau purtători de energie care intervin în problema principală, înțelegînd prin *forme* sau *purtători de energie neinterșanjabili* acele forme sau purtători de energie care sînt considerați la punerea și la rezolvarea problemelor secundare.

4.2. Rezolvarea problemelor secundare cu ajutorul mașinilor de calcul nu ridică probleme speciale.

Datorită însă dimensiunilor foarte mari, rezolvarea problemei principale este destul de dificilă chiar cu ajutorul mașinilor electronice de calcul. Pentru reducerea acestor dimensiuni se propune o metodă care permite cuprinderea consumatorilor de energie în problema principală într-un număr minim de relații și recurgînd la un număr minim de necunoscute, *fără a se introduce limitări sau aproximații noi.*

5. Modelul matematic al bilanțului energetic general va fi cu atît mai apropiat de situația reală, cu cît consumatorii sînt mai bine individualizați. Numărul unor asemenea consumatori este însă limitat de posibilitățile practice de rezolvare a problemei de programare rezultată.

De aceea este indicat următorul mod de tratare a consumatorilor de energie la întocmirea modelului matematic al bilanțului energetic general:

a) considerarea unui număr oarecare de consumatori individualizați, cărora le cunoaștem amplasarea, regimul de funcționare al instalațiilor cu care sînt înzestrați, posibilitățile acestora de a consuma anumite forme de energie, necesarul de energie al acestor instalații, condiții speciale de funcționare etc.;

b) cuprinderea *tuturor* instalațiilor utilizatoare de energie de același fel și care sînt situate pe teritoriul pe care se află sistemul energetic general într-un singur consumator pentru care cunoaștem necesarul de consum de energie (obținut prin însumarea necesarului de energie a tuturor instalațiilor care se grupează), precum și posibilitățile de funcționare, aceleași pentru toate instalațiile grupate, aceasta fiind una dintre condițiile grupării.

Mai explicit, aceasta înseamnă însumarea într-un singur consumator a *tuturor* instalațiilor pentru care variația indicilor tehnici-economici în condițiile trecerii de la folosirea anumitor forme de energie la folosirea altora este practic aceeași.

Rezultă imediat că pentru fiecare asemenea tip de instalație vom avea cîte un consumator de energie, *consumatorul echivalent al tipului de instalație respectiv.*

Condiția de echivalență cu care se definește consumatorul echivalent (și care de altfel ne permite a calcula cheltuielile specifice ce caracterizează lanțul energetic echivalent rezultat) este egalitatea impusă între cheltuielile de transport de la centrul producător la consumatorul echivalent și suma cheltuielilor făcute la transporturile ce se realizează între centrul producător și consumatorii dispersați.

5.1. Partea de model matematic care privește consumatorii de energie ce urmează a se grupa are *înainte de grupare* următoarea înfățișare :

$$\left.\begin{array}{c} \cdots\cdots \\ \sum_{i=1}^{\omega} x_{ij} = W_j \\ \cdots\cdots \end{array}\right\} \nu \tag{1}$$

$$\left.\begin{array}{c} \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots + \sum_{j=1}^{\nu} \frac{x_{ij}}{\eta_i} + \cdots \leqslant R_i \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}\right\} \omega, \tag{2}$$

în care

W_j este volumul consumului de energie al consumatorilor ce urmează a se grupa,
R_i — volumul resursei de energie i,
x_{ij} — volumul fluxului energetic livrat,
η_i — randamentul de utilizare a formei de energie livrată de sursa i în instalațiile consumatoare de energie,
ω — numărul surselor de energie,
ν — numărul consumatorilor de energie.

Partea din funcția de optimizat care privește acești consumatori, are forma

$$F = \cdots + \sum_{i=1}^{\omega} \sum_{j=1}^{\nu} c_{ij}\, x_{ij} + \cdots, \tag{3}$$

în care c_{ij} reprezintă cheltuielile specifice pe lanțul sursă-consumator,

$$c_{ij} = \frac{c_i + a_{ij}}{\eta_i}, \tag{4}$$

unde

c_i sînt cheltuielile specifice la sursa i [4]), iar
a_{ij} — cheltuielile specifice în instalațiile de transport ale lanțului considerat.

5.2. Condițiile grupării conduc la relațiile

$$\sum_{j=1}^{\nu} x_{ij} = X_{iE} \; (i = 1, 2, \ldots, \omega), \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^{\nu} a_{ij}\, x_{ij} = a_{iE}\, X_{iE}, \tag{6}$$

---

[4]) În cele ce urmează vom considera valoarea parametrului c_i drept constantă și egală cu valoarea medie a acestui parametru. Această ipoteză este întru totul acceptabilă în cazul problemei determinării bilanțului energetic general anual optim al unui sistem energetic general existent. Dacă trebuie să stabilim pentru o anumită perioadă bilanțul energetic general optim al unui sistem energetic general în perspectivă, atunci programarea se complică, printre altele, și datorită faptului că mărimea c_i depinde de gradul de exploatare a surselor de energie. În acest caz, problema optimizării bilanțului energetic general devine o problemă dinamică neliniară.

unde

X_{iE} este volumul fluxului livrat din sursa i consumatorului echivalent E,

a_{iE} — cheltuielile specifice de transport pe lanțul sursă (i) — consumator echivalent (E).

Relația (5) reprezintă înlocuirea lanțurilor energetice care leagă sursa i de cei ν consumatori care se grupează prin lanțul energetic echivalent $i—E$, iar relația (6) conține echivalența cheltuielilor de transport.

5.3. În aceste condiții, modelul matematic se schimbă.

În locul celor ν relații de tipul (1) avem o singură relație:

$$\sum_{i=1}^{\omega} X_{iE} = W_E. \tag{1'}$$

Relațiile de tipul (2) devin

$$\left.\begin{array}{c} \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots + \dfrac{X_{iE}}{\eta_i} + \cdots \leqslant R_i \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}\right\} \omega, \tag{2'}$$

iar partea din funcția de optimizat prezentată în relația (3) capătă înfățișarea

$$F = \cdots + \sum_{i=1}^{\omega} c_{iE} X_{iE} + \cdots, \tag{3'}$$

unde c_{iE} reprezintă cheltuielile specifice pe lanțul energetic de la sursa i la consumatorul E:

$$c_{iE} = \frac{c_i + a_{iE}}{\eta_i}. \tag{7}$$

Cheltuielile specifice de transport a_{iE} se determină cu ușurință utilizînd metoda expusă în [2].

La relația (3') s-a ajuns după următoarele transformări:

$$\sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu} c_{ij}\, x_{ij} = \sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu} x_{ij}\,\frac{c_i + a_{ij}}{\eta_i} = \sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu}\frac{c_i x_{iE}}{\eta_i} + \sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu}\frac{a_{ij}\, x_{ij}}{\eta_i} =$$

$$= \sum_{i=1}^{\omega}\frac{c_i}{\eta_i}\sum_{j=1}^{\nu} x_{ij} + \sum_{i=1}^{\omega}\frac{1}{\eta_i}\sum_{j=1}^{\nu} a_{ij}\, x_{ij} = \sum_{i=1}^{\omega}\frac{c_i}{\eta_i} X_{iE} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{\omega}\frac{1}{\eta_i} a_{iE} X_{iE} = \sum_{i=1}^{\omega} X_{iE}\frac{c_i + a_{iE}}{\eta_i} = \sum_{i=1}^{\omega} X_{iE} c_{iE}.$$

6. Criteriul cel mai indicat pentru nominalizarea consumatorilor individualizați este acela al ponderii pe care o reprezintă necesarul de consum de energie al consumatorului considerat în necesarul de energie global al tuturor consumatorilor de energie.

Acest mod de stabilire a consumatorilor de energie care se tratează separat reprezintă în fond selecționarea consumatorilor de energie în

ordinea importanței acestora din punctul de vedere al consumului de energie.

Numărul consumatorilor de energie care ar urma să fie luați în considerare ca atare trebuie stabilit astfel încît totalul necesarului de energie al acestor consumatori să reprezinte un procent însemnat din totalul necesarului de energie al tuturor consumatorilor, ținîndu-se însă seama de posibilitățile practice de rezolvare a modelului matematic.

Din cercetarea datelor existente în Republica Socialistă România, rezultă că principalii 20 de consumatori de energie din sectorul industrial însumează un necesar de consum de energie de aproximativ 50% din necesarul de energie al instalațiilor sectorului industrial.

7. Rezolvarea problemei principale răspunde unei detalieri amănunțite numai în ceea ce privește acoperirea necesarului de energie al consumatorilor individualizați.

Pentru consumatorii echivalenți, soluția problemei principale prezintă mărimile X_{iE} determinate optimal cu luarea în considerare a tuturor consumatorilor de energie (individualizați și grupați) care intervin la întocmirea modelului matematic al problemei principale.

Pentru că indicele i se referă la o anumită sursă de o oarecare formă de energie interșanjabilă, mărimea X_{iE} reprezintă acea parte a volumului acestei surse care este destinată acoperirii necesarului de consum al consumatorului echivalent (W_E).

Cum în realitate nu există un singur consumator E capabil de W_E, ci mai mulți consumatori ν al căror necesar de consum de energie l-am notat $W_j (W_E = W_j)$, repartiția întregului necesar de consum W_E între acești consumatori se obține din rezolvarea unei probleme de programare liniară de tip transport.

Într-adevăr, obținem sistemul

$$\sum_{j=1}^{\nu} x_{ij} = X_{iE} \; (i = 1, 2, \ldots, \omega), \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{\omega} x_{ij} = W_j \; (j = 1, 2, \ldots, \nu), \tag{9}$$

printre soluțiile căruia o căutăm pe aceea care minimizează funcția

$$f = \sum_{i=1}^{\omega} \sum_{j=1}^{\nu} a_{ij} x_{ij}. \tag{10}$$

Căpătăm deci, *după rezolvarea problemei principale*, atîtea probleme de tip transport cîți consumatori echivalenți au intervenit în problema principală.

Numim aceste probleme de programare matematică *probleme de detaliere.*

8. În funcția de optimizat a unei asemenea probleme de detaliere apar numai cheltuielile de transport, pentru că, în ipoteza că întreaga cantitate de combustibil de un anumit fel se consumă în totalitate (relația (11)), cheltuielile specifice care se iau în considerație în optimizare conțin numai cheltuielile de transport de la centrul producător la consumator.

Într-adevăr, în cazul nostru

$$\sum_{i=1}^{\omega} X_{iE} = \sum_{j=1}^{\nu} W_j, \tag{11}$$

și dacă considerăm că valorile x_{ij}^* caracterizează o repartiție oarecare pentru care funcția de optimizat ia valoarea f^*, atunci economiile realizabile ΔC se scriu

$$\Delta C = f^* - f_{\text{optim}} = \sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu} c_{ij}\, x_{ij}^* - \sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu} c_{ij}\, x_{ij} =$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu} \frac{a_{ij}x_{ij}^*}{\eta_i} - \sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu} \frac{a_{ij}x_{ij}}{\eta_i}\right) + \left(\sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu} \frac{c_i x_{ij}^*}{\eta_i} - \sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu} \frac{c_i x_{ij}}{\eta_i}\right).$$

Paranteza a doua este nulă :

$$\sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu} \frac{c_i x_{ij}^*}{\eta_i} - \sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu} \frac{c_i\, x_{ij}}{\eta_i} = \sum_{i=1}^{\omega} \frac{c_i}{\eta_i} \sum_{j=1}^{\nu} x_{ij}^* - \sum_{i=1}^{\omega} \frac{c_i}{\eta_i} \sum_{j=1}^{\nu} x_{ij} =$$

$$= \sum_{i=1}^{\omega} \frac{c_i}{\eta_i} \left(\sum_{j=1}^{\nu} x_{ij}^* - \sum_{j=1}^{\nu} x_{ij}\right) = 0,$$

pentru că

$$\sum_{j=1}^{\nu} x_{ij}^* = \sum_{j=1}^{\nu} x_{ij} = X_{iE}.$$

Rămîne deci

$$\Delta C = \sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu} a_{ij} x_{ij}^* - \sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu} a_{ij}\, x_{ij}.$$

9. Obținerea repartițiilor detaliate a formelor de energie între consumatorii care alcătuiesc consumatorul echivalent prin metoda indicată nu constituie o superoptimizare, întrucît pentru valoarea de minim a funcției de optimizat a unei probleme de detaliere regăsim o valoare cunoscută :

$$f = \sum_{i=1}^{\omega}\sum_{j=1}^{\nu} a_{ij}\, x_{ij} = \sum_{i=1}^{\omega} a_{iE} X_{iE}. \tag{12}$$

CONCLUZII

10.1. În conformitate cu metoda prezentată, rezolvarea problemei optimizării bilanțului energetic general comportă două etape :

I. rezolvarea problemei principale (care este o problemă de programare liniară de tipul cel mai general) ;

II. rezolvarea unui număr de probleme de „detaliere" egal cu numărul consumatorilor echivalenți considerați în problema principală, precum și rezolvarea problemelor secundare. Acestea sînt probleme de programare de tip „transport".

Partea modelului matematic al bilanțului energetic general care cuprinde problema principală și problemele de detaliere este prezentată schematic în figura 2.

10.2. Utilizînd metoda expusă, dimensiunile problemei principale se reduc simțitor.

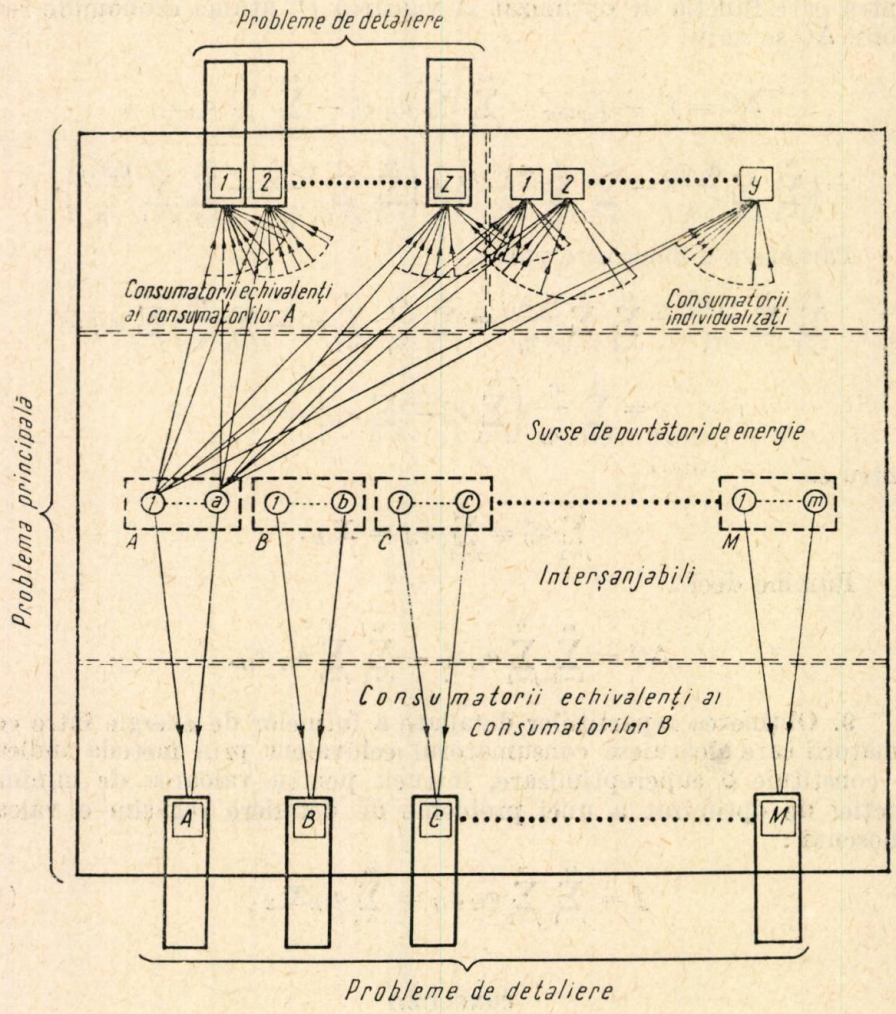


Fig. 2. — Schema cuprinderii consumatorilor de energie în problema principală a modelului matematic al bilanțului energetic general.

Dacă E este un indice care se referă la consumatorul echivalent și notăm prin α numărul consumatorilor echivalenți care sînt incluși în problema principală, numărul ecuațiilor problemei principale se reduce cu

$$m = \sum_{E=1}^{\alpha} \nu_E - \alpha, \tag{13}$$

iar numărul necunoscutelor se micșorează cu

$$n = \sum_{E=1}^{\alpha} \omega_E(\nu_E - 1). \tag{14}$$

10.3. Condițiile (9), (10) se scriu sub forma unui sistem de $(\omega + \nu - 1)$ ecuații-egalități cu $(\omega \times \nu)$ necunoscute.

Problemele de programare liniară de tip transport se rezolvă mult mai ușor decît problemele de programare liniară de tip general și cu mijloace mult mai puțin pretențioase.

Putem deci trage concluzia că numărul consumatorilor de același fel ν poate fi astfel ales, încît rezolvarea unei probleme de detaliere să conducă la o reprezentare suficient de amănunțită a consumatorilor de energie considerați.

10.4. În legătură cu aplicarea practică a acestei metode trebuie rezolvate două probleme importante :

a) stabilirea pentru fiecare consumator echivalent a formei de consum util de energie. De exemplu, pentru cuptoare industriale, căldura util produsă se poate considera căldura adusă în camera de lucru, pentru motoarele cu ardere internă energia utilizată la volanul motorului, pentru tracțiunea feroviară cu abur cantitatea de căldură absorbită de cazanele locomotivelor etc.

b) Stabilirea necesarului de consum de energie al fiecărui consumator echivalent. Legat de aceasta ar trebui, probabil, redactate și completate o serie de formulare speciale, colectate prin intermediul unui centru de colectare a datelor cu suficientă autoritate și la nivel statal.

BIBLIOGRAFIE

1. T. Miclescu, Al. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. electr., *3* (1964).
2. T. Miclescu, Al. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Erfassung der kleinen Energieverbrauchen im mathematischen Modell der allgemeinen Energiebilanz*, Revue d'Energétique et d'electrotechnique, *1* (1966).
3. Ю. А. Кузнецов, А. П. Меренков, Л. А. Мелентьев, А. С. Некрасов, *Определение оптимальной структуры перспективного энергетического баланса использованием электронных вычислительных машин*, Теплоэнергетика, 5 (1962).
4. С. Фелд, *Единый энергетический баланс народного хозяйства*, Москва, Экономика, 1964.
5. G. Reczey, *A távlati energiamérleg eklészitésének metodikája*, Energetika és Atomatehnica, *9* (1962).
6. F. Schulz, K. Horicky, *Pouziti strulturalniko modelu pro kvantitatirni analizu a planovani rozvaje energetickeho hospodovstvi*, Energetika, *8* (1962).
7. V. Harlin, V. Strnad, F. Bores, *Metoda analyzy vybranych kvantitatirnich vztahu v energheticke bilanci*, Praga Vyzkumny ustar narodnohospodareho planovani, 1961.
8. V. Caracudovici, S. Manea, Cs. Nagy, G. Panaitescu, *Considerații asupra consumului casnic de energie electrică pentru iluminat în R.P.R.*, St. cerc. energ. electr., *1* (1963).
9. M. Weiss, V. Caracudovici, *Consumul de energie în gospodăriile casnice pentru radio și televiziune*, St. cerc. energ. electr. *4* (1963).
10. Cs. Nagy, S. Manea, *Considerații asupra caracterului corelațiilor consumului de energie în industrie*, St. cerc. energ. electr., *4* (1963).
11. V. Caracudovici, S. Manea, *Aspecte energo-economice ale producerii frigului în gospodăriile casnice*, St. cerc. energ., *1* (1964).

INFLUENȚA INTERCONEXIUNII SISTEMELOR ELECTROENERGETICE ASUPRA SIGURANȚEI LOR DE FUNCȚIONARE

DE

ANTOANETA SOCI

621.311.161 : 621.3.019.3

Se prezintă relații care indică influența gradului de interconexiune a sistemelor electroenergetice și influența condițiilor introduse de linia de interconexiune asupra siguranței sistemelor interconectate. Se determină în ce condiții este avantajoasă interconectarea sistemelor din punctul de vedere al creșterii siguranței lor de funcționare.

Condiția cea mai importantă pe care trebuie s-o satisfacă orice sistem tehnic este aceea de a funcționa sigur, adică a deservi fără refuz, în anumite condiții de exploatare, procesul pentru care a fost conceput. Această condiție se impune în mod deosebit în cazul sistemelor electroenergetice sau al unor instalații electrice separate, deoarece, dată fiind generalizarea utilizării energiei electrice în toate sectoarele de activitate, întreruperile în alimentarea cu energie electrică pot avea consecințe care afectează cele mai variate domenii ale activității economice, putînd provoca pierderi importante de valori materiale [1].

Mărirea siguranței în funcționare a sistemelor energetice a constituit și constituie o preocupare de prim ordin. Una dintre căile importante de creștere a siguranței sistemelor electroenergetice s-a dovedit a fi interconectarea lor. Întrucît există tendința de a realiza interconexiunea prin linii de putere cît mai mică, adică cu investiții cît mai mici, se pune problema stabilirii influenței gradului de interconexiune[1]) al sistemelor asupra siguranței în funcționare a acestora.

[1]) Prin grad de interconexiune se înțelege raportul dintre puterea liniei de interconexiune și puterea fiecărui sistem component, deoarece acesta reflectă măsura în care sistemele participante pot schimba între ele putere. La o linie de interconexiune dată între două sisteme, gradul de interconexiune diferă de la un sistem la altul, fiind invers proporțional cu puterea sistemului.

Prin interconectarea sistemelor electroenergetice crește în general gradul de siguranță al fiecărui sistem component la aceleași cheltuieli de investiții (pentru aceeași rezervă de putere) sau, la același grad de siguranță, sistemele componente pot dispune de cîte o rezervă de putere mai mică decît înainte de interconectare.

Datorită amplorii economiilor ce se pot realiza, reducerea rezervei de putere în sistem, la același grad de siguranță al alimentării consumatorilor, se consideră principalul avantaj al interconexiunii. Pentru folosirea în comun a rezervei totale de putere pe ansamblul interconectat, liniile de interconexiune joacă un rol important. Puterea liniei trebuie astfel dimensionată, încît, la nevoie, să se poată folosi în mod economic rezerva dintr-un sistem în celălalt. Capacitatea liniei de interconexiune se determină deci printr-un calcul de optimizare în care se ține seama, pe de o parte, de investițiile și de cheltuielile legate de linia de interconexiune, pe de altă parte de efectele pe care le aduce interconectarea asupra creșterii siguranței sistemelor. Un astfel de calcul, făcut pe o perioadă mai mare de timp, necesită cunoașterea puterilor și a sarcinilor sistemelor componente pentru fiecare an luat în considerare și creșterea siguranței lor în funcție de gradul de interconexiune.

Cercetările privind siguranța în funcționare în general au luat un avînt deosebit în ultimul timp în legătură cu problemele practice pe care le ridică utilizarea pe scară largă a sistemelor automate, mai ales a mașinilor electronice de calcul. Lucrările publicate se caracterizează, între altele, printr-o mare diversitate a punctelor de vedere în probleme teoretice de bază ale siguranței, de exemplu în problema conținutului acestei noțiuni. Diversitatea interpretărilor date noțiunii de siguranță se explică în cea mai mare parte prin identificarea mărimilor care pot caracteriza această noțiune cu noțiunea însăși.

Pentru sistemele electroenergetice, studiile privind siguranța elaborate pînă în prezent s-au referit nu la sistemul în ansamblu, ci la părți ale sale : partea de producere, partea de rețele și partea de consum, pentru fiecare dintre aceste părți putîndu-se elabora diferiți indicatori ai siguranței.

În studiul siguranței părții de producere a energiei electrice, un progres important s-a realizat cu ocazia elaborării metodei de dimensionare a rezervei de putere pe baza teoriei probabilităților [2], [3].

În ce privește determinarea siguranței rețelelor electrice, se desfășoară cercetări în numeroase țări [4], [5] și au existat preocupări și în țara noastră [6], [7].

Pentru studiul siguranței consumatorilor trebuie menționate studiile referitoare la siguranța schemei de alimentare [7] și la studiile de daune provocate de întreruperile electrice la consumatorii industriali [1].

Pentru a putea face comparații și calcule referitoare la nivelul siguranței este necesar să se recurgă la indicatori cantitativi ai siguranței în funcționare. În prezentul articol, pentru caracterizarea siguranței sistemelor electroenergetice interconectate s-a adoptat drept indicator al siguranței de funcționare repartiția complementară a probabilității de a dispune de o putere a grupurilor în funcțiune capabilă să asigure deservirea unei anumite sarcini globale pe sistem și s-a pornit de la modelul clasic, bazat pe calculul probabilităților, folosit pentru studiul rezervei de putere

a unui sistem electroenergetic. Acest indicator este definit în anexa I. În cele ce urmează se va admite că valoarea indicatorului de siguranță adoptat reprezintă chiar nivelul siguranței și se poate vorbi în continuare numai de valoarea siguranței în sens cantitativ.

În stabilirea influenței gradului de interconexiune asupra siguranței de funcționare a sistemelor interconectate se pornește de la siguranța în funcționare a fiecărui sistem în parte și, ținînd seama de siguranța în funcționare a liniei de interconexiune, de puterea acesteia și de convențiile de mers în paralel, se calculează cîștigul de siguranță în funcționare obținut de fiecare sistem participant. Apoi, presupunînd variabilă puterea liniei de interconexiune, se obține variația siguranței sistemelor în funcție de gradul de interconexiune.

Pentru clarificarea metodei de calcul folosite, se va schița modul de punere al problemei și calculul siguranței în funcționare în cazul interconexiunii ideale a două sisteme printr-o linie de putere teoretic infinită și cu coeficient de disponibilitate $p_L = 1$.

Se consideră două sisteme, A și B, pentru care se cunosc puterile utilizabile P_{Amax} și P_{Bmax}, puterea h a grupului convențional (presupus același pentru ambele sisteme), numerele de grupuri convenționale m și n ale sistemelor, probabilitățile i_{Ak} și i_{Bl} de a avea în funcțiune $(m-k+1)$, respectiv $(n - l + 1)$ grupuri în sistemele A și B (vezi anexa I) și sarcinile Q_A și Q_B ale sistemelor în regimul de funcționare pentru care se calculează siguranța [2]).

În vederea deducerii siguranței sistemelor după interconectare, se întocmește diagrama din figura 1, în planul căreia fiecărui punct discret îi corespunde o valoare a funcției bidimensionale discrete $i_{Ak} \times i_{Bl}$. Pe laturile diagramei s-au reprezentat distribuțiile probabilităților i_{Ak} și i_{Bl} ale variabilelor independente discrete k și l, acestora din urmă corespunzîndu-le puterile grupurilor în funcțiune:

$$P_{Ak} = P_{Amax} - (k - 1)h = (m - k + 1)h$$

și

$$P_{Bl} = P_{Bmax} - (l - 1)h = (n - l + 1)h.$$

Notînd cu P_A și P_B puterile livrate de sistemul A, respectiv B, funcționarea la sarcina Q,

$$Q = Q_A + Q_B = P_A + P_B,$$

este reprezentată în planul variabilelor $k - l$, considerate continue [3]), printr-o dreaptă cu coeficient unghiular unitar.

Gradul de siguranță σ al sistemului, fiind probabilitatea de a putea asigura acoperirea puterii consumate Q, se determină ca însumarea funcției bidimensionale $i_{Ak} \times i_{Bl}$ în domeniul nehașurat al spațiului $k - l$,

---

[2]) Regimul de funcționare pentru care se calculează siguranța este de obicei vîrful absolut de sarcină în perioada luată în considerație.

[3]) Considerarea variabilelor k și l continue nu micșorează generalitatea rezultatelor, fiind suficient a se introduce precizarea că probabilitățile i_{Ak} și i_{Bl} au valori finite numai pentru k și l numere întregi, iar P_{Ak} și P_{Bl} se calculează cu partea întreagă a numerelor k și l.

delimitat de axele $k - l$ şi dreapta $P_A + P_B = Q$. Într-adevăr, în acest domeniu, fiecărui punct reprezentativ îi corespunde o sumă a puterilor grupurilor în funcţiune din cele două sisteme, mai mare decît puterea consumată $P_{Ak} + P_{Bl} > Q$, deci sistemul funcţionează cu rezervă, adică poate asigura acoperirea sarcinii respective.

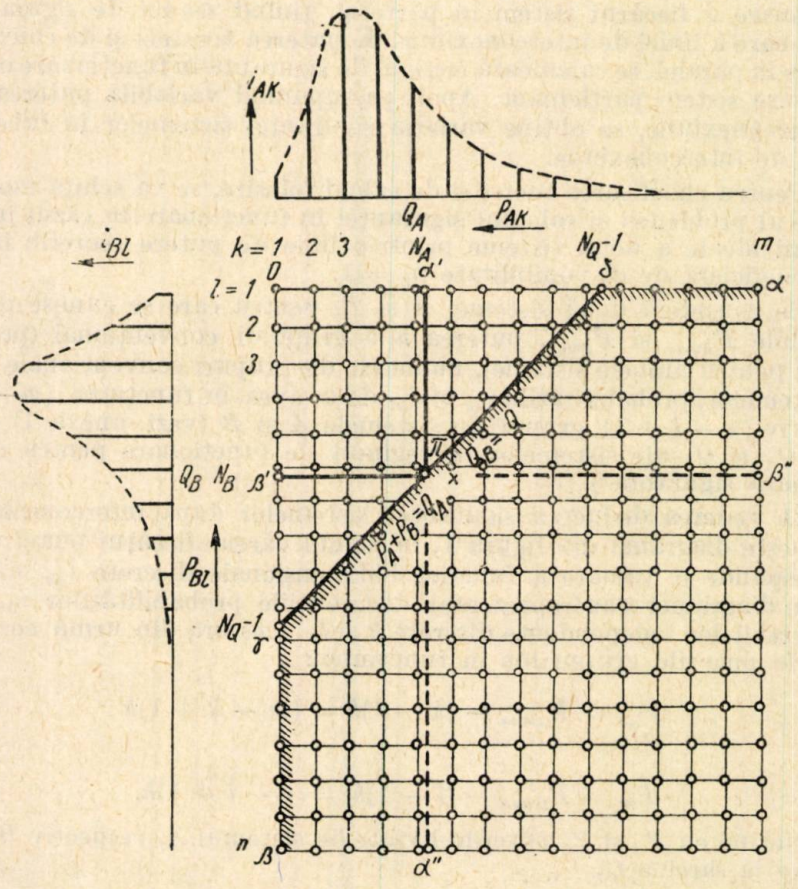


Fig. 1. — Schemă pentru calculul siguranţei sistemelor interconectate ideal.

La limită, însumarea se va extinde deci asupra domeniului $P_A + P_B = Q$.

Pentru uşurarea calculelor se mai introduc următoarele notaţii:

$$N_A = \frac{P_{Amax} - Q_A}{h} + 1 - \varepsilon_A,$$

$$N_B = \frac{P_{Bmax} - Q_B}{h} + 1 - \varepsilon_B,$$

$$N_Q = N_A + N_B + \varepsilon_Q,$$

în care N_A, N_B și N_Q sînt numere întregi,

$$0 \leqslant \varepsilon_A < 1, \qquad 0 \leqslant \varepsilon_B < 1,$$

iar

$$\varepsilon_Q = 0 \qquad (\text{dacă} \qquad \varepsilon_A + \varepsilon_B < 1)$$

și

$$\varepsilon_Q = 1 \qquad (\text{dacă} \qquad \varepsilon_A + \varepsilon_B \geqslant 1).$$

În cele ce urmează, pentru a nu complica demonstrațiile, se va considera numai cazul cînd $\varepsilon_A + \varepsilon_B < 1$, adică $\varepsilon_Q = 0$.

Se observă că $N_A - 1$ este numărul de grupuri de rezervă ale sistemului A, $N_B - 1$ ale sistemului B, iar $N_Q - 1$ ale sistemului rezultat prin interconexiune $(A + B)$.

Cu aceste noi notații, condiția $P_A + P_B \geqslant Q$ trece în relația diofantică (în numere întregi)

$$k + l \leqslant N_Q.$$

Deci gradul de siguranță din sistemele A și B la sarcina Q, la interconexiunea prin linie de putere infinită, va fi dat de relația

$$\sigma_{Q\infty} = \sum_{k=1}^{N_Q-1} \sum_{l=1}^{N_Q-k} i_{Ak} \times i_{Bl} = \sum_{l=1}^{N_Q-1} \sum_{k=1}^{N_Q-l} i_{Ak} \times i_{Bl}.$$

Înainte de interconectare, fiecare dintre sistemele A și B avea cîte un grad de siguranță σ_A și σ_B, corespunzînd probabilității funcționării separate a fiecărui sistem cu puteri ale grupurilor în funcțiune superioare sarcinii, adică :

— pentru sistemul A,

$$P_A \geqslant Q_A, \text{ sau } k \leqslant N_A, \text{ deci } \sigma_A = \sum_{k=1}^{N_A} i_{Ak};$$

— pentru sistemul B,

$$P_B \geqslant Q_B, \text{ sau } l \leqslant N_B, \text{ deci } \sigma_B = \sum_{l=1}^{N_B} i_{Bl}.$$

Se observă că, întrucît $\sum_{k=1}^{m} i_{Ak} = 1$ și $\sum_{l=1}^{n} i_{Bl} = 1$, gradele de siguranță se mai pot pune și sub forma

$$\sigma_A = \left(\sum_{k=1}^{N_A} i_{Ak}\right)\left(\sum_{l=1}^{n} i_{Bl}\right) = \sum_{k=1}^{N_A} \sum_{l=1}^{n} i_{Ak} \times i_{Bl}$$

și analog

$$\sigma_B = \sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{N_B} i_{Ak} \times i_{Bl}.$$

Deci în diagrama din figura 1, σ_A reprezintă suma extinsă asupra domeniului $O\,\alpha'\alpha''\beta$, iar σ_B reprezintă suma extinsă asupra domeniului $O\beta'\beta''\alpha$.

Creşterea gradului de siguranţă în funcţionare obţinută prin interconectare va fi pentru sistemul A

$$\Delta\sigma_A = \sigma_{Q\infty} - \sigma_A \sum_{k=N_A+1}^{N_Q-1} \sum_{l=1}^{N_Q-k} i_{Ak} \times i_{Bl} - \sum_{k=1}^{N_A} \sum_{l=N_Q-k+1}^{n} i_{Ak} \times i_{Bl}.$$

Această relaţie se mai poate stabili şi direct, ţinînd seama de observaţia făcută mai sus la interpretarea geometrică a lui σ_A în figura 1, făcînd diferenţa sumelor funcţiei bidimensionale discrete extinse asupra domeniilor $0\delta\gamma$, respectiv $0\alpha'\alpha''\beta$; prin eliminarea domeniului comun $0\alpha'\pi\gamma$ rezultă că creşterea gradului de siguranţă este egală cu însumarea extinsă asupra domeniului $\alpha'\delta\pi$, minus însumarea extinsă asupra domeniului $\gamma\pi\alpha''\beta$, adică tocmai cei doi termeni evidenţiaţi în relaţia de mai sus.

Pentru sistemul B se poate stabili pe aceeaşi cale direct sau prin permutarea ciclică a indicilor:

$$\Delta\sigma_B = \sigma_{Q\infty} - \sigma_B = \sum_{l=1}^{N_Q-1} \sum_{k=1}^{N_Q-l} i_{Ak} \times i_{Bl} - \sum_{l=1}^{N_B} \sum_{k=N_Q-l+1}^{m} i_{Ak} \times i_{Bl},$$

care corespund diferenţei însumărilor extinse asupra domeniilor $\beta'\pi\gamma$ şi $\pi\delta\alpha\beta''$.

Relaţiile de mai sus permit deja o apreciere calitativă a influenţei variaţiei parametrilor sistemelor interconectate asupra siguranţei de funcţionare a fiecăruia dintre ele. Astfel, de exemplu, studiind expresia lui $\Delta\sigma_A$, se pot stabili următoarele.

Pornind de la o situaţie dată a sistemului, dacă se măreşte sarcina sistemului A (N_A scade), păstrînd sarcina totală în sistemul $A + B$ (N_Q = const, deci N_B creşte), rezultă că creşterea gradului de siguranţă al sistemului A, obţinută prin interconectare, se măreşte (scade limita inferioară de însumare a termenului pozitiv şi scade limita superioară a termenului negativ). Din aceasta rezultă că, prin interconectarea unui sistem avînd o anumită rezervă relativă cu un alt sistem avînd o rezervă relativă mai mare, creşterea gradului de siguranţă al primului sistem este cu atît mai mare, cu cît rezerva relativă a celuilalt sistem este mai mare, independent de repartiţia probabilităţilor i_{Ak} şi i_{Bl} şi de punctele de funcţionare.

Făcînd un raţionament similar pentru scăderea sarcinilor în sistemul A, se ajunge la concluzia că prin interconectare $\Delta\sigma_A$ creşte mai puţin la sistemul cu rezervă relativă mai mare, iar în anumite condiţii $\Delta\sigma_A$ ar putea să scadă sau chiar să devină negativă, adică gradul de siguranţă al sistemului din urmă să scadă prin interconectare. Analizînd cazuri concrete, se constată că această situaţie s-ar putea întîlni numai în cazuri nesemnificative şi neobişnuite în practică.

Analizînd creşterea de siguranţă $\Delta\sigma_A$, ţinînd seama de legile de distribuţie practic întîlnite ale probabilităţilor i_{Ak} şi i_{Bl}, se poate deduce că prin interconectarea a două sisteme cu rezerve relative egale gradele de siguranţă ale ambelor sisteme cresc dacă rezerva relativă a fiecărui sistem este mai mare decît coeficientul de indisponibilitate mediu al grupurilor. Acest lucru se poate demonstra plecînd de la studiul variaţiei poziţiei maximului şi a valorii lărgimii relative a distribuţiei probabilităţilor conform legii binomiale, în funcţie de numărul de grupuri ale colectivului luat în consideraţie. Demonstraţia este dată în anexa II.

Trecînd la studiul interconectării în condiții reale a două sisteme electroenergetice, trebuie luate în considerație limitările introduse de convențiile de mers în paralel și de linia de transport. În cele ce urmează se indică modul de abordare a acestor cazuri mai complexe pentru două sisteme interconectate printr-o linie de transport de putere a.

Convențiile de mers în paralel ale sistemelor reprezintă condiții limitative ale menținerii legăturii de interconexiune. Cele mai obișnuite convenții de mers în paralel sînt : mersul în paralel solidar, mersul în paralel cu transfer limitat și mersul în paralel cu prioritate. În cele ce urmează se vor stabili relațiile care dau influența acestor limitări asupra siguranței sistemelor interconectate.

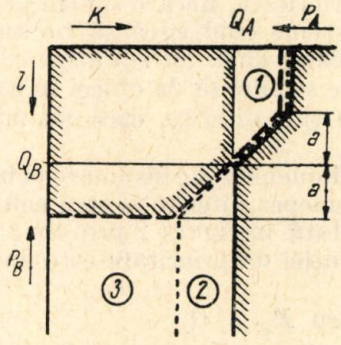


Fig. 2. — Diagramă cu domenii de însumare pentru calculul siguranței sistemelor interconectate prin linie de putere finită a și pentru calculul creșterii siguranței obținute prin interconectare.

În cazul mersului în paralel solidar, interconexiunea între sisteme este menținută în orice condiții, sistemele participante putînd schimba între ele puteri pînă la limita capacității de transport a liniilor de interconexiune, iar legăturile de interconexiune nu se întrerup decît în caz de defectare a liniei respective, sistemele putîndu-se deci antrena reciproc în deficit de putere. Această convenție se adoptă în cazul unui sistem parțial, făcînd parte dintr-un sistem mai general.

Pentru această convenție, domeniul de însumare a funcției bidimensionale discrete $i_{Ak} \times i_{Bl}$, pentru obținerea siguranței în funcționare a sistemului A după interconectare, este delimitat de o frontieră, reprezentată cu linie întreruptă în figura 2, și este același pentru sistemele A și B.

Față de cazul interconectării prin linie de putere infinită apare limitarea puterii transportate la valoarea a și deci reducerea corespunzătoare a domeniului de însumare în limitele definite de relațiile

$$P_{Ak} = Q_A - a \quad (\text{pentru} \quad P_{Bl} \geqslant Q_B + a),$$

respectiv

$$P_{Bl} = Q_B - a \quad (\text{pentru} \quad P_{Ak} \geqslant Q_A + a).$$

În cazul mersului în paralel cu transfer limitat, sistemele interconectate pot schimba între ele puteri pînă la anumite plafoane dinainte stabilite, la depășirea cărora se poate întrerupe în mod voit legătura supraîncărcată. Această convenție se poate adopta, de exemplu, la funcționarea în paralel a două sisteme de importanță comparabilă, cînd linia de interconexiune nu poate fi supraîncărcată.

Pentru convenția mers în paralel cu transfer limitat, diagramele domeniilor de însumare la calculul siguranței sînt diferite pentru cele două sisteme, datorită libertății lor de a întrerupe legătura în cazul depășirii puterii-limită (considerată mai mică sau cel mult egală cu capacitatea liniei de transport).

Pentru sistemul A, frontiera domeniului de însumare este reprezentată în figura 2 prin linie punctată. Față de convenția anterioară, domeniul de însumare crește cu suprafața definită de inegalitățile

$$P_{Ak} \geqslant Q_A + a, \text{ pentru } P_{Bl} \leqslant Q_B - a.$$

Pentru sistemul B, diagrama și condițiile limitative se obțin prin intervertirea indicilor.

În cazul mersului în paralel cu prioritate, fiecare sistem poate întrerupe transferul de putere spre alte sisteme cînd riscă să fie antrenat în deficit de putere prin această livrare chiar dacă nu s-a atins capacitatea de transport a liniei. Această convenție se adoptă de obicei în cazul funcționării în paralel a două sisteme din țări diferite, care nu admit să-și creeze dificultăți energetice reciproce.

La această convenție, diagramele domeniilor de însumare pentru calculul siguranței în funcționare sînt de asemenea diferite pentru cele două sisteme, pentru sistemul A fiind reprezentată în figura 2 prin linie continuă.

Frontiera corespunzătoare convenției de prioritate este dată pentru sistemul A de relațiile

$$P_{Ak} = Q_A, \text{ pentru } P_{Bl} \leqslant Q_B$$

și exprimă faptul că siguranța în funcționare a sistemului A nu este influențată de starea de deficit de putere a sistemului B, conform însăși definiției convenției de mers în paralel cu prioritate (în acest caz putîndu-se întrerupe legătura cu sistemul B). În schimb, porțiunea de frontieră corespunzătoare funcționării sistemului B cu rezervă se menține ca în convențiile anterioare.

Cu ajutorul domeniilor de însumare arătate se poate deduce creșterea gradului de siguranță al fiecărui sistem ca urmare a interconectării lui — la o convenție de mers în paralel dată — cu un alt sistem, printr-o linie de putere finită a, variabilă.

În cele ce urmează se vor da numai formule corespunzătoare pentru sistemul A, cele ale sistemului B putîndu-se deduce din primele prin permutarea indicilor și a variabilelor.

Făcînd diferența domeniilor de însumare corespunzătoare siguranței în funcționare după interconectare și cea înaintea interconectării, se stabilesc domeniile care rămîn a fi luate în considerare pentru calculul creșterii gradului de siguranță.

Se deduc

$$\Delta\sigma_{SA} = \sum_{①}\sum i_{Ak} \times i_{Bl} - \sum_{②}\sum i_{Ak} \times i_{Bl} - \sum_{③}\sum i_{Ak} \times i_{Bl},$$

$$\Delta\sigma_{LA} = \sum_{①}\sum i_{Ak} \times i_{Bl} - \sum_{②}\sum i_{Ak} \times i_{Bl},$$

$$\Delta\sigma_{PA} = \sum_{①}\sum i_{Ak} \times i_{Bl},$$

①, ② și ③ fiind domeniile definite în figura 2.

Sumele se mai pot exprima și în funcție de mărimile definite anterior :

$$\sum_{①}\sum i_{Ak} \times i_{Bl} = \sum_{k=N_A+1}^{N_A+N_0} \sum_{l=1}^{N_Q-k} i_{Ak} \times i_{Bl},$$

$$\sum_{②}\sum i_{Ak} \times i_{Bl} = \sum_{k=N_A-N_0+1}^{N_A} \sum_{l=N_Q-k+1}^{n} i_{Ak} \times i_{Bl},$$

$$\sum_{③}\sum i_{Ak} \times i_{Bl} = \sum_{k=1}^{N_A-N_0} \sum_{l=N_B+N_0+1}^{n} i_{Ak} \times i_{Bl},$$

în care $N_0 = \frac{a}{h}$ = număr întreg.

Din examinarea acestor expresii sau din interpretarea lor geometrică se stabilesc următoarele relații importante :

a) $\Delta\sigma_{PA} > 0$ în orice condiții, adică interconectarea prin convenție de prioritate mărește totdeauna siguranța în funcționare a sistemului, independent de gradul de siguranță al celuilalt sistem ;

b) $\Delta\sigma_{SA} < \Delta\sigma_{LA} < \Delta\sigma_{PA}$, adică condițiile de transfer limitat și de mers solidar duc la o creștere din ce în ce mai mică a siguranței sistemului, iar în anumite condiții defavorabile pot duce chiar la micșorarea siguranței prin interconectare. Aceste condiții nu au însă loc în practică ;

c) creșterea gradului de siguranță în general se mărește o dată cu puterea liniei de interconexiune, însă nu proporțional, iar peste o anumită valoare a capacității de transport a liniei $\Delta\sigma$ rămîne constantă. Ca limită teoretică, capacitatea de transport a liniei trebuie să nu depășească valoarea celei mai mari dintre rezervele celor două sisteme participante ; la atingerea sau la depășirea acestei limite, interconexiunea se poate considera ideală. Practic însă capacitatea de transport a liniei de interconexiune este limitată la valori mai mici.

În cele de mai sus, la stabilirea creșterii gradului de siguranță al sistemelor prin interconectare nu s-a luat în considerare posibilitatea indisponibilității liniei de interconexiune, adică s-a presupus $p_L = 1$. În cazurile practice, $p_L < 1$ și, ca urmare, creșterea gradului de siguranță obținută prin interconectare se micșorează, și anume

$$(\Delta\sigma)_{p_L<1} = (\Delta\sigma)_{p_L=1} \times p_L.$$

Într-adevăr, creșterea gradului de siguranță este diferența dintre gradul de siguranță din cazul funcționării sistemului interconectat și gradul de siguranță din cazul funcționării separate, iar indisponibilitatea liniei de interconexiune poate afecta proporțional numai această diferență în care intervine rolul liniei, deci creșterea gradului de siguranță va trebui să varieze proporțional cu coeficientul de disponibilitate p_L al liniei de transport.

Studiul influenței interconexiunii sistemelor asupra siguranței de funcționare se poate continua și în cazul general al interconexiunii a S sisteme [4]), însă în acest caz general studiul se complică foarte mult, da-

[4]) Acest studiu a fost dezvoltat în cadrul memoriului *Variația siguranței sistemelor în funcție de gradul de interconexiune* de A. Soci, 1965, Biblioteca Institutului de energetică.

torită complicării conținutului convenției de mers în paralel a sistemelor, care trebuie să prevadă toate limitările și toate situațiile reciproce caracteristice și datorită necesității însumării variabilei probabilistice într-un domeniu definit în spațiul cu S dimensiuni. Trebuie însă observat că, cu toată această complicare și aparentă generalitate a problemei, nu apar concluzii calitativ noi, ci numai aceleași concluzii stabilite în cazul interconectării a două sisteme ; acest lucru devine evident dacă se recurge la înlocuirea anumitor grupe de sisteme, în anumite regimuri de funcționare, printr-un sistem echivalent.

CONCLUZII

1. Prin interconectarea ideală a două sau mai multe sisteme cu rezerve relative mai mari decît coeficientul de indisponibilitate al unităților sistemului, gradele de siguranță ale sistemelor participante cresc. Dimpotrivă, la interconectarea unor sisteme cu rezerve relative inferioare sau egale cu coeficientul de indisponibilitate, siguranța în funcționare scade.

2. În condițiile creșterii siguranței prin interconectare conform punctului 1, gradul de siguranță al sistemelor cu rezervă relativă mai mică crește mai mult decît al celor cu rezervă mai mare înainte de interconectare.

3. În cazul interconexiunii prin linie de putere limitată, convenția de mers în paralel cu prioritate asigură creșterea în orice condiții a siguranței în funcționare a fiecărui sistem participant.

4. Convențiile de mers în paralel cu transfer limitat și cu mers solidar conduc la creșteri din ce în ce mai mici ale siguranței sistemelor interconectate.

5. Creșterea gradului de siguranță în general se mărește o dată cu puterea liniei de interconexiune (deci cu gradul de interconexiune), însă nu proporțional, iar peste o anumită valoare a gradului de interconexiune rămîne constantă. Valoarea-limită a gradului de interconexiune peste care interconexiunea se poate considera ideală este egală cu cea mai mare rezervă absolută a oricăruia dintre cele două sisteme participante, raportată la puterea sistemului considerat.

6. Coeficientul de indisponibilitate al liniei de interconexiune afectează proporțional numai creșterea gradului de siguranță obținută prin interconexiune.

7. Concluziile stabilite pentru interconexiunea a două sisteme au valabilitate calitativă și pentru interconexiunea a trei sau mai multor sisteme.

8. Evaluarea cantitativă a variației siguranței în funcție de gradul de interconexiune în cazuri concrete presupune prelucrarea unui volum foarte mare de date și efectuarea unor calcule foarte laborioase, dat fiind numărul mare de grupuri echivalente care intervin într-un sistem. Aceste calcule de obicei pot fi abordate numai cu ajutorul calculatoarelor electronice.

ANEXA I

INDICATORII SIGURANȚEI ÎN FUNCȚIONARE AI UNITĂȚILOR ENERGETICE

I.1. Siguranța în funcționare a unei unități generatoare este reflectată de coeficientul de disponibilitate p, egal cu raportul [3]

$$p = \frac{\text{număr de ore de funcționare}}{\text{număr de ore de funcționare} + \text{număr de ore de oprire forțată}}.$$

Opririle forțate se referă la cauze proprii unității generatoare, inclusiv defecțiunile datorate unității de antrenare a generatorului.

Coeficientul de indisponibilitate q este complementarul coeficientului de disponibilitate, adică $p + q = 1$.

I.2. În cazul centralelor compuse din m unități energetice de aceeași putere h, probabilitatea de a avea în funcțiune un anumit număr k' de grupuri (deci o putere $k'h$) urmează o lege binomială de distribuție [2] și este dată de al $(m-k'+1)$-lea termen al dezvoltării binomului $(p+q)^m$, ordonate după puterile descrescătoare ale lui p :

$$i_{k'} = C_m^{m-k'} \cdot p^{k'} \cdot q^{m-k'}.$$

Riscul de a nu putea asigura deservirea unei sarcini de o valoare dată Q cu unitățile energetice din sistem este dat de probabilitatea cumulată I [3] :

$$I(Q) = Pr\ (k'h < Q) = \sum_{k'h<Q} i_k,\ (k'h).$$

Probabilitatea de a putea asigura deservirea unei sarcini de o valoare dată Q cu unitățile energetice din sistem, denumită în continuare siguranță σ, este repartiția complementară

$$\sigma\ (k'h \geqslant Q) = 1 - Pr\ (k'h < Q) = 1 - I\ (Q).$$

I.3. Pentru ușurarea scrierii rezultatelor, în lucrare s-a adoptat o numerotare a situațiilor în ordine inversă numărului de grupuri în funcțiune, astfel încît ordinul $k = 1$ (respectiv $l = 1$) corespunde situației în care toate cele m grupuri (respectiv n grupuri) ale sistemului A (respectiv B) se află în funcțiune.

Cu aceste notații, probabilitatea i_{Ak} a situației de ordinul k în sistemul A, căreia îi corespunde aflarea în funcțiune a $(m-k+1)$ grupuri, este

$$i_{Ak} = C_m^{k-1} \cdot p^{m-k+1} \cdot q^{k-1}$$

și, analog, probabilitatea i_{Bl} a situației de ordinul l în sistemul B, căreia îi corespunde aflarea în funcțiune a $(n-l+1)$ grupuri, este

$$i_{Bl} = C_n^{l-1} \cdot p^{n-l+1} \cdot q^{l-1}.$$

ANEXA II

CONDIȚII PENTRU CREȘTEREA SIGURANȚEI PRIN INTERCONECTARE

Se consideră interconectarea a două sisteme identice. Distribuția probabilității de a dispune de o putere oarecare, pentru oricare dintre sisteme luat separat, fiind dată de legea binomială corespunzătoare numărului n de grupuri ale unui sistem și unui coeficient de disponibilitate p al fiecărui grup, gradul de siguranță al sistemului funcționînd cu rezervă relativă ρ (rezerva este ρn grupuri din n), este

$$\sigma_{\rho,n} = \sum_{k=1}^{\rho n} C_n^k \cdot p^{n-k} \cdot (1-p)^k \cdot$$

Din studiul termenilor legii binomiale de distribuție a probabilității se poate stabili următoarea relație :

$$\Delta i_k = i_{k+1} - i_k = i_k \left(\frac{n-k}{k+1} \times \frac{1-p}{p} - 1 \right),$$

din care se deduce că maximul distribuției are loc aproximativ la ordinul

$$k_0 = n(1-p) - p > 0 \cdot$$

Rezultă că ordinul relativ $\frac{k_0}{n} = 1 - p - \frac{p}{n}$, la care are loc maximul distribuției, crește o dată cu n și tinde spre limita $\frac{k_0}{n} = 1 - p$, adică este egal cu coeficientul de indisponibilitate mediu al grupurilor.

Din studierea dispersiei distribuției binomiale rezultă că abaterea medie pătratică a variabilei aleatoare discrete k față de valoarea $k_0 = (1-p)\, n$ este $\Delta k \cong \sqrt{np(1-p)}$, iar valoarea relativă a acestei abateri medii, care este o măsură a lărgimii relative a distribuției, va fi $\frac{\Delta k}{n} \cong \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$, adică o dată cu creșterea ordinului n al legii binomiale lărgimea relativă a distribuției scade, variind invers proporțional cu $\sqrt{n}$.

Studiind în baza acestor observații modul cum variază gradul de siguranță al sistemului funcționînd cu rezervă relativă constantă ρ în cazul cînd se dublează numărul n de grupuri, se constată următoarele :

— Dacă rezerva relativă este mică, adică este mai mică decît ordinul relativ $\frac{k_0}{n}$ la care are loc maximul distribuției, prin dublarea (sau în general creșterea) numărului de grupuri, maximul distribuției deplasîndu-se spre valori relative mai mari ale lui $\frac{k}{n}$ și totodată avînd loc o îngustare relativă a distribuției, însumarea de la $k = 1$ la ρn va cuprinde o parte relativă mai mică din termenii distribuției și deci,

$$\text{pentru } \rho < \frac{k_0}{n}, \text{ rezultă } \sigma_{\rho,2n} < \sigma_{\rho,n} \cdot$$

Această relație se menține și pentru valori ale lui ρ apropiate de $\frac{k_0}{n}$ și chiar puțin mai mari decît această valoare, întrucît în această regiune va predomina efectul deplasării maximului distribuției la creșterea numărului de grupuri.

Deci,

$$\text{pentru } \rho \approx \frac{k_0}{n}, \text{ rezultă } \sigma_{\rho,2n} \leqslant \sigma_{\rho,n}.$$

— Dacă rezerva relativă este sensibil mai mare decît ordinul relativ $\frac{k_0}{n}$, în suma considerată la calculul siguranței predomină influența îngustării distribuției ca urmare a creșterii numărului de grupuri și deci

$$\text{pentru } \rho > (1 + \varepsilon^2)\frac{k_0}{n}, \text{ rezultă } \sigma_{\rho,2n} > \sigma_{\rho,n}$$

(în care ε^2 este un termen pozitiv mic față de unitate).

Cele de mai sus demonstrează afirmația făcută că creșterea gradului de siguranță $\Delta\sigma$ este pozitivă la interconectarea a două sisteme avînd rezerve relative egale între ele și mai mari decît coeficientul de indisponibilitate al unităților.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Guțu, M. Petcu, A. Soci, *Calculul efectelor economice ale întreruperilor electrice accidentale*, Energetica, *10* (1963).
2. G. Calabrese, *Calcul de la puissance de réserve dans les complexes électriques par la méthode des probabilités*, Bulletin Scientifique de l'A.I.M., 68, *11* (1955).
3. R. Van Mele, A. Calvaer, C. Marique, *Le problème des réserves dans l'industrie de la production de l'électricité en Belgique*, Bulletin Scientifique de l'A.I.M., 69, *3* (1956).
4. C. F. De Sieno, L. L. Stine, *A probability method for determining the reliability of electric power systems*, Transactions IEEE, Power apparatus and systems, *2* (1964).
5. D. P. Gaver, F. E. Montmeat, A. D. Patton, *Power system reliability and method of calculation*, Transaction IEEE, Power apparatus and systems, *83*, *7* (1964).
6. V. Nitu, M. Brădescu, Em. Costin, *Metode statistico-probabilistice în energetică*, Energetica, *12*, *11*, 549—562 (1964).
7. V. Nitu, H. Albert, M. Brădescu, *O nouă metodă pentru evaluarea siguranței de funcționare a schemelor stațiilor electrice folosind calculul probabilităților*, Energetica, *13*, *12*, 573—584 (1965).

PARAMETRII DE CURGERE CARACTERISTICI GRILELOR DE STABILIZARE A ARDERII AMESTECURILOR COMBUSTIBILE

DE

N. ANTONESCU și I. RĂDULESCU

533 : 536.4

Pe baza unui model al curgerii în avalul grilei s-a determinat o metodică de calcul care scoate în evidență importante caracteristici ale fenomenului de stabilizare a arderii.

Rezultatele calculului sînt în bună concordanță cu datele experimentale, permițînd și verificarea ipotezelor de bază adoptate inițial.

Stabilizarea arderii pe grile se bazează pe asigurarea unui flux continuu de energie de aprindere a amestecului combustibil-aer prin recircularea produselor de ardere din zona frontului de flacără spre baza grilei.

Parametrii stabilității arderii — distanța de acroșare, fluxurile de energii — au fost analizați în lucrările anterioare [1], [2], obiectul prezentului articol fiind determinarea analitic-experimentală a parametrilor de curgere care stau la baza posibilității de calcul al stabilizării.

Curgerea în avalul grilei este determinată de două caracteristici importante : existența unui curent de întoarcere simetric așezat pe axa barei grilei, mărginit de linia de separație cu viteză nulă ($w = 0$), și existența unui curent cu același sens de curgere ca și curentul principal, alăturat acestuia, provenit din curentul de întoarcere. În figura 1 este ilustrată schema simplificată a unei curgeri în avalul grilei.

Pentru crearea recirculației, impulsul necesar este furnizat de jetul activ cu viteza w_a. Între acest jet activ și jetul de același sens din zona de recirculație, cu viteza w_{ar}, are loc un schimb de masă difuziv, proces care stă la baza fenomenului de stabilizare, asigurînd fluxul de energie de aprindere a amestecului combustibil. În completarea modelului ales trebuie remarcat de asemenea că există o circulație perpendiculară pe linia de separație $w = 0$, între curentul recirculat de sens direct și cel invers, și anume în apropierea grilei curentul direct este alimentat de

St. cerc. energ. electr. tom. 17 nr. 1 p. 81 — 88 București 1967

curentul invers, iar spre sfîrşitul zonei de recirculare curentul direct alimentează curentul invers.

Pentru determinarea analitică a regimului de curgere, calcul care va permite în final determinarea schimbului de căldură şi masă în zona de amestecare, se vor admite o serie de ipoteze general admise în cazul jeturilor libere şi jeturilor însoţite [3], [4], [5]. Ipotezele sînt cu atît mai justificate pentru cazul de faţă, cu cît în cazul special al proceselor din zona

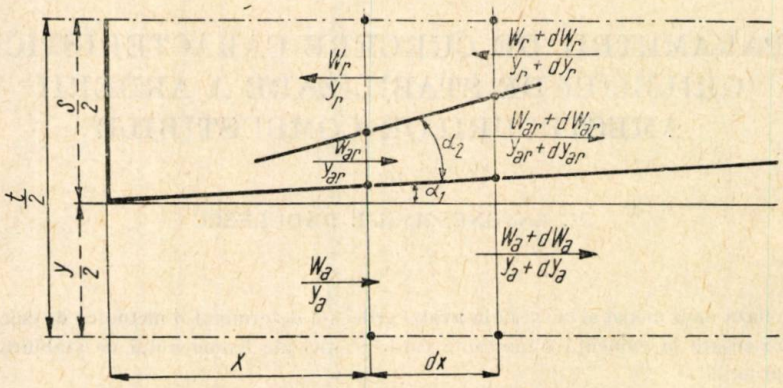


Fig. 1. — Modelul curgerii în avalul grilei.

de acroşare a stabilizatorilor nu există un aport sensibil de căldură în sistem prin procese de ardere, acesta începînd abia după distanţa de acroşare.

O primă ipoteză este aceea că funcţia de repartiţie a concentraţiilor în zona de amestec a jeturilor în contact se admite de formă echipolară în raport cu coordonata polară :

$$\varphi = \frac{y}{a\,x - b}$$

Ipoteza, după cum se va arăta în continuare, este bine verificată de datele experimentale prin dreptele $w = 0$ şi linia de separaţie între w_a şi w_{ar}.

A doua ipoteză este admiterea unei funcţii echipolare şi pentru repartiţia vitezelor raportate în jet, ipoteză de asemenea verificată experimental prin liniile drepte de separare a zonelor $w_a = \text{const.}$, de restul curentului şi de dreapta $w = 0$.

În sfîrşit, se poate admite că grila este un caz plan semiinfinit, efectele de margine fiind cu totul neglijabile la raporturi uzuale între pasul grilei şi lăţimea ei de ordinul 10—20.

Ţinînd seama de ipotezele de mai sus, de faptul că, fiind limitat de axe de simetrie, modelul este adiabat, rezultă că şi cîmpurile de temperaturi vor fi corespunzătoare cîmpurilor de concentraţii, adică ecartul faţă de o temperatură medie a jetului este proporţional cu o funcţie echipolară.

Această din urmă concluzie face posibilă transpunerea simplă a rezultatelor obținute pe un model rece la un stabilizator grilă, geometric similar, în funcționare reală.

Într-adevăr, în condițiile interacțiunii unor jeturi care au temperaturi diferite, funcțiile de curgere suferă modificări față de cele în cazul jeturilor de aceeași temperatură, în sensul că vor fi multiplicate cu o funcție de ρ_g/ρ_a (raportul densităților gazelor calde și reci), fără ca prin aceasta alura inițială să se modifice. În consecință, determinarea funcțiilor de variație ale parametrilor jetului se poate face la rece, transpunerea la cald făcîndu-se analitic prin multiplicare cu un factor constant.

CALCULUL PROCESULUI

Cu ipotezele precizate, utilizînd modelul prezentat în figura 1, se pot stabili ecuațiile de bază ale curgerii în spatele grilei, ecuații a căror rezultate se vor verifica cu datele experimentale.

Principalele notații întrebuințate sînt:

w — viteza,
ρ — densitatea,
y — lățimea zonelor,
α_1 — unghiul planului de limitare a jetului activ,
α_2 — unghiul planului de limitare între jeturile recirculante direct și invers;
φ_1, φ_2 — coeficienții unghiulari respectivi,
x — coordonata pe axul curentului; și indicii:
a — zona jetului activ,
ar — zona jetului recirculat direct,
r — zona jetului recirculat invers.

Ecuația conservării masei jetului activ, scrisă pentru două secțiuni vecine x și $x + \mathrm{d}x$, va fi

$$\rho_a w_a y_a = \rho_a (w_a + \mathrm{d}w_a)(y_a + \mathrm{d}y_a). \tag{1}$$

Ecuația conservării masei pentru jeturile recirculate în sens direct și invers se scrie global pentru ambele jeturi, prin aceasta admițîndu-se posibilitatea unui schimb de masă important între ele:

$$\rho_{ar} w_{ar} y_{ar} - \rho_r w_r y_r = \rho_{ar} (w_{ar} + \mathrm{d}w_{ar})(y_{ar} + \mathrm{d}y_{ar}) - \rho_r (w_r + \mathrm{d}w_r)(y_r + \mathrm{d}y_r). \tag{2}$$

Ecuația impulsului este principala ecuație care ține seama de fenomenul antrenării jeturilor și în scrierea ei se va face aproximarea că în lungul jetului nu sînt căderi importante de presiune:

$$\rho_a y_a w_a^2 - \rho_a (w_a + \mathrm{d}w_a)^2 (y_a + \mathrm{d}y_a) + \rho_{ar} y_{ar} w_{ar}^2 - \rho_{ar} (w_{ar} + \mathrm{d}w_{ar})^2 (y_{ar} + \mathrm{d}y_{ar}) + \rho_r y_r w_r^2 - \rho_r (w_r + \mathrm{d}w_r)^2 (y_r + \mathrm{d}y_r) = 0. \tag{3}$$

Ecuaţia simetriei axiale a jeturilor pentru toate orificiile grilei:

$$y_a + \mathrm{d}y_a + y_{ar} + \mathrm{d}y_{ar} + y_r + \mathrm{d}y_r = y_a + y_{ar} + y_r. \tag{4}$$

Funcţia echipolară de separare a zonei curentului activ de zona curentului recirculat direct:

$$\mathrm{d}y_a = \operatorname{tg}\alpha_1 \cdot \mathrm{d}x = \varphi_1 \cdot \mathrm{d}x. \tag{5}$$

Funcţia echipolară de separare a zonei curentului recirculat direct de zona curentului recirculat invers:

$$\mathrm{d}y_r = \operatorname{tg}\alpha_2 \cdot \mathrm{d}x = \varphi_2 \cdot \mathrm{d}x, \tag{6}$$

corespunzînd locului $w = 0$.

Considerînd cunoscute funcţiile φ_1 şi φ_2 din date experimentale, numărul de ecuaţii este suficient pentru determinarea principalelor necunoscute: w_a, w_r, w_{ar}, y_a, y_r, y_{ar} funcţie de parametrul x.

Prelucrarea ecuaţiilor 1—6 conduce la obţinerea sistemului final:

$$w_a\,\mathrm{d}y_a + y_a\,\mathrm{d}w_a = 0, \tag{7}$$

$$\frac{\rho_{ar}}{\rho_a} w_{ar}\,\mathrm{d}y_{ar} + \frac{\rho_{ar}}{\rho_a} y_{ar}\,\mathrm{d}w_{ar} - \frac{\rho_r}{\rho_a} w_r\,\mathrm{d}y_r - \frac{\rho_r}{\rho_a} y_r\,\mathrm{d}w_r = 0, \tag{8}$$

$$w_a^2\,\mathrm{d}y_a + \frac{\rho_r}{\rho_a} w_r^2\,\mathrm{d}y_r + \frac{\rho_{ar}}{\rho_a} w_{ar}^2\,\mathrm{d}y_{ar} + 2w_a y_a\,\mathrm{d}w_a +$$

$$+ 2\,\frac{\rho_r}{\rho_a} w_r y_r\,\mathrm{d}w_r + 2\,\frac{\rho_{ar}}{\rho_a} w_{ar} y_{ar}\,\mathrm{d}w_{ar} = 0, \tag{9}$$

$$\mathrm{d}y_a = \varphi_1 \cdot \mathrm{d}x, \tag{10}$$

$$\mathrm{d}y_{ar} = -(\varphi_1 + \varphi_2)\,\mathrm{d}x, \tag{11}$$

$$\mathrm{d}y_r = \varphi_2 \cdot \mathrm{d}x. \tag{12}$$

Sistemul de mai sus poate fi rezolvat simplu pe maşina analogică de calcul. În etapa actuală, nedispunîndu-se de acest mijloc de calcul, s-a rezolvat sistemul într-o primă aproximaţie folosind metoda diferenţelor finite. Pentru aceasta, sistemul de ecuaţii 7—10 a fost rezolvat în raport cu creşterile variabilelor şi s-au dat acestor creşteri valori finite. De asemenea, pentru a putea compara rezultatele de calcul cu cele obţinute experimental, sistemul s-a calculat în situaţie izotermă, adică $\rho_a = \rho_{ar} = \rho_r$:

$$\Delta w_a = -\varphi_1 \frac{w_a}{y_a}\,\Delta x, \tag{13}$$

$$\Delta w_{ar} = \frac{w_a^2 \varphi_1 + w_r^2 \varphi_2 + w_{ar}^2 (\varphi_1 + \varphi_2) + 2w_{ar} w_r (\varphi_1 + \varphi_2)}{2y_{ar}(w_r + w_{ar})} \cdot \Delta x, \tag{14}$$

$$\Delta w_r = \frac{w_a^2 \varphi_1 - w_r^2 \varphi_2 - w_{ar}^2 (\varphi_1 + \varphi_2) - 2 w_{ar} w_r \varphi_2}{2 y_r (w_r + w_{ar})} \cdot \Delta x \tag{15}$$

$$\Delta y_a = \varphi_1 \Delta x, \tag{16}$$

$$\Delta y_{ar} = -(\varphi_1 + \varphi_2) \Delta x, \tag{17}$$

$$\Delta y_r = \varphi_2 \Delta x. \tag{18}$$

În calculul sistemului (13)—(18) apar o serie de particularităţi de care trebuie să se ţină seama. În primul rînd, pentru $x = 0$, adică la marginea grilei, $\frac{dw_{ar}}{dx} = \infty$ şi $\frac{dw_r}{dx} = \infty$ şi deci curbele de variaţie a vitezelor w_{ar} şi w_r sînt perpendiculare în origine. În al doilea rînd, calculul sistemului se opreşte la valoarea coordonatei x pentru care $w_{ar} = 0$, respectiv $\frac{dw_r}{dx} = \infty$, punct extrem al curentului recirculat, de sens invers.

Rezolvarea sistemului (13)—(18) s-a făcut pentru un caz oarecare avînd următoarele date iniţiale :

grila : $s = 27$ mm ; $t = 54$ mm ;

viteza iniţială : $w_{a0} = 12{,}5$ m/s ;

caracteristicile curgerii : $\varphi_1 = 0{,}0357$ şi $\varphi_2 = -0{,}1570$.

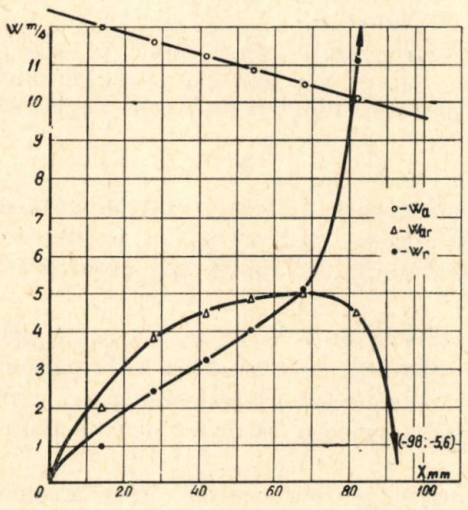


Fig. 2. — Variaţia vitezelor în avalul grilei.

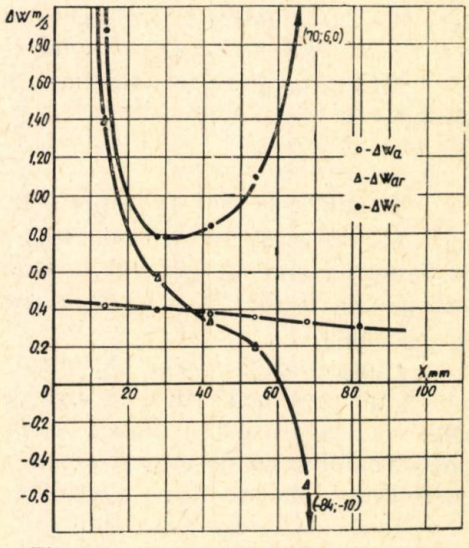


Fig. 3. — Variaţia creşterilor vitezelor.

Rezultatele calculelor sînt reprezentate în figura 2 în ceea ce priveşte variaţiile vitezelor w_a, w_{ar} şi w_r şi în figura 3 pentru variaţiile creşterilor vitezelor Δw_a, Δw_{ar} şi Δw_r.

În aceste figuri se pot urmări clar particularităţile expuse anterior. Se mai observă de asemenea un fenomen important, şi anume că între zona de recirculaţie directă şi inversă are loc un puternic schimb de masă, mai ales spre sfîrşitul zonei de recirculaţie, fapt deosebit de important în studiul fenomenului de stabilizare.

Considerînd că în zona depărtată de grilă curentul recirculat direct (ar) capătă temperatura existentă în frontul de flacără, înseamnă că şi curentul recirculant invers (r) va avea aceeaşi temperatură, fiind continu alimentat de curentul direct. De asemenea, în zona vecină grilei schimbul de masă fiind în sensul de la curentul invers la cel direct ($r \rightarrow ar$), rezultă că se produce un important aport de căldură amestecului combustibil incident, constituind chiar necesarul de energie de aprindere.

VERIFICAREA CU DATE EXPERIMENTALE

Modelul rece pe care s-au făcut experimentările a fost un tunel la capătul căruia s-a montat grila experimentală cu caracteristicile:

$$s = 27 \text{ mm}; \quad t = 54 \text{ mm}.$$

Pentru viteza iniţială a jetului principal la ieşirea din grilă $w_{a0} = 12{,}5$ m/s, s-au determinat cîmpurile de viteză în avalul grilei, urmărindu-se în special obţinerea cu precizie a poziţiei liniilor de viteză nulă — corespunzînd liniei de separare a curentului de curgere directă de cel invers — şi mărimea vitezelor directe şi inverse funcţie de depărtarea de grilă. Ca o indicaţie suplimentară s-a urmărit şi verificarea liniarităţii conturului care delimitează zona $w_a = \text{const}$.

Măsurătorile au fost efectuate în zona vitezelor relativ mari (w_a şi w_{ar}) cu ajutorul unei sonde direcţionale de viteză, iar în zona vitezelor mici (w_r şi parţial w_{ar}) cu ajutorul unui termoanemometru cu scală reglabilă 0—1 şi 1—6 m/s.

Rezultatele sînt prezentate în figura 4.

Se observă, în primul rînd, confirmarea ipotezelor iniţial admise că funcţiile sînt în general constante (drepte polare) şi, în particular, atît pentru liniile $w = 0$, cît şi pentru liniile de limită ale domeniului $w_a = \text{const}$.

Cîmpurile de viteze obţinute arată existenţa la ieşire din fanta grilei a unui cîmp uniform de viteze pe o distanţă de circa 3—4 s. Lungimea relativ mică a acestui cîmp se explică prin faptul că recirculaţia şi limitarea posibilităţii de expandare a jetului datorită jeturilor vecine reduc posibilitatea de înaintare a jetului.

Linia de viteze nule, limitînd zona de recirculaţie cu viteze inverse, are o lungime de circa 6—8 s, fapt care arată că proveniența gazelor recirculate în cazul arderii pe grilă este din zona de ardere care se află după distanţa de acroşare, adică la circa 3—6 s.

În privinţa variaţiei vitezelor, directe şi inverse, în avalul grilei, se constată o bună corespondenţă între datele calculate şi cele experimen-

tale. În plus, după cum s-a arătat, datele calculate precizează valorile vitezelor în imediata apropiere a grilei, unde măsurătorile nu pot fi efectuate cu precizie.

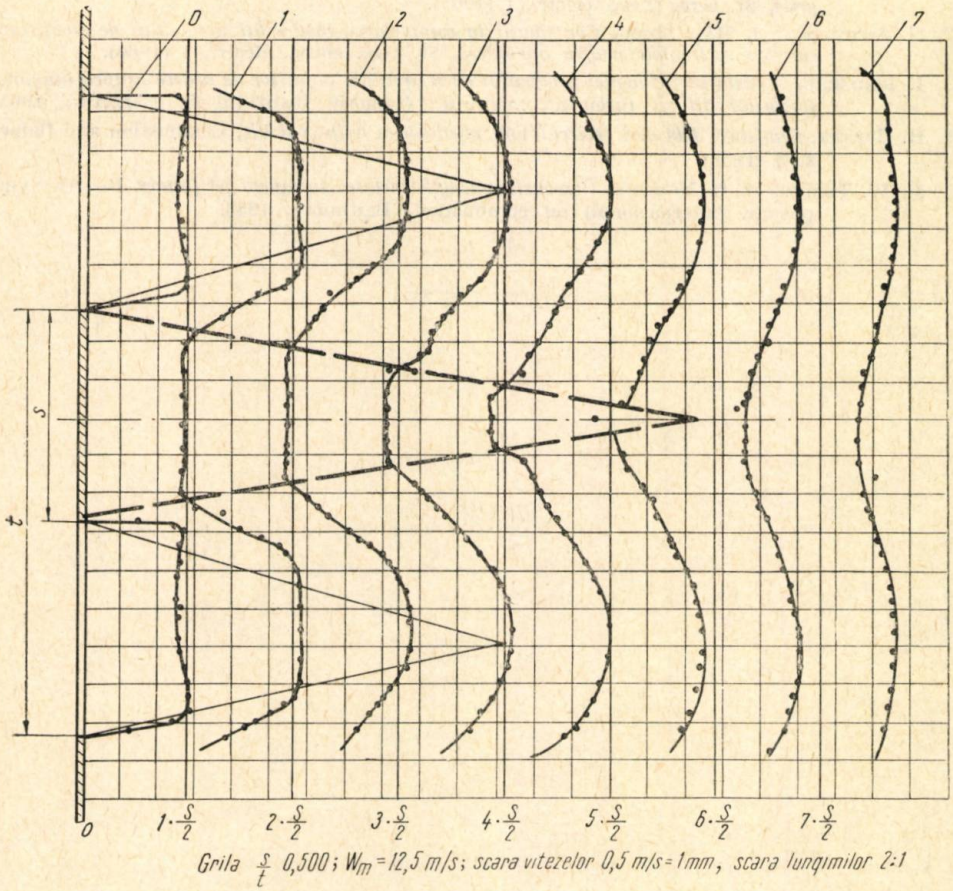


Fig. 4. — Rezultate experimentale privind cîmpul de viteze în avalul grilei.

CONCLUZII

Pe baza unui model al curgerii în avalul unei grile, model a cărui ipoteze au fost verificate experimental, s-a determinat o metodică de calcul care scoate în evidență importante caracteristici ale fenomenului de stabilizare a arderii. Apare astfel influența unui important flux de substanță între zona de recirculație directă și cea inversă în regiunea depărtată de grilă și a unui flux invers în zona apropiată de grilă. Aceste schimburi explică primirea fluxului de energie de aprindere în zona de acroșare.

Rezultatele calculelor sînt în bună concordanță cu datele experimentale. În plus ele precizează valorile vitezelor din zonele de recirculație direct și invers în imediata apropiere a grilei.

BIBLIOGRAFIE

1. N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, *Distanţa de acroşare a frontului de flacără la stabilizare pe grile*, St. cerc. energ. electr., 1 (1965).
2. N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, *Contribuţii la completarea modelului procesului de stabilizare cu gaze recirculate pentru aprindere*, St. cerc. energ. electr., 1 (1966).
3. I. IORDACHE, *Modelarea influenţei procesului de recirculare a gazelor de ardere asupra lungimii flăcărilor difuziv turbulente mărginite*, Memoriu Institutul de energetică, 1965.
4. R. CURTET, *Confined Jets and recirculation phenomena with cold air*, Combustion and flame, **2**, *3* (1958).
5. M. W. THRING, M. O. NEWLEY, *Combustion length enclosed turbulent jet flames*, Fourth Symposium (international) on combustion, Baltimore, 1953.

DEPENDENȚA VITEZEI DE ARDERE A PARTICULEI DE NATURA COMBUSTIBILULUI SOLID [1])

DE

I. CARABOGDAN

533 : 536.4

Pornind de la necesitatea obținerii unor date certe asupra comportării la ardere a combustibililor românești, date necesare proiectării și funcționării optime a focarelor cu cărbune pulverizat, s-au determinat experimental valorile celor trei componente ale timpului de ardere a particulei de combustibil într-un cîmp convectiv radiant cu o temperatură de 1000°C. Cercetările efectuate pe zece combustibili au pus în evidență influența naturii combustibilului asupra timpului de pregătire, de ardere a substanțelor volatile și a reziduului carbonos.

1. După cum s-a arătat în [1], [2], timpul de ardere al unei particule de combustibil solid poate fi imaginat ca suma a trei componente

$$\tau_{tot} = \tau_p + \tau_v + \tau_r. \qquad (1)$$

Determinarea experimentală a acestor trei componente a fost impusă, pe de o parte, de necesitatea verificării ipotezelor care au stat la baza determinării analitice a timpului de ardere, iar pe de altă parte de necesitatea obținerii unor date certe asupra comportării la ardere a combustibililor românești, necesare proiectării și funcționării optime a focarelor cu cărbune pulverizat. În prezentul articol ne-am propus să prezentăm rezultatele obținute pe un număr de zece combustibili și compararea acestor rezultate cu cele obținute pe cale teoretică. Deoarece caracteristicile celor zece combustibili experimentați acoperă aproape în întregime gamă de variație a caracteristicilor energetice a combustibililor solizi din țara noastră, se trag unele concluzii asupra dependenței vitezei de ardere a particulei de natura combustibilului.

2. Principalele caracteristici energetice ale combustibililor experimentați sînt prezentate în tabela 1. Prepararea probelor de cărbune

[1]) Lucrare prezentată în ședința secției de termoenergetică din 6 decembrie 1965.

s-a efectuat după metodologia expusă anterior [1], în conformitate cu care au fost selecționate, cîntărite și dimensionate 16 000 de particule (cîte 1 600 pentru fiecare combustibil). Numărul și caracteristicile geometrice ale particulelor necesare să fie supuse arderii în instalația experimentală au fost determinate din curba de repartiție a particulelor fiecărei fracțiuni granulometrice pe baza expresiei diametrului mediu corectat [1]:

$$d_{mc} = \frac{n_1 d_{c1} + n_2 d_{c2} + n_3 d_{c3} + \ldots + n_K d_{cK}}{\sum_{1}^{K} n_i}, \qquad (2)$$

Tabela 1

Caracteristicile energetice principale ale combustibililor studiați

Nr. crt.	Combustibilul	Simbol	$W^a_{\%}$	$A^u_{\%}$	$V^{mc}_{\%}$	Q^a_i kc/kg	K_i*)	K_a*)	σ g/cm³
1	Schela	A	3,24	7,58	1,28	7310	0,08	0,01	1,68
2	Anina	H	1,44	6,49	28,50	6716	0,10	0,40	1,76
3	Vulcan	H	3,31	8,65	43,50	6730	0,14	0,74	1,57
4	Petrila	H	2,90	16,30	42,50	5610	0,33	0,73	1,43
5	Șorecani	BM	7,60	14,20	48,30	2980	0,32	0,94	1,48
6	Leorda	BM	8,45	37,72	49,90	3310	1,21	1,00	2,08
7	Schitu Golești	BL	12,60	10,60	53,50	3750	0,25	1,15	1,36
8	Sărmășag	BL	11,90	20,10	53,10	3630	0,54	1,16	1,57
9	Rovinari	BL	8,52	19,38	58,93	3650	0,58	1,44	1,41
10	Căpeni	BA	13,90	16,20	57,30	3510	0,46	1,38	1,39

*) [3] $K_i = \frac{A^a}{C^a_f}$; $K_a = \frac{V^a}{C^a_f}$;

care ține seama, așa cum s-a arătat [1], [2], atît de abaterea formei particulei de la sferă, cît și de împrăștirea lor în limitele fracției granulometrice respective.

Pentru particulele supuse experimentărilor s-a determinat grafic relația dintre greutatea acestora și diametrul mediu corectat:

$$G_p = K_0 \cdot d^m_{mc}. \qquad (3)$$

Valorile experimentale ale parametrilor K_0 și m sînt prezentate în tabela 2.

Din tabela 2 se vede că numai coeficientul K_0 este funcție de natura combustibilului, exponentul m avînd valori destul de apropiate, care variază în jurul cifrei de 3,00.

3. Instalația experimentală prezentată în [1] a permis determinarea celor trei componente a timpului de ardere și a factorului de umflare al

particulelor. Cercetările experimentale au fost efectuate în următoarele condiții: temperatura mediului 1 000°C, viteza relativă dintre mediu și particulă egală cu zero și presiunea parțială a oxigenului din mediu egală cu presiunea parțială a oxigenului din aer.

Tabela 2

Valorile experimentale ale parametrilor K_0 și m

Nr. crt.	Combustibilul	Simbol	K_0	m
1	Schela	A	1 067	3,08
2	Anina	H	1 022	3,01
3	Vulcan	H	1 540	3,26
4	Petrila	H	881	3,01
5	Șorecani	BM	1 085	3,10
6	Leorda	BM	977	2,91
7	Schitu Goleşti	BL	746	3,04
8	Sărmășag	BL	795	2,90
9	Rovinari	BL	686	2,96
10	Căpeni	BA	750	3,00

4. Comportarea generală în timpul arderii a tuturor particulelor, cu excepția celor de antracit (Schela), a fost cea preconizată în ipoteza teoretică, și anume o perioadă inițială de pregătire pînă la atingerea temperaturii de aprindere, arderea substanțelor volatile urmată de arderea reziduului carbonos. Particulele de antracit, cu un conținut foarte redus de substanțe volatile, au prezentat numai două stadii în procesul de ardere, și anume o perioadă de pregătire urmată direct de arderea reziduului carbonos. După părerea autorului, aceeași succesivitate a fazelor procesului, caracteristică arderii particulelor singulare, trebuie să se mențină și în cazul flăcărilor reale stabile.

4.1. Determinarea analitică a timpului de pregătire impune cunoașterea temperaturii mediului, a temperaturii de aprindere a particulei și a caracteristicilor fizice ale combustibilului studiat. Cu ajutorul nomogramelor construite pe baza relației [4]

$$\frac{t_{F,\tau}}{t_a} = f_F\,(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo}), \tag{4}$$

se determină dependența teoretică a timpului de ardere de diametrul mediu corectat în cazul în care temperatura mediului este constantă. Concluzia principală ce se desprinde din această dependență constă în faptul că timpul de pregătire crește cu creșterea dimensiunii caracteristice a particulei. Determinările experimentale ale timpului de pregătire a par-

ticulelor pentru diferiţi cărbuni (vezit abela 3) conduc la concluzii similare, în special pentru particule mai mari de 750μ. Cu micşorarea în continuare a dimensiunilor particulelor, timpul de pregătire are tendinţa să înceapă să crească ca urmare a micşorării continue a diferenţei dintre cantităţile de căldură cedată şi primită [4]. Această creştere a timpului de pregătire în domeniul fracţiilor fine este cu atît mai accentuată, cu cît conţinutul

Tabela 3

Dependenţa timpului de pregătire de mărimea fracţiunii granulometrice.

Nr. crt.	Combustibilul	Simbol	U.M.	3—2,5 mm	2,5—2,0 mm	2,0—1,5 mm	1,5—1,2 mm	1,2—1,0 mm	1,0—0,75 mm	0,75—0,6 mm	0,6—0,5 mm	Φ
1	Schela	A	S	10,8	8,3	5,7	2,9	2,4	1,8	2,4	2,4	1,18
			%	6,4	6,6	6,8	7,1	7,4	7,6	12,2	16,3	
2	Anina	H	S	0,9	0,8	0,7	0,7	0,7	0,5	0,6	0,6	1,15
			%	3,0	3,2	3,6	4,0	5,5	8,6	12,7	13,0	
3	Vulcan	H	S	0,9	0,9	0,9	0,9	0,6	0,6	0,6	0,5	1,13
			%	2,2	3,3	4,0	5,7	5,8	7,4	14,4	14,3	
4	Petrila	H	S	1,3	1,2	1,1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,7	1,30
			%	3,2	3,8	5,2	7,3	7,4	10,8	12,2	22,6	
5	Şorecani	BM	S	1,3	1,0	0,8	0,9	0,8	0,7	0,7	0,7	1,12
			%	3,3	3,5	4,1	7,4	7,1	9,9	19,4	20,6	
6	Leorda	BM	S	1,4	1,2	1,1	1,2	1,2	0,9	1,1	1,3	1,09
			%	3,5	3,4	5,0	6,5	13,0	13,3	20,4	27,3	
7	Schitu Goleşti	BL	S	1,1	0,8	1,1	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	1,19
			%	2,7	3,5	5,4	6,1	8,1	9,2	12,2	13,2	
8	Sărmăşag	BL	S	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	1,14
			%	3,6	5,7	7,5	9,3	10,3	12,6	14,3	16,1	
9	Rovinari	BL	S	1,5	1,4	1,1	0,9	1,1	1,2	1,3	1,3	1,02
			%	4,7	5,5	4,9	7,4	10,1	17,7	20,0	27,8	
10	Căpeni	BA	S	1,6	1,2	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	1,0	1,08
			%	4,8	4,8	4,8	7,8	11,5	12,4	18,0	20,8	

de cenuşă al combustibilului respectiv este mai ridicat. Astfel, de exemplu, cărbunele de Şorecani, cu un conţinut de cenuşă de 14,20%, are un timp de pregătire aproape constant în intervalul 1 000—500μ faţă de cărbunele de Leorda, cu un conţinut de cenuşă de 37,72%, care înregistrează, în aceleaşi limite granulometrice, o creştere a timpului de pregătire de 0,4 s. Această influenţă a conţinutului de cenuşă asupra timpului de pregătire este confirmată şi de comportarea cărbunelui de Rovinari în comparaţie cu ceilalţi combustibili studiaţi din grupa cărbunilor bruni lemnoşi.

Rezultatele înregistrate scot în evidenţă o diferenţă mare (de la 4 la 10 ori, funcţie de granulaţie) între timpul de pregătire al antracitului

și al celorlalți combustibili. Gradientul de variație crește cu mărirea fracției granulometrice.

În cadrul aceleiași grupe de combustibili (huile, bruni mați, bruni lignitici etc.), conținutul de cenușă constituie factorul principal care influențează timpul de pregătire. Creșterea conținutului de substanțe volatile (în cazul nostru de la 28,5 la cca 59%) în cadrul unor limite destul de largi nu influențează sensibil timpul de pregătire al particulelor de combustibil solid. Pentru toți combustibilii studiați, ponderea timpului de pregătire în cadrul întregii perioade de ardere a particulelor $\left(\frac{\tau_p}{\tau_{tot}} \cdot 100\right)$ crește continuu cu micșorarea fracției granulometrice (tabela 3); astfel $\left(\frac{\tau_p}{\tau_{tot}} \cdot 100\right)$ are valori între $(2{,}2 \div 7{,}4)\%$ pentru fracția $(3\,000 \div 1\,000)\,\mu$, față de $(13{,}2 \div 27{,}8)\%$ pentru fracția $(500 \div 600)\,\mu$. În limitele aceleiași fracții granulometrice, ponderea timpului de pregătire este cu atît mai mare, cu cît valoarea criteriului de intensitate a arderii este mai ridicată. De menționat faptul că, în cazul antracitului, ponderea timpului de pregătire (în special pentru particule mai mici de 2 000 μ) este comparabilă cu a celorlalți combustibili, deși valorile absolute sînt de cîteva ori mai mari.

În perioada de pregătire, particulele tuturor combustibililor studiați și-au modificat caracteristicile geometrice. Raportul dintre diametrul echivalent determinat după umflarea particulei și diametrul echivalent inițial a fost definit ca factor de umflare [1]

$$\Phi = \frac{d_1}{d_0} \cdot \tag{5}$$

S-a observat că, după umflare, caracteristicile geometrice ale particulelor se mențin în general constante pînă în momentul în care începe să ardă reziduul carbonos. Determinările experimentale au arătat că factorul de umflare al particulelor unui combustibil dat este o mărime constantă, nefiind funcție de fracția granulometrică, fiind o mărime caracteristică fiecărui combustibil.

Valorile experimentale ale factorului de umflare pentru combustibilii studiați sînt prezentate în ultima coloană a tabelei 3.

4.2. Timpul de ardere a substanțelor volatile, după cum s-a demonstrat în [1], [5], este dat de relația

$$\tau_v = \frac{\sigma\left(\frac{V^a}{100}\right)}{8\,C_0 \frac{P_0}{\eta}} \cdot d_0^2 = K_v \cdot d_0^2. \tag{6}$$

Datorită inexistenței unei teorii asupra desfășurării procesului de ardere a substanțelor volatile în emisie, valoarea coeficientului K_v nu poate fi determinată analitic. Experimental, pentru fiecare combustibil studiat, a fost ridicată dependența $\tau_v = f(G_p)$; $(\tau_v = K_2 \cdot G_p^m)$. Considerînd că

dependența timpului de ardere a substanțelor volatile de diametrul mediu corectat este dată de o relație de forma

$$\tau_v = K_v \cdot d_{mc}^{m_1} \tag{7}$$

și, folosind expresia lui G_p din (3), se obține

$$\tau_v = K_2 (K_0 \cdot d_{mc}^{m})^{m_2}, \tag{8}$$

de unde

$$K_v = K_2 \cdot K_0^{m_2}, \tag{9}$$

$$m_1 = m \cdot m_2. \tag{10}$$

Valorile experimentale ale coeficientului K_v și exponentului m_1 sînt prezentate în tabela 4.

Tabela 4

Valorile determinate experimental ale lui K_v, K_3, m_1, și m_3

Nr. crt.	Combustibilul	Simbol	V^{mc} %	K_v s/cm²	m_1 —	K_3 mg/s.cm	m_3 —
1	Schela	A	1,28	—	—	—	—
2	Anina	H	28,50	56	1,91	4,83	1,10
3	Vulcan	H	43,50	77	1,91	7,65	1,35
4	Petrila	H	42,50	66	1,86	4,64	1,15
5	Șorecani	BM	48,30	116	2,01	3,58	1,09
6	Leorda	BM	49,90	83	2,06	3,36	0,85
7	Schitu Goleşti	BL	53,50	54	1,98	5,77	1,06
8	Sărmăşag	BL	53,10	56	1,90	5,31	1,00
9	Rovinari	BL	58,93	75	1,96	3,98	1,00
10	Căpeni	BA	57,30	70	1,90	4,15	1,08

Emisia și arderea substanțelor volatile în cazul huilelor, a cărbunilor bruni lemnoși și amorfi s-a desfășurat sub forma unui proces violent, neuniform repartizat în jurul particulei. Acesta a determinat ca în perioada de ardere a substanțelor volatile unele particule să explodeze. S-a observat că procentul particulelor explodate este mai ridicat pentru combustibilii cu mai multă cenușă (circa 10% pentru Petrila și Leorda față de 1—2% pentru ceilalți combustibili). Flacăra este mult mai strălucitoare în cazul huilelor în comparație cu ceilalți combustibili. La cărbunii bruni maturi (Șorecani și Leorda), emisia și arderea volatilelor a avut un caracter continuu și o repartiție uniformă (sferică) în jurul particulelor. Datorită conținutului mic de volatile, nici una dintre particulele antracitului studiat nu au prezentat faza de ardere a substanțelor volatile. Același fenomen s-a înregistrat și la unele particule (circa 3%, cu excepția cărbunelui brun amorf de Căpeni, care a avut 10%) ale celorlalți combustibili, în special la dimensiuni ale particulelor sub 750μ.

Din rezultatele prezentate în tabela 4 reies următoarele :

— expresia dependenței timpului de ardere a substanțelor volatile de diametrul mediu corectat este similară cu cea demonstrată pe cale analitică [1]. Exponentul m_1 diferă foarte puțin de valoarea 2 determinată prin calcul și nu depinde de natura combustibilului ;

— coeficientul K_v este funcție de natura combustibilului și, în cadrul fiecărei grupe de combustibil (H, BL, BA, BM), variază direct proporțional cu conținutul de substanțe volatile ;

— creșterea conținutului de cenușă determină micșorarea valorii coeficientului K_v (Leorda, Petrila). Ponderea timpului de ardere a substanțelor volatile în cadrul perioadei integrale de ardere a particulei variază, în medie, între 7,0% pentru Anina și 14,8% pentru Șorecani.

Valorile înregistrate pun în evidență faptul că, practic, ponderea timpului de ardere a substanțelor volatile pentru același combustibil nu este funcție de fracția granulometrică (gama de variație este de $\pm$ 2% față de valoarea medie a raportului $\frac{\tau_v}{\tau_{tot}}$).

Plecînd de la cantitatea de substanțe volatile care intră în compoziția fiecărei particule și timpul lor de ardere, se poate determina viteza de reacție (de consum) a substanțelor volatile în condițiile date (temperatură, concentrația de oxigen a mediului, presiune etc.). Considerînd dependența cantității de substanțe volatile de diametrul mediu corectat ca o relație de tipul

$$G_v = K_0 \cdot d_{mc}^{m} \cdot V^a, \tag{11}$$

iar timpul lor de ardere dat de relația (7), se poate scrie

$$F_V = \frac{G_V}{K_V} \cdot V^a \cdot d_{mc}^{m-m_1} = K_3 \cdot d_{mc}^{m_3}. \tag{12}$$

Valorile coeficientului K_3 și ale exponentului m_3 sînt date în tabela 4. După cum rezultă din aceste date, exponentul m_3 are valori care variază în jurul mărimii medii de 1,05, foarte apropiată de valoarea teoretică 1. Valorile coeficientului K_3 variază între 3,36 și 7,65 mg/s.cm, urmărind în general, pentru fiecare grup de combustibili în parte, variația cantității absolute a substanțelor volatile. Prin urmare, viteza de reacție este controlată de viteza de emisie a substanțelor volatile. Rezultatele obținute permit evidențierea faptului că viteza de emisie a substanțelor volatile din particulele de combustibil solid este direct proporțională cu cantitatea acestora și este funcție de natura combustibilului.

4.3. După cum s-a demonstrat teoretic [1], [6], [7], timpul de ardere a reziduului carbonos poate fi dat de o relație de forma

$$\tau_r = K_D \cdot d_0^2, \tag{13}$$

în care

$$K_D = \frac{\sigma}{3\,\rho_0\,D_0\,f_g\left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,75}} \cdot \frac{C_f^a}{100} \cdot \frac{1}{\Phi} \tag{14}$$

sau, pentru comoditatea calculului,

$$K_D = K' \cdot \sigma \cdot \frac{C_f^a}{100} \cdot \frac{1}{\Phi}. \qquad (15)$$

După cum se vede, K' nu este funcție de caracteristicile combustibilului, valoarea lui depinzînd de variația temperaturii mediului și a suprafeței particulei. Din punct de vedere teoretic, influența naturii combustibililor asupra timpului de ardere a reziduului este introdusă de mărimile σ, C_f și Φ. Cunoscînd caracteristicile combustibililor și ale mediului, se pot determina prin calcul valorile lui K_D fără a ține seama însă de fenomenul de ardere internă a particulei, și de influența cenușii.

Rezultatele determinărilor experimentale, prelucrate după o metodă similară cu cea expusă la punctul 4.2 ($\tau_r = K_D \cdot d_{mc}^{m_r}$), sînt prezentate în tabela 5. Din analiza acestor date și din compararea lor cu cele obținute teoretic, reies următoarele :

— Expresia dependenței timpului de ardere a reziduului carbonos de diametrul mediu corectat este similar cu cea demonstrată teoretic. Exponentul m_r este foarte apropiat de valoarea „2" determinată prin calcul, ceea ce confirmă ipoteza arderii difuzionale.

Tabela nr. 5

Caracteristicile de ardere ale reziduului carbonos.

Nr. crt.	Combustibilul	A^a %	C_f^a	K_D s/cm²	m_r —	K_4 mg/s.cm	m_4 —
1	Schela	7,33	0,883	1740	1,92	0,54	1,16
2	Anina	6,40	0,659	880	1,98	0,77	1,03
3	Vulcan	8,36	0,514	561	1,96	1,41	1,30
4	Petrila	15,81	0,473	470	1,88	0,89	1,13
5	Șorecani	13,12	0,410	570	1,99	0,78	1,11
6	Leorda	34,50	0,285	648	1,88	0,43	1,03
7	Schitu — Golești	9,27	0,364	490	1,99	0,56	1,05
8	Sărmășag	17,72	0,326	365	1,87	0,71	1,03
9	Rovinari	17,73	0,303	540	1,96	0,39	1,00
10	Căpeni	13,10	0,300	500	1,97	0,45	1,03

— Valoarea exponentului m_r variază în limite foarte strînse și practic se poate considera că nu este funcție de natura combustibilului.

— Valorile experimentale ale coeficientului K_D se găsesc, în general, sub cele determinate teoretic, ceea ce arată că în procesul real de ardere a particulei factorii au o influență negativă asupra vitezei de reacție predomină.

— Pentru combustibilii superiori (antracit, huilă) a fost pusă în evidență o dependență univocă între carbonul fix și valoarea coeficientului K_D. Pentru celelalte grupe de combustibili, această dependență nu se menține. Aceeași concluzie este valabilă și pentru influența conținutului de cenușă asupra valorii coeficientului K_D.

Pornind de la cantitatea de materie combustibilă care rămîne după arderea substanțelor volatile și de la timpul de ardere înregistrat pentru reziduul carbonos, se poate determina viteza de consum a acestuia:

$$F_r = \frac{G_r}{\tau_r} = \frac{K_0 \cdot d_{mc}^m \cdot \frac{C_f^a}{100}}{K_D \cdot d_{mc}^{m_4}} = K_4 \cdot d_{mc}^{m_4}. \qquad (16)$$

Valorile lui K_4 și m_4 astfel determinate sînt prezentate în tabela 5. Din analiza acestor date rezultă că viteza de consum a reziduului carbonos este o funcție liniară de diametrul mediu corectat, iar exponentul (m_4) este o mărime constantă foarte apropiată de valoarea teoretică 1 și nu este funcție de natura combustibilului.

De menționat că viteza de consum a reziduului particulelor de antracit la temperatura mediului de 1 000°C este cu mult sub cea determinată teoretic (0,54 față de 0,94), în timp ce pentru toți ceilalți combustibili studiați valorile experimentale ale vitezei de consum le depășesc pe cele teoretice.

5. Cercetările efectuate asupra arderii individuale a particulelor cuprinse între 500 și 3 000 μ într-un cîmp convectiv radiant generat de o incintă ceramică încălzită electric au confirmat ipotezele teoretice care au stat la baza calculării timpului de ardere funcție de caracteristica geometrică a particulei respective. Rezultatele obținute pe zece combustibili solizi, a căror constituienți acoperă aproape în întregime gama de variație a caracteristicilor energetice a combustibililor din țara noastră, au pus în evidență influența naturii combustibilului asupra timpului de ardere în cazul în care temperatura mediului este constantă.

NOTAȚII

A^a, A^u — conținutul de cenușă raportat la masa de analiză și, respectiv, la masa uscată (%).
Bi — criteriul Biot.
C_0 — concentrația substanțelor volatile la suprafața particulei.
C_f^a — carbonul fix raportat la masa de analiză (%).
D_0 — coeficientul de difuziune a oxigenului în azot (cm^2/s).
d_0 — diametrul inițial al particulei (cm).
d_1 — diametrul particulei după umflare (cm).
d_{mc} — diametrul mediu corectat al particulei (cm).
Fo — criteriul Fourié.

F_r — viteza de reacţie a reziduului carbonos $\left(\frac{mg}{s}\right)$.

F_v — viteza de reacţie a substanţelor volatile $\left(\frac{mg}{s}\right)$.

f_0 — concentraţia fracţională maximă a oxigenului în mediul ambiant.

G_p — greutatea iniţială a particulei (g).

G_r — greutatea reziduului carbonos dintr-o particulă (g).

G_v — greutatea substanţelor volatile dintr-o particulă (g).

K_0 — coeficient în relaţia (3) (mg/cm³).

K_2 — coeficient în relaţia (8).

K_3 — coeficient în relaţia (12) (mg/s.cm).

K_4 — coeficient în relaţia (16) $\left(K_4 = \frac{K_0}{K_D} \cdot \frac{Cf}{100}\right)\left(\frac{mg}{s.cm}\right)$.

K' — coeficient în relaţia (15) $\left(\frac{cm.s}{g}\right)$.

K_a — criteriu de aprindere.

K_D — coeficient în relaţia (13) $\left(\frac{s}{cm^2}\right)$.

K_i — criteriu de intensitate a arderii.

K_v — coeficient în relaţia timpului de ardere a substanţelor volatile $\left(\frac{s}{cm^2}\right)$.

$m, m_1, m_2, m_3, m_4, m_r$ — exponenţi în expresiile (3), (7), (8), (12) şi (16).

$n_1, n_2, \ldots, n_k$ — numărul de particule care, în cazul unei repartiţii date, corespund procentelor $P_1, P_2, \ldots, P_k$.

P_0 — permiabilitatea reţelei poroase a particulei.

Q_i^a — puterea calorifică inferioară raportată la masa de analiză $\left(\frac{kcal}{kg}\right)$.

T — temperatura medie absolută a cîmpului care înconjură particula (°K).

T_0 — temperatura normală a mediului (°K).

t_a — temperatura mediului (°C).

$t_{F,\tau}$ — temperatura suprafeţei particulei la timpul τ (°C).

V^a, V^{mc} — conţinutul de substanţe volatile, raportat la masa de analiză, respectiv la masa combustibilă (%).

W^a — conţinutul de umiditate raportat la masa de analiză (%).

σ — densitatea medie aparentă a combustibilului (g/cm³).

Φ — factor de umflare.

η — viscozitatea materiilor volatile (poise).

ρ_0 — densitatea aerului în condiţii normale $\left(\frac{a}{cm^3}\right)$.

τ_p — timpul necesar încălzirii particulei pînă la temperatura de aprindere (în text timp de pregătire) (s).
τ_r — timpul de aprindere a reziduului carbonos (s).
τ_{tot} — timpul global de ardere a particulei (s).
τ_v — timpul de ardere a substanțelor volatile (s).

BIBLIOGRAFIE

1. I. Carabogdan, *Timpul de ardere a particulei de combustibil solid și influența factorului geometric*, St. cerc. energ., *2*, 397—412 (1965).
2. — *Verbrennungsdauer fester Brennstoffpartikeln und Einfluss von Formfaktoren*, Revue Roumaine des Sciences Techniques, série Electrotechnique et Energétique, *2*, 361—376 (1965).
3. I. Carabogdan, N. Pănoiu, G. Singer, *Criterii de apreciere energetică a combustibililor solizi*, Energetica, *7*, 316—320 (1960).
4. Кацнельсон Д. Б., Мароне Я. И., *Влияние давления и концентрации кислорода на воспламенение и горение мелких угольных частиц*, Теплоэнергетика, I, 11—15 (1964).
5. H. R. Essenhigh, *The Influence of Coal Rank on the Burming Times of Single Captive Particles. Journal of Engineering for Power*, Transaction of the ASME, **A**, *3*, 183—188 (1963).
6. A. M. Field, *Predicting the burning time of the coke residue of pulverised fuel*, Britisch Coal Utilisation Research Association, **XXVIII**, *2*, 61—75 (1964).
7. H. R. Essenhigh, *Measurement of burning times of single coal particles*, Residential Conference on Science in the U.S.E. of Coal, Proceedings at the conference 15—17 april 1958, paper 29.

COEFICIENTUL DE DEBIT REAL LA INJECTOARELE CU CAMERĂ DE TURBIONARE CU ÎNTOARCERE

DE

VICTOR V. GHIA și NICOLAE LEMNEANU

662.6

Se propune metoda de calcul a coeficientului real de debit ξ, care este funcție de coeficientul de debit ideal ξ_0, simplexul $\frac{D_e}{d_e}$ și criteriile de similitudine Re și π_1. Criteriul π_1 depinde în afară de caracteristicile fizice ale lichidului pulverizat și de diametrul diusei d_e.

Injectoarele cu cameră de turbionare au început să capete o extindere tot mai largă, deoarece aduc importante avantaje. Astfel caracteristicile pulverizării au valori îmbunătățite față de alte tipuri de injectoare mecanice, ceea ce oferă condiții mai bune de omogenizare a amestecului dintre combustibil și aer, permițînd intensificarea procesului de ardere și arderea la excese de aer mici.

Pe de altă parte, costul energiei consumate pentru pulverizarea combustibilului are valori sensibil mai scăzute ca la pulverizarea cu fluide auxiliare (aer sau abur). Din această cauză, cunoașterea caracteristicilor funcționale ale injectoarelor cu cameră de turbionare a constituit obiectul a numeroase cercetări. Literatura de specialitate [1], [2], [3] este însă săracă în date asupra coeficientului real de debit ξ la injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere, care au început să găsească în ultimul timp o aplicabilitate tot mai mare.

Din această cauză, lucrarea prezentă va propune o metodă de calcul a coeficientului ξ care se bazează pe determinarea coeficientului de debit ξ_0 la funcționarea cu fluid ideal și pe rezultate experimentale prelucrate criterial.

St. cerc. energ. electr. tom. 17 nr. 1 p. 101 – 108 București 1967

1. COEFICIENTUL DE DEBIT ξ_0

Dacă se admite că în camera de turbionare se scurge un fluid ideal, se poate demonstra că presiunea statică p dintr-un punct al fluidului situat în secţiunea de ieşire din diusă rezultă din expresiile

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{H_t}{\gamma} - \frac{1}{2g}(v_x^2 + v_z^2) \tag{1}$$

şi

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{v_{za}^2}{2g} - \frac{v_z^2}{2g}, \tag{2}$$

unde

H_t reprezintă presiunea totală la intrarea în ajutajele tangenţiale $\left(\frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}\right)$,

γ — greutatea specifică a fluidului $\left(\frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}\right)$,

g — acceleraţia gravitaţiei $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$,

v_x, v_z — vitezele axială şi tangenţială ale fluidului într-un punct oarecare la raza r. $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$;

v_{za} — viteza tangenţială a fluidului la raza r_a. $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$.

Admiţînd constant momentul cantităţii de mişcare a fluidului în raport cu axa (Δ) (fig. 1),

$$v_{za} = \frac{Q_t \cdot R_c}{z \cdot \pi \cdot r_t^2 \cdot r_e \cdot \sqrt{1-\varphi}}, \tag{3}$$

deoarece

$$r_a = \sqrt{1-\varphi}, \quad \text{iar} \quad \varphi = 1 - \left(\frac{r_a}{r_e}\right)^2,$$

unde

Q_t reprezintă debitul de fluid introdus în camera de turbionare $\left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)$,

φ — coeficientul de umplere al diusei,

r_e — raza diusei (m),

R_c — diferenţa dintre raza camerei de turbionare şi raza r_t a ajutajelor tangenţiale (m);

z — numărul ajutajelor tangențiale.

Notînd cu v_e viteza axială echivalentă de scurgere din diusă a fluidului, rezultă că

$$v_x = \frac{v_e}{\varphi} = \frac{Q_e}{\pi \cdot r_e^2 \cdot \varphi}, \tag{4}$$

unde Q_e este debitul de lichid pulverizat $\left(\frac{m^3}{s}\right)$.

Folosind relațiile (3) și (4), se obține raportul

$$\frac{v_{za}}{v_x} = \frac{A \cdot \varphi}{n \cdot \sqrt{1-\varphi}}, \tag{5}$$

unde caracteristica geometrică a camerei de turbionare $A = \frac{R_c \cdot r_e}{z \cdot r_t^2}$,

iar $n = \frac{Q_e}{Q_t}$.

Din relațiile (1), (2), (4) și (5) rezultă

$$\frac{H_t}{\gamma} = \frac{v_z^2}{2g}\left[1 + \left(\frac{v_{za}}{v_x}\right)^2\right] =$$

$$= \frac{v_e^2}{2g}\left[\frac{1}{\varphi^2} + \frac{A^2}{n(1-\varphi)}\right] \tag{6}$$

sau $v_e = \xi_0 \cdot \sqrt{2g\frac{H_t}{\gamma}}$, (7)

unde

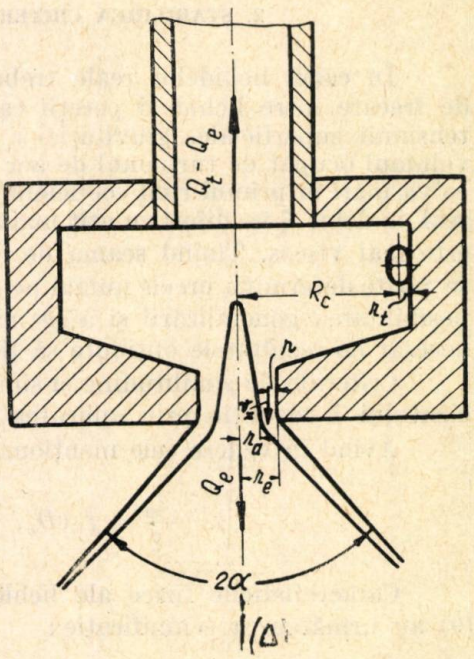


Fig. 1. — Schița camerei de turbionare cu întoarcere.

$$\xi_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\varphi^2} + \frac{A^2}{n^2(1-\varphi)}}}. \tag{8}$$

Din relația (8) rezultă că pentru $A = \text{const}$ coeficientul ξ_0 are o valoare mai mică la injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere față de cele fără întoarcere, deoarece în primul caz φ are o valoare mai mare față de cazul al doilea, iar $n < 1$.

Pe măsură ce raportul n scade, ξ_0 se micșorează, iar pentru $n = \text{const}$ cu cît A are o valoare mai mare, ξ_0 descrește.

Aceleași concluzii rezultă și din figura 2.

Din relația (7) se deduce că, pentru același debit injectat și $A = \text{const}$, presiunea totală H_t are o valoare cu atît mai mare, cu cît n este mai mic.

Se remarcă de asemenea că, pentru $n = 1$, din relaţia (8) se obţine expresia coeficientului de debit ξ_{01}, dedusă de N.G. Abramovici [4].

Rezultă de aici că la injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere consumul de energie pentru acţionarea pompei de combustibil este mai mare faţă de injectoarele cu cameră de turbionare fără întoarcere.

2. STABILIREA CRITERIILOR DE SIMILITUDINE

În cazul lichidelor reale trebuie ţinut seama de viscozitate, forţa de frecare între lichid şi pereţii camerei de turbionare, forţele datorită tensiunii superficiale, gravitaţiei şi inerţiei lichidului. Din aceste cauze, volumul ocupat de turbionul de aer în masa lichidului se va micşora, ceea ce va mări în primul rînd coeficientul de debit al injectorului. Coeficientul real de debit ξ va diferi cu atît mai mult faţă de cazul ideal, cu cît lichidul este mai vîscos. Ţinînd seama de complexitatea fenomenelor ce apar, ξ se poate determina precis numai pe cale experimentală. Pentru a se obţine posibilitatea generalizării şi a se micşora numărul experimentărilor, este necesar ca rezultatele obţinute să fie prelucrate sub formă criterială.

Criteriile de similitudine şi simplexurile ce determină valoarea coeficientului ξ se obţin prin aplicarea teoremei π [5].

Avînd în vedere cele menţionate anterior, se poate scrie că

$$\frac{\xi_0}{\xi} = f\ (D_c,\ d_e,\ \sigma, \mu, \rho, v_e). \tag{9}$$

Caracteristicile fizice ale lichidului pulverizat care apar în relaţia (9) au următoarea semnificaţie :

μ — coeficientul de viscozitate dinamică, în $\frac{\text{kgf. s}}{\text{m}^2}$,

σ — coeficientul de tensiune superficială, în $\frac{\text{kgf}}{\text{m}}$,

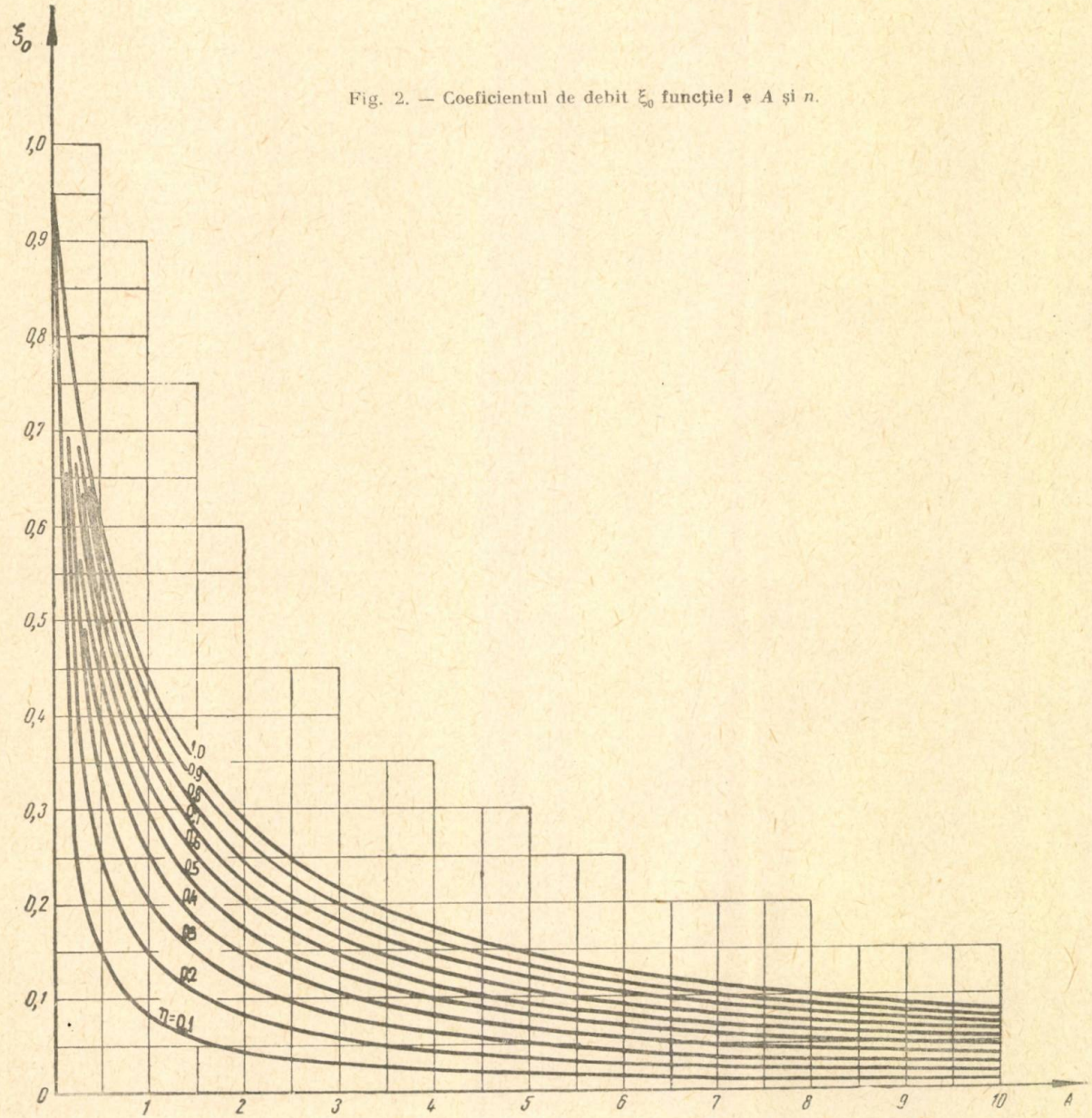
ρ — masa specifică, în $\frac{\text{kgf. s}^2}{\text{m}^4}$.

Unităţile de măsură primare prin care se exprimă mărimile — spaţiu, timp şi forţă din ecuaţia (9) —sînt m, s şi kgf. Deoarece apar şase mărimi cu dimensiuni, în conformitate cu teorema π, funcţia (9) se poate înlocui printr-o relaţie între trei mărimi adimensionale, care se vor determina după cum urmează. Se va transcrie ecuaţia (9) în noile unităţi de măsură $\left[\frac{\text{m}}{\text{L}}\right]$, $\left[\frac{\text{s}}{\text{T}}\right]$ şi $\left[\frac{\text{kgf}}{\text{F}}\right]$, care sînt de L, T şi F ori mai mici decît unităţile de măsură primare iniţiale.

Rezultă astfel

$$\frac{\xi_0}{\xi} = f\left(D_c \cdot \text{L},\ d_e \cdot \text{L},\ \sigma \frac{\text{F}}{\text{L}},\ \rho \frac{\text{F} \cdot \text{T}^2}{\text{L}^4},\ v_e \frac{\text{L}}{\text{T}},\ \mu \cdot \frac{\text{F} \cdot \text{T}}{\text{L}^2}\right). \tag{10}$$

Fig. 2. — Coeficientul de debit ξ_0 funcție de A și n.



Punînd condiția $d_e.L = \mu.F.T.L^{-2} = \rho.F.T^2.L^{-4} = 1$, se obțin necunoscutele L, F, T, astfel că ecuația (10) se transformă în

$$\frac{\xi_0}{\xi} = \psi\left(\frac{D_c}{d_e}, \mathrm{Re}, \pi_1\right). \tag{11}$$

S-a notat cu $\pi_1 = \frac{\rho.\sigma.d_e}{\mu^2}$ și $\mathrm{Re} = \frac{\rho.v_e.d_e}{\mu}$.

3. REZULTATE EXPERIMENTALE

Experiențele s-au efectuat cu cinci lichide ale căror caracteristici fizice sînt date în tabela 1. Lichidele nr. 2, 3 și 4 proveneau din amestecul între glicerină și apă, iar lichidul nr. 5 era un amestec de uleiuri minerale.

Tabela 1

Caracteristica \ Numărul soluției	1	2	3	4	5
	Apă	Amestec de glicerină cu apă			Ulei mineral
Coeficientul de viscozitate dinamică $\mu \cdot 10^6$, în kgf.s/m	102	1 018	1 387	4 030	2 690
Coeficientul de tensiune superficială $\sigma \cdot 10^3$, în kgf/m	7,389	3,579	3,711	3,865	3,37
Masa specifică ρ în kgf.s^2/m^4	102	116,3	118,7	120	91,3

În tabela 2 se dau principalele caracteristici geometrice ale camerelor de turbionare experimentate.

Tabela 2

Caracteristica \ Numărul camerei	1	2	3	4
D_c (mm)	8	14	20	26
$d_t = 2r_t$ (mm)	2	2	2	2
$\frac{D_c}{d_e}$, unde $d_e = 2r_e$	4	7	10	13
Caracteristica geometrică A	1,5	3	4,5	6

Toate camerele de turbionare erau prevăzute cu două ajutaje tangențiale. Presiunea lichidului înainte de a intra în ajutajele tangențiale a variat între 5 și 20 kgf/cm^2.

Prelucrarea rezultatelor experimentale s-a făcut în conformitate cu teoria prezentată în paragraful 2. În figurile 3 şi 4 s-a trasat variaţia raportului $\frac{\xi_0}{\xi}$ funcţie de criteriul Re pentru $\pi_1 = \text{const}$, $\frac{D_c}{d_e} = \text{const}$ şi $A = \text{const}$ la cîteva experimentări reprezentative.

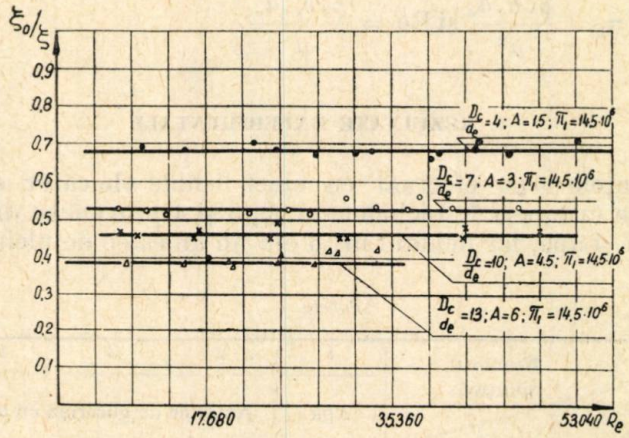


Fig. 3. — Variaţia raportului ξ_0/ξ cu Re pentru apă.

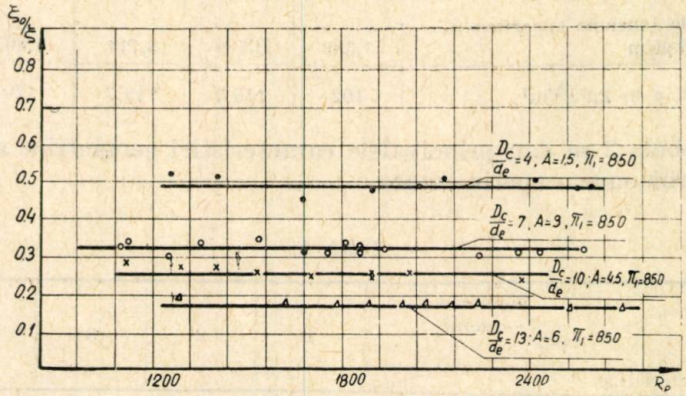


Fig. 4. — Variaţia raportului ξ_0/ξ cu Re pentru ulei mineral, avînd caracteristicile $\mu = 2690.10^{-6} \frac{\text{kgf. s}}{\text{m}}$, $\sigma = 3{,}37 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$, $\rho = 91{,}3 \frac{\text{kgf. s}^2}{\text{m}^4}$.

Din experimentările efectuate rezultă că, dacă viscozitatea lichidului este mai mică decît $\sim 3{,}5^0$ E, pentru un injector dat funcţionînd cu un anumit lichid, dacă $n > 0{,}2$, se poate considera că variaţia raportului n are o influenţă redusă asupra raportului ξ_0/ξ, care se poate admite că nu depinde de criteriul Reynolds. Deci în această situaţie se poate considera că factorul principal care determină coeficientul real de debit ξ este coeficientul teoretic de debit ξ_0.

Pentru proiectare se poate considera cu suficientă precizie că $\xi_0/\xi = k$, unde mărimea k are o valoare constantă care rezultă din relaţia $k = \frac{\xi_{01}}{\xi_1}$.

Mărimile ξ_{01} şi ξ_1 reprezintă valorile coeficienţilor de debit ξ_0 şi ξ_1 pentru $n = 1$.

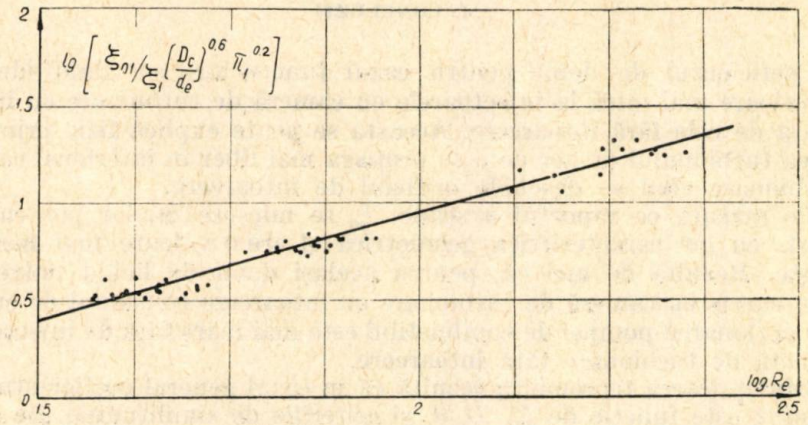


Fig. 5. — Dependenţa mărimii $\lg\left[\frac{\xi_0}{\xi}\cdot\left(\frac{D_c}{d_e}\right)^{0,6}\cdot\pi_1^{0,2}\right]$ funcţie de $\lg \mathrm{Re}^{0,5}$, pentru $n = 1$.

Prelucrînd rezultatele precizate prin punctele experimentale reprezentate în figura 5, se obţine

$$k = \frac{1}{19{,}4}\cdot \mathrm{Re}^{0,55}\left(\frac{D_c}{d_e}\right)^{-0,6}\cdot \pi_1^{-0,2}. \qquad (12)$$

Re reprezintă valoarea criteriului Reynolds pentru cazul cînd întoarcerea este închisă, adică la funcţionarea injectorului cu cameră de turbionare fără întoarcere.

Se poate trage concluzia că pentru $650 < \mathrm{Re} < 53\,000$; $4 < \frac{D_c}{d_e} < 13$, $57,3 < \pi_1 < 14,5.10^4$, raportul ξ_0/ξ se măreşte o dată cu :

— scăderea viscozităţii lichidului, astfel că pentru apă k are valoarea maximă,

— micşorarea raportului $\frac{D_c}{d_e}$.

Pentru $d_e = 0,36-1,58$ mm ; $D_c = 3-9$ mm ; $d_t = 0,36-1,58$ mm. Atunci cînd se funcţionează cu lichide avînd caracteristicile

$\mu = 10^{-4} - 2,93.10^{-3}$ kgf.s/m², $\sigma = 2,96.10^{-3} - 7,44.10^{-3}$ kgf/m şi

$\rho = 102-121$ kgf.s²/m⁴, pentru $1\,000 < \mathrm{Re} < 16\,000$, coeficientul k se poate obţine [6] din relaţia

$$k = \frac{1}{12{,}9}\left(\frac{D_c}{d_c}\right)^{-0,5}\cdot \mathrm{Re}^{0,33}. \qquad (13)$$

Expresia (13) nu depinde de criteriul π_1, deoarece printr-o primă aproximaţie, pentru prelucrarea criterială a rezultatelor, s-a neglijat efectul variaţiei tensiunii superficiale. În această alternativă, aplicîndu-se teorema π, rezultă că $\frac{\xi_0}{\xi} = f\left(\frac{D_c}{d_e}, \mathrm{Re}\right)$.

4. CONCLUZII

Coeficientul de debit pentru cazul funcţionării cu fluid ideal ξ_0 are o valoare mai mică la injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere faţă de cele fără întoarcere. Aceasta se poate explica fizic prin posibilitatea turbionului de aer de a se propaga mai liber în interiorul camerei de turbionare cînd se deschide orificiul de întoarcere.

Pe măsură ce raportul n scade, ξ_0 se micşorează, iar pentru $n =$ $=$ const, cu cît caracteristica geometrică A are o valoare mai mare, ξ_0 descreşte. Rezultă de aici că, pentru acelaşi debit de lichid pulverizat, la injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere consumul de energie pentru acţionarea pompei de combustibil este mai mare faţă de injectoarele cu cameră de turbionare fără întoarcere.

Din aplicarea teoremei π rezultă că în cazul general coeficientul real de debit ξ este funcţie de ξ_0, D_c/d_e şi criteriile de similitudine Re şi π_1.

Rezultatele experimentale au arătat că, pentru lichide a căror viscozitate nu depăşeşte 3,5°E, la un injector funcţionînd cu un anumit combustibil $\xi_0/\xi = k$, unde k se poate lua ca o valoare constantă. Pentru proiectare se va lua $k = \xi_{01}/\xi_1$, unde ξ_{01} şi ξ_1 sînt valorile coeficienţilor de debit pentru $n = 1$, adică în cazul injectoarelor cu cameră de turbionare fără întoarcere.

BIBLIOGRAFIE

1. С. Л. Брискин, *К определению коэффициента расхода центробежных форсунок обратных сливов*. Теплоэнергетика, *10*, 91—92 (1963).
2. I. G. Bowen, *The spill pressure-jet atomiser*, Journal of the Institute of Fuel, *262*, 484—495 (1962).
3. G. L. Valdenazzi, *Calcolo di pulverizzatori di nafta a pressione differenziale costante*, Il Calore, *6*, 204—208 (1949).
4. Н. Г. Абрамович, *Прикладная газовая динамика*, ГИТЛ, Москва, 1951.
5. C. D. Voskresenski, *Culegere de probleme de transmiterea căldurii*, Bucureşti, Edit. energetică de stat, 1953.
6. А. Г. Блох, Е. С. Качикина, *О коэффициенте расхода и углах конусности факела*. Теплоэнергетика, *10*, 35—41 (1957).

PROBLEME ALE OPTIMIZĂRII PARAMETRILOR CICLULUI INSTALAŢIEI DE TURBINE CU GAZE ÎN CADRUL CENTRALEI ELECTRONUCLEARE

DE

N. DĂNILĂ şi D. GRECOV

624.438 : 621.039

Din analiza factorilor care influenţează puterea maximă a instalaţiei turbinei cu gaze în cadrul CEN, rezultă influenţa deosebită a caracteristicilor de temperatură a reactorului nuclear asupra gradului de compresie optim şi al temperaturii agentului de lucru la intrarea în turbină. Se scoate în evidenţă interdependenţa diferiţilor factori ca gradul de regenerare al ciclului, randamentele relativ interne ale compresorului şi turbinei, temperatura maximă a învelişului barelor de combustibil, temperatura agentului la intrare în turbină care asigură economicitatea maximă a CEN.

Utilizarea instalaţiilor de turbine cu gaze în centrale electronucleare (CEN) devine din ce în ce mai actuală pe măsură ce creşte temperatura agentului de lucru la ieşire din reactor şi pe măsura dezvoltării construcţiei instalaţiilor de turbine cu gaze.

Dacă temperatura agentului de lucru din reactor a fost limitată la primele construcţii de CEN la valori de 300—400°C atît de valorile maxime admisibile ale combustibilului nuclear, cît şi ale materialelor din care se confecţionează învelişul barelor de combustibil, în prezent utilizarea bioxidului sau carburii de uraniu, cu temperaturi maxime admisibile de peste 2 500°C, şi a oţelului aliat sau a grafitului în calitate de înveliş termorezistent conduce la posibilitatea creşterii temperaturii agentului de lucru la valori peste 700°C, ceea ce permite realizarea de CEN echipate cu reactoare nucleare de temperaturi înalte şi instalaţii de turbine cu gaze. Astfel, la reactorul EGCR, răcit cu heliu, temperatura maximă a învelişului elementelor de combustibil confecţionat din oţel aliat este de 871°C, iar la reactorul HTGR, unde învelişul este confecţionat din grafit, se atinge temperatura-limită de 1 260°C [1].

St. cerc. energ. electr. tom. 17 nr. 1 p. 109—121 Bucureşti 1967

Se cunosc proiecte de CEN echipate cu instalaţii de turbine cu gaze funcţionînd cu reactoare nucleare răcite cu gaze inerte ca bioxid de carbon, heliu sau azot, conform schemei cu simplu contur, sau cu reactoare răcite cu natriu, în care caz ca agent de lucru în turbină se pot folosi gaze inerte sau aer în circuitul doi sau trei (schema cu dublu sau triplu circuit) [1], [2].

În cazul cînd agentul de lucru este un gaz inert (conform proiectelor existente se are în vedere în special heliul sau azotul, deoarece la temperaturi mari bioxidul de carbon devine chimic activ) se impune utilizarea instalaţiilor de turbine cu gaze în circuit închis, ceea ce presupune existenţa unui răcitor de gaze după instalaţia regenerativă la ieşire din turbină (fig. 1).

Se remarcă că utilizarea heliului cu greutate moleculară mică, deşi conduce la mărirea numărului de trepte ale turbinei şi compresorului, conform proiectelor existente se pot obţine instalaţii compacte cu greutate şi gabarit relativ reduse, cu randamente mari, ceea ce face recoman-

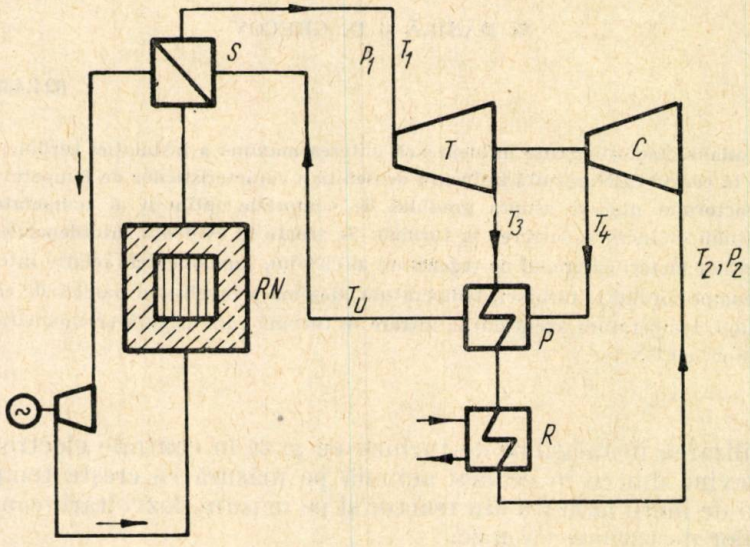


Fig. 1. — Schema termică a CEN echipate cu instalaţii de turbină cu gaze (dublu circuit).

dabile utilizarea unor astfel de instalaţii nucleare pe nave de transport cu rază lungă de acţiune [2]. Alegerea parametrilor agentului de lucru, care parcurg ciclul instalaţiei de turbine cu gaze, în vederea asigurării unei economicităţi maxime a CEN, nu se poate face fără a ţine seama de ansamblul reactor nuclear-instalaţie de turbine cu gaze.

Un factor important în alegerea parametrilor agentului de lucru în cadrul CEN echipate cu instalaţii de turbine cu gaze îl reprezintă, ca

și pentru cazul utilizării ciclului cu abur, temperatura maximă a centrului barei de combustibil T_0^{max} sau a suprafeței de schimb de căldură din reactor (învelișul elementelor de combustibil) T_p^{max}. Se remarcă faptul că T_0^{max} în cazul utilizării oxidului sau carburii de uraniu poate fi mult mai mare decît temperatura-limită a învelișului T_p^{max}, deci rezultă că principalul factor limitativ al puterii termice furnizate de reactorul nuclear va fi condiția $T_p < T_p^{max}$.

Pentru ca raportul dintre lucrul mecanic teoretic absorbit de compresor l_c și lucrul mecanic teoretic efectuat de turbină l_t să aibă valori care să satisfacă condițiile de economicitate a instalației (acest raport definește atît lucrul mecanic util, cît și mărimea grupurilor de turbină și compresor în raport cu lucrul mecanic util obținut) este necesar ca temperatura agentului de lucru la intrare în turbină să aibă valori cît mai ridicate ($t_1 > 600°C$), valoarea maximă a acestei temperaturi fiind în general limitată de rezistența paletajului mobil al turbinei. Pe de altă parte, puterea termică a reactorului nuclear va depinde de condițiile de schimb de căldură în canalele de lucru ale zonei active din reactorul nuclear, puterea termică crescînd pe măsură ce crește diferența medie de temperaturi dintre suprafața elementelor de combustibil și agentul de răcire (considerîndu-se că suprafața de schimb de căldură este o dată constructivă a reactorului).

În același timp trebuie avut în vedere că valoarea diferenței medii de temperatură $\Delta T_{m,r}$ dintre învelișul elementelor de combustibil și agentul de lucru în lungul suprafeței de schimb de căldură din reactorul nuclear va influența direct parametrii agentului de lucru atunci cînd se impune o temperatură-limită admisibilă a suprafeței de schimb de căldură, ceea ce se reflectă asupra valorii randamentului termodinamic al ciclului instalației de turbine cu gaze.

Se poate demonstra că, în cazul cînd se consideră componenta de combustibil nulă, economicitatea CEN (prețul de cost minim al energiei electrice livrate de CEN) va fi maximă atunci cînd puterea electrică instalată în CEN va fi maximă [1], [9].

Pentru cazul ciclurilor de abur în literatură se dau relații de calcul al temperaturii medii superioare a ciclului în funcție de temperatura maximă admisibilă a centrului barei de combustibil nuclear T_0^{max} sau a învelișului barei T_p^{max}, însă soluțiile obținute pentru acest caz nu se pot aplica în cazul CEN echipate cu instalații de turbine cu gaze. Într-adevăr, dacă se analizează temperatura optimă medie superioară a ciclului $T_{1,c}^m$ pentru care lucrul mecanic furnizat de ansamblul reactor nuclear-turbină cu gaze este maxim, se constată că variația temperaturii $T_{1,c}^m$ poate conduce la o variație a temperaturii medii inferioare a ciclului $T_{2,c}^m$ ceea ce nu are loc în cazul ciclului cu abur.

Rezultă deci, avînd în vedere perspectivele utilizării instalațiilor de turbine cu gaze în cadrul CEN, necesitatea de a se efectua o analiză termodinamică detaliată a modului cum variația parametrilor ciclului instalației de turbine cu gaze influențează puterea electrică a centralei electronucleare.

Pentru a pune mai clar în evidență influența temperaturii maxime admise a materialului învelișului elementelor de combustibil din reactorul nuclear T_p^{max} asupra parametrilor ciclului de gaze, se va analiza la început cazul ciclurilor ideale fără recuperarea căldurii ($\sigma = 0$) și cu recuperare completă ($\sigma = 1$).

CAZUL CICLULUI IDEAL

Dacă se consideră pentru început cazul schemei termice cu simplu circuit (cînd agentul de lucru la ieșire din reactorul nuclear este introdus direct în turbina de gaze), debitul de agent de lucru va fi dat de relația

$$G = \Omega n \frac{K_r S_r \Delta T_{m,r}}{C_p (T_1 - T_u)} = \frac{Q_1}{C_p (T_1 - T_u)}, \tag{1}$$

unde s-a notat (fig. 2):

T_1, T_u — temperatura la ieșire, respectiv la intrare a agentului de lucru,
n — numărul de canale din zona activă a reactorului nuclear,
K_r, S_r — coeficientul global de transfer de căldură în canalele reactorului nuclear și, respectiv, suprafața de schimb de căldură a canalelor,
Ω — coeficient care ține seama de neuniformitatea radială a fluxului de neutroni în zona activă a reactorului,
$\Delta T_{m,r}$ — diferența medie a temperaturii în lungul canalului central din zona activă,
Q_1 — puterea termică a reactorului.

Se observă că în cazul schemei cu simplu circuit mărimea debitului de fluid care circulă în reactor G va depinde de valorile temperaturilor T_1 și T_u. În cazul schemei cu dublu circuit, valoarea debitului de fluid din reactorul nuclear se poate lua constantă, însă în acest caz debitul de agent de lucru din turbină și compresor va fi definit de o relație asemănătoare cu (1), scrisă pentru schimbătorul intermediar de căldură (fig. 1).

Puterea electrică realizată în instalația nucleară de turbine cu gaze va fi

$$P = G.(l_t - l_c)\,\eta_g \eta_{si} \tag{2}$$

sau, ținînd seama de relația (1),

$$P = \Omega n \frac{K_r S_r \Delta T_{m,r}}{C_p (T_1 - T_u)} (l_t - l_c)\,\eta_g \eta_{si}, \tag{2'}$$

unde

η_g este randamentul generatorului electric,
η_{si} — randamentul serviciilor interne ale CEN.

Valoarea $\Delta T_{m,r}$ poate fi pusă sub forma

$$\Delta T_{m,r} = T_p^m - T_1^m, \tag{3}$$

unde T_p^m reprezintă temperatura medie a suprafeței de schimb de căldură în lungul canalelor de lucru a reactorului, iar T_1^m temperatura medie a agentului de lucru.

Temperatura medie a agentului de lucru poate fi luată aproximativ egală cu temperatura medie aritmetică :

$$T_1^m = \frac{T_1 + T_u}{2} \tag{4}$$

sau cu temperatura medie logaritmică :

$$T_1^m = \frac{T_1 - T_u}{\ln \frac{T_1}{T_u}}, \tag{4'}$$

care conduce la rezultate mai exacte, dar este mai greu de aplicat în rezolvarea analitică a problemei. Se poate demonstra [1] că valoarea $\Delta T_{m,r}$ poate fi pusă sub forma

$$\Delta T_{m,r} = \omega [T_p^{\max} - T_1^m], \tag{5}$$

în care valoarea coeficientului ω va depinde de schema termică adoptată pentru CEN (cu simplu, dublu sau triplu circuit).

Astfel, pentru cazul schemei cu simplu contur (gazele la ieșire din reactor sînt introduse direct în turbina cu gaze) care se poate realiza în cazul echipării CEN cu reactoare nucleare răcite cu agent gazos, valoarea ω va fi de forma

$$\omega = \frac{2}{\sqrt{\beta^2 + \pi^2}}, \tag{6}$$

iar în cazul aplicării schemei cu dublu circuit (cînd agentul de răcire din reactor cedează căldură agentului de lucru din ciclul termodinamic prin intermediul unui generator de căldură (fig. 1).

$$\omega = \frac{\varepsilon_0}{(1 - \varepsilon_0) + \frac{\varepsilon_0}{2}\sqrt{\beta^2 + \pi^2}}, \tag{6'}$$

în care mărimea $\beta = \dfrac{KS}{G \cdot C_p}$ poate fi luată constantă în cazul scheme cu dublu circuit, iar ε_0 depinde de mărimea suprafețelor de schimb de căldură și de coeficienții globali de schimb de căldură respectivi [1].

Ținînd seama de relația (4), valoarea puterii electrice a CEN va fi

$$N = \Omega n \omega K_r S_r \frac{T_p^{\max} - \frac{T_1 + T_u}{2}}{C_p (T_1 - T_u)} (l_t - l_c) \eta_{ij} \eta_{si} \tag{7}$$

sau

$$N = \Omega n \omega K_r S_r \left[T_p^{\max} - \frac{T_1 + T_u}{2} \right] \eta_t^* \eta_g \eta_{si}, \tag{7'}$$

unde η_{lt}^* reprezintă randamentul termodinamic al ciclului instalaţiei de turbine cu gaze.

Din analiza relaţiei (7) rezultă că în cazul cînd dimensiunile reactorului nuclear se consideră impuse, variaţia parametrilor ciclului T_1 sau T_u vor conduce la o variaţie a debitului de fluid care circulă prin reactorul nuclear (G_r) sau, în cazul schemei cu dublu circuit, a debitului ce circulă prin schimbătorul intermediar de căldură (G_p).

Variaţia mărimii G poate afecta mărimea ω sau K prin variaţia vitezei de vehiculare a fluidului, însă se remarcă că aceste mărimi depind de viteză la puteri subunitare.

Totodată se remarcă faptul că, în cazul cînd temperatura T_1 se ia constantă (corespunzătoare valorii-limită a temperaturii impuse de rezistenţa paletajului turbinei), variaţia debitului G în funcţie de T_u va fi mică (această variaţie depinde de valoarea diferenţei ($T_p^{\max} - T_1$), şi cu cît această valoare va fi mai mică $\frac{\partial G}{\partial T_u} \to 0$, ceea ce, pentru cazurile reale cînd $T_p^{\max}$ diferă puţin de T_1, permite să se considere, în primă aproximaţie, mărimile ω şi K independente de valoarea T_u.

În acest caz, pentru o valoare T_1 a gazelor la intrare în turbina dată, valoarea optimă a temperaturii T_u pentru care puterea electrică a CEN va fi maximă este dată de relaţia

$$\frac{\partial P}{\partial T_u} = \frac{\partial}{\partial T_u}\left[T_p^{\max} - \frac{T_1 + T_u}{2}\right]\eta_{lt}^* + \frac{\partial \eta_{lt}^*}{\partial T_u}\left[T_p^{\max} - \frac{T_1 + T_u}{2}\right] = 0, \qquad (8)$$

în care randamentul ciclului ideal fără recuperarea căldurii la ieşire din turbină se poate lua de forma

$$\eta_{lt}^* = 1 - \frac{T_2}{T_4}. \qquad (9)$$

Expresia (9) a randamentului este valabilă cînd ciclul este parcurs de gaze perfecte (ceea ce corespunde realităţii în cazul cînd se utilizează heliul, azotul sau aerul cu punct de fierbere scăzut), în cazul gazelor cu punct de fierbere ridicat, ca de exemplu bioxidul de carbon, fiind necesar a se ţine seama de variaţia căldurii specifice cu temperatura şi presiunea [7], [8].

Introducînd relaţia (9) în (8), rezultă valoarea optimă a temperaturii agentului de lucru la intrare în reactorul nuclear (sau în cazul schemei cu dublu circuit temperatura la intrare în generatorul de căldură), care va fi egală cu temperatura gazelor la ieşire din compresor T_4 (fig. 2):

$$T_u^{\text{opt}} = (T_4^{\text{opt}})_{\sigma=0} = \sqrt{T_2(2T_p^{\max} - T_1)}. \qquad (10)$$

Cum valoarea T_4 defineşte univoc gradul de compresie al ciclului, rezultă din (10)

$$(\pi^{\text{opt}})_{\sigma=0} = \left(\frac{2T_p^{\max} - T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}}, \qquad (11)$$

unde γ reprezintă valoarea exponentului adiabatic al agentului de lucru.

Se remarcă din relațiile (10) și (11) că spre deosebire de cazul clasic al ciclului ideal al instalației de turbine cu gaze, unde nu se poate defini un grad de compresie optim deoarece η_{it}^* crește continuu cu parametrul T_4, în cazul ansamblului reactor nuclear-turbină cu gaze rezultă că valoarea T_4^{opt} va fi cu atît mai ridicată cu cît valoarea temperaturii maxime admise a materialului învelișului barelor de combustibil T_p^{max} va fi mai mare. Acest lucru apare evident la analizarea expresiei lucrului mecanic furnizat (relația (7)), unde se observă că la creșterea temperaturii T_u puterea termică a reactorului se micșorează ($\Delta T_{m,r}$ scade), în timp ce

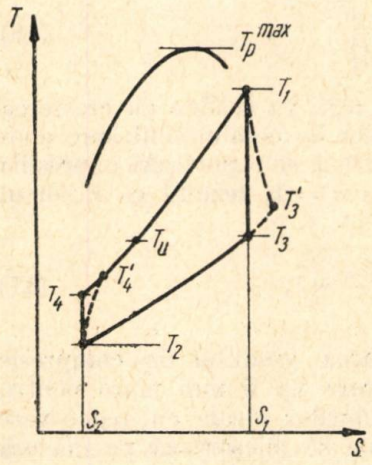


Fig. 2. — Ciclul termodinamic al instalației de turbine cu gaze în diagrama T-S.

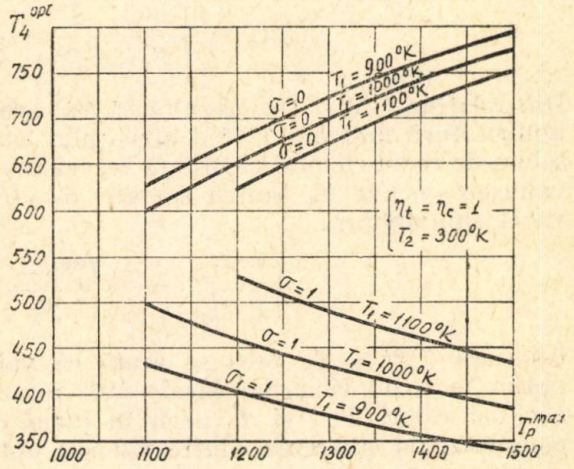


Fig. 3. — Variația mărimii T_4^{opt} în funcție de T_p^{max} pentru diferite valori ale temperaturii agentului la intrare în turbină T_1 ($\sigma = 0$, $\sigma = 1$) în cazul ciclului ideal.

randamentul termodinamic al ciclului crește (relația (9)). În cazul ciclului ideal cu recuperare completă a căldurii gazelor la ieșire din turbină $\sigma = 1$, temperatura agentului de lucru la intrare în reactorul nuclear sau în generatorul de căldură (schema cu dublu circuit) va fi $T_u = T_3$ (fig. 2), iar randamentul termodinamic al ciclului va fi de forma

$$\eta_{it}^* = 1 - \frac{T_4}{T_1}. \tag{12}$$

Se remarcă că valoarea temperaturii T_3 (temperatura gazelor la ieșire din turbină) se poate exprima în funcție de T_4 conform relației

$$T_3 = \frac{T_1 T_2}{T_4}, \tag{13}$$

ceea ce permite a se obține expresia lucrului mecanic în funcție de valoarea temperaturii T_4:

$$P = \Omega n \omega K_r S_r \left[T_p^{max} - \frac{T_1 (T_4 + T_2)}{T_4} \right] \left(1 - \frac{T_4}{T_1} \right). \tag{14}$$

Din relaţia (14) se remarcă că o dată cu mărirea gradului de compresie (T_4) cantitatea de căldură cedată în reactor se va mări (creşte $\Delta T_{m,r}$), în timp ce randamentul termodinamic al ciclului scade.

În acest caz, ecuaţia de optim a temperaturii T_4 va fi de forma

$$T_u^{opt} = (T_4^{opt})_{\sigma=1} = \sqrt{\frac{T_1^2 T_2}{2T_p^{max} - T_1}} \tag{15}$$

sau gradul de compresie optim:

$$(\pi)_{\sigma=1}^{opt} = \left[\frac{T_1^2}{T_2 (2T_p^{max} - T_1)}\right]^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}}. \tag{16}$$

Din relaţiile (15) şi (16) rezultă că valoarea $\pi_{\sigma=1}^{opt}$ va scădea cu creşterea temperaturii maxime T_p^{max} a învelişului barelor de combustibil, spre deosebire de cazul ciclului ideal fără regenerare. Dacă se raportează expresiile valorilor optime T_4 pentru cazurile $\sigma = 0$ şi $\sigma = 1$, rezultă că raportul va fi supraunitar:

$$\frac{(T_4^{opt})_{\sigma=0}}{(T_4^{opt})_{\sigma=1}} = \frac{2T_p^{max} - T_1}{T_1} > 1, \tag{17}$$

deoarece $T_p^{max} \gg T_1$, ceea ce arată că valoarea gradului de compresie optim în cazul ciclurilor ideale fără regenerare va fi mai mare pentru aceleaşi valori T_p^{max} şi T_1 decît în cazul ciclurilor ideale cu regenerare completă, iar diferenţa dintre valorile optime se micşorează pe măsură ce temperatura gazelor la intrare în turbină se apropie de temperatura maximă a suprafeţei de schimb de căldură din reactorul nuclear. Într-adevăr, din figura 3 rezultă, de exemplu, că la $T_p^{max} = 1\,300°K$ pentru $T_1 = 1\,000°K$ rezultă o diferenţă între valorile $(T_4^{opt})_{\sigma=0}$ şi $(T_4^{opt})_{\sigma=1}$ de cca 267°K, în timp ce pentru $T_1 = 1\,100°K$ valoarea diferenţei va scade la 134°K.

Comparînd relaţiile (10) şi (15), rezultă de asemenea că influenţa temperaturii gazelor la intrare în turbină T_1 asupra gradului optim de compresie va fi diferită la ciclul fără regeneraţie ($\sigma = 0$) în raport cu ciclul cu regeneraţie completă ($\sigma = 1$). Întradevăr, T_4^{opt} scade cu creşterea parametrului T_1 (fig. 3) în cazul $\sigma = 0$, în timp ce pentru $\sigma = 1$ valoarea sa va înregistra o creştere.

În cazul ciclului regenerativ ideal se poate defini de asemenea temperatura optimă a gazelor la intrarea în turbină T_1^{opt}, pentru care puterea electrică a instalaţiei este maximă.

Într-adevăr, creşterea temperaturii T_1 la un grad de compresie dat al ciclului conduce la o mărire a randamentului termodinamic al ciclului η_t^*, în timp ce puterea termică a reactorului scade datorită micşorării valorii $\Delta T_{m,r}$.

Pentru a obţine un rezultat comparabil cu cel întîlnit în literatură pentru cazul ciclului de abur [1], [5], [6], [9], expresia puterii electrice a CEN se va pune sub forma

$$P = \Omega n K_r S_r \omega [T_p^{max} - T_1^m]\left(1 - \frac{T_2^m}{T_1^m}\right)\eta_g \eta_{si}, \tag{18}$$

în care temperaturile T_1^m, T_2^m reprezintă temperaturile medii logaritmice corespunzătoare temperaturilor medii superioare și inferioare ale ciclului instalației de turbine cu gaze:

$$T_1^m = \frac{T_1 - T_3}{\ln \frac{T_1}{T_3}},$$
$$T_2^m = \frac{T_4 - T_2}{\ln \frac{T_4}{T_2}}. \tag{19}$$

Se observă din (19) că temperatura T_2^m nu depinde de mărimea T_1^m dacă gradul de compresie este dat ($T_4 = \text{const}$), ceea ce permite, impunînd condiția de optim $\frac{\partial P}{\partial T_1^m} = 0$, să se obțină din (18) relația

$$(T_1^m)_{\sigma=1}^{\text{opt}} = \sqrt{T_2^m \cdot T_p^{\max}}, \tag{20}$$

relație similară cu expresiile întîlnite în [1], [5], [9] pentru cazul ciclului cu abur.

Înlocuindu-se în relația (20) mărimea T_2^m conform relației (19) și avînd în vedere egalitatea $\frac{T_2^m}{T_1^m} = \frac{T_4}{T_1}$, rezultă

$$(T_1^{\text{opt}})_{\sigma=1} = \sqrt{\frac{T_p^{\max} \cdot T_4^2}{T_4 - T_2} \ln \frac{T_4}{T_2}}. \tag{21}$$

Dacă în relația (21) se ia primul termen al dezvoltării în serie pentru mărimea $\ln \frac{T_4}{T_2}$, $\left(\ln \frac{T_4}{T_2} = 2 \frac{T_2 - T_4}{T_2 + T_4}\right)$, se obține o formulă mai simplă pentru mărimea T_1^{opt}:

$$(T_1^{\text{opt}})_{\sigma=1} = \sqrt{\frac{2 T_4^2 T_p^{\max}}{T_4 + T_2}}. \tag{21'}$$

Se poate constata că neglijarea termenilor de grad superior a dezvoltării în serie pentru $\ln \frac{T_4}{T_2}$ introduce o eroare neglijabilă, ceea ce conferă formulei (21′) un grad suficient de precizie. Totodată se poate demonstra că se poate ajunge la forma relației (21′), dacă se aplică condiția de optim $\frac{\partial P}{\partial T_1} = 0$, pornind de la relația (14) în care figurează temperatura medie a agentului de lucru conform (4).

Din relațiie (21), (21′) se remarcă că temperatura optimă a gazelor la intrare în turbină va crește o dată cu mărirea temperaturii maxime a învelișului barelor de combustibil $T_p^{\max}$ și a gradului de compresie (temperatura T_4) al ciclului.

În final trebuie subliniat că luarea în considerație a variației mărimilor K și ω în funcție de T_1 și mai ales influența temperaturii T_1 asupra

puterilor grupurilor instalate în compresor și turbină în raport cu puterea utilă complică mult calculul valorii temperaturii optime T_1^{opt}, relațiile (21) (21′) fiind însă utile pentru că scot în evidență influența unor factori noi importanți care apar în CEN în alegerea mărimii optime T_1.

CAZUL CICLULUI REAL CU GRAD DE REGENERARE σ

În cazul ciclurilor reale, notînd cu η_t randamentul turbinei cu gaze, η_c randamentul compresorului și σ gradul de regenerare, expresia puterii electrice a centralei nucleare va fi de forma (gaze perfecte) (fig. 1)

$$P = \Omega n K S \omega \left[T_p^{max} - T_1^m\right]\left[1 - \frac{(T_3' - T_2) - \sigma(T_3' - T_4')}{(T_1 - T_4') - \sigma(T_3' - T_4')}\right] \eta_g \eta_{si}, \qquad (22)$$

în care s-au notat :

$T_3' = T_3 + (T_1 - T_3)(1 - \eta_t)$ — temperatura gazelor la ieșire din turbină,

$T_4' = T_4 + (T_4 - T_2)\dfrac{1 - \eta_c}{\eta_c}$ — temperatura gazelor la ieșire din compresor,

$\sigma = \dfrac{T_u - T_4}{T_3' - T_4}$ — gradul de regenerare al ciclului,

$T_p^{max} - T_1^m = T_p^{max} - \dfrac{T_1 + T_u}{2}$ — diferența medie de temperaturi în reactorul nuclear.

Ținînd seama că în acest caz temperatura T_3 poate fi exprimată în funcție de valoarea T_4, rezultă după unele transformări

$$P = \Omega n K S \omega \frac{T_4^2 + uT_4 + v}{(1-\sigma)\,T_4^2 + BT_4 + D} \cdot \frac{D + (R - B)\,T_4 - (1 - \sigma)T_4^2}{T_4}, \qquad (23)$$

unde s-au introdus notațiile

$$A = \eta_c \left[T_1(1-\eta_t)(1-\sigma) - T_2 - \frac{\sigma T_2(1-\eta_c)}{\eta_c}\right],$$

$$B = \eta_c \left[T_1(1-\eta_t)\,\sigma - T_1 - (1-\sigma)\frac{T_2(1-\eta_c)}{\eta_c}\right],$$

$$C = T_1 T_2 \eta_t \eta_c (1-\sigma),$$

$$D = T_1 T_2 \eta_t \eta_c \sigma,$$

$$u = A + B = -(T_1 \eta_t \eta_c + T_2), \qquad (24)$$

$$v = C + D = T_1 T_2 \eta_t \eta_c,$$

$$R = 2\eta_t (T_p^{max} - T_1).$$

Pe baza relației (23) se poate obține valoarea optimă T_4, care definește gradul de compresie optim al ciclului instalației de turbine cu gaze

în cazul cînd temperatura gazelor la intrare în turbină T_1 este fixată de limitele impuse de paletajul mobil al turbinei.

Utilizînd relația de optim $\frac{\partial P}{\partial T_4} = 0$ și ținînd seama de notațiile introduse (24), se obține o ecuație de gradul șase pentru T_4:

$$(1-\sigma)^2 T_4^6 + (1-\sigma) 2BT_4^5 + [(2D - C) + \sigma C + B^2] + AR)(1 - \sigma) -$$

$$-(R-B)\sigma B] \cdot T_4^4 + 2(R-B)[(1-\sigma) C - \sigma D] T_4^3 + \qquad (25)$$

$$+[D(D-2C) - BDu - P(R-B)] T_4^2 - 2BD^2 T_4 - D^2(D + c) = 0,$$

rădăcina reală fiind pozitivă și cuprinsă între valorile T_1 și T_2. În ecuația de optim (25) s-a introdus suplimentar notația $P = AD - BC$.

Ecuația (19) poate fi rezolvată grafic sau cu ajutorul mașinilor cifrice de calcul.

Pe baza analizei economicității instalației CEN în cazul ciclurilor ideale cu grad de regenerare nul ($\sigma = 0$) sau cu grad de regenerare unitar ($\sigma = 1$), a rezultat că variația valorii σ de la 0 la 1 conduce la scăderea valorii T_4^{opt}, această scădere fiind funcție de diferența $T_p^{max} - T_1$. Aceeași situație se va menține și în cazul ciclurilor reale cu grad de regenerare σ dat ($0 < \sigma < 1$), unde, cu cît σ va fi mai ridicat (ceea ce are loc în cazul utilizării instalațiilor de turbine cu gaze în circuit închis), valoarea gradului de compresie optim va fi mai mic.

Influența valorii temperaturii maxime admisibile a suprafeței de schimb de căldură în reactorul nuclear T_p^{max} asupra gradului de compresie optim va fi de asemenea complexă, deoarece, dacă la $\sigma = 0$ s-a obținut pentru ciclul ideal o creștere a valorii T_4^{opt}, o dată cu mărirea valorii T_p^{max}, în cazul cînd $\sigma = 1$, valoarea T_4^{opt} va scădea cu T_p^{max}.

Deci modul cum influențează valoarea T_p^{max} asupra gradului de compresie optim al ciclului va depinde de mărimea gradului de regenerare σ. În cazul ciclurilor reale va apărea și influența randamentelor relativ interne ale turbinei și compresorului (η_t, x_c).

Pentru exemplificare s-au calculat valorile optime T_4^{opt} pentru cazurile cînd s-au luat temperaturile maxime a învelișului barelor de combustibil variind între 1 100 și 1 500° K (ceea ce corespunde cazului real pentru materialul învelișului confecționat din oțel aliat sau grafit), iar temperatura gazelor la intrare în turbină s-a luat corespunzătoare temperaturilor maxime admise astăzi în instalațiile staționare de turbine cu gaze $T_1 \simeq 1\,000$°K.

Temperatura T_2 s-a luat 300°K, iar gradul de regenerare a variat între limitele 0 și 1. Randamentele turbinei și compresorului s-au ales, respectiv, $\eta_t = 0{,}9$, $\eta_c = 0{,}85$.

Valorile T_4^{opt} calculate pe baza ecuației (25) la mașina CIFA—4 se dau în figura 4 în funcție de valoarea σ.

Se remarcă din figura 4 că valoarea T_4^{opt} variază foarte puțin în limitele $\sigma = 0$—0,7, micșorîndu-se foarte puternic pentru valori $\sigma > 0{,}8$.

Existenţa maximului valorii T_4^{opt} pentru $\sigma = 0{,}4-0{,}5$ este datorat influenţei randamentelor relativ interne ale turbinei şi compresorului, (în cazul ciclurilor ideale $\eta_t = \eta_c = 1$ rezultă o creştere continuă a valorii T_4^{opt} o dată cu scăderea valorii σ).

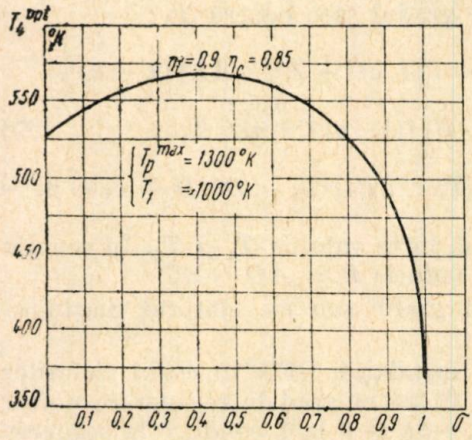


Fig. 4. — Variaţia mărimii T_4^{opt} în funcţie de gradul de regenerare σ în cazul ciclului real ($\eta_t = 0{,}9$; $\eta_c = 0{,}85$).

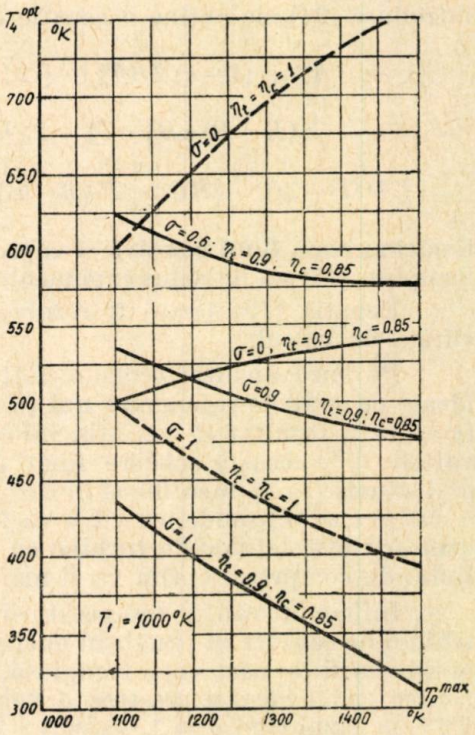


Fig. 5. — Variaţia mărimii T_4^{opt} în funcţie de valoarea T_p^{max} pentru diferite mărimi ale gazului de regenerare σ. →

În figura 5 se indică variaţia valorii T_4^{opt} în funcţie de T_p^{max} pentru diferite valori ale gradului de regenerare σ, din care rezultă că influenţa valorii T_p^{max} asupra valorii T_4^{opt} este diferită în funcţie de mărimea σ şi de valorile η_t, η_c.

CONCLUZII

Din analiza factorilor care influenţează puterea maximă a instalaţiei de turbine cu gaze în cadrul CEN, rezultă importanţa deosebită a caracteristicilor de temperatură a reactorului nuclear (temperatura-limită admisă în zona activă a reactorului) asupra gradului de compresie optim şi al temperaturii agentului de lucru la intrare în turbină, scoţîndu-se în evidenţă interdependenţa diferiţilor factori analizaţi. Formulele de calcul deduse permit să se determine într-o primă aproximaţie gradul de compresie optim în funcţie de temperatura maximă admisă în reactorul nuclear, de temperatura gazelor la intrare în turbină, de gradul de regenerare şi de randamentele relativ interne ale turbinei şi compresorului.

Se observă că, o dată cu creșterea gradului de regenerare, gradul de compresie optim scade rapid mai ales pentru $\sigma > 0{,}8$. Creșterea temperaturii-limită admise în reactorul nuclear de asemenea conduce, pentru grade de regenerare ridicate, la scăderea gradului de compresie optim al ciclului instalației de turbine cu gaze.

BIBLIOGRAFIE

1. Д. Д. Калафати, *Термодинамические циклы атомных электростанций*, Госэнергоиздат, 1963.
2. Stuart Mchain, *Reactor engineering lectures*, Argonne National Laboratory, March 1955.
3. C. Dinculescu, N. Dănilă, D. Grecov, *Optimizarea proceselor de încălzire și răcire intermediară în ciclurile instalațiilor de turbine cu gaze și în ciclurile mixte abur-gaze*, St. cerc. energ. electr., **16**, *2* (1966).
4. D. Grecov, *On the choice of optimum steam conditions of the thermal cycle in nuclear Power Plants*, Revue d'électrotechnique et d'énergétique, **V**, *2* (1960).
5. C. Haiduc, Damian Iordache, *Temperatura superioară medie optimă a ciclului termodinamic al centralelor atomoelectrice cu reactoare fierbătoare și supraîncălzire nucleară*, St. cerc. energ. electr., *15*, *4* (1965).
6. I. Yvon, *La pile de Saclay*, Raport no 387 (France) Geneva, 1955.
7. Д. Д. Калафати, Л. З. Румшинский, *Термодинамические свойства углекислого газа*, МЭИ, 1957.
8. Л. П. Вукалович, В. А. Кириллин, *Термодинамические свойства газов*, Машгиз, 1953.
9. А. Новиков, *Эффективный коэффициент полезного действия атомной энергетической установки*. Атомная энергия, ноябрь, 1957.

SISTEMUL AUTOREGLĂRII TERMICE A CAMEREI DE ARDERE LA MOTOARELE DIESEL[1])

DE

S. DOBROSAVLJEVIĆ

621.436

Se prezintă o metodă de a se asigura temperatura constantă a pereţilor camerei de ardere a motorului diesel prin aceea că acesta face contact variabil, în funcţie de sarcina motorului, cu peretele chiulasei şi prin urmare fluxul termic este diferit. Se prezintă principiul metodei, metoda de calcul şi o serie de date experimentale.

1. INTRODUCERE

În cadrul cercetărilor ştiinţifice întreprinse în domeniul noilor concepţii de motoare diesel răcite prin aer de putere litrică ridicată destinate scopurilor de locomoţie, este cuprins şi studiul perfecţionării procesului de ardere prin intermediul aducerii combustibilului în straturi foarte subţiri pe suprafaţa peretelui camerei de ardere.

Pentru ca acest procedeu nou al procesului de ardere să ofere în orice privinţă efecte mai bune faţă de cele clasice, îndeosebi atunci cînd se aplică la o gamă largă de combustibili, este de o deosebită importanţă ca suprafaţa interioară a camerei de ardere în care se injectează combustibilul să nu depăşească anumite limite de temperatură la toate regimurile de funcţionare ale motorului; aceste limite sînt condiţionate de unele caracteristici ale combustibilului, cum sînt: viteza de evaporare, întîrzierea la autoaprindere şi înclinaţia spre formare de peroxizi sau produşi de cracare.

Această condiţie importantă nu se poate realiza în general nici măcar cu aproximaţie prin aplicarea soluţiilor clasice ale camerelor de ardere în afara unor cazuri speciale, şi anume cu preţul unor compromisuri în ceea ce priveşte randamentul procesului de ardere.

De aici a pornit stimulentul pentru cercetarea obţinerii unui sistem raţional, general aplicabil, al autoreglării termice a camerei de ardere.

---

[1]) Sistemul expus de autor reprezintă obiectul unui brevet în ţară şi peste hotare.

2. CONCEPȚIA NOII SOLUȚII

Aproape la toate soluțiile de pînă acum, exceptînd unele prin care s-a urmărit stimularea cracării combustibilului, camerele de ardere sînt fixate direct sau turnate în chiulasele motoarelor, deci au contactul termic permanent și integral.

După concepția nouă însă, camera de ardere a fost dispusă în chiulasă în așa fel, încît este în contact direct cu materialul acesteia numai printr-o parte a suprafeței sale exterioare, în timp ce prin altă parte, care în stare răcită este îndepărtată de la suprafața respectivă a chiulasei printr-un spațiu intermediar determinat, se reglementează automat temperatura camerei cu ajutorul contactului variabil în conformitate cu mărimea încărcării termice.

Pentru înțelegerea mecanismului autoreglării termice sus-menționate este necesar să se rețină că, începînd cu prima stabilire a contactului la locul atingerii dintre suprafețele variabile în condițiile sarcinii celei mai mici a motorului, în continuare acest contact trebuie menținut forțat la toate sarcinile mai mari; presiunea de contact dintre suprafețele care se ating se va regla de la sine în funcție de temperatura pereților, stabilindu-se un regim termic determinat.

Acest mecanism devine clar, observîndu-se că la un regim termic dat, pentru o anumită sarcină a motorului, orice provocare forțată a slăbirii relative a contactului termic stabilit trebuie să atragă după sine o majorare relativă a temperaturii camerei din cauza sporirii rezistenței la trecerea căldurii și deci, în final, o dilatare, precum și faptul că orice provocare forțată a întăririi contactului termic ar duce la o oarecare contracție a camerei și deci și la slăbirea corespunzătoare a contactului din cauza măririi relative a propagării căldurii de la cameră spre chiulasă.

În figura 1 este arătată schița noii soluții, care se referă la cazul camerei de ardere unitare, avînd montat coaxial o supapă unică; combustibilul lichid se injectează aproape tangențial la suprafața interioară a camerei.

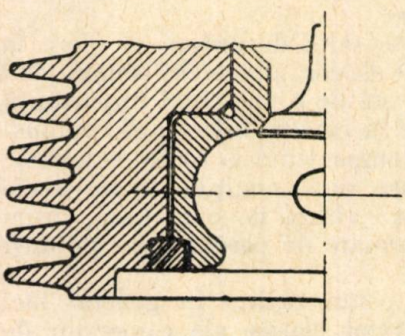


Fig. 1

3. APLICAREA CONCEPȚIEI NOI ÎNTR-UN CAZ CONCRET

Pentru asigurarea condițiilor necesare autoreglării termice a camerei de ardere la un motor realizat, este necesar să se facă mai întîi o serie de experiențe orientative care trebuie să cuprindă:

a) Cercetări în domeniul sarcinii celei mai scăzute la care poate funcționa practic motorul (circa 25% din sarcina maximă) cu o cameră corespunzătoare, în condițiile diferitelor valori ale suprafeței în contact permanent și cu un joc intermediar excesiv de mare la locul prevăzut pentru contacte variabile (în așa fel încît în această parte să nu se ajungă la

contact în întreaga regiune de încărcare), pentru stabilirea graniței de temperatură minimă dorită a camerei;

b) Cercetări cu o cameră dată, în limitele încărcării minime-maxime, a motorului pentru a se determina dependența corespunzătoare a temperaturii camerei și a temperaturii chiulasei din apropierea camerei de sarcina motorului;

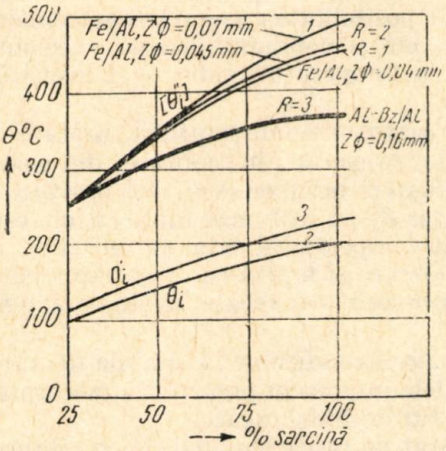


Fig. 2

c) Cercetări cu o cameră realizată special la care este asigurat contactul termic permanent la întreaga suprafață exterioară și la toate încărcările, pentru determinarea dependenței corespunzătoare a temperaturii camerei, adică a temperaturii chiulasei din apropierea imediată a camerei, la diferite sarcini ale motorului.

În diagrama din figura 2, dependențele amintite sînt înfățișate prin curbele *1*, *2* și *3* pentru un caz concret (motorul diesel în patru timpi cu răcire cu aer).

Cu ajutorul datelor acestor diagrame se poate stabili prin calcul folosind relația

$$Z_\Phi = \Phi_k (\lambda_k \theta''_{min} - \lambda_g \theta'_{min}) = \Phi_k (\lambda_k \theta'' - \lambda_g \theta'),$$

unde

Z_φ [mm] este jocul necesar pentru stabilirea contactului termic la încărcarea minimă;

Φ_k [mm] — diametrul exterior al camerei pe linia de contur a contactului variabil;

λ_k, λ_g [mm/mm·grd] — coeficientul liniar al dilatării termice pentru materialul camerei, respectiv al chiulasei;

θ'', θ' [°C] — temperatura camerei, respectiv a chiulasei, din apropierea nemijlocită a camerei,

atît spațiul intermediar la temperatură minimă admisă pentru cameră, cît și variația corespunzătoare a temperaturii camerei în funcție de diferiți parametri, deci și de mărimea maximă a sarcinei motorului cînd s-a variat materialul chiulasei și al camerei.

În cazul concret, chiulasa răcită cu aer este din aliajul de aluminiu normal (Al), iar camera utilizată a fost alternativ din oțel (Fe) și din material tras din bronz de aluminiu (Al-Bz). Pentru temperatura minimă a camerei este adoptată valoarea $\theta''_{min} = 250°C$, căreia, în condițiile unui joc intermediar $Z_\Phi = 0{,}16$ mm pentru bronzul de aluminiu, îi corespunde temperatura maximă a camerei $\theta''_{max} = 370°C$.

Din curbele respective din figura 2 se pot trage următoarele concluzii pentru cazul dat:

a) La folosirea camerei din oțel sau din fontă la un joc de $\sim 0{,}04$ mm (care satisface condiția pentru stabilirea contactului la temperatura cea mai joasă a camerei ($\theta''_{min} = 250°C$), nu se poate obține nici cu aproximație

maximum admisibil de temperatură (~400°C), iar prin majorarea în continuare a jocului apare o îndepărtare tot mai puternică a limitei superioare de temperatură, în așa fel încît la un joc de ~0,07 mm dispare orice autoreglare ;

b) Bronzul de aluminiu se poate socoti drept un material ideal pentru cameră, avîndu-se în vedere atît posibilitatea asigurării extremelor de temperatură favorabilă a camerei, cît și conductibilitatea excelentă a căldurii, rezistența mecanică înaltă la temperaturi ridicate și însușirile anticorosive.

Trebuie amintit că curbele de reglare ale temperaturii, arătate în diagrama figurii 2, corespund contactelor tangente ; în realitate, din cauza transmisiei căldurii se vor ivi unele abateri minime care vor provoca și unele deplasări ale curbei *2* spre curba *3*, cu atît mai mult cu cît este mai mare abaterea curbei de reglaj a temperaturii față de curba *1*. În afară de aceasta, trebuie avut în considerare și faptul că evaporarea combustibilului la suprafața camerei va provoca o oarecare reducere a temperaturii acesteia.

Procedeul expus pentru determinarea condițiilor favorabile de autoreglare are însă neajunsul că necesită demontarea în prealabil a motorului, precum și experimentări și reglări destul de îndelungate.

În expunerea ce urmează este arătat un procedeu analitic cu ajutorul căruia se pot obține, cu aproximația uzuală în tehnică, datele orientative necesare încă de la proiectarea noului motor și prin aceasta se poate nu numai ușura în mod substanțial realizarea, ci și evita riscul unui eventual insucces la construcții speciale care se abat în mod substanțial de condițiile clasice.

Totodată, prin acest procedeu se pot obține date prețioase referitoare la problema răcirii chiulasei.

4. TRATAREA ANALITICĂ A PROBLEMEI

Din capul locului trebuie subliniat că rezolvarea acestei probleme de transfer de căldură exclude aplicarea unui procedeu matematic mai riguros, fie și din cauză că nu există posibilitatea ca în condițiile complicate existente, chiar folosindu-se simplificări apreciabile, să se determine analitic cîmpul termic corespunzător în masa chiulasei.

Abordarea analitică simplificată a problemei este posibilă prin introducerea unor ipoteze simplificatoare, a căror abatere de la realitate este admisibilă din punct de vedere tehnic.

Prima ipoteză este exprimată prin simplificarea geometrică a chiulasei răcite cu aer ; se reduce forma acesteia la un cilindru cu cameră de ardere coaxială (fig. 3), ceea ce nu este departe de cazurile reale.

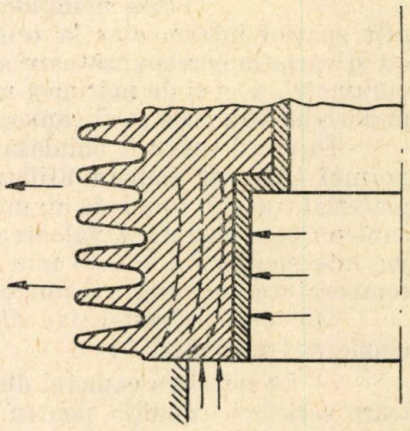


Fig. 3

A doua ipoteză se referă la identitatea coeficienților de convecție și a temperaturilor gazului în fenomenul transferului căldurii printr-o suprafață ovală-inelară (A') a chiulasei și o suprafață ovală-cilindrică a camerei de ardere (A''), ceea ce de asemenea nu reprezintă o îndepărtare substanțială de la condițiile reale.

În sfîrșit, a treia ipoteză reprezintă identitatea temperaturilor pe toată suprafața interioară a chiulasei. Deși intensitățile de transfer de căldură se pot deosebi mult între ele, nici această presupunere nu reprezintă o abatere esențială de la realitate, avîndu-se în vedere apropierea relativă dintre suprafețele de schimb de căldură și marea conductibilitate de căldură a aliajului de aluminiu.

Acest caz al transferului de căldură are caracter instațional chiar la regimurile constante ale motorului, date fiind marile variații ale temperaturii gazului și ale coeficienților de convecție în cursul unui ciclu termodinamic. După cum se știe, avîndu-se în vedere rapiditatea procesului de variere a temperaturii în raport cu valoarea rezistenței la conducția căldurii, aceasta se poate identifica cu cel staționar, în care coeficientul constant de convecție ar fi reprezentat prin

$$\alpha_g^* = \int_{\text{ciclu}} \alpha_g \, dt,$$

iar temperatura invariabilă, așa-zisă temperatura echivalentă a gazului, ar fi exprimată cu

$$\theta_g^* = \frac{\int_c \alpha_g \, \theta_g \, dt}{\int_c \alpha_g \, dt}.$$

Aici, α_g și θ_g se pot defini ca funcții de timp în intervalul în care se desfășoară ciclul, pe baza cunoașterii ciclului termodinamic.

Întreaga propagare a căldurii pentru regim staționar se poate exprima prin relația

$$Q_h = \alpha_a A_a (\theta_e - \theta_a) = \alpha_g^* A_i [\psi (\theta_g^* - \theta_i') + (1 - \psi)(\theta_g^* - \theta_i'')] =$$

$$= \nu \frac{\lambda}{\delta_m} A_i (\theta_i' - \theta_e),$$

unde

Q_h [kcal/h] este debitul de căldură;
α_g^* [kcal/m²·h·grd] — coeficientul echivalent de convecție de la gaze la chiulasă;
α_g [kcal/m²·h·grd] — coeficientul de convecție de la peretele chiulasei la aerul răcitor;
λ [kcal/m·h·grd] — coeficientul de conductibilitate în materialul chiulasei;
δ_m [m] — grosimea medie a peretelui chiulasei parcursă de debitul de căldură;
ν [—] — factorul sporirii relative a conductibilității;

A_a [m²] — suprafața totală de răcire a chiulasei;
A_i [m²] — suprafața totală de încălzire a chiulasei;
ψ [—] — relația dintre suprafața încălzită nemijlocit și suprafața totală încălzită;
θ_a [°C] — temperatura medie a aerului de răcire;
θ_g^* [°C] — temperatura echivalentă a gazului;
θ_e [°C] — temperatura medie a chiulasei la baza nervurilor de răcire;
θ_i' [°C] — temperatura medie a unui strat din peretele chiulasei în apropierea regiunii de primire a căldurii;
θ_i'' [°C] — temperatură medie a camerei în regiunea liniei de contact variabil.

Prin eliminarea fluxului variabil de căldură se obțin două ecuații liniare cu trei necunoscute: θ_e, θ_i' și θ_i''. Deoarece se urmărește exprimarea temperaturilor de mai sus în funcție de gradul de contact termic dintre cameră și chiulasă, se va introduce următorul parametru al contactului:

$$\xi = \frac{\theta_g^* - \theta_i''}{\theta_g^* - \theta_i'},$$

și notațiile

$$\nu \frac{\lambda}{\delta_m} = \varphi; \quad \psi + (1 - \psi)\,\xi = \mu; \quad a = \frac{A_a}{A_i}; \quad \frac{\varphi}{\mu \alpha_a} = \rho.$$

Din ecuația de mai sus se obțin expresiile pentru determinarea temperaturilor corespunzătoare în funcție de parametrul de contact ξ, a cărui valoare variază între limitele 0 și 1:

$$\theta_e = \frac{\theta_g^* + (\rho + 1)\frac{\alpha_a}{\varphi} a \theta_a}{(\rho + 1)\frac{\alpha_a}{\varphi} a + 1},$$

$$\theta_i' = \frac{\theta_g^* + \rho \theta_e}{\rho + 1},$$

$$\theta_i'' = \theta_g^* - \xi(\theta_g^* - \theta_i').$$

Astfel este posibil a se stabili pentru orice încărcare a motorului (importante pentru studiu fiind încărcările extreme), în afară de temperaturile medii ale chiulasei la locul transferului căldurii (θ_e), relațiile limită ale temperaturilor medii a straturilor inferioare ale chiulasei θ_i' și temperatura medie a camerei de ardere în regiunea contactului variabil θ_i'' în funcție de gradul contactului termic .

Diagramele din figurile 4 și 5 dau rezultatele corespunzătoare care se referă la un motor diesel de mare putere litrică, răcit prin aer, funcțio-

nînd după un ciclu în doi timpi cu baleiaj în echicurent și caracterizat de următoarele date :

Sarcina aplicată motorului	θ_g^* °C	α_g^* kcal/m².h.grd	θ_a °C	ρ
100 %	~ 720	~ 1 200	~ 80—70	$\frac{6}{\mu}$
25 %	~ 500	~ 625	~ 45—35	$\frac{11,5}{\mu}$

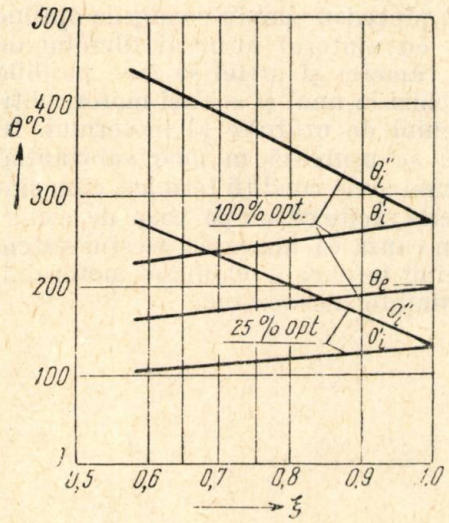


Fig. 4

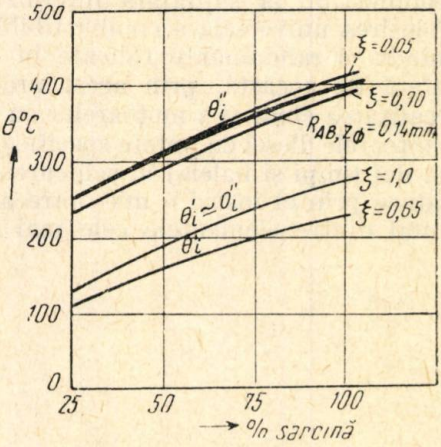


Fig. 5

$$\alpha_a = 180 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}\,;\ \lambda = 130 \text{ kcal/m} \cdot \text{h} \cdot \text{grd}\,;$$

$$\psi = \frac{1}{3}\,;\ a = 25\,;\ \varphi = \sim 7\,200\,;\ \mu = \frac{1 + 2\xi}{3}\,.$$

Pentru exemplul de mai sus, care reprezintă unul dintre cazurile cele mai grele de încărcare termică a chiulasei, se pot trage următoarele concluzii examinîndu-se diagramele citate :

a) cu factorul contactului permanent al camerei $\xi = 0,65$ cu care, în condițiile unui joc intermediar de 0,14 mm, se realizează la sarcină minimă temperatura minimă satisfăcătoare a camerei de bronz de aluminiu, 245°C, se poate asigura temperatura maximă a camerei la plină sarcină, 395°C, care este suficient de îndepărtată de temperatura critică de cracare a combustibilului ;

b) oțelul sau fonta nu intră în considerație la confecționarea camerei, însă metalul care ar poseda, pe lîngă alte însușiri necesare, un coeficient de conducție al căldurii mai mare decît la bronzul de aluminiu ar da la aceeași temperatură sau chiar la o temperatură minimă mai mare, o temperatură maximă a camerei inferioară ;

c) prin aplicarea camerei de bronz de aluminiu, straturile inte-

rioare cele mai încărcate ale camerei se află la o temperatură încă admisibilă din punctul de vedere al limitării acesteia, datorită scăderii cu temperatura a rezistenţei mecanice a aliajului de aluminiu ;

d) prin aplicarea camerei susamintite se reduce, la plină sarcină, cu circa 15% încărcarea termică a chiulasei faţă de camera care ar fi în contact cu chiulasa cu întreaga sa suprafaţă exterioară.

5. CONCLUZII

Prin autoreglarea termică a camerei de ardere la motoarele diesel pe care am expus-o se asigură printr-un procedeu simplu condiţiile optime pentru aplicarea procesului de ardere cu ajutorul formării filmului de combustibil la suprafaţa interioară a camerei şi astfel se face posibilă folosirea universală a combustibililor lichizi la unul şi acelaşi motor, obţinîndu-se randamente ridicate în domeniul de utilizare al motorului. În afară de aceasta, prin acest procedeu se uşurează în mod substanţial realizarea chiar şi a motoarelor cu cele mai grele condiţii termice, cum sînt motoarele diesel cu putere specifică ridicată răcite cu aer pe baza de cicluri în doi timpi şi baleiaj în echicurent, din cauză că aplicarea acestui sistem aduce prin el însuşi o micşorare a sarcinii termice a chiulasei motorului, unul dintre elementele cele mai ameninţate ale acestuia.

REPARTIȚIA CURENTULUI ELECTRIC DE ADUCȚIE ÎN PLĂCI LA SUDAREA LOR PRIN PUNCTE

DE

ACAD. REMUS RĂDULEȚ și CONSTANTIN NEMOIANU

621.3.016 :621.313.333

Pentru predeterminarea puterii necesare la sudarea prin puncte a două plăci date și cu electrozi de secțiuni date în funcție de curentul de aducție, se calculează cîmpul electric și cîmpul magnetic într-una din plăci și, prin analogie, în cealaltă în funcție de conductivitate, permeabilitate, pulsația și valoarea efectivă a curentului injectat, grosimea plăcii, diametrul suprafeței circulare de contact a electrodului cu placa și diametrul suprafeței circulare de trecere dintre cele două plăci.

1. TEORIA REPARTIȚIEI CURENTULUI DE ADUCȚIE ÎN PLĂCI

Într-o lucrare a unuia dintre autori [1] s-a evaluat puterea necesară pentru sudarea prin puncte a plăcilor.

Pentru predeterminarea puterii necesare la sudarea prin puncte a două plăci date și cu electrozi de secțiuni date (fig. 1) în funcție de curentul de aducție, respectiv a acestui curent în funcție de puterea necesară, e nevoie să se calculeze în prealabil cîmpul electric și cîmpul magnetic într-una din plăci (fig. 2) și, prin analogie, în cealaltă în funcție de următoarele date : conductivitatea σ, permeabilitatea μ, pulsația curentului injectat ω, valoarea efectivă a curentului care trece prin electrozi I, grosimea plăcii $2a$, diametrul suprafeței circulare de contact a electrodului cu placa $2g_0$ și diametrul suprafeței circulare de trecere dintre cele două plăci $2s_0$ (în general cu $g_0 \neq s_0$). Soluția pentru două plăci (fig. 1), care poate fi construită cu ajutorul rezultatului obținut pentru o singură placă (fig. 2), corespunde deci ipotezei că rezistența de trecere între cele două plăci e nulă pentru cercul coaxial cu electrozii și de rază s_0 și infinită pe restul secțiunii de contact dintre plăci.

Dimensiunile transversale pe electrozi ale plăcilor, fiind mult mai mari decît grosimile lor $2a$ și $2a'$, pot fi presupuse infinite. Densitatea

de curent prin suprafețele de intrare πg_0^2 și de ieșire πs_0^2 fiind practic uni formă (fig. 2), deoarece dimensiunile acestora sînt, de regulă, mult mai mici decît adîncimea de pătrundere a undelor electromagnetice în plăci la frecvența industrială $f = 50$ Hz la care se execută lucrările de sudură, rezultă că pe cele două fețe ale unei plăci (pentru $z = 0$ și pentru

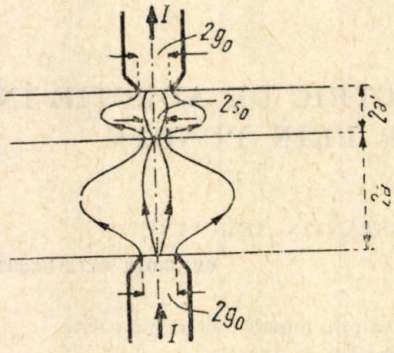


Fig. 1 — Dispoziția electrozilor și plăcilor de sudat electric prin puncte.

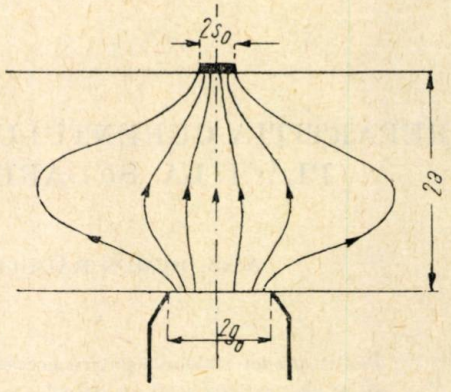


Fig. 2 — Unul dintre electrozii și una dintre plăcile de sudat electric prin puncte.

$z = 2a$), cîmpul magnetic variază cu coordonata r a sistemului de coordonate cilindrice adoptat, în conformitate cu reprezentările grafice din figura 3, crescînd linear în dreptul secțiunilor de trecere și scăzînd hiperbolic în afara acestor secțiuni. În puncte situate în interiorul plăcii și la distanțe foarte mari de locul injectării curentului (pentru $r \to \infty$), cîmpul magnetic este nul.

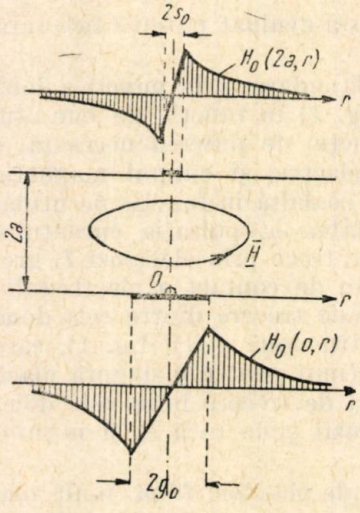


Fig. 3 — Repartiția cîmpului magnetic pe fețele unei plăci care se sudează electric prin puncte.

Cu aceste condiții la limită și ținînd seamă de teorema unicității, cîmpul magnetic poate fi determinat în mod univoc în orice punct din interiorul și de pe suprafața plăcii. El este soluția generală a ecuației lui Helmholtz [2]:

$$\Delta \underline{\boldsymbol{H}} = \underline{\gamma}^2 \underline{\boldsymbol{H}}, \tag{1}$$

care are în sistemul de coordonate cilindrice forma

$$\frac{\partial^2 \underline{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \underline{H}}{\partial r} - \left(\underline{\gamma}^2 + \frac{1}{r^2}\right)\underline{H} + \frac{\partial^2 \underline{H}}{\partial z^2} = 0, \tag{2}$$

unde

$$\underline{\gamma} = \sqrt{j\omega\sigma\mu}$$

și în care s-a ținut seamă de faptul că intensitatea cîmpului magnetic are numai componentă tangențială nenulă. Punînd soluțiile elementare sub forma produsului de două funcții de variabila r, respectiv z, care intervin în metoda separării variabilelor

$$\underline{H}(r, z) = R(r) \cdot Z(z),$$

ecuația cu derivate parțiale (2) se descompune în următoarele două:

$$\frac{\mathrm{d}^2 R}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}r} - \left(k^2 + \frac{1}{r^2}\right) R = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 Z}{\mathrm{d}z^2} - (\underline{\gamma}^2 - k^2) Z = 0, \tag{4}$$

în care k este un parametru complex de separare a variabilelor. Cum ecuația (3) admite ca soluții funcțiile Bessel modificate și de ordinul întîi, iar ecuația (4) funcțiile hiperbolice, integrala ecuației (2) se poate pune sub forma

$$\underline{H}(r, z) = \int_{(k)} [\underline{A}_k I_1(kr) + \underline{B}_k K_1(kr)][\underline{C}_k \operatorname{sh} z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} + \underline{D}_k \operatorname{ch} z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}]\,\mathrm{d}k, \tag{5}$$

în care $\underline{A}_k$, $\underline{B}_k$, $\underline{C}_k$, $\underline{D}_k$ sînt constante arbitrare, în general complexe.

Cum pentru $r = 0$ cîmpul magnetic trebuie să fie nul, rezultă $\underline{B}_k = 0$, deoarece modulul funcției K_1 tinde spre infinit cînd argumentul său tinde spre zero. De altă parte, deoarece pentru valori ale lui r care tind spre infinit cîmpul magnetic trebuie să se anuleze, trebuie ca parametrul complex k să fie pur imaginar,

$$k = \mathrm{j}m,$$

m fiind un parametru real, deoarece numai în aceste condiții funcțiile Bessel modificate, al căror modul tinde spre infinit o dată cu tinderea spre infinit a argumentului lor, se transformă în funcții Bessel ordinare, care tind spre zero cînd argumentul lor crește indefinit.

Știind că $I_1(\mathrm{j}x) = \mathrm{j}J_1(x)$, cu o nouă notație a constantelor de integrare, cîmpul magnetic în placă ia forma

$$\underline{H}(r, z) = \int_0^\infty \underline{A}_m J_1(mr)(\operatorname{sh} \underline{\lambda}_m z + \underline{B}_m \operatorname{ch} \underline{\lambda}_m z)\,\mathrm{d}m, \tag{6}$$

în care s-a folosit notația $\underline{\lambda}_m = \sqrt{\underline{\gamma}^2 + m^2}$.

Dezvoltînd cîmpul magnetic pe cele două fețe ale plăcii (fig. 3) în integrală Fourier-Bessel, se pot pune mai simplu condițiile la limită. Pentru $z = 0$, această dezvoltare este dată de expresia

$$\underline{H}_0(r, 0) = \int_0^\infty mJ_1(mr)\,\mathrm{d}m \int_0^\infty \rho J_1(m\rho)\,\underline{H}_0(\rho, 0)\,\mathrm{d}\rho. \tag{7}$$

Intervalul de integrare al integralei privitoare la variabila ρ trebuie descompus în două intervale : intervalul $0 \leqslant \rho \leqslant g_0$, în care $\underline{H}_0 = \dfrac{\underline{I}}{2\pi g_0^2}\,\rho$, și intervalul $g_0 \leqslant \rho \leqslant \infty$, în care $\underline{H}_0 = \dfrac{\underline{I}}{2\pi\rho}$.

Ținînd seama de relațiile

$$\int J_1(y)\,\mathrm{d}y = -J_0(y),$$

$$\int y^2 J_1(y)\,\mathrm{d}y = y^2 J_2(y)$$

$$J_0(y) + J_2(y) = \frac{2}{y} J_1(y)$$

și efectuînd calculele, ecuația (7) conduce la următoarea dezvoltare a cîmpului magnetic pe fața inferioară a plăcii ($z = 0$) :

$$\underline{H}_0(r, 0) = \frac{\underline{I}}{\pi}\int_0^\infty \frac{J_1(mg_0)}{mg_0} J_1(mr)\,\mathrm{d}m. \tag{8}$$

Analog, cîmpul magnetic pe fața superioară a plăcii ($z = 2a$) are dezvoltarea

$$\underline{H}_0(r, 2a) = \frac{\underline{I}}{\pi}\int_0^\infty \frac{J_1(ms_0)}{ms_0} J_1(mr)\,\mathrm{d}m. \tag{8'}$$

Din condițiile la limită care exprimă egalitatea dintre cîmpul magnetic dat de relația (6) pentru $z = 0$ și cîmpul magnetic dat de relația (8), de o parte, și egalitatea dintre cîmpul magnetic (6) pentru $z = 2a$ și cîmpul magnetic (8'), de altă parte, se obține următorul sistem de ecuații algebrice pentru constantele $\underline{A}_m$ și $\underline{B}_m$:

$$\begin{cases} \underline{A}_m \underline{B}_m = \dfrac{\underline{I}}{\pi}\dfrac{J_1(mg_0)}{mg_0} \\ \underline{A}_m(\operatorname{sh} 2a\underline{\lambda}_m + \underline{B}_m \operatorname{ch} 2a\underline{\lambda}_m) = \dfrac{\underline{I}}{\pi}\dfrac{J_1(ms_0)}{ms_0}, \end{cases}$$

care are rădăcinile

$$\underline{A}_m = \frac{\underline{I}}{\pi \operatorname{sh} 2a\underline{\lambda}_m}\left[\frac{J_1(ms_0)}{ms_0} - \operatorname{ch} 2a\underline{\lambda}_m \frac{J_1(mg_0)}{mg_0}\right] \equiv \frac{\underline{I}}{\pi}\,\underline{\alpha}(m), \tag{9}$$

$$\underline{B}_m = \frac{\operatorname{sh} 2a\underline{\lambda}_m}{\dfrac{g_0}{s_0}\dfrac{J_1(ms_0)}{J_1(mg_0)} - \operatorname{ch} 2a\underline{\lambda}_m} \equiv \underline{\beta}(m), \tag{10}$$

în care $\underline{\alpha}(m)$ și $\underline{\beta}(m)$ sînt notații care rezultă din relațiile (9) și (10).

Cîmpul magnetic are deci expresia

$$\underline{H}(r, z) = \frac{\underline{I}}{\pi}\int_0^\infty \underline{\alpha}(m) J_1(mr)[\operatorname{sh} \underline{\lambda}_m z + \underline{\beta}(m) \operatorname{ch} \underline{\lambda}_m z]\,\mathrm{d}m. \tag{11}$$

Componenta radială, ca și cea normală, a cîmpului electric se calculează folosind expresia în coordonate cilindrice a formei locale a legii circuitului magnetic:

$$\underline{E}_r(r, z) = -\frac{1}{\sigma}\frac{\partial \underline{H}}{\partial z} = -\frac{\underline{I}}{\pi\sigma}\int_0^\infty \underline{\lambda}_m \underline{\alpha}(m) J_1(mr)[\operatorname{ch} \underline{\lambda}_m z + \underline{\beta}(m) \operatorname{sh} \underline{\lambda}_m z]\,\mathrm{d}m, \tag{12}$$

$$\underline{E}_z(r, z) = \frac{1}{\sigma}\left(\frac{\underline{H}}{r} + \frac{\partial \underline{H}}{\partial r}\right) = \frac{1}{\sigma}\frac{\underline{I}}{\pi}\int_0^\infty m\underline{\alpha}(m) J_0(mr)[\operatorname{sh}\underline{\lambda}_m z + \underline{\beta}(m) \operatorname{ch}\underline{\lambda}_m z]\,\mathrm{d}m, \tag{13}$$

în care s-a ținut seama de relația $yJ_1'(y) + J_1(y) = yJ_0(y)$.

2. PUTEREA APARENTĂ ABSORBITĂ DE O PLACĂ

În expresia fluxului vectorului lui Poynting prin cele două fețe ale plăcii intervin cele două valori pe care le ia componenta radială a cîmpului electric pentru $z = 0$ și $z = 2a$. Efectuînd calculele, se obțin valorile

$$\underline{E}_r(r, 0) = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma g_0 s_0}\int_0^\infty \frac{\underline{\lambda}_m}{\operatorname{sh} 2a\underline{\lambda}_m}[s_0 J_1(mg_0) \operatorname{ch} 2a\,\underline{\lambda}_m - g_0 J_1(ms_0)] J_1(mr)\frac{\mathrm{d}m}{m} \tag{14}$$

și

$$\underline{E}_r(r, 2a) = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma g_0 s_0}\int_0^\infty \frac{\underline{\lambda}_m}{\operatorname{sh} 2a\underline{\lambda}_m}[s_0 J_1(mg_0) - g_0 J_1(ms_0) \operatorname{ch} 2a\underline{\lambda}_m] J_1(mr)\frac{\mathrm{d}m}{m}. \tag{15}$$

Punînd $s_0 = g_0$ și știind că $\dfrac{\operatorname{ch} 2y - 1}{\operatorname{sh} 2y} = \operatorname{th} y$, se obțin din (14) și (15) pentru $\underline{E}_r(r, 0)$ și $\underline{E}_r(r, 2a)$ expresii egale și de semne contrare, cum este și necesar:

$$\underline{E}_r(r, o) = -\underline{E}_r(r, 2a) = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma g_0}\int_0^\infty \frac{\underline{\lambda}_m}{m} \operatorname{th} a\underline{\lambda}_m J_1(mg_0) J_1(mr)\,\mathrm{d}m.$$

Puterea aparentă complexă $\underline{P}_a$, absorbită de placă, e egală cu suma puterilor aparente complexe $\underline{P}_{a1}$ și $\underline{P}_{a2}$ absorbite prin fețele inferioară S_1 și superioară S_2 (fig. 4), adică

$$\underline{P}_a = \iint_{S_1}[\underline{E}_r(r, 0) \times \underline{H}^*]\overline{\mathrm{d}A_1} + \iint_{S_2}[\underline{E}_r(r, 2a) \times \underline{H}^*]\overline{\mathrm{d}A_2}, \tag{16}$$

în care $\overline{\mathrm{d}A_1} = \mathrm{d}A\,\overline{u}_z$, $\overline{\mathrm{d}A_2} = -\mathrm{d}A\,\overline{u}_z$.

Cum intensitățile cîmpului magnetic pe cele două fețe au valori diferite în interiorul și în exteriorul conductoarelor de aducție în conformitate cu expresiile

$$\underline{H}_i(r,0)=\frac{\underline{I}}{2\pi g_0^2}r;\quad \underline{H}_e(r,0)=\frac{\underline{I}}{2\pi r};\quad \underline{H}_i(r,2a)=\frac{\underline{I}}{2\pi s_0^2}r;\quad \underline{H}_e(r,2a)=\frac{\underline{I}}{2\pi r}$$

$$0\leqslant r\leqslant g_0 \qquad g_0\leqslant r\leqslant\infty \qquad 0\leqslant r\leqslant s_0 \qquad s_0\leqslant r\leqslant\infty$$

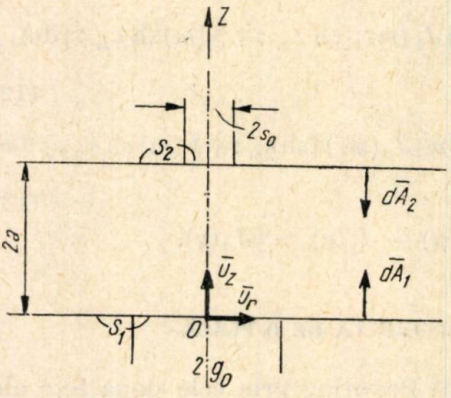


Fig. 4 — Una dintre plăci și cele două suprafețe ale sale, S_1 și S_2.

și descompunînd corespunzător integralele (16) pe două intervale ale variabilei r, primul între zero și g_0, respectiv s_0 (marginile conductoarelor de aducție), cel de-al doilea între g_0, respectiv s_0 și infinit, se obține după efectuarea calculelor următoarea expresie a puterii aparente complexe:

$$\underline{P}_a=$$

$$=\frac{4\underline{I}^2}{\pi\sigma g_0 s_0}\int_0^\infty\frac{\underline{\lambda}_m}{m^3\,\mathrm{sh}2a\underline{\lambda}_m}\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{s_0}{g_0}J_1^2(mg_0)+\right.\right.$$

$$\left.+\frac{g_0}{s_0}J_1^2(ms_0)\right]\mathrm{ch}\,2a\underline{\lambda}_m- \qquad (17)$$

$$\left.-J_1(mg_0)J_1(ms_0)\right\}\mathrm{d}m.$$

Rezultatele se simplifică în cazul particular $s_0=g_0$, în care cîmpurile magnetic și electric au următoarele valori, care rezultă din (11), (12) și (13):

$$\underline{H}(r,z)=\frac{\underline{I}}{\pi}\int_0^\infty\frac{J_1(mg_0)}{mg_0}\frac{\mathrm{ch}(a-z)\underline{\lambda}_m}{\mathrm{ch}\,a\underline{\lambda}_m}J_1(mr)\,\mathrm{d}m \qquad (18)$$

$$\underline{E}_r(r,z)=\frac{\underline{I}}{\sigma\pi}\int_0^\infty\frac{J_1(mg_0)}{mg_0}\frac{\mathrm{sh}(a-z)\underline{\lambda}_m}{\mathrm{ch}a\,\underline{\lambda}_m}J_1(mr)\cdot\underline{\lambda}_m\,\mathrm{d}m, \qquad (19)$$

$$\underline{E}_z(r,z)=\frac{\underline{I}}{\sigma\pi}\int_0^\infty\frac{J_1(mg_0)}{mg_0}\frac{\mathrm{ch}(a-z)\underline{\lambda}_m}{\mathrm{ch}\,a\underline{\lambda}_m}J_0(mr)\cdot m\mathrm{d}m. \qquad (20)$$

Se observă că în acest caz $\underline{H}(r,0)=\underline{H}(r,2a)$ și $\underline{E}_r(r,a)=0$, iar $\underline{E}_z(r,0)=\underline{E}_z(r,2a)$ este tocmai descompunerea în integrală Fourier-Bessel a cîmpului electric $\underline{E}_0=\frac{1}{\sigma}J_0=\frac{1}{\sigma}\frac{\underline{I}}{\pi g_0^2}$ din interiorul secțiunilor de injectare a curentului pe cele două fețe ale plăcii.

În adevăr, efectuînd descompunerea în integrală Fourier-Bessel a funcției $\underline{E}_0$, egală cu $\frac{1}{\sigma}\frac{\underline{I}}{\pi g_0^2}$ pentru $0\leqslant r\leqslant g_0$ și egală cu zero pentru $g_0\leqslant r\leqslant\infty$, rezultă

$$\underline{E}_0=\int_0^\infty mJ_0(mr)\,\mathrm{d}m\int_0^\infty\rho J_0(m\rho)\,\underline{E}_0(\rho)\,\mathrm{d}\rho,$$

sau

$$\underline{E}_0 = \frac{1}{\sigma}\frac{\underline{I}}{\pi g_0^2}\int_0^\infty mJ_0(mr)\,\mathrm{d}m\int_0^{g_0}\rho J_0(m\rho)\,\mathrm{d}\rho$$

și se obține cu

$$\int yJ_0(y)\,\mathrm{d}y = yJ_1(y)$$

expresia :

$$\underline{E}_0 = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma g_0}\int_0^\infty J_0(mr)\,J_1(mg_0)\,\mathrm{d}m,$$

care este relația (20) în care s-a pus fie $z = 0$, fie $z = 2a$.

În cazul particular considerat : $\varepsilon_0 = g_0$, puterea aparentă complexă ia următoarea formă mai simplă :

$$\underline{P}_a = \frac{4I^2}{\pi\sigma g_0^2}\int_0^\infty \frac{\underline{\lambda}_m}{m^3}\,\mathrm{th}\,a\,\underline{\lambda}_m J_1^2(mg_0)\,\mathrm{d}m. \tag{21}$$

Particularizînd pentru regimul staționar ($\underline{\lambda}_m = m$), se obține următoarea expresie a puterii, care este în acest caz activă :

$$P = \frac{4I^2}{\pi\sigma}\int_0^\infty \mathrm{th}\,ma\left[\frac{J_1(mg_0)}{mg_0}\right]^2\mathrm{d}m. \tag{22}$$

3. EXEMPLU DE CALCUL

Considerăm sudarea prin puncte a tablelor de oțel nealiat, cu maximum 0,2% C, avînd grosimi variind între 0,4 și 3,2 mm, pentru care tabela 4.21, din lucrarea [3] de Mikloși și Teodorescu, p. 257, cuprinde rezultate experimentale.

În aceste tabele, raportul g_0/s_0 dintre diametrul la vîrf al electrodului și diametrul punctului sudat variază foarte puțin și este apropiat de unitate. Astfel, între cele două limite considerate, el variază între 1,25 și 1,12. Pentru simplificarea calculelor ce urmează, raportul va fi considerat practic egal cu unitatea. Instalația folosită e construită pentru frecvența industrială de 50 Hz, pentru care trebuie evaluată adîncimea de pătrundere a undelor electromagnetice în table. Cum temperatura mijlocie a domeniului de sudare depășește punctul Curie, ea putînd atinge în interiorul nucleului pînă la 1 600°C, tablele nu au în acest domeniu proprietăți feromagnetice și deci permeabilitatea respectivă poate fi considerată egală cu $4\pi\cdot10^{-7}$ H/m. Expresia adîncimii de pătrundere

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} \tag{23}$$

arată că aceasta este proporțională cu rezistivitatea conductorului. Oțelul avînd rezistivitatea $\rho = 1{,}2\,10^{-8}$ Ωm la temperatura ambiantă, formula (23) conduce la următoarea adîncime de pătrundere $\delta = 7{,}8\,10^{-3}$ m =

= 7,8 mm, care depășește de aproape cinci ori semigrosimea maximă a plăcilor din tabloul considerat, care este de 3,2/2 mm. Rezultă că în cazul considerat repartiția densității de curent la frecvența de 50 Hz este practic egală cu repartiția corespunzătoare regimului staționar ($\omega = 0$, $\gamma = 0$). Cu cît rezistivitatea crește cu temperatura, cu atît adîncimea de

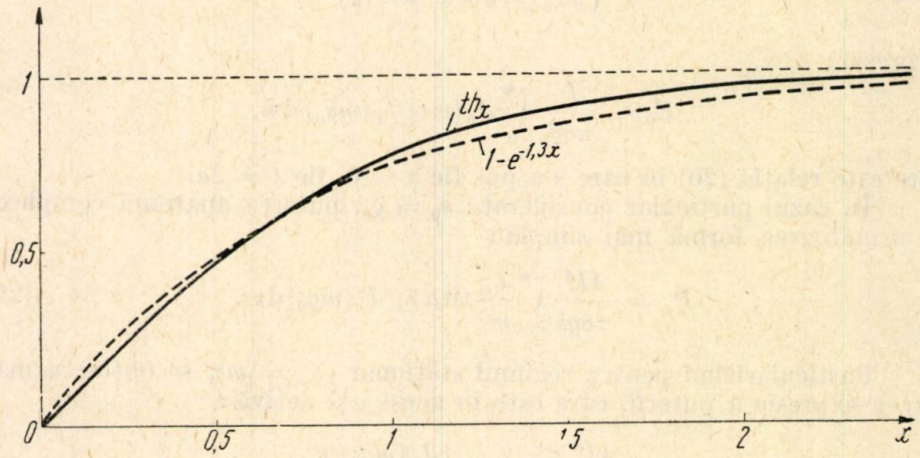


Fig. 5 — Funcțiile th$x$ și 1-exp ($-1{,}3x$).

pătrundere crește, iar aproximația făcută este și mai bună. Aproximația făcută prin înlocuirea repartiției de curent corespunzătoare regimului armonic de frecvență 50 Hz prin repartiția lui corespunzătoare regimului staționar este satisfăcătoare și dacă adîncimea de pătrundere e calculată cu rezistivitatea corespunzătoare temperaturii mediului ambiant.

În formula (22) pentru calculul puterii necesare procesului de sudare aproximînd repartiția densității de curent prin repartiția ei în curent continuu,

$$P = \frac{4I^2}{\pi\sigma}\int_0^\infty \operatorname{th} ma\,\frac{J_1^2(mg_0)}{(mg_0)^2}\,\mathrm{d}m, \tag{22}$$

integrala este rapid convergentă, datorită prezenței mărimii $(mg_0)^2$ la numitor, pătratului funcțiunii cilindrice J_1 și faptului că, pentru valori ale variabilei de integrare care tind spre infinit, factorul thma nu crește nedefinit, ci tinde către unitate. Cum integrala din (22) nu este specificată pînă în prezent în literatura de specialitate, o vom calcula făcînd următoarele aproximații :

Înlocuim factorul thma cu $(1 - \mathrm{e}^{-k_0 ma})$, în care $k_0 \cong 1{,}3$, aproximație justificată, cum arată figura 5. În expresia puterii apar astfel doi termeni :

$$P = \frac{4I^2}{\pi\sigma}\int_0^\infty \frac{J_1^2(mg_0)}{(mg_0)^2}\,\mathrm{d}m - \frac{4I^2}{\pi\sigma}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-k_0 ma}\,\frac{J_1^2(mg_0)}{(mg_0)^2}\,\mathrm{d}m = P_1 - P_2.$$

Cu ajutorul formulei

$$\int_0^\infty \frac{J_1^2(\lambda)}{\lambda^2}\,d\lambda = \frac{4}{3\pi},$$

cuprinsă în lucrarea [5], p. 260, formula 4.415.2, cu $p = 1$; $q = 1$; $\alpha = 1$ și $s = 2$ se obține

$$P_1 = \frac{I^2}{\pi\sigma g_0}\cdot\frac{16}{3\pi} = \frac{4I^2}{\pi\sigma g_0}\cdot\frac{4}{3\pi}.$$

Pentru calculul termenului P_2 este util să se dezvolte în serie factorul $\frac{J_1(m\,g_0)}{(m\,g_0)^2}$:

$$\frac{J_1(mg_0)}{(mg_0)^2} = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k\cdot(mg_0)^{2k-1}}{2^{2k+1}\cdot k!(k+1)!}.$$

Făcînd schimbarea de variabilă $mg_0 = x$, se obține

$$P_2 = \frac{4I^2}{\pi\sigma g_0}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2^{2k+1}\cdot k!\,(k+1)!}\int_0^\infty e^{-k_0\frac{a}{g_0}x}\,J_1(x)\cdot x^{2k-1}\,dx.$$

Pentru $k = 0, 1, 2$ și 3 se obțin următorii coeficienți ai seriei:

$$\frac{1}{2},\quad -\frac{1}{16},\quad \frac{1}{384},\quad -\frac{1}{18\,434}.$$

Începînd cu cel de-al treilea termen al seriei, termenii se pot deci neglija.

Suma care aproximează în aceste condiții seria care exprimă mărimea P_2 rămîne astfel formată din numai următorii doi termeni:

$$P_2 = \frac{4I^2}{\pi\sigma g_0}\left[\frac{1}{2}\int_0^\infty e^{-\alpha x}\,J_1(x)\,\frac{dx}{x} - \frac{1}{16}\int_0^\infty e^{-\alpha x}\,J_1(x)\,x\,dx\right],$$

în care s-a folosit notația $\alpha = k_0\frac{a}{g_0}$.

Expresiile celor două integrale se obțin folosind formulele 4.432.3 și 4.432.1, p. 265 din lucrarea [5]:

$$\int_0^\infty e^{-\alpha x}\,J_1(x)\,\frac{dx}{x} = \sqrt{\alpha^2+1} - \alpha; \qquad \int_0^\infty e^{-\alpha x}\,J_1(x)\,x\,dx = \frac{2\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\,(\alpha^2+1)^{3/2}}.$$

Cum

$$\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2},$$

rezultă

$$P_2 = \frac{4I^2}{\pi\sigma g_0}\left\{\frac{1}{2}\left[\sqrt{\left(k_0\frac{a}{g_0}\right)^2+1} - k_0\frac{a}{g_0}\right] - \frac{1}{16}\frac{1}{\sqrt{\left[\left(k_0\frac{a}{g_0}\right)^2+1\right]^3}}\right\}$$

și deci puterea totală are următoarea expresie :

$$P = P_1 - P_2 = \frac{4I^2}{\pi\sigma g_0}\left\{\frac{4}{3\pi} - \frac{1}{2}\sqrt{\left(k_0\frac{a}{g_0}\right)^2 + 1} + \frac{1}{2}\,k_0\frac{a}{g_0} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{16}\frac{1}{\sqrt{\left[\left(k_0\frac{a}{g_0}\right)^2 + 1\right]^3}}\right\}.$$

Dacă se notează cu P_0 puterea $\frac{I^2}{\pi\sigma g_0}$, se obține următoarea dependență a raportului $\frac{P}{P_0}$ de raportul $\frac{a}{g_0}$:

$$\frac{P}{P_0} = 4\left\{\frac{4}{3\pi} - \frac{1}{2}\sqrt{\left(k_0\frac{a}{g_0}\right)^2 + 1} + \frac{1}{2}\,k_0\frac{a}{g_0} + \frac{1}{16}\frac{1}{\sqrt{\left[\left(k_0\frac{a}{g_0}\right)^2 + 1\right]^3}}\right\}. \quad (23)$$

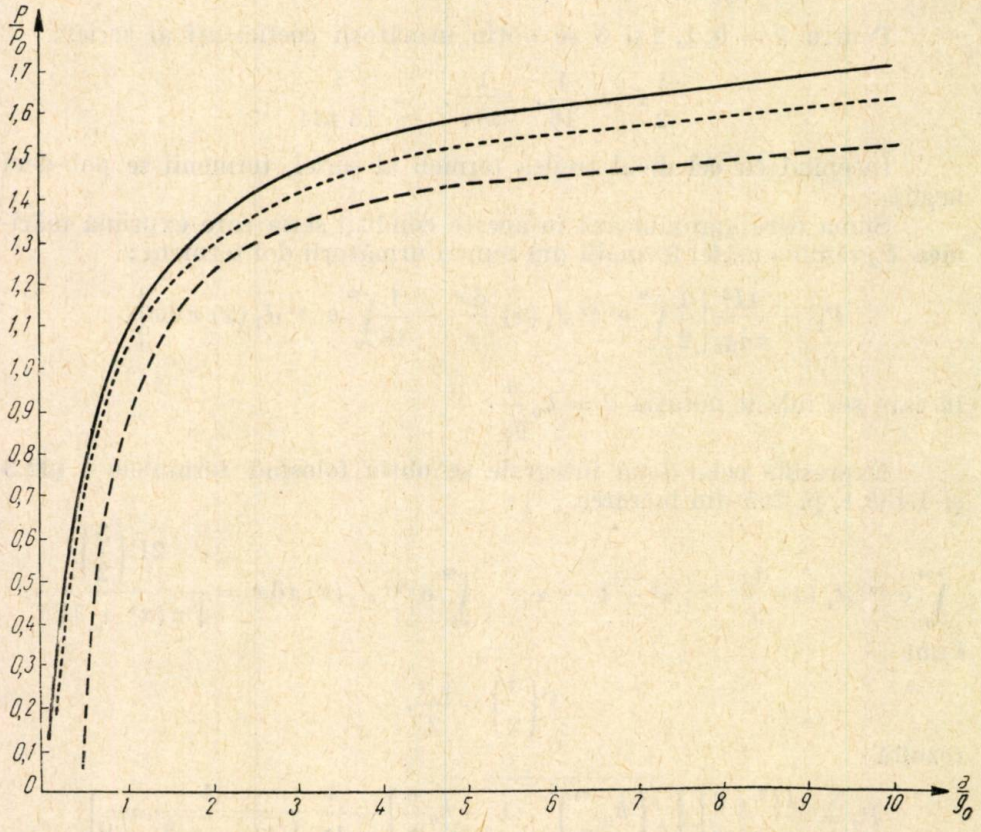


Fig. 6 — Efectul umflării liniilor densității de curent asupra puterii absorbite de plăcile sudate la refulare de curent slabă în funcție de raportul dintre grosimea lor și raza cercului de aducție a curentului de sudare.

Neglijînd pentru $\frac{a}{g_0} > 1$ ultimul termen din croşetă, se obţine dependenţa raportului $\frac{P}{P_0}$ de raportul $\frac{a}{g_0}$, reprezentată în linie continuă în figura 6. În linie întreruptă este reprezentată această variaţie calculată cu formula de aproximaţie

$$\frac{P}{P_0} = \frac{\pi}{2} - \frac{\ln 2}{a/g_0}, \tag{24}$$

pe care A. Gray şi G. B. Mathews o recomandă în lucrarea [6] (p. 202) într-o problemă asemănătoare de curent continuu, cu observaţia că formula Gray-Mathews nu este aplicabilă pentru rapoarte mai mici decît $\frac{a}{g_0} = 0{,}44$, deoarece conduce la valori negative ale rezistenţei de dispersiune în plăci. Evaluînd şi pe cale grafică integrala (22) pentru diferite valori ale raportului $\frac{a}{g_0}$, se obţine dependenţa lui $\frac{P}{P_0}$ de $\frac{a}{g_0}$ reprezentată în figura 6 cu linie punctată.

BIBLIOGRAFIE

1. Remus Răduleţ, *Leistungsbedarf beim elektrischen Wiederstandsschwissen*, Bulletin scientifique de l'École Polytechnique de Timişoara, *11*, 1—2 (1943).
2. — *Curs de bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. IV, Bucureşti, Institutul politehnic, 1956.
3. Corneliu Mikloşi şi colectiv, *Sudarea metalelor*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1965.
4. Constantin Nemoianu, *Dispersiunea şi refularea curentului armonic în conductoare cilindrice drepte de secţiuni cu variaţie discontinuă*, St. cerc. energ. electr., **15**, *2*, 235—266 (1965).
5. I. M. Rîjic, I. S. Gradstein, *Tabele de integrale, sume, serii şi produse*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1955.
6. A. Gray, G. B. Mathews, *Funcţiile Bessel şi aplicaţiile lor în fizică*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1958.

UNICITATEA SOLUȚIILOR ȘI CALCULUL PUTERII ÎN CÎMPUL ELECTROMAGNETIC CVASISTAȚIONAR AL UNUI SISTEM DE CONDUCTOARE PARALELE

DE

ALEXANDRU TIMOTIN

538.311 : 621.3.013

În regim tranzitoriu, cîmpul magnetic cvasistaționar plan-paralel și transversal și căderile de potențial electric în lungul unui sistem complet de conductoare paralele nefiliforme cu proprietăți de material liniare sînt univoc determinate de variația în timp a curenților din conductoare și de repartiția inițială a acestor curenți pe secțiunile transversale ale conductoarelor.

În aceleași condiții și cîmpul electric asociat sistemului e univoc determinat dacă se dau potențialele bornelor de intrare.

Puterea instantanee, puterea activă și puterea reactivă primită de sistem este exprimabilă simplu în funcție de curenți și de valorile medii ale potențialului magnetic sector pe secțiunile transversale ale conductoarelor.

1. INTRODUCERE

În numeroase probleme de efect pelicular, de efect de proximitate, de curenți turbionari, de ecranare electromagnetică etc., trebuie să se determine cîmpul electromagnetic cvasistaționar [1] al unui sistem de n conductoare drepte paralele, parcurse de curenții i_k (t) (cu $k = 1,2 \cdots, n$), unele dintre aceste conductoare (de exemplu al n-lea) fiind eventual extinse pînă la infinit.

În rezolvarea acestor probleme interesează condițiile care asigură determinarea unică a soluțiilor — atît pentru integrarea corectă a ecuațiilor cîmpului, cît și pentru formularea corectă a teoremei superpoziției soluțiilor — în ipoteza că lungimea l a sistemului de conductoare e suficient de mare pentru a putea considera *cîmpul magnetic* corespunzător transversal și plan-paralel. Deoarece conductoarele nu sînt filiforme (curentul lor nu e repartizat uniform pe secțiune), această problemă nu e banală. Teoremele de unicitate cunoscute pentru cîmpul electromagnetic general variabil [2] stabilesc necesitatea cunoașterii variației în timp a componentei tangențiale a cîmpului magnetic (sau electric) în fiecare punct al unei

suprafețe închise care conține sistemul de corpuri considerat, cum și a cunoașterii repartiției inițiale a cîmpurilor magnetic și electric în întreg domeniul interior suprafeței. Aceste condiții sînt însă supraabundente în aproximația regimului cvasistaționar (în care se neglijează curentul de deplasare din punctul de vedere al producerii cîmpului magnetic) și pentru cîmpuri plan-paralele.

Vom demonstra în cele ce urmează teoremele de uncitate necesare studiului cîmpului în cazul arătat și vom stabili noi expresii de calcul pentru puterile instantanee, respectiv activă și reactivă, primite de sistem, pentru regimul tranzitoriu, respectiv pentru regimul permanent sinusoidal, considerînd materialele *liniare* din punctele de vedere electric și magnetic.

Vom presupune sistemul de conductoare *complet*, adică vom presupune că suma curenților lor este nulă și suma sarcinilor lor lineice este nulă,

$$\sum_{k=1}^{n} i_k(t) = 0; \qquad \sum_{k=1}^{n} q_k(t) = 0. \tag{1}$$

Această ipoteză, totdeauna realizată în practică, este necesară pentru a putea formula fără ambiguitate condițiile la limită satisfăcute de cîmp în punctele de la infinit ale planului transversal al sistemului de bare. În cazul unor probleme idealizate în care această condiție nu este satisfăcută, formularea corectă a condițiilor la infinit trebuie studiată separat [5], de exemplu ca un caz-limită al sistemului *complet*, cînd unul dintre conductoare se îndepărtează infinit de mult de celelalte.

Sub forme particulare, rezultatele prezentate în această lucrare au fost demonstrate sau utilizate în lucrările [3], [4].

2. PROPRIETĂȚILE CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC AL SISTEMULUI DE CONDUCTOARE

Considerăm un sistem de axe cartesiene Oxy cu originea în partea centrală a sistemului de conductoare (vezi figura), cu axa Oz paralelă cu direcția comună a conductoarelor și planele $z = 0$, $z = l$ delimitînd sistemul în sensul longitudinal. Configurația și structura sistemului sînt prin ipoteză independente de z.

Ecuațiile cîmpului electromagnetic cuasistaționar [1] în medii liniare cu permeabilitatea magnetică μ, permitivitatea ε și conductivitatea σ au forma

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}, \tag{2}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \tag{3}$$

$$\operatorname{div} (\mu \boldsymbol{H}) = 0, \tag{4}$$

$$\operatorname{div} (\varepsilon \boldsymbol{E}) = 0, \tag{5}$$

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E} \qquad (\text{în conductoare}; \ \sigma = 0 \text{ în dielectric}), \tag{6}$$

în care $\boldsymbol{E}$ și $\boldsymbol{H}$ sînt intensitățile cîmpului electric, respectiv magnetic, iar $\boldsymbol{J}$ e densitatea curentului electric de conducție. Dielectricul dintre

barele conductoare e perfect izolant ($\sigma = 0$) şi neîncărcat cu sarcini. Conform teoremei relaxaţiei [1], [2], sarcina conductoarelor e repartizată superficial în regimul cvasistaţionar considerat, şi de aceea în ecuaţia (5) nu apare densitatea de volum a sarcinii. Pe suprafeţele conductoarelor,

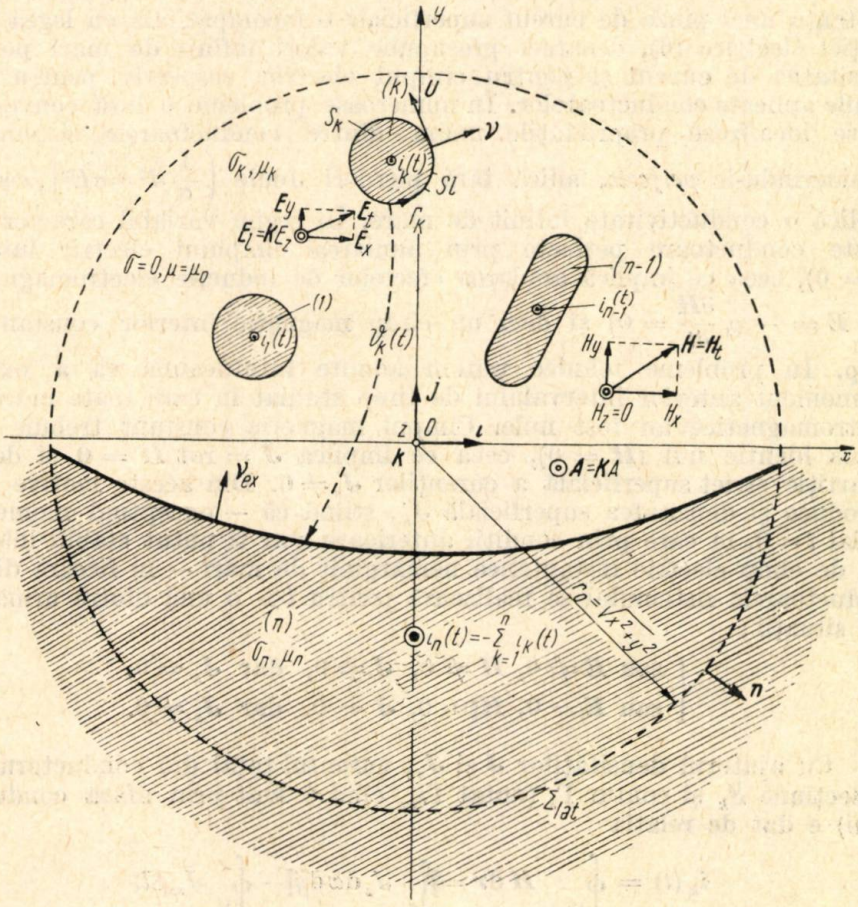


Fig. 1. — Secţiune transversală prin sistemul de conductoare paralele.

care sînt suprafeţe de discontinuitate ale cîmpului, sînt valabile condiţiile de trecere

$$\begin{cases} \nu \times (\boldsymbol{H}_{ex} - \boldsymbol{H}_{in}) = \boldsymbol{J}_s & \text{(saltul componentelor tangenţiale ale intensităţii cîmpului magnetic),} \\ \nu \cdot [(\mu \boldsymbol{H})_{ex} - (\mu \boldsymbol{H})_{in}] = 0 & \text{(conservarea componentelor normale ale inducţiei magnetice),} \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} \nu \times (\boldsymbol{E}_{ex} - \boldsymbol{E}_{in}) = 0 & \text{(conservarea componentelor tangenţiale ale intensităţii cîmpului electric),} \\ \nu \cdot [(\varepsilon \boldsymbol{E})_{ex} - (\varepsilon \boldsymbol{E})_{in}] = \rho_s & \text{(saltul componentelor normale ale inducţiei electrice),} \end{cases} \tag{8}$$

în care ν este versorul normalei exterioare pe suprafețele laterale ale conductoarelor, indicii *ex* și *in* se referă la valorile din exteriorul și interiorul conductoarelor, ρ_s este densitatea de suprafață a sarcinii, iar $\boldsymbol{J}_s$ — densitatea pînzei de curent eventual existente la suprafața conductoarelor.

Pentru conductoare *reale*, cu pierderi și cu conductivitate finită, existența unei pînze de curent superficiale e incompatibilă cu legea conducției electrice (6), deoarece presupune valori infinit de mari pentru densitatea de curent și pentru cîmpul electric, respectiv pentru tensiunile aplicate conductoarelor. În numeroase probleme e însă convenabil să se idealizeze proprietățile unora dintre conductoarele sistemului, considerîndu-le *perfecte*, adică fără pierderi Joule $\left(\frac{1}{\sigma}J^2=\sigma E^2\right)$, ceea ce implică o conductivitate infinit de mare. În regim variabil caracterizăm aceste conductoare perfecte prin anularea cîmpului electric interior ($\boldsymbol{E}=0$), ceea ce implică anularea efectelor de inducție electromagnetică ($\operatorname{rot}\boldsymbol{E}=-\mu\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}=0$) și deci un cîmp magnetic interior constant în timp. În probleme tehnice putem admite întotdeauna că a existat un moment anterior intervalului de timp studiat în care toate mărimile electromagnetice au fost nule. Cîmpul magnetic constant trebuie deci admis identic nul ($\boldsymbol{H}=0$), ceea ce implică $\boldsymbol{J}=\operatorname{rot}\boldsymbol{H}=0$ și deci o repartiție strict superficială a curenților $\boldsymbol{J}_s\neq 0$. Din aceste motive vom introduce și densitatea superficială J_s, știind că — exceptînd momentul inițial $t=0$, în care prin condiții anterioare s-ar fi putut stabili intensități de cîmp electric instantanee nemărginit de mari — în fiecare dintre conductoarele sistemului se realizează pentru $t>$ o una dintre următoarele situații:

$$\begin{cases} \text{sau } \boldsymbol{E}\neq 0,\ \boldsymbol{H}\neq 0,\ \boldsymbol{J}\neq 0,\ \text{dar } \boldsymbol{J}_s=0, \\ \text{sau } \boldsymbol{E}=0,\ \boldsymbol{H}=0,\ \boldsymbol{J}=0,\ \text{dar } \boldsymbol{J}_s\neq 0. \end{cases} \tag{9}$$

Cu ajutorul densităților $\boldsymbol{J}$ și $\boldsymbol{J}_s$, curentul total din conductorul (k) de secțiune S_k și contur Γ_k (notat $\Gamma_{k_{ex}}$ cînd e luat prin afara conductorului) e dat de relația

$$i_k(t)=\oint_{\Gamma_{k_{ex}}}\boldsymbol{H}\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\iint_{S_k}J_z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y-\oint_{\Gamma_k}J_{sz}\,\delta l, \tag{10}$$

la utilizarea căreia, pentru $t>0$, trebuie să se țină seama de alternativa (9).

Din ecuațiile (2) — (8) se obține *teorema energiei electromagnetice* corespunzătoare regimului cvasistaționar considerat și relativă la o suprafață închisă Σ, de normală exterioară $\boldsymbol{n}$, care mărginește un anumit domeniu $\mathcal{D}_\Sigma$, incluzînd eventuale suprafețe de discontinuitate ale conductoarelor (pe care, conform cu (9), $\boldsymbol{EJ}_s=0$ pentru $t>0$):

$$p_\Sigma(t)\equiv-\oint_\Sigma(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})\,\boldsymbol{n}\,\delta S=\int_{\mathcal{D}_\Sigma}\boldsymbol{EJ}\,\delta v+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{D}_\Sigma}\frac{\mu\boldsymbol{H}^2}{2}\,\delta v. \tag{11}$$

Aici δS sînt elementele de arie, δv elementele de volum, $p_\Sigma(t)$ e puterea electromagnetică instantanee (primită prin fluxul vectorului

Poynting $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$, din exterior),

$$p_J(t) = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} EJ\delta v = \sum_{k=1} l \int_{S_k} \frac{1}{\sigma} \boldsymbol{J}^2 \, dx \, dy \geqslant 0 \tag{12}$$

e puterea instantanee disipată prin efect Joule în conductoare, iar

$$W_m(t) = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{\mu \boldsymbol{H}^2}{2} \delta v \geqslant 0 \tag{13}$$

e energia magnetică localizată în domeniul D_Σ (în aproximația regimului cvasistaționar, energia electrică nu participă la bilanțul instantaneu al puterilor, fiind neglijabilă).

Așa cum se știe [1], legile (3) și (4) permit să se introducă potențialele electrodinamice prin relațiile :

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \boldsymbol{A}, \tag{14}$$

$$\boldsymbol{E} = - \operatorname{grad} V - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}, \tag{15}$$

care definesc *potențialul magnetic vector* $\boldsymbol{A}$ pînă la un gradient, iar *potențialul electric scalar* V pînă la o constantă aditivă. Cîmpul magnetic, fiind prin ipoteză transversal ($H_z = 0$) și plan-paralel $\left(\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial z} \equiv 0\right)$, se poate scrie sub forma

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{i} H_x(x, y, t) + \boldsymbol{j} H_y(x, y, t), \tag{16}$$

care admite un potențial vector strict longitudinal ($\boldsymbol{A}_t = 0$), plan-paralel $\left(\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial z} = 0\right)$ și deci solenoidal

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{k} A(x, y, t) \qquad \operatorname{div} \boldsymbol{A} = \frac{\partial A}{\partial z} = 0, \tag{17}$$

astfel că relația (14) ia forma

$$H = \frac{1}{\mu} \operatorname{grad}_{xy} A \times \boldsymbol{k} \qquad \begin{cases} H_x = \dfrac{1}{\mu} \dfrac{\partial A}{\partial y}, \\ H_y = \dfrac{1}{\mu} \dfrac{\partial A}{\partial x}, \end{cases} \tag{18}$$

care asigură verificarea legii (4) fără să introducă vreo restricție asupra cîmpului (16). Relația (18) definește pe A pînă la o constantă aditivă.

Cu (2) și (7) din (16) și (18) rezultă că densitățile de curent sînt strict longitudinale și plan-paralele

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{k} J(x, y, t); \qquad \boldsymbol{J}_s = \boldsymbol{k} J_s(x, y, t) \tag{19}$$

și că densitatea J e legată de potențialul vector prin relația

$$\operatorname{div}_{xy} \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{grad}_{xy} A \right) = - J. \tag{20}$$

În porțiunile omogene din interiorul conductoarelor, această relație devine ecuația lui Poisson bidimensională

$$\Delta_{xy} A = -\mu J. \tag{21}$$

În interiorul conductoarelor $k = 1,2,\cdots,n$, din (6) și (19) rezultă caracterul longitudinal al cîmpului electric

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{k} E_z(x,y,t) \qquad \text{în } (k), \tag{22}$$

iar cu (15) și (17) se obține

$$\left.\begin{aligned} E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial A}{\partial t} = E_z(x,y,t) = \frac{1}{\sigma} J(x,y,t), && (23)\\ E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} = 0; \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial x} = 0. && (24) \end{aligned}\right\} \text{ în } (k).$$

Din aceste relații rezultă că în interiorul fiecărui conductor (k) potențialul electric scalar e constant pe secțiunea lui transversală și variază liniar în sensul longitudinal:

$$V_k(z,t) = V_k(0,t) + \frac{z}{l}(V_k(l,t) - V_k(0,t)) \qquad \text{în } (k). \tag{25}$$

În dielectric, potențialul electric scalar are structura electrostatică corespunzătoare ecuației

$$\operatorname{div}_{xy}(\varepsilon \operatorname{grad}_{xy} V) = 0, \tag{26}$$

iar cu (15) și (17) cîmpul electric rezultă a avea o componentă transversală potențială

$$\boldsymbol{E}_t = -\operatorname{grad}_{xy} V. \tag{27}$$

În cele ce urmează vom considera întregul cîmp electromagnetic asociat sistemului de bare pe lungimea l și vom lua o suprafață $\sum$ de formă cilindrică circulară cu bazele în planele $z = 0$ și $z = l$ și cu suprafața laterală $\sum_{lat}$ definită de ecuația

$$x^2 + y^2 = r_0^2 \to \infty. \tag{28}$$

Vom admite condițiile la infinit

$$\lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} [(x^2+y^2)|\boldsymbol{H}|] = \text{finită}, \qquad \lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} [(x^2+y^2)|\boldsymbol{E}|] = \text{finită}, \tag{29}$$

care sînt compatibile cu caracterul *complet* al sistemului de curenți și sarcini și din care condițiile (1) rezultă imediat, aplicînd formele integrale ale legilor circuitului magnetic și fluxului electric.

Alegînd la infinit originile potențialelor A și V, adică pe suprafața (28), cu (18) și (27) rezultă

$$\lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} (\sqrt{x^2+y^2}\cdot A) = \text{finită}; \qquad \lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} (\sqrt{x^2+y^2}\cdot V) = \text{finită}. \tag{30}$$

Cu aceste condiții, *potențialele sînt definite univoc* ca funcții continue de punct ce se anulează la infinit. Într-adevăr, din (18) și (15) cu (30) rezultă relațiile

$$\boldsymbol{A}(x,y,t) = \int_{\infty}^{(x,y)} \mu \boldsymbol{H} \times \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{k} \int_{\infty}^{(x,y)} \mu (\boldsymbol{H}\boldsymbol{\nu})\, \delta l, \tag{31}$$

$$V(x,y,z,t) = -\int_{\infty}^{(x,y)} \left(\boldsymbol{E} + \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}\right) \boldsymbol{u}\delta l = -\int_{\infty}^{(x,y)} \boldsymbol{E}_t \boldsymbol{u}\delta l, \tag{32}$$

în care integrările se efectuează în lungul unei curbe arbitrare situate într-un plan $z = \text{constant}$, de la infinit pînă la un punct curent (x, y), $\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{u}\delta l$ fiind elementul de arc al curbei, iar $\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{k}$ un versor normal. Aceste relații permit calculul potențialelor dacă se cunosc cîmpul magnetic $\boldsymbol{H}$ (complet transversal) și cîmpul electric transversal $\boldsymbol{E}_t = \boldsymbol{E} - \boldsymbol{k}E_z$. Cîmpul electric longitudinal e calculabil univoc ulterior cu (15), adică cu relația

$$E_z(x,y,t) = -\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial A}{\partial t}, \tag{33}$$

atît în dielectric, cît și în conductoare, unde

$$J(x,y,t) = \sigma E_z(x,y,t), \tag{34}$$

iar $\dfrac{\partial V}{\partial z}$ e independent de z (vezi (25)).

3. UNICITATEA SOLUȚIILOR ÎN REGIM TRANZITORIU. CALCULUL PUTERII INSTANTANEE

Cu (15), (29), și (30), fluxul vectorului Poynting din (11) ia forma

$$\mathrm{p}_{\Sigma}(t) = -\oint_{\Sigma} (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H})\, \boldsymbol{n}\delta S = \oint_{\Sigma} (\operatorname{grad} V \times \boldsymbol{H})\, \boldsymbol{n}\delta S,$$

deoarece integrala produsului $\left(\dfrac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \times \boldsymbol{H}\right)\boldsymbol{n}$ se anulează pe $\sum_{lat}$ și se compensează pe bazele $z = 0$ și $z = l$ (acest produs fiind independent de z). Folosind identitatea $\operatorname{rot}(V\boldsymbol{H}) = \operatorname{grad} V \times \boldsymbol{H} + V \operatorname{rot} \boldsymbol{H}$ și relațiile (1), (2), (7) și (25), se obține următoarea expresie a puterii instantanee (independentă de caracterul volumic sau superficial al repartiției curenților din conductoare):

$$p_{\Sigma}(t) = \sum_{k=1}^{n} (V_k(0,t) - V_k(1,t))\, i_k(t) = \sum_{k=1}^{n-1} (\Delta V_k(t) - \Delta V_n(t))\, i_k(t). \tag{35}$$

În ultimul membru au rămas numai cei $(n-1)$ curenți independenți $i_k(t)$ cu $k = 1, 2, \cdots, n-1$ și *căderile de potențial*

$$\Delta V_k(t) = V_k(0,t) - V_k(l,t) \tag{36}$$

din lungul conductoarelor (care *nu* sînt egale cu căderile de tensiune din lungul conductoarelor din cauza componentelor longitudinale induse $\frac{\partial A}{\partial t}$ ale cîmpului electric) prin diferențele

$$\Delta V_{kn}(t) = \Delta V_k(t) - \Delta V_n(t)$$
$$= V_k(0,t) - V_k(l,t) - V_n(0,t) + V_n(l,t), \tag{37}$$

pe care le vom numi *căderi de potențial relative la conductorul de referință* (n). Numai dacă acest conductor se extinde pînă la infinit (cum s-a exemplificat în figură), condiția (30) impune $V_n = V_\infty = 0$ și $\Delta V_n = 0$, adică

$$V_{kn}(t) = V_k(t); \quad \Delta V_{kn}(t) = \Delta V_k(t); \quad \Delta V_n(t) = 0. \tag{38}$$

Cu (2), (14) și (7) și ținînd seama de caracterul plan-paralel al cîmpului magnetic, se obține următoarea expresie a energiei magnetice (13):

$$W_m(t) = \frac{l}{2} \sum_{k=1}^{n} \left[\int_{S_k} AJ \mathrm{d}x\mathrm{d}y + \oint_{\Gamma_k} AJ_s \delta l \right]. \tag{39}$$

Cu (35), (37), (12) și (13), teorema energiei electromagnetice (11) ia forma

$$p_\Sigma(t) = \sum_{k=1}^{n-1} \Delta V_{kn}(t)\, i_k(t) = p_J(t) + \frac{\mathrm{d}W_m}{\mathrm{d}t}. \tag{40}$$

Teorema de unicitate a soluțiilor. Se observă că, dacă

$$i_k(t) = 0, \qquad J(x,y,0) = 0, \qquad J_s(x,y,0) = 0, \tag{41}$$

cîmpul magnetic rezultă identic nul:

$$H(x,y,t) \equiv 0. \tag{42}$$

Într-adevăr, cu (41) se anulează identic puterea $p_\Sigma = (t)$ din (40) și se anulează valoarea inițială $W_m(0) = \lim_{t \to 0} W_m(t)$ a energiei magnetice (30). Cum $p_J \geqslant 0$ din (40) rezultă atunci $\frac{\mathrm{d}W_m}{\mathrm{d}t} = -p_J(t) \leqslant 0$. Energia magnetică ar fi deci o funcție necrescătoare, care e nulă în momentul inițial și care deci e nulă sau negativă pentru orice $t > 0$:

$$W_m(t) = \int_0^t \frac{\mathrm{d}W_m}{\mathrm{d}t}\, \mathrm{d}t + W_m(0) = -\int_0^t p_J(t)\, \mathrm{d}t \leqslant 0. \tag{43}$$

Dar energia magnetică (13) e pozitivă sau nulă. Condițiile (13) și (43) impun, așadar, $W_m(t) \equiv 0$, și, cum această mărime este cu (13) (la t dat) o funcțională pozitiv definită de $\boldsymbol{H}(x,y,t)$, ea poate fi mereu nulă numai dacă cîmpul magnetic e identic nul (vezi (42)).

De aici rezultă că intensitatea acestui cîmp e univoc determinată în fiecare moment $t > 0$ și în fiecare punct din spațiu de funcțiile de timp reprezentate de $(n-1)$ curenți independenți și de valorile inițiale ale densităților de curent în conductoare:

$$i_k = i_k(t) \qquad (k = 1,2,\cdots,n-1), \tag{44}$$
$$J(x,y,0) = \psi(x,y); \qquad J_s(x,y,0) = \psi_s(x,y). \tag{45}$$

Într-adevăr, dacă ar exista două soluţii distincte $\boldsymbol{H}^1(x, y, t)$ şi $\boldsymbol{H}^2(x, y, t)$ care ar satisface condiţiile (44) şi (45), datorită liniarităţii relaţiilor (9), (2) şi (7) diferenţa lor

$$\boldsymbol{H}(x, y, t) = \boldsymbol{H}^1(x, y, t) - \boldsymbol{H}^2(x, y, t) \tag{46}$$

ar satisface condiţiile „identic nule" (41) şi ar fi identic nulă (relaţia 42), adică

$$\boldsymbol{H}^1(x, y, t) = \boldsymbol{H}^2(x, y, t). \tag{47}$$

Prin relaţia (31), potenţialul magnetic vector $A(x, y, t)$ e însă univoc determinat de cîmpul magnetic ; prin relaţiile (2) şi (7), densităţile de curent sînt de asemenea univoc determinate de cîmpul magnetic ; cu relaţiile (25), (32), (33) şi (34), cîmpul electric din interiorul conductoarelor şi căderile de potenţial (36) sînt şi ele univoc determinate :

$$\Delta V_k(t) = V_k(o, t) - V_k(l, t) = -l\frac{\partial V_k(z, t)}{\partial z} = \frac{l}{\sigma_k} J(x, y, t) + l\frac{\partial A(x, y, t)}{\partial t}. \tag{48}$$

Se poate deci enunţa următoarea teoremă de unicitate :

I. *Cîmpul magnetic plan-paralel şi transversal, potenţialul magnetic vector, repartiţia de curent şi căderile de potenţial ale unui sistem de conductoare paralele cu proprietăţi de material liniare sînt univoc determinate în regim cvasistaţionar, pentru* $t > 0$, *de funcţiunile de timp* $i_k(t)$ *din* $n-1$ *conductoare şi de repartiţia iniţială (45) a curenţilor dacă se admit condiţiile la infinit (30) compatibile cu caracterul complet al sistemului.*

Din relaţiile (26), (27), (30) rezultă că intensitatea cîmpului electric transversal are o structură de cîmp electrostatic univoc determinată (în baza teoremei de unicitate a cîmpurilor electrostatice) în fiecare moment şi în fiecare plan $z = \text{const.}$ de valorile $V_k(z, t)$ ale potenţialelor conductoarelor.

Cu (48) şi (25) rezultă însă că aceste potenţiale sînt univoc determinate de structura instantanee a cîmpului magnetic şi de valorile lor $V_k(0,t)$ pentru $z = 0$. Dacă se consideră, aşadar, alături de condiţiile (30), (44) şi (45), care determină univoc cîmpul magnetic, şi condiţiile (independente)

$$V_k(0, t) = \varphi_k(t) \qquad (k = 1,2, \cdots, n), \tag{49}$$

care impun valorile potenţialelor conductoarelor la bornele sistemului de bare, potenţialul $V(x, y, z, t)$ e univoc determinat şi o dată cu el cîmpul electric $\boldsymbol{E}$ din dielectric (calculabil cu (27) şi (33)). Din (25) rezultă că $V(x, y, z, t)$ şi $\boldsymbol{E}_t = (x, y, z, t)$ depind liniar de variabila z.

Se poate deci enunţa şi următoarea teoremă de unicitate mai generală :

II. *Cîmpul electromagnetic cvasistaţionar al unui sistem complet de conductoare paralele cu proprietăţi de material liniare e univoc determinat de curenţii* $i_k(t)$ *din* $n-1$ *conductoare, de potenţialele* $V_k(o,t)$ *de la bornele celor* n *conductoare şi de repartiţia iniţială (45) a curenţilor din conductoare, dacă se admit condiţiile de infinit (30) şi se consideră cîmpul magnetic plan-paralel şi transversal.*

Integrînd expresiile (48) pe secţiunile celor n conductoare şi introducînd valorile medii ale potenţialului vector pe aceste secţiuni

$$\widetilde{A}_k(t) = \frac{1}{S_k}\int_{S_k} A(x, y, t)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \tag{50}$$

şi rezistenţele de curent continuu

$$r_k^0 = \frac{l}{\sigma_k S_k}, \tag{51}$$

se obţin pentru căderile de potenţial expresiile

$$\Delta V_k(t) = r_k^0 i_k(t) + l\,\frac{\partial \widetilde{A}_k}{\partial t}. \tag{52}$$

Pentru puterea instantanee primită (35) rezultă expresia

$$\boxed{p_\Sigma(t) = -\int_\Sigma (\overline{\boldsymbol{E}}\times\overline{\boldsymbol{H}})\,\boldsymbol{n}\,\delta S = \sum_{k=1}^{n} r_k^0 i_k^2(t) + l\sum_{k=1}^{n} i_k(t)\,\frac{\partial \widetilde{A}_k(t)}{\partial t}.} \tag{53}$$

Primul termen reprezintă puterea instantanee disipată în conductoare pentru o repartiţie uniformă (de curent continuu) a curenţilor pe secţiunile conductoarelor. Comparînd expresiile (11) şi (53), rezultă că al doilea termen cuprinde atît puterea disipată suplimentară (corespunzătoare efectului pelicular tranzitoriu), cît şi viteza de variaţie a energiei magnetice.

4. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC ŞI UNICITATEA SOLUŢIILOR ÎN REGIM PERMANENT SINUSOIDAL

În regim permanent sinusoidal de pulsaţie $\omega = 2\pi/T$, folosim reprezentarea în complex a vectorilor cîmp [1], imaginile complexe corespunzătoare fiind notate prin subliniere:

$$\boldsymbol{H}(x, y, t) = \mathcal{I}m\{\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\underline{\boldsymbol{H}}(x, y)\};\quad \boldsymbol{E}(x, y, z, t) = \mathcal{I}m\{\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\underline{\boldsymbol{E}}(x, y, z)\}. \tag{54}$$

Cu această reprezentare, ecuaţiile (2)—(6) ale cîmpului

$$\mathrm{rot}\,\underline{\boldsymbol{H}} = \underline{\boldsymbol{J}} \tag{55}$$

$$\mathrm{rot}\,\underline{\boldsymbol{E}} = -\,\mathrm{j}\omega\mu\underline{\boldsymbol{H}} \tag{56}$$

$$\mathrm{div}\,(\mu\underline{\boldsymbol{H}}) = 0 \qquad (\mathrm{j} = \sqrt{-1}) \tag{57}$$

$$\mathrm{div}\,(\varepsilon\underline{\boldsymbol{E}}) = 0 \tag{58}$$

$$\underline{\boldsymbol{J}} = \sigma\underline{\boldsymbol{E}} \tag{59}$$

cu condiţiile de trecere corespunzătoare relaţiilor (7) şi (8).

Introducînd vectorul Poynting complex $\underline{\boldsymbol{E}}\times\underline{\boldsymbol{H}}^*$ (asteriscul indică conjugata complexă), forma complexă teoremei energiei electromagnetice este

$$\underline{S}_\Sigma = -\oint_{\mathcal{S}} (\underline{\boldsymbol{E}}\times\underline{\boldsymbol{H}}^*)\,\boldsymbol{n}\,\delta S = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \underline{\boldsymbol{E}}\underline{\boldsymbol{J}}^*\,\delta v + \mathrm{j}2\omega \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{\mu\underline{\boldsymbol{H}}\underline{\boldsymbol{H}}^*}{2}\,\delta v, \tag{60}$$

în care $\underline{S}_\Sigma = P + \mathrm{j}Q$ e puterea complexă primită, iar

$$P = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \underline{\boldsymbol{E}}\underline{\boldsymbol{J}}^*\,\delta v = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{1}{\sigma}|\underline{\boldsymbol{J}}|^2\,\delta v \geqslant 0 \tag{61}$$

e puterea activă (medie) disipată în conductoare și

$$Q = 2\omega \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{\mu|\underline{\boldsymbol{H}}|^2}{2}\,\delta v = 2\omega\left(\frac{1}{T}\int_0^T W_m(t)\,\mathrm{d}t\right) \geqslant 0 \tag{62}$$

e puterea reactivă primită, egală cu produsul mediei pe o perioadă a energiei magnetice prin dublul pulsației. Introducînd potențialele electrodinamice complexe $\underline{V}$ și $\underline{A}$ prin relațiile

$$\underline{\boldsymbol{H}} = \frac{1}{\mu}\operatorname{grad}\underline{A}\times\boldsymbol{k}, \tag{63}$$

$$\underline{\boldsymbol{E}} = -\operatorname{grad}\underline{V} - \mathrm{j}\omega\underline{A}\boldsymbol{k}, \tag{64}$$

cu condițiile la infinit (analoge cu (30))

$$\lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} (\sqrt{x^2+y^2}\,\underline{V}) = \text{finită}; \qquad \lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} (\sqrt{x^2+y^2}\,\underline{A}) = \text{finită}, \tag{65}$$

aceste potențiale sînt determinate univoc și puterea complexă primită se scrie sub forma analogă cu (35)

$$\underline{S}_\Sigma = \sum_{k=1}^{n} (\underline{V}_k(0) - \underline{V}_k(l))\,\underline{I}_k^* = \sum_{k=1}^{n-1} (\Delta\underline{V}_k - \Delta\underline{V}_n)\,\underline{I}_k^* \tag{66}$$

în care

$$\Delta\underline{V}_k = \underline{V}_k(0) - \underline{V}_k(l) = \frac{l}{\sigma_k}\underline{J}(x,y) + \mathrm{j}\omega l\underline{A}(x,y) \tag{67}$$

sînt reprezentările în complex ale căderilor de potențial.

Din (60) și (66) cu (61) și (62) rezultă că, dacă $\underline{I}_k = 0$ ($k = 1,2,\cdots,n-1$), $P = 0$ și $Q = 0$.

Cum aceste mărimi sînt funcționale pozitiv definite de $\boldsymbol{J}$, respectiv de $\boldsymbol{H}$, rezultă că $\boldsymbol{J} \equiv 0$ și $\boldsymbol{H} \equiv 0$. Printr-un raționament analog celui dezvoltat în cazul regimului tranzitoriu se demonstrează următoarea teoremă de unicitate:

III. *Cîmpul magnetic plan-paralel și transversal, potențialul magnetic vector, repartiția de curent și căderile de potențial ale unui sistem de conductoare paralele cu proprietăți de material liniare sînt univoc determinate în regim permanent sinusoidal de valorile curenților din $n-1$ conductoare (în $\left(\sum_{k=1}^{n} \underline{I}_k = 0\right)$ dacă se admit condițiile la infinit (65).*

Observînd că ecuaţiile (58) şi (64) cu condiţia (65) determină univoc potenţialul electric scalar dacă se dau potenţialele $\underline{V}_k(0)$ ale bornelor de intrare, rezultă teorema mai generală :

IV. *Cîmpul electromagnetic cvasistaţionar sinusoidal al unui sistem complet de conductoare paralele cu proprietăţi de material liniare e univoc determinat de curenţii din $n-1$ conductoare şi de potenţialele bornelor de intrare dacă se admit condiţiile la infinit (65) şi se consideră cîmpul magnetic plan-paralel şi transversal.*

Din prima teoremă de mai sus rezultă în particular că intensităţile complexe $\underline{I}_k$ ale celor $n-1$ curenţi independenţi determină univoc cele n căderi de potenţial complexe $\Delta\underline{V}_k$, definite de relaţiile (67). Cum ecuaţiile cîmpului sînt liniare şi omogene, dependenţa căderilor de potenţial de curenţi rezultă de forma

$$\Delta\underline{V}_k = \underline{V}_k(0) - \underline{V}_k(l) = \sum_{m=1}^{n-1} \underline{Z}_{km}\underline{I}_m, \tag{68}$$

în care intervin *impedanţele echivalente* proprii $\underline{Z}_{kk}$ şi mutuale $\underline{Z}_{km}$ ale ochiurilor determinate de conductoarele „active" $(k,m \neq n)$ şi conductorul al n-lea.

Evident, teoremele III şi IV de mai sus ar fi putut fi stabilite direct din I şi II, căutînd formele lor asimptotice (la $t \to \infty$) cînd curenţii instantanei daţi ar fi sinusoidali. Demonstraţia directă pe baza ecuaţiilor complexe e mai simplă şi expresia (66) pe care se bazează prezintă un interes direct, cum arătăm mai jos.

5. EXPRESII DE CALCUL ALE PUTERILOR

Integrînd relaţia (67) pe secţiunile transversale ale celor n conductoare şi introducînd imaginile complexe ale valorilor medii ale potenţialului vector pe aceste secţiuni

$$\widetilde{\underline{A}}_k = \frac{1}{S_k}\int_{S_k} \underline{A}(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \tag{69}$$

şi rezistenţele de curent continuu (51), se obţin pentru căderile complexe de potenţial expresiile

$$\Delta\underline{V}_k = r_k^0\underline{I}_k + \mathrm{j}\omega l\widetilde{\underline{A}}_k \tag{70}$$

şi pentru puterea complexă (66) expresia

$$\underline{S}_\Sigma = P + \mathrm{j}Q = \sum_{k=1}^{n} r_k^0\underline{I}_k^2 + \mathrm{j}\omega l\sum_{k=1}^{n}\widetilde{\underline{A}}_k\underline{I}_k^*, \tag{71}$$

în care (v. (1))

$$\underline{I}_n = -\sum_{k=1}^{n-1}\underline{I}_k$$

Separînd partea reală, respectiv imaginară, a relației (71), obținem puterea activă (puterea medie pe o perioadă) disipată în conductoarele sistemului

$$\boxed{P = \sum_{k=1}^{n} r_k^0 \underline{I}_k^2 + \mathcal{R}e\left\{ j\omega l \sum_{k=1}^{n} \underline{\widetilde{A}}_k \underline{I}_k^* \right\}}, \tag{72}$$

respectiv puterea reactivă primită de sistem

$$\boxed{Q = \mathcal{I}m\left\{ j\omega l \sum_{k=1}^{n} \underline{\widetilde{A}}_k \underline{I}_k^* \right\}}. \tag{73}$$

Alături de expresiile generale cunoscute, deduse din forma complexă (60) a teoremei energiei electromagnetice (cu $\boldsymbol{n}_{int} = -\boldsymbol{n}$ = versorul normalei interioare),

$$P = \mathcal{R}e\left\{ \oint_{\Sigma} (\underline{\boldsymbol{E}} \times \underline{\boldsymbol{H}}^*) \boldsymbol{n}_{int} \delta S \right\} = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{1}{\sigma} |\underline{\boldsymbol{J}}|^2 \delta v, \tag{74}$$

$$Q = \mathcal{I}m\left\{ \oint_{\Sigma} (\underline{\boldsymbol{E}} \times \underline{\boldsymbol{H}}^*) \boldsymbol{n}_{int} \delta S \right\} = 2\omega \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{\mu |\underline{\boldsymbol{H}}|^2}{2} \delta v \tag{75}$$

se pot, așadar, utiliza — în cazul unui sistem complet de conductoare paralele cu cîmp magnetic plan-paralel și transversal și cu potențial magnetic vector care se anulează la infinit conform cu (65) — expresiile mai simple (72), respectiv (73).

Aceste expresii sînt mai simple, deoarece implică calculul integralei (69) a soluției ecuațiilor potențialului magnetic vector, obținută de obicei cu metoda separării variabilelor sub formă de serie Fourier generalizată, pe cînd expresiile (74) și (75) implică calculul integralelor unor produse de astfel de serii.

Aplicarea formulei (72) în probleme particulare [3], [4] s-a dovedit deosebit de avantajoasă. Cum primul termen din (72) reprezintă puterea P_0 disipată în curent continuu, din (72) se deduce, cu (51), expresia *factorului de creștere al pierderilor în curent alternativ*:

$$\boxed{k_a = \frac{P}{P_0} = 1 + \mathcal{R}e\left\{ \frac{j\omega \sum_{k=1}^{n} \underline{\widetilde{A}}_k \underline{I}_k^*}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sigma_k S_k} |\underline{I}_k|^2} \right\}}. \tag{76}$$

De observat că în cazul unor conductoare neomogene cu conductivitate σ variabilă pe secțiune (dar nu în lungul lor) se obțin expresii similare cu (72), (73) și (76), în care $\underline{A}_k$ se înlocuiește cu $\frac{1}{\widetilde{\sigma}_k} (\widetilde{\sigma \underline{A}})_k$, iar σ_k cu $\widetilde{\sigma}_k$, semnul $\sim$ indicînd efectuarea valorii medii pe secțiunea transversală a conductorului (k) considerat.

CONCLUZII

Considerînd cîmpul magnetic plan-paralel şi transversal şi condiţiile la infinit (30), respectiv (65), compatibile cu caracterul complet al sistemului de conductoare studiat, s-au stabilit condiţiile care asigură determinarea univocă a cîmpului magnetic şi electric în regim tranzitoriu şi în regim armonic permanent (teoremele I, II, III, IV). Cîmpul electric longitudinal, potenţialul magnetic vector şi repartiţia curentului rezultă de asemenea plan-paralele, pe cînd cîmpul electric transversal şi potenţialul electric scalar variază liniar în lungul sistemului.

Spre deosebire de cazul conductoarelor filiforme, în condiţiile de unicitate intervin condiţiile iniţiale de cîmp reprezentate de repartiţia iniţială a curenţilor pe secţiunile conductoarelor.

S-au stabilit totodată noi expresii pentru calculul puterii instantanee primite de sistem în regim tranzitoriu, respectiv pentru calculul puterii active şi reactive şi a factorului de creştere al pierderilor în curent alternativ.

Pentru a utiliza aceste expresii este indicat ca studiul cîmpului magnetic să se facă cu ajutorul potenţialului magnetic vector.

BIBLIOGRAFIE

1. R. RĂDULEŢ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. VI, Bucureşti, Tipografia şi Litografia Învăţămîntului, 1956.
2. I. E. TAMM, *Bazele teoriei electricităţii*, Bucureşti Edit. tehnică, 1952.
3. A. TIMOTIN, *Iteration method for the study of the skin effect in straight conductors*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electr. et Energ., **10**, *1*, 19—45 (1965).
4. A. ŢUGULEA, A TIMOTIN, C. FLUERAŞU, *Cîmpul electromagnetic cvasistaţionar al unor fire rectilinii par curse de curent alternativ în prezenţa unui ecran electromagnetic plan de grosime finită*, St. cerc. energ. electr., **16**, *3* (1966).
5. A. ŢUGULEA, *Cîmpul electromagnetic cvasistaţionar al conductoarelor parcurse de curenţi alternativi în prezenţa ecranelor electromagnetice cilindrice*. St. cerc. energ. electr., **14**, *4*, 807—837 (1964).

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC ȘI PIERDERILE ÎN CAZUL UNUI ECRAN ELIPTIC SUBȚIRE ÎN PREZENȚA UNOR FIRE PARCURSE DE CURENT ALTERNATIV, PARALELE CU AXA ECRANULUI

DE]

ANDREI ȚUGULEA

621.3.017.22

Utilizîndu-se coordonatele cilindrului eliptic și metoda separării variabilelor, în lucrare se determină potențialul vector al unui sistem de fire parcurse de curent alternativ, situate în interiorul și exteriorul unui ecran eliptic subțire, fiind paralele cu axa ecranului. Se determină distribuția de curenți din ecran și pierderile Joule produse de aceștia.

Problema este rezolvată atît în ipoteza ecranului cu conductivitate superficială finită, cît și în ipoteza-limită a ecranului perfect conductor.

Ca aplicații se studiază ecranul cu un singur fir interior și ecranul în prezența unui sistem trifazat de conductoare așezate în interior, pentru care se dau tabele și curbe pentru calculul pierderilor.

Pentru ecranarea globală a barelor trifazate prezintă importanță studiul ecranului eliptic. Acest caz nu a fost studiat pînă în prezent în literatură, deși el poate aproxima cazul ecranelor dreptunghiulare care se utilizează [1]. Vom face studiul în ipoteza unui ecran eliptic subțire infinit lung, dar cu conductivitate superficială σ_s finită. Făcînd această conductivitate infinită, vom obține, ca un caz particular, soluția pentru ecranul eliptic perfect conductor.

1. CALCULUL POTENȚIALULUI VECTOR AL CÎMPULUI

Fie ecranul eliptic din figura 1, avînd semiaxele a și b. În coordonate eliptice (α, β), aceste semiaxe se exprimă prin relațiile

$$\begin{aligned} a &= c\ \mathrm{ch}\alpha_0, \\ b &= c\ \mathrm{sh}\alpha_0, \\ c &= \sqrt{a^2 - b^2}, \end{aligned} \tag{1}$$

St. cerc. energ. electr. tom. 17 nr. 1 p. 157 – 169 București 1967

unde c este distanța focală, iar α_0 este coordonata eliptică, care desemnează elipsa reprezentată de ecran.

Fie α_i, β_i urma unui fir parcurs de curentul $\underline{I}^{(i)}$ situat în interiorul ecranului și α_e, β_e coordonatele corespunzătoare unui fir parcurs de curentul $\underline{I}^{(e)}$ situat în exteriorul ecranului. Cazul mai multor fire paralele situate în interior sau exterior se obține prin superpoziție.

Fie $\underline{J}_s$ (β) densitatea orientată axial a pînzei de curenți turbionari induși în ecran, exprimată ca funcție de coordonata β.

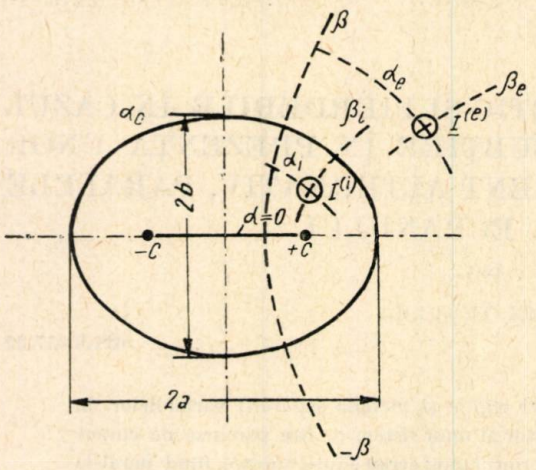


Fig. 1. — Alegerea coordonatelor eliptice.

În virtutea periodicității, această densitate se poate dezvolta în serie Fourier:

$$\underline{J}_s(\beta) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos n\beta + b_n \sin n\beta] \quad n = 1,2,\cdots \tag{2}$$

unde $a_0 = 0$, deoarece $\int_0^{2\pi} \underline{J}_s(\beta)\, d\beta = 0$, fiindcă curentul total care străbate axial ecranul este nul.

Deoarece toți curenții au direcția axială, potențialul magnetic vector va avea o singură componentă, orientată în sensul curenților:

$$\underline{A}(\alpha, \beta) = \boldsymbol{k}\, \underline{A}(\alpha, \beta). \tag{3}$$

Potențialul vector $\underline{A}$ (α,β) într-un punct arbitrar (din interiorul sau exteriorul ecranului) de coordonate eliptice plane α, β are expresia [3], [4], [6]:

$$\underline{A} = \underline{A}' - \frac{\mu \underline{I}^{(i)}}{2\pi} \ln R_i - \frac{\mu \underline{I}^{(e)}}{2\pi} \ln R_e, \tag{4}$$

în care $\underline{A}'$ reprezintă contribuția curenților turbionari la potențialul vector rezultant, iar ultimii doi termeni contribuțiile corespunzătoare ale curenților din interior și exterior:

$$\underline{A}' = -\frac{\mu}{2\pi} \int_0^{2\pi} \underline{J}_s(\beta') \ln R \, d\beta' + \underline{A}_0. \tag{5}$$

Observînd că pentru $-\ln R$ sînt valabile următoarele dezvoltări în serie [2]:

$$-\ln R = -\left[\alpha_0 + \ln \frac{c}{2}\right] + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n\alpha_0}}{n} [\operatorname{ch} n\alpha \cos n\beta \cos n\beta' + \operatorname{sh} n\alpha \sin n\beta \sin n\beta'] \tag{6}$$

pentru $\alpha < \alpha_0$ (interiorul ecranului)

şi

$$-\ln R = -\left[\alpha + \ln\frac{c}{2}\right] + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-n\alpha}}{n}[\operatorname{ch} n\alpha_0 \cos n\beta \cos n\beta' + \\ + \operatorname{sh} n\alpha_0 \operatorname{sh} n\alpha \sin n\beta'], \tag{7}$$

pentru $\alpha > \alpha_0$ (exteriorul ecranului) şi introducînd aceste expresii în relaţia (5), integrînd obţinem

$$\underline{A}'_i = -\mu\left(\alpha_0 + \ln\frac{c}{2}\right)a_0 + \frac{\mu}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-n\alpha_0}}{n}[a_n \operatorname{ch} n\alpha \cos n\beta + \\ + b_n \operatorname{sh} n\alpha \sin n\beta] + \underline{A}_0 \tag{8}$$

pentru $\alpha < \alpha_0$

şi

$$\underline{A}'_e = -\mu\left(\alpha + \ln\frac{c}{2}\right)a_0 + \frac{\mu}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-n\alpha}}{n}[a_n \operatorname{ch} n\alpha_0 \cos n\beta + \\ + b_n \operatorname{sh} n\alpha_0 \sin n\beta] + \underline{A}_0, \tag{9}$$

pentru $\alpha > \alpha_0$.

Punînd condiţia ca pe suprafaţa ecranului că fie satisfăcută legea inducţiei electromagnetice şi legea lui Ohm [3]

$$[\underline{J}_s = -j\omega\mu\sigma_s\underline{A}]_{\alpha=\alpha_0} \tag{10}$$

şi ţinînd seama de relaţiile (4), (8), (9) şi de dezvoltările în serie (6) şi (7), obţinem relaţia

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos n\beta + b_n \sin n\beta] = -j\omega\mu\sigma_s\left\{\left[-\mu a_0\left(\alpha_0 + \ln\frac{c}{2}\right) + \right.\right. \\ + \frac{\mu}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-n\alpha_0}}{n}(a_n \operatorname{ch} n\alpha_0 \cos n\beta + b_n \operatorname{sh} n\alpha_0 \sin n\beta)] + \\ + \frac{\mu\underline{I}^{(i)}}{2\pi}\left[-\left(\alpha_0 + \ln\frac{c}{2}\right) + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-n\alpha_0}}{n}(\operatorname{ch} n\alpha_i \cos n\beta_i \cos n\beta + \right. \\ \left. + \operatorname{sh} n\alpha_i \sin n\beta_i \sin n\beta\right] + \frac{\mu\underline{I}^{(e)}}{2\pi}\left[-\left(\alpha_0 + \ln\frac{c}{2}\right) + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-n\alpha_e}}{n} \times \right. \\ \left.\left. \times (\operatorname{ch} n\alpha_0 \cos n\beta_e \cos n\beta + \operatorname{sh} n\alpha_0 \sin n\beta_e \sin n\beta)\right] + \underline{A}_0\right\}. \tag{11}$$

Indentificînd coeficienţii acestor serii obţinem

$$a_0 = \frac{\frac{j\omega\sigma_s\mu}{2\pi}\left[\left(\alpha_0 + \ln\frac{c}{2}\right)\underline{I}^{(i)} + \left(\alpha_e + \ln\frac{c}{2}\right)\underline{I}^{(e)} - \frac{2\pi}{\mu}\underline{A}_0\right]}{1 - j\omega\sigma_s\mu\left[\alpha_0 + \ln\frac{c}{2}\right]}, \tag{12}$$

$$a_n = \frac{\frac{-j\omega\sigma_s\mu}{\pi n}\left[\underline{I}^{(i)}\, e^{-n\alpha_0}\, \mathrm{ch}\, n\alpha_i \cos n\beta_i + \underline{I}^{(e)}\, e^{-n\alpha_e}\, \mathrm{ch}\, n\alpha_0 \cos n\beta_e\right]}{1 + \frac{j\omega\sigma_s\mu}{n}\, e^{-n\alpha_0}\, \mathrm{ch}\, n\alpha_0}, \tag{13}$$

$$b_n = \frac{\frac{-j\omega\sigma_s\mu}{\pi n}\left[\underline{I}^{(i)}\, e^{-n\alpha_0}\, \mathrm{sh}\, n\alpha_i \sin n\beta_i + \underline{I}^{(e)}\, e^{-n\alpha_e}\, \mathrm{sh}\, n\alpha_0 \sin n\beta_e\right]}{1 + \frac{j\omega\sigma_s\mu}{n}\, e^{-n\alpha_0}\, \mathrm{sh}\, n\alpha_0}. \tag{14}$$

Convergenţa seriilor e asigurată pentru orice $\alpha_i \neq \alpha_0$ şi $\alpha_e \neq \alpha_0$, ţinînd seama de comportarea funcţiilor hiperbolice la argumente mari:

$$\left[\lim_{x\to\infty} \mathrm{sh}\, x = \lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{2} = \lim_{x\to\infty} \mathrm{ch}\, x\right].$$

În cazul curenţilor turbionari, $a_0 = 0$ şi relaţia (12) ne determină de fapt constanta aditivă $\underline{A}_0$ din expresia potenţialului vector.

O verificare a corectitudinii acestor relaţii rezultă imediat dacă se consideră un ecran eliptic tinzînd către un cerc, în acest caz făcînd $c \to 0$ ($a = b = r_0$) şi ţinînd seama că în aceste condiţii

$$\lim_{c\to 0}\frac{b}{c} = \lim_{c\to 0}\frac{a}{c} = \lim_{c\to 0}\frac{r_0}{c} = \lim_{\alpha_0\to\infty}\frac{e^{\alpha_0}}{2},$$

$$\lim_{c\to 0}\frac{r_i}{c} = \lim_{\alpha_i\to\infty}\frac{e^{\alpha_i}}{2}, \quad \lim_{c\to 0}\frac{r_e}{c} = \lim_{\alpha_e\to\infty}\frac{e^{\alpha_e}}{2}; \tag{15}$$

rezultă:

$$a_n = \frac{\frac{-j\omega\sigma_s\mu}{2\pi n}\left[\underline{I}^{(i)}\left(\frac{r_i}{r_0}\right)^n \cos n\beta_i + \underline{I}^{(e)}\left(\frac{r_0}{r_e}\right)^n \cos n\beta_e\right]}{1 + \frac{j\omega\sigma_s\mu}{2n}}, \tag{16}$$

$$b_n = \frac{\frac{-j\omega\sigma_s\mu}{2\pi n}\left[\underline{I}^{(i)}\left(\frac{r_i}{r_0}\right)^n \sin n\beta_i + \underline{I}^{(e)}\left(\frac{r_0}{r_e}\right)^n \sin n\beta_e\right]}{1 + \frac{j\omega\sigma_s\mu}{2n}}, \tag{17}$$

adică tocmai relaţiile (76) din cazul ecranului cilindric circular [4]. În cazul în care avem N_i curenţi în interior şi N_e curenţi în exterior, aplicînd superpoziţia, obţinem formulele generale

$$a_0 = \frac{j\omega\sigma_s\mu\left[\left(\alpha_0 + \ln\frac{c}{2}\right)\sum_{k=1}^{N_i}\underline{I}_k^{(i)} + \sum_{k=1}^{N_e}\underline{I}_k^{(e)}\left(\alpha_e^{(k)} + \ln\frac{c}{2}\right) - \frac{2\pi}{\mu}\underline{A}_0\right]}{2\pi\left[1 - j\omega\sigma_s\mu\left(\alpha_0 + \ln\frac{c}{2}\right)\right]}, \tag{18}$$

$$a_n = -\frac{j\omega\sigma_s\mu\left[\sum_{k=1}^{N_i} e^{-n\alpha_0}\underline{I}_k^{(i)} \operatorname{ch} n\alpha_i^{(k)} \cos n\beta_i^{(k)} + \sum_{k=1}^{N_e} e^{-n\alpha_e^{(k)}}\underline{I}_k^{(e)} \operatorname{ch} n\alpha_0 \cos n\beta_e^{(k)}\right]}{\pi n\left[1 + \frac{j\omega\sigma_s\mu}{n} e^{-n\alpha_0} \operatorname{ch} n\alpha_0\right]}, \tag{19}$$

$$b_n = -\frac{j\omega\sigma_s\mu\left[\sum_{k=1}^{N_i} e^{-n\alpha_0}\underline{I}_k^{(i)} \operatorname{sh} n\alpha_i^{(k)} \sin n\beta_i^{(k)} + \sum_{k=1}^{N_e} e^{-n\alpha_e^{(k)}}\underline{I}_k^{(e)} \operatorname{sh} n\alpha_0 \sin n\beta_e^{(k)}\right]}{\pi n\left[1 + \frac{j\omega\sigma_s\mu}{n} e^{-n\alpha_0} \operatorname{sh} n\alpha_0\right]}, \tag{20}$$

Distribuţia curenţilor într-un ecran perfect conductor se obţine făcînd $\sigma_s \to \infty$ şi rezultă

$$a_0 = -\frac{\left(\alpha_0 + \ln\frac{c}{2}\right)\sum_{k=1}^{N_i}\underline{I}_k^{(i)} + \sum_{k=1}^{N_e}\underline{I}_k^{(e)}\left(\alpha_e^{(k)} + \ln\frac{c}{2}\right) - \frac{2\pi}{\mu}\underline{A}_0}{2\pi\left(\alpha_0 + \ln\frac{c}{2}\right)}, \tag{21}$$

$$a_n = -\frac{1}{\pi}\left[\sum_{k=1}^{N_i}\underline{I}_k^{(i)}\frac{\operatorname{ch} n\alpha_i^{(k)}}{\operatorname{ch} n\alpha_0}\cos n\beta_i^{(k)} + \sum_{k=1}^{N_e}\underline{I}_k^{(e)} e^{-n\left(\alpha_e^{(k)} - \alpha_0\right)}\cos n\beta_e^{(k)}\right], \tag{22}$$

$$b_n = -\frac{1}{\pi}\left[\sum_{k=1}^{N_i}\underline{I}_k^{(i)}\frac{\operatorname{sh} n\alpha_{i}^{(k)}}{\operatorname{sh} n\alpha_0}\sin n\beta_i^{(k)} + \sum_{k=1}^{N_e}\underline{I}_k^{(e)} e^{-n\left(\alpha_e^{(k)} - \alpha_0\right)}\sin n\beta_e^{(k)}\right]. \tag{23}$$

Cunoscînd potenţialul vector, cîmpul se determină prin simple derivări cu relaţiile cunoscute [5].

2. CALCULUL PIERDERILOR ÎN ECRAN

Pierderile în ecran vor fi

$$P = \frac{l}{\sigma_s}\int_0^{2\pi} J_s^2\,d\beta = \frac{\pi l}{\sigma_s}\sum_{n=1}^{\infty}\left[|a_n|^2 + |b_n|^2\right]. \tag{24}$$

Ţinînd seama că în cazul elipsei

$$\sigma_s = \frac{\sigma L d}{2\pi}, \tag{25}$$

unde L este lungimea elipsei, rezultă

$$P = \frac{2\pi^2 l}{\sigma L d} \sum_{n=1}^{\infty} [|a_n|^2 + |b_n|^2]. \tag{26}$$

Deoarece

$$L = 4\, a\, \mathrm{E}\left(\mathrm{e}, \frac{\pi}{2}\right), \tag{27}$$

unde $\mathrm{E}\left(\mathrm{e}, \frac{\pi}{2}\right)$ este integrala eliptică completă de speţa a doua, (cu $\mathrm{e} = 2{,}71$) rezultă

$$P = \frac{2\pi^2 l}{4a\sigma \mathrm{E}} \sum_{n=1}^{\infty} [|a_n|^2 + |b_n|^2]. \tag{28}$$

În general se mai poate scrie $L = \pi\ (a + b)\, k$, unde

$$k = 1 + \frac{\lambda^2}{4} + \frac{\lambda^4}{64} + \frac{\lambda^6}{256} + \cdots \quad \text{cu} \quad \lambda = \frac{a - b}{a + b} = \mathrm{e}^{-2\alpha_0}$$

şi rezultă în definitiv

$$P = \frac{2\pi l}{\sigma k d (a + b)} \sum_{n=1}^{\infty} [|a_n|^2 + |b_n|^2]. \tag{29}$$

În aceste expresii pot fi introduşi fie coeficienţii a_n şi b_n calculaţi în ipoteza ecranului de conductivitate finită, fie în ipoteza simplificată a conductivităţii infinite.

3. CALCULUL PIERDERILOR PRODUSE ÎN ECRAN ÎN CAZUL UNUI FIR SITUAT ÎN CENTRUL ECRANULUI

Fie ecranul din figura 2, în centrul căruia se află un fir parcurs de curentul $\underline{I}$. Coordonatele acestui punct sînt $\alpha_i = 0$; $\beta_i = \frac{\pi}{2}$.

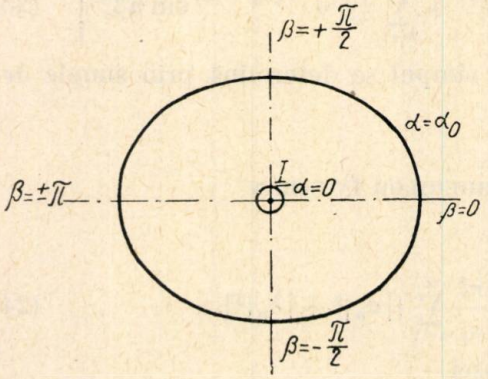


Fig. 2. — Fir rectiliniu parcurs de curent alternativ situat în centrul unui ecran eliptic subţire.

În aceste condiţii rezultă

$$b_n = 0$$

şi

$$a_n = 0 \quad \text{pentru } n = 2m + 1,$$

$$a_n = a_{2m} = \frac{-\mathrm{j}\omega\mu\sigma_s \underline{I} \cdot \mathrm{e}^{-2m\alpha_0} \cdot \cos\frac{2m\pi}{2}}{2\pi m \left[1 + \frac{\mathrm{j}\omega\mu\sigma_s}{2m} \cdot \mathrm{e}^{-2m\alpha_0} \cdot \mathrm{ch}\, 2m\alpha_0\right]} \tag{30}$$

sau

$$|a_{2m}|^2 = \frac{I^2 \, e^{-4m\alpha_0} \left(\frac{\xi}{m}\right)^2}{4\pi^2 \left[1 + \left(\frac{\xi}{2m}\right)^2 e^{-4m\alpha_0} \operatorname{ch}^2 2m\alpha_0\right]}, \tag{31}$$

unde

$$\xi = \omega\mu\sigma_s = \frac{\sigma\pi(a+b)k}{2\pi}\omega\mu = \frac{k(a+b)\cdot d}{\delta^2}, \tag{32}$$

δ fiind adîncimea echivalentă de pătrundere.

Expresia pierderilor va fi

$$P_t = \frac{2\pi l}{k\sigma d(a+b)} \sum_{m=1}^{\infty} |a_{2m}|^2 =$$

$$= \frac{2\pi l}{k\sigma d(a+b)} \frac{I^2}{4\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-4m\alpha_0} \left(\frac{\xi}{m}\right)^2}{1 + \frac{1}{4}\left(\frac{\xi}{m}\right)^2 \cdot e^{-4m\alpha_0} \operatorname{ch}^2 2m\,\alpha_0}. \tag{33}$$

Definim un coeficient de pierderi prin curenţi turbionari k_t egal cu raportul dintre puterea disipată în ecran P_t şi puterea ce s-ar disipa în acelaşi ecran dacă acesta ar fi parcurs de curentul de conducţie I repartizat uniform pe secţiune:

$$k_t = \frac{P_t}{P_c} = \frac{\frac{2\pi l I^2}{\sigma k(a+b)\,4\pi d}}{\frac{lI^2}{\pi\sigma k(a+b)\cdot d}} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-4m\alpha_0} \left(\frac{\xi}{m}\right)^2}{1 + \frac{1}{4}\left(\frac{\xi}{m}\right)^2 e^{-4m\alpha_0} \operatorname{ch}^2 2\,m\,\alpha_0} =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-4m\alpha_0} \left(\frac{\xi}{m}\right)^2}{1 + \frac{1}{4}\left(\frac{\xi}{m}\right)^2 e^{-4m\alpha_0} \operatorname{ch}^2 2\,m\,\alpha_0}. \tag{34}$$

În cazul în care s-ar calcula pierderile utilizînd distribuţia curenţilor obţinută în cazul ecranului perfect conductor, s-ar obţine ($\xi \to \infty$)

$$k_{t0} = \frac{P_{t0}}{P_c} = 2 \sum_{m-1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 2\,m\,\alpha_0}. \tag{35}$$

Seriile obţinute sînt convergente. În tabela 1 sînt prezentate datele, iar în figura 3 curbele $k_t = k_t(\xi, \alpha_0)$.

Analiza acestor date arată următoarele:

a) Pentru valori mari ale parametrului ξ, care corespund ecranelor cu dimensiuni transversale mari în raport cu adîncimea de pătrundere,

Tabela 1

Coeficienţii k_t şi k_{to} pentru un singur fir aşezat în ecran eliptic

ξ^2	$\alpha_0 = 0{,}5$	$\alpha_0 = 0{,}75$	$\alpha_0 = 1$	$\alpha_0 = 1{,}25$
	k_t	k_t	k_t	k_t
1	0,065	0,0236	—	—
4	0,260	0,08	0,03	—
9	0,368	0,140	0,053	—
16	0,501	0,194	0,074	—
25	0,654	0,234	0,0905	—
36	0,681	0,263	0,103	—
49	0,741	0,288	0,112	—
64	0,784	0,305	0,119	—
81	0,815	0,319	0,124	—
100	0,843	0,328	0,128	—
121	0,865	—	—	—
144	0,889	—	—	—
169	0,902	—	—	—
225	0,910	0,355	0,140	—
400	0,956	0,366	0,145	—
∞	0,987	0,383	0,149	0,0538

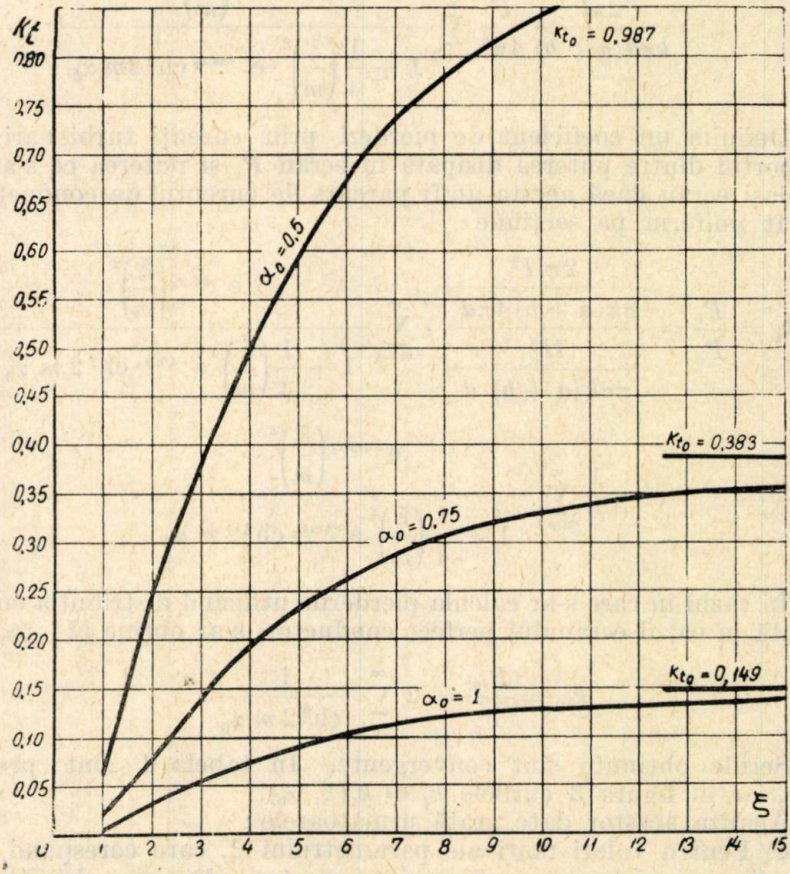


Fig. 3. — Familia de curbe $k_t = k_t\ (\xi,\ \alpha_0)$ corespunzătoare tabelei 1.

coeficientul de pierderi k_t pentru ecranul de conductivitate finită se apropie coeficientul k_{t0}, calculat pe baza distribuţiei de curenţi în ecranul perfect conductor.

b) Coeficientul k_t respectiv k_{t0}, descreşte o dată cu creşterea coordonatei α_0 tinzînd către zero cînd elipsa degenerează într-un cerc ($\alpha_0 \to \infty$) în concordanţă cu rezultatele obţinute în cazul ecranului cilindric circular [4].

4. CALCULUL PIERDERILOR PRODUSE ÎN ECRAN ÎN CAZUL UNUI SISTEM TRIFAZAT DE CONDUCTOARE AŞEZATE ÎN ACELAŞI PLAN

Considerăm ecranul din figura 4, în care aşezarea conductoarelor coincide cu centrul, respectiv cu focarele elipsei. Curenţii şi coordonatele eliptice ale urmelor conductoarelor sînt respectiv : $\underline{I}_1 (0, 0)$, $\underline{I}_2 = a^2 \underline{I}_1 \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\underline{I}_3 = a \underline{I}_1 (0, \pi)$. Aici $a = e^{j2\pi/3}$.

Introducînd aceste valori ale coordonatelor şi curenţilor în relaţiile generale (18), (19), (20), se obţine

$$a_n = \frac{-j\omega\sigma_s \mu_0 e^{-n\alpha_0} I_1 \left[1 + a^2 \cos n\frac{\pi}{2} + a \cos n\pi\right]}{\pi n \left[1 + \frac{j\omega\sigma_s\mu_0}{n} e^{-n\alpha_0} \operatorname{ch} n\alpha_0\right]}, \qquad (36)$$

$$b_n = 0, \quad a_0 = 0.$$

Observînd că

$$\sigma_s = \frac{\sigma L d}{2\pi} = \frac{k(a+b)\sigma d\pi}{2\pi} = \frac{k\sigma(a+b)d}{2} \qquad (37)$$

şi că

$$\frac{k\omega\mu_0\sigma(a+b)d}{2\pi n} = \frac{k}{\pi n}\frac{(a+b)d}{\delta^2}, \qquad (38)$$

unde $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}}$ este adîncimea de pătrundere în materialul ecranului, rezultă

$$|a_n|^2 = \frac{3e^{-2n\alpha_0}\left(\frac{\xi}{n}\right)^2 I_1^2}{\pi^2\left[1 + \left(\frac{\xi}{n}\right)^2 e^{-2n\alpha_0} \operatorname{ch}^2 n\alpha_0\right]} \qquad (39)$$

pentru $n = 2m + 1$

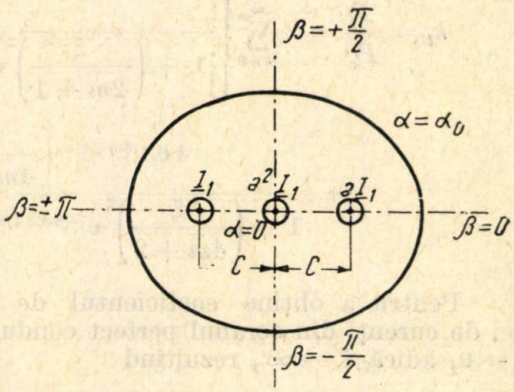


Fig. 4. — Sistem trifazat de conductoare aşezat într-un ecran eliptic subţire.

și

$$|a_n|^2 = \frac{4e^{-2n\alpha_0}\left(\frac{\xi}{n}\right)^2 I_1^2}{\pi^2\left[1+\left(\frac{\xi}{n}\right)^2 e^{-2n\alpha_0}\operatorname{ch}^2 n\alpha_0\right]} \qquad (40)$$

pentru $n = 4m + 2$

și $|a_n|^2 = 0$ pentru $n = 4m$,

unde s-a notat

$$\xi = k\left(\frac{a+b}{\delta}\right)\left(\frac{d}{\delta}\right), \qquad (41)$$

a și b fiind semiaxele elipsei, iar d grosimea ecranului.

Introducînd aceste valori ale coeficienților $|a_n|^2$ în expresia pierderilor (29), se obține

$$P = \frac{2\pi l I_1^2}{\pi^2 k\sigma d(a+b)}\left[3\sum_{m=0}^{\infty}\frac{e^{-(4m+2)\alpha_0}\left(\frac{\xi}{2m+1}\right)^2}{\left[1+\left(\frac{\xi}{2m+1}\right)^2 e^{-(4m+2)\alpha_0}\operatorname{ch}^2(2m+1)\alpha_0\right]} + \right.$$

$$\left. + 4\sum_{m=0}^{\infty}\frac{e^{-(8m+4)\alpha_0}\left(\frac{\xi}{4m+2}\right)^2}{\left[1+\left(\frac{\xi}{4m+2}\right)^2 e^{-(8m+4)\alpha_0}\operatorname{ch}^2(4m+2)\alpha_0\right]}\right], \qquad (42)$$

iar pentru coeficientul de pierderi pentru curenți turbionari k_t rezultă

$$k_t = \frac{P}{P_c} = 2\sum_{m=0}^{\infty}\left[\frac{3e^{-(4m+2)\alpha_0}\left(\frac{\xi}{2m+1}\right)^2}{1+\left(\frac{\xi}{2m+1}\right)^2 e^{-(4m+2)\alpha_0}\operatorname{ch}^2(2m+1)\alpha_0} + \right.$$

$$\left. + \frac{4e^{-(8m+4)\alpha_0}\left(\frac{\xi}{4m+2}\right)^2}{1+\left(\frac{\xi}{4m+2}\right)^2 e^{-(8m+4)\alpha_0}\operatorname{ch}^2(4m+2)\alpha_0}\right]. \qquad (43)$$

Pentru a obține coeficientul de pierderi corespunzător distribuției de curenți din ecranul perfect conductor, în relația de mai sus facem $\delta \to 0$, adică $\xi \to \infty$, rezultînd

$$k_{t0} = 2\left[3\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{\operatorname{ch}^2(2m+1)\alpha_0} + 4\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{\operatorname{ch}^2(4m+2)\alpha_0}\right]. \qquad (44)$$

Pentru valori $\alpha_0 \geqslant 1$, seriile obținute sînt rapid convergente, reținerea primilor doi — trei termeni asigurînd precizia necesară (de ordinul procentelor).

În tabela 2 și în figura 5 sînt prezentate datele de calcul cum și

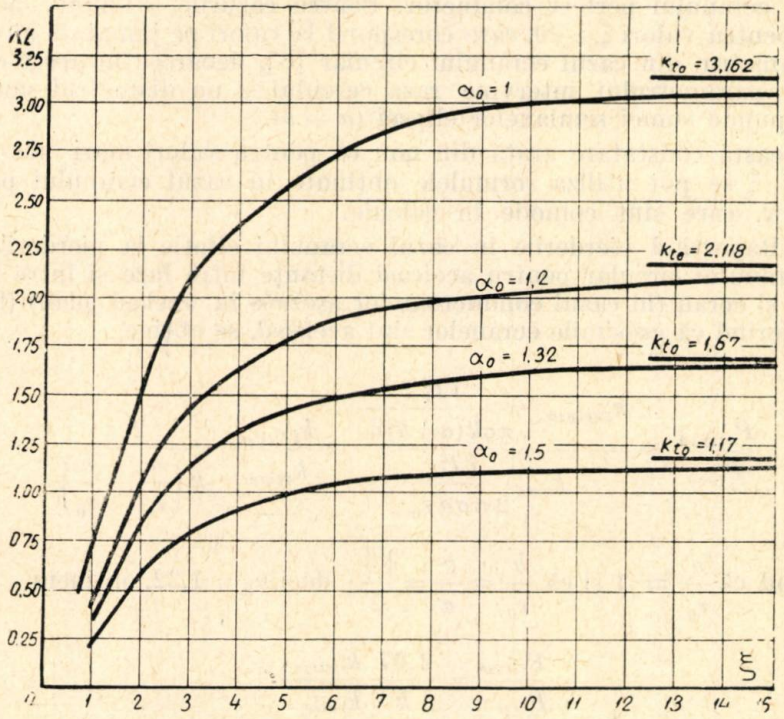


Fig. 5. — Familia de curbe $k_t = k_t(\xi, \alpha_0)$ corespunzătoare tabelei 2.

Tabela 2

Coeficienții de pierdere k_t și k_{t0} pentru un sistem trifazat așezat în ecran eliptic

ξ^2	$\alpha_0 = 1$	$\alpha_0 = 1,2$	$\alpha_0 = 1,32$	$\alpha_0 = 1,5$	Observații
	k_t	k_t	k_t	k_t	
1	0,625	0,436	0,342	0,232	
4	1,55	1,045	0,84	0,6	
9	2,12	1,435	1,15	0,79	
16	2,20	1,625	1,325	0,915	
25	2,56	1,78	1,43	0,99	
36	2,75	1,91	1,486	1,05	
64	2,9	1,96	1,55	1,08	
100	2,99	2,00	1,62	1,11	
144	3,03	—	—	—	
400	3,1	2,05	1,665	1,14	
∞	3,162	2,118	1,67	1,17	$k_t = k_{t0}$

curbele $k_t(\xi, \alpha_0)$ pentru cazul sistemelor trifazate studiate. Analiza acestor date arată următoarele :

a) Coeficientul de pierderi scade pe măsură ce elipsa tinde către un cerc (α_0 crește).

b) Pentru valori mari ale parametrului ξ, deci pentru perimetre mari în raport cu adîncimea de pătrundere și grosimi comparabile cu aceasta din urmă, coeficientul de pierderi tinde către o valoare-limită corespunzînd pierderilor calculate cu distribuția de curenți obținută în cazul ecranului perfect conductor. Pentru cazurile studiate, aceasta are loc pentru valori $\xi \geqslant 20$, care corespund la valori pe jumătate ale acestui parametru din cazul ecranului circular [6], deoarece în acest caz în expresia parametrului intervine raza cercului și nu diametrul său care ar corespunde sumei semiaxelor elipsei $(a + b)$.

Această constatare arată din nou că pentru valori mari ale parametrului ξ se pot utiliza formulele obținute în cazul ecranului perfect conductor, care sînt comode în calcule.

c) Raportînd pierderile în cazul ecranului eliptic la pierderile din cazul ecranului circular pentru aceleași distanțe între faze și între fazele extreme și ecran (în cazul conductoarelor așezate în același plan) (fig. 4) și considerînd că grosimile ecranelor sînt aceleași, se obține

$$\frac{P_{elipsă}}{P_{cerc}} = \frac{k_{t\,elipsă} \cdot \dfrac{lI_1^2}{\pi\sigma k(a+b)d}}{k_{cerc}\dfrac{lI_1^2}{2\pi\sigma d r_0}} = \frac{k_{t\,elipsă}}{k_{t\,cerc}} \cdot \frac{2}{k\left(\dfrac{a}{r_0} + \dfrac{b}{r_0}\right)}.$$

Observînd că $\dfrac{a}{r_0} = 1$ și că $\dfrac{b}{r_0} = \dfrac{b}{a} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, deci $\alpha_0 = 1{,}32$, obținem

$$\frac{P_{elipsă}}{P_{cerc}} = \frac{1{,}07}{k} \frac{k_{t\,elipsă}}{k_{t\,cerc}}.$$

Considerînd cazul valorilor mari ale parametrilor ξ și utilizînd valorile extreme ale coeficienților de pierderi, mai putem scrie

$$\frac{P_{elipsă}}{P_{cerc}} = \frac{1{,}07}{k} \frac{k_{t0\,elipsă}}{k_{t0\,cerc}}.$$

Pentru valoarea aleasă a coordonatei α_0, $k \approx 1$, iar $k_{t0\,elipsă} = 1{,}67$ (vezi tabela 2). Pentru cazul ales, $k_{t0\,cerc} = 1{,}725$ (vezi tabela 2 din [6]).

Se obține, prin urmare,

$$\frac{P_{elipsă}}{P_{cerc}} = 1{,}07 \frac{1{,}67}{1{,}725} = 1{,}03,$$

deci pierderile sînt practic egale.

În același timp, raportul volumelor de material utilizat este

$$\frac{V_{elipsă}}{V_{cerc}} = \frac{\pi k(a+b)d \cdot l}{2\pi r_0 d \cdot l} = \frac{k}{2}\left(\frac{a}{r_0} + \frac{b}{r_0}\right) = \frac{k}{2}\left(1 + \frac{b}{r_0}\right)_{(a=r_0)}.$$

Se observă că acest raport este cu atît mai mic, cu cît axa mică a ecranului este mai mică. În cazul exemplului tratat,

$$\frac{b}{r_0} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ şi } \frac{V_{elipsă}}{V_{cerc}} = 0{,}935,$$

adică rezultă o economie de material de 6—7%.

CONCLUZII

În lucrare s-au determinat potenţialul vector şi pierderile în ecrane eliptice subţiri, cu conductivitate superficială finită. În legătură cu aceasta observăm că în calcule s-a presupus conductivitatea $\sigma_s(\beta) = \text{const.}$, ceea ce presupune o grosime neuniformă a ecranului. În formulele finale s-a introdus o valoare medie a acestei conductivităţi (25), deşi, pentru un ecran de grosime finită şi constantă d, σ_s este funcţie de β. Acest fapt constituie o aproximaţie în plus faţă de cele admise, aproximaţie care simplifică foarte mult problema, deoarece considerarea dependenţei conductivităţii σ_s de β ar fi condus la sisteme infinite de ecuaţii pentru determinarea constantelor de integrare.

Deoarece în lucrare s-a determinat în aceste condiţii potenţialul vector, determinarea cîmpului magnetic şi a coeficienţilor de ecranare nu prezintă dificultăţi deosebite. Ca şi în cazul ecranelor circulare [6], pentru valori mari ale parametrului ξ pierderile se pot calcula cu bună aproximaţie utilizînd formulele relativ simple de la ecranul perfect conductor.

În comparaţie cu ecranele circulare, ecranele eliptice conduc la o oarecare economie de material şi de spaţiu. Rezultatele obţinute se pot aplica în anumite limite şi pentru calculul pierderilor în ecranele dreptunghiulare, aproximîndu-le cu nişte ecrane eliptice de excentricitate dată.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Ruckstuhl, *Liaisons pour fortes intensités des courants dans les centrales électriques*, Rev. Brown-Boveri, **45**, *5*, 187 (1958).
2. Ph. M. Morse, H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*. Part II: chapters 9 to 13, New York — Toronto — Londra, McGraw-Hill, 1953.
3 W. R. Smythe, *Static and dynamic electricity*, New York—Toronto—London, 1950.
4. A. Ţugulea, *Cîmpul electromagnetic cvasistaţionar al conductoarelor rectilinii parcurse de curenţi alternativi în prezenţa ecranelor electromagnetice cilindrice*, St. cerc. energ. electr., 14, *4*, 807—837 (1964).
5. R. Răduleţ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, curs litografiat, vol. I, II, IV. Bucureşti. I.P.B., 1954—1956.
6. A. Ţugulea, *Cîmpul electromagnetic cvasistaţionar al conductoarelor rectilinii trifazate parcurse de curenţi alternativi în prezenţa ecranelor electromagnetice cilindrice subţiri*, St. cerc. energ. electr., **15**, *3*, 549—560 (1965).

PREDETERMINAREA CARACTERISTICILOR DE FUNCȚIONARE ALE OSCILOMOTORULUI ELECTROMAGNETIC AXIAL

DE

C. V. BĂLĂ

621.313.823.5

În lucrare se prezintă o metodă analitică de predeterminare a caracteristicilor de funcționare în regim staționar ale oscilomotorului electromagnetic axial (puterea electromagnetică și factorul de putere în funcție de amplitudinea cursei armăturii mobile la tensiune, respectiv la curent dat) pe baza caracteristicilor magnetice ale circuitului magnetic, considerîndu-se pentru armătura mobilă o mișcare dată. Caracteristicile magnetice ale oscilomotorului se calculează pe baza metodei prezentate în lucrare în funcție de dimensiunile miezului feromagnetic și de caracteristicile înfășurării inductorului.

1. INTRODUCERE

Oscilomotorul electromagnetic inventat de prof. M. Marinescu [1] este reprezentat schematic în figura 1 și are o armătură feromagnetică cilindrică mobilă axial în cîmpul magnetic produs de două armături inductoare, ale căror înfășurări sînt alimentate succesiv în decursul unei perioade de la o sursă de curent alternativ prin intermediul unor redresoare; axele armăturilor inductoare sînt perpendiculare și situate la o distanță una față de cealaltă egală aproximativ cu lungimea axială a armăturii mobile.

Pentru determinarea influenței diferiților parametrii constructivi asupra performanțelor acestui motor este necesar să se cunoască următoarele caracteristici de funcționare:

— puterea electromagnetică P_e funcție de curentul I (sau funcție de tensiunea la borne U_b) și de amplitudinea oscilației armăturii mobile X_m;

— factorul de putere cos φ funcție de curentul I (sau funcție de tensiunea la borne U_b) și de amplitudinea oscilației armăturii mobile X_m.

St. cerc. energ. electr. tom. 17 nr. 1 p. 171—188 București 1967

Aceste caracteristici se predetermină grafic din ciclurile dinamice descrise în planul $i - \varphi_t$ la funcţionarea oscilomotorului. În lucrarea prezentă se indică metoda de calcul a familiei de caracteristici magnetice $\varphi_t(x, i)$ şi predeterminarea ciclurilor dinamice şi a caracteristicilor de funcţionare pentru două cazuri-limită: fluxul magnetic variază sinusoidal în timp, respectiv intensitatea curentului variază sinusoidal; în ambele cazuri se presupune că armătura descrie o mişcare dată.

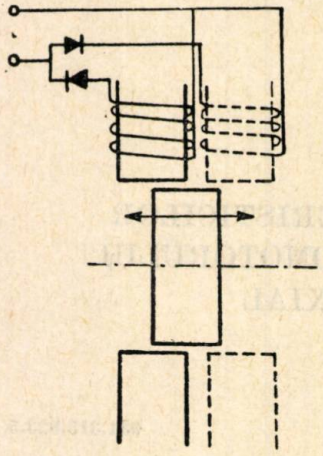


Fig. 1. — Schema de conexiuni a oscilomotorului electromagnetic.

2. ECUAŢIILE DE FUNCŢIONARE ALE OSCILOMOTORULUI

La stabilirea ecuaţiei tensiunilor, a fluxurilor şi ecuaţia mişcării se neglijează pierderile în fier, fenomenul de histerezis şi cuplajul magnetic dintre înfăşurările inductoare, iar pierderile mecanice se consideră incluse în puterea mecanică utilă.

Ecuaţia tensiunilor fiecărui circuit inductor este

$$u = ri + \frac{\mathrm{d}\varphi_t}{\mathrm{d}t} \text{ cu } i > 0. \tag{1}$$

Fluxul magnetic total rezultă din relaţia

$$\varphi_t = w\,[\varphi\,(x, i) + \varphi_\sigma(x, i)], \tag{2}$$

în care $\varphi(x, i)$ şi $\varphi_\sigma(x, i)$ reprezintă caracteristicile magnetice corespunzătoare liniilor de cîmp prin indus, respectiv prin aer (fig. 2).

Ecuaţia mişcării armăturii este

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + f_{em} = f_r, \tag{3}$$

în care forţa electromagnetică f_{em} este funcţie de fluxul φ_t şi de curentul i prin înfăşurarea armăturii inductoare: astfel lucrul mecanic efectuat în decursul unei semiperioade a curentului este

$$\oint_{T/2} f_{em}\,\mathrm{d}x = \oint_{T/2} i\,\mathrm{d}\varphi_t. \tag{4}$$

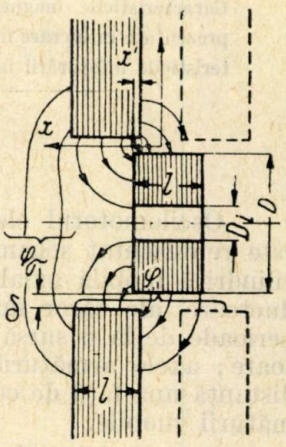


Fig. 2. — Liniile de cîmp magnetic în sistemul format de miez şi armătură.

În aceste patru ecuaţii integro-diferenţiale neliniare intervin necunoscutele i, φ_t, f_{em} şi x, cînd tensiunea la borne este dată, sau u, φ_t f_{em} şi x, cînd se consideră constantă valoarea efectivă a curentului prin înfăşurarea inductoare; forţa rezistentă f_r se consideră ca parametru şi este, în general, o funcţie de coordonata x şi viteza $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ a armăturii mobile.

Puterea electromagnetică a oscilomotorului rezultă din relația

$$P_e = 2f \int_{T/2} i \, \mathrm{d}\varphi_t. \tag{5}$$

Pentru determinarea performanțelor acestui tip de oscilomotor, respectiv pentru determinarea condițiilor optime de funcționare, se poate considera funcția x drept parametru, iar forța f_r rezultă în acest caz din relația (3). În acest fel este posibilă rezolvarea sistemului de ecuații (1)—(4) pe baza caracteristicilor magnetice $\varphi_t(x, i)$ ale sistemului format de armătura mobilă și una dintre armăturile inductoare. Condițiile care determină posibilitatea de funcționare și stabilitatea oscilomotorului rezultă din compatibilitatea ecuației (3) cu regimul de funcționare ca motor al acestuia.

La rezolvarea sistemului de ecuații (1)—(4) nu se întîmpină dificultăți în cazul în care curentul i este dat. Pentru rezolvarea sistemului de ecuații (1)—(4) cînd funcțiunea u este dată, se poate neglija mai întîi rezistența înfășurării din ecuația (1), presupunînd astfel de fapt că fluxul este o funcție dată de timp; ulterior se poate examina și influența rezistenței înfășurării, deosebit de importantă la mașinile electrice de puteri mici.

3. PREDETERMINAREA CARACTERISTICILOR MAGNETICE $\varphi_t(x, i)$

Pentru a asigura aceeași precizie de calcul la predeterminarea familiei de caracteristici $\varphi_t(i)$, x fiind parametru, și a reduce volumul de calcule la minim, este necesar să se determine pentru sistemul format de o singură armătură inductoare și armătura mobilă (fig. 2) caracteristicile magnetice parțiale ale întrefierului $\varphi\,(x, \mathcal{F}_\delta)$, ale indusului $\varphi(\mathcal{F}_i)$, ale inductorului $\varphi\,(\mathcal{F}_p + \mathcal{F}_j)$ și fluxul de scăpări $\varphi_\sigma(2\mathcal{F}_\delta + \mathcal{F}_r)$.

Caracteristicile magnetice parțiale ale intrefierului $\varphi(x, \mathcal{F}_\delta)$ se determină fie prin metoda analitică de aproximare a liniilor de cîmp prin arce de cerc și segmente de dreaptă (anexa I), fie prin metoda reprezentării conforme a cîmpului laplacean din afara miezului feromagnetic (anexa II); în ambele cazuri se consideră miezul feromagnetic de permeabilitate infinită (respectiv se presupun echipotențiale magnetic suprafețele armăturilor), iar cîmpul magnetic se aproximează printr-un cîmp plan paralel în secțiunea longitudinală a armăturilor. De efectul marginal lateral se ține seama prin introducerea lățimii ideale b_i a polului inductor, definită la fel ca în cazul mașinilor electrice.

Cu notațiile din figura 2, fluxul magnetic, prin armătura mobilă determinat prin metoda prezentată în anexa I, are expresia

$$\varphi_\nu = \mu_0 \mathcal{F}_\delta b_i \frac{l}{\delta} \left\{ \nu + \frac{4}{\pi}\frac{\delta}{l} \ln\left[1 + \frac{\pi}{2}\frac{l}{\delta}(1-\nu)\right] + \frac{2}{\pi}\frac{\delta}{l} \ln\left[1 + \frac{\frac{\pi R}{l} - \pi(1-\nu)}{\frac{\delta}{l} + \frac{\pi}{2}(1-\nu)}\right] \right\},$$

pentru $\nu \geqslant 0$;

$$\varphi_\nu \approx \mu_0 \mathcal{F}_\delta b_i \frac{4}{\pi} \ln\left(1 + \frac{\pi}{2}\frac{1}{\frac{\delta}{l} + \nu}\right), \quad \text{pentru } \nu < 0, \tag{6 a, b}$$

în care $\nu = \dfrac{x'}{l}$, iar $b_i = \alpha_i\, b$, α_i fiind factorul de acoperire polară ideală.

O comparație între rezultatele obținute prin metodele amintite este prezentată în anexa II.

Caracteristica magnetică parțială φ $(\mathcal{F}_i)$ a indusului se determină presupunînd cîmpul magnetic repartizat uniform în armătura mobilă.

La o valoare dată a fluxului φ prin indus, inducția magnetică rezultă din relația

$$B_i = \frac{\varphi}{l(D - D_i)k_m}, \tag{7}$$

k_m fiind factorul de umplere al miezului. Această relație împreună cu ecuația caracteristicii de magnetizare a armăturii mobile

$$B_i = \mu H_i, \tag{8}$$

determină cîmpul magnetic H_i; tensiunea magnetică din indus rezultă din relația

$$\mathcal{F}_i = H_i \frac{\pi D}{2}. \tag{9}$$

Caracteristica magnetică parțială a inductorului $\varphi(2\mathcal{F}_p + \mathcal{F}_j)$ se determină la fel ca în cazul mașinilor electrice de curent continuu; astfel se calculează inducțiile magnetice în miezul polului B_m și în jugul inductor B_j după relațiile

$$B_m = \frac{\varphi}{lb\,k_m} \quad \text{și} \quad B_j = \frac{\varphi}{2l\,h_j\,k_m}, \tag{10 a, b}$$

iar apoi se determină din caracteristica de magnetizare a miezului feromagnetic cîmpurile magnetice corespunzătoare H_m și H_j.

Tensiunile magnetice în poli $\mathcal{F}_p$ și în jugul inductor $\mathcal{F}_j$ rezultă din relațiile

$$\mathcal{F}_p = h_p\,H_m \qquad \text{și} \qquad \mathcal{F}_j = \frac{\pi D_e}{2} H_j. \tag{11 a, b}$$

Caracteristica magnetică $\varphi_\sigma(2\mathcal{F}_\delta + \mathcal{F}_i)$ se determină ținînd seama numai de fluxul de scăpări lateral și frontul de la pol la pol din zona pieselor polare; se neglijează astfel cîmpul magnetic care se închide de la pol la pol prin aer în interiorul statorului respectiv în zona înfășurărilor, cînd armătura mobilă are axa deplasată față de axa armăturii inductoare. Expresia de calcul a fluxului magnetic φ_σ în funcție de tensiunea magnetică $2\mathcal{F}_\delta + \mathcal{F}_i$, stabilită în anexa III în ipoteza că solenația de excitație este egală cu tensiunea magnetică din intrefier și indus, este

$$\varphi_\sigma = \frac{2}{\pi}\mu_0\theta\left[\left(l - \frac{2b'_p}{\pi}\right)\ln\frac{\pi l - 2b'_p + \pi y_1}{\pi l - 2b'_p + \pi y_2} + \frac{2b'_p}{\pi}\ln\frac{\pi y_1 - 2b'_p}{\pi y_2 - 2b'_p} + \right.$$

$$+ y_1 \ln\frac{\pi l - 2b'_p + \pi y_1}{\pi y_1 - 2b'_p} - y_2 \ln\frac{\pi l - 2b'_p + \pi y_2}{\pi y_2 - 2b'_p} + \frac{0{,}57}{2\pi} b_p \ln\frac{0{,}57\,b_p + \pi y_1}{0{,}57\,b_p + \pi y_2} +$$

$$\left. + \frac{b_p}{2\pi}\ln\frac{\pi y_1 - b_p}{\pi y_2 - b_p} + \frac{1}{2} y_1 \ln\frac{0{,}57\,b_p + \pi y_1}{\pi y_1 - b_p} + \frac{1}{2} y_2 \ln\frac{0{,}57\,b_p + \pi y_2}{\pi y_2 - b_p}\right]. \tag{12}$$

Programul de calcul pentru determinarea caracteristicilor magnetice $\varphi_t\ (x, i)$ este indicat în figura 3; astfel se consideră x parametru și se calculează punct cu punct caracteristica $\varphi_t\ (i)$ pentru $x' = \text{const}$. Din tensiunea magnetomotoare

$$\mathcal{F} = 2\mathcal{F}_\delta + \mathcal{F}_i + 2\mathcal{F}_p + \mathcal{F}_j,$$

egală conform legii circuitului magnetic cu solenația de excitație

$$2\mathcal{F}_\delta + \mathcal{F}_i + 2\mathcal{F}_p + \mathcal{F}_j = 2wi, \quad (13)$$

se determină curentul i de excitație.

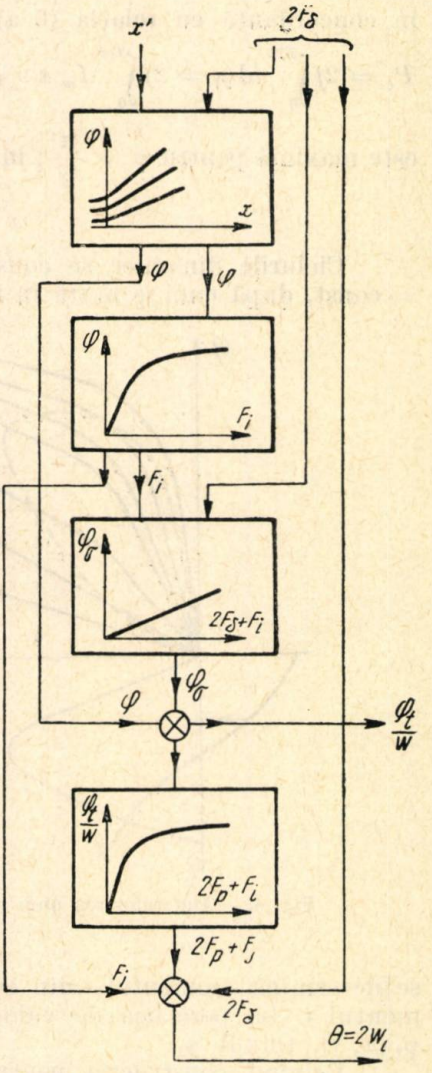


Fig. 3. — Programarea calculului caracteristicilor magnetice $\varphi_t\ (i)$.

4. CICLURILE DINAMICE DESCRISE ÎN PLANUL $i-\varphi_t$ ÎN REGIM STAȚIONAR

Se presupune că armătura mobilă descrie o curbă sinusoidală în timp (experimentările efectuate cu oscilomotoare au demonstrat că mișcarea armăturii mobile fără ciocniri are loc după o astfel de curbă [2]), de frecvență egală cu frecvența tensiunii de alimentare, și se consideră cunoscută fie curba curentului i, fie curba fluxului φ_t în funcție de timp; dacă se construiesc grafic în planul $i-\varphi_t$ ciclurile dinamice descrise în decursul unei perioade se poate calcula aria suprafeței ciclului, proporțională conform relației (5) cu puterea electromagnetică a oscilomotorului. În ambele cazuri interesează să se determine:

— defazajul optim dintre funcțiile armonice $x(t)$ și $i(t)$, respectiv $x(t)$ și $u(t)$ pentru care puterea electromagnetică este maximă;

— curba $\varphi_t(t)$, cînd $i(t)$ este cunoscută (respectiv $i(t)$ cînd $\varphi(t)$ este cunoscută) pentru a calcula tensiunea la borne u (respectiv curentul i) din relația (1).

Oscilomotorul alimentat de la o sursă de curent sinusoidal. Fie

$$x = X_m \sin(\omega t - \varphi) \quad (14)$$

curba descrisă de armătura mobilă, iar

$$i = I_m \sin \omega t \quad (15)$$

curba curentului.

La valori ale curentului pentru care se poate aproxima constantă permeabilitatea magnetică, fluxul magnetic se poate scrie sub forma

$$\varphi_t \approx (ax+b)\, i, \tag{16}$$

în concordanță cu relația (6 a). În acest caz, puterea electromagnetică

$$P_e = 2f\int_0^{T/2} i\mathrm{d}\varphi_t = 2f\int_0^{T/2} I_m \sin \omega t\mathrm{d}\, [aX_m \sin(\omega t-\varphi) + b]\, I_m \sin\omega t \tag{17}$$

este maximă pentru $\varphi = \frac{\pi}{2}$; în consecință, relația (14′) se va scrie astfel:

$$x = X_m \cos\ \omega t. \tag{14}$$

Ciclurile dinamice se construiesc punct cu punct pentru $I_m, X_m =$ = const, după cum se arată în figura 4; la o valoare dată a coordonatei x,

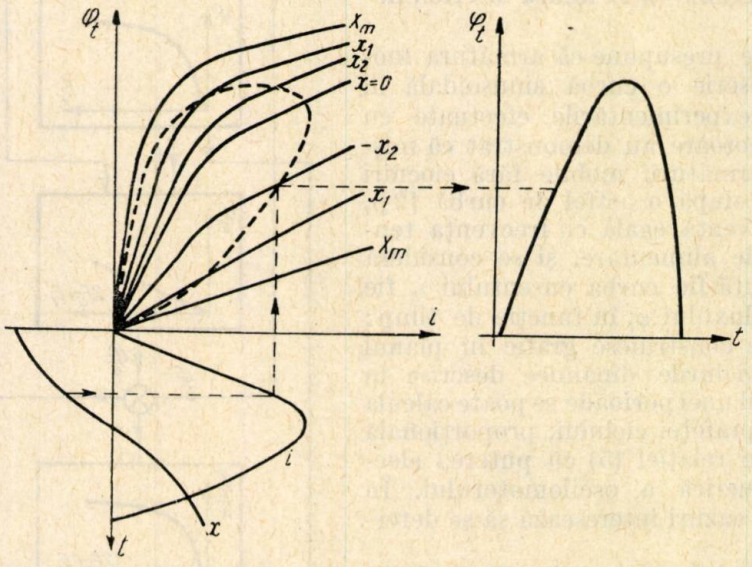


Fig. 4. — Determinarea unui ciclu dinamic în planul $i - \varphi_t$ și a curbei fuxului φ_t.

se determină momentul t din curba $x\ (t)$ și valoarea curentului i la momentul t. La perechea de valori x și i, corespunde în familia de curbe $\varphi_t\,(x, i)$, fluxul φ_t.

Reluînd construcția pentru o altă valoare a amplitudinii cursei armăturii mobile sau pentru o altă valoare a amplitudinii curentului, se obține o dublă familie de cicluri dinamice.

Totodată se poate construi punct cu punct pentru fiecare ciclu dinamic și curba fluxului $\varphi_t(t)$. Apoi din ecuația (1) rezultă tensiunea la borne și se poate determina astfel puterea aparentă primită de oscilomotor, respectiv factorul de putere.

Defazajul optim dintre cursa armăturii mobile și curba curentului în cazul caracteristicilor magnetice reale se poate determina ridicînd curbele $P_e\,(\varphi)$ pentru I_m, X_m = const.

Oscilomotorul alimentat de la o sursă de tensiune sinusoidală. Fie

$$u = U_m \sin(\omega t - \varphi) \tag{18}$$

tensiunea la borne ; adică se neglijează căderea de tensiune din ecuația (1), fluxul magnetic în decursul unei semiperioade este dat de relația

$$\varphi_t = \frac{U_m}{\omega} [\cos \varphi - \cos(\omega t - \varphi)]. \tag{19}$$

Determinarea defazajului optim dintre cursa armăturii și fluxul φ_t se va efectua mai întîi în cazul liniarizării ecuațiilor caracteristicilor magnetice și neglijării fluxului magnetic, cu excepția fluxului din zona intrefierului minim ; rezultă în acest caz

$$\varphi_t = axi. \tag{20}$$

Cu

$$x = X_m \sin \omega t, \tag{21}$$

puterea electromagnetică rezultă din relația

$$P_e = 2f\int_0^{t_i} i\,\mathrm{d}\varphi_t = 2f\int_0^{t_i} \frac{U_m^2}{\omega} \frac{\cos\varphi - \cos(\omega t - \varphi)}{X_m \sin \omega t} \sin(\omega t - \varphi)\,\mathrm{d}t, \tag{22}$$

în care t_i este intervalul de timp în care $i(t) > 0 \left(t_i \geqslant \frac{T}{2}\right)$;

defazajul φ pentru care puterea electromagnetică este maximă este dat de relația

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2 - 2\cos 2\pi f t_i + \ln \cos^2 \pi f t_i}{2\pi f t_i + 2 \sin 2\pi f t_i}. \tag{23}$$

Cu defazajul optim determinat aproximativ de relația (23) se pot construi grafic ciclurile dinamice în planul $i - \varphi_t$ descrise în decursul mișcării armăturii, în mod asemănător ca în cazul precedent.

Pornind de la o curbă dată a fluxului $\varphi_t(t)$ și a cursei armăturii $x(t)$, se determină pentru o anumită valoare a cursei momentul t corespunzător, iar apoi fluxul φ_t ; la această pereche de valori corespunde în planul $i - \varphi_t$ un punct (vezi fig. 5) a ciclului.

Reluînd construcția pentru o altă valoare a amplitudinii cursei armăturii mobile sau pentru o altă valoare a amplitudinii fluxului, se obține o dublă familie de cicluri dinamice.

Totodată se poate construi punct cu punct pentru fiecare ciclu dinamic și curba curentului $i(t)$. Apoi din ecuația (1) rezultă tensiunea la borne reală și se poate determina astfel puterea aparentă primită de oscilomotor, respectiv factorul de putere.

CONCLUZII

Predeterminarea caracteristicilor de funcționare ale oscilomotorului electromagnetic axial în regim de oscilații sinusoidale ale armăturii mobile, cu luarea în considerație a fenomenului de saturație, este posibilă.

Caracteristicile de funcţionare predeterminate servesc atît la verificarea performanţelor unui oscilomotor de dimensiuni date şi la stabilirea influenţei diferiţilor parametrii asupra acestor performanţe, cît şi la

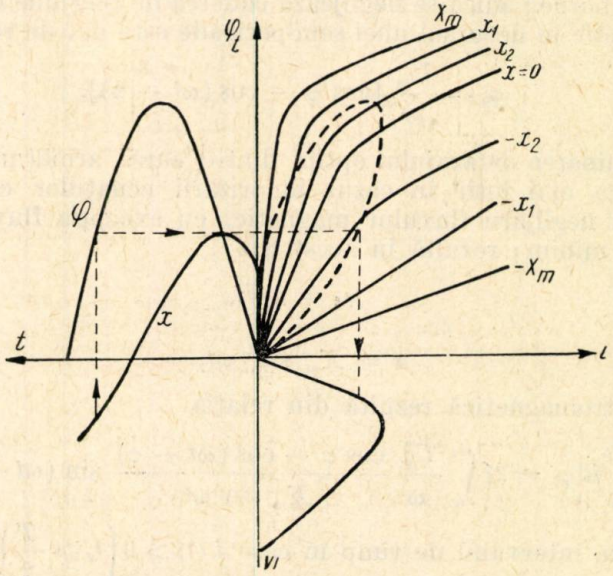


Fig. 5. — Determinarea unui ciclu dinamic în planul $i - \varphi_t$ şi a curbei curentului i.

precizarea condiţiilor de stabilitate pe care trebuie să le satisfacă sistemul.

Metoda analitică de aproximare a liniilor de cîmp pentru determinarea caracteristicilor magnetice parţiale ale întrefierului se consideră suficient de riguroasă dacă se ţine seama de faptul că în calcule nu se poate ţine seama de saturaţiile magnetice locale ale miezului feromagnetic.

Rezultatele obţinute la efectuarea exemplului de calcul sînt în concordanţă cu rezultate obţinute experimental la încercarea oscilomotoarelor de acest tip. Avantajele predeterminării caracteristicilor de funcţionare constau în principal în posibilităţile pe care le oferă acestea de a stabili comportarea maşinii în regimurile normale de funcţionare, fără să fie necesară realizarea unui număr mare de prototipuri experimentale.

Pe aceeaşi cale se poate studia şi comportarea în funcţionare a altor tipuri de oscilomotoare electromagnetice, de exemplu a oscilomotorului cu un singur inductor [3].

ANEXA I.

CALCULUL FLUXULUI DIN ÎNTREFIER PRIN METODA ANALITICĂ DE APROXIMARE A LINIILOR DE CÎMP

Fluxul magnetic din întrefier care se închide prin miezul feromagnetic al armăturii mobile este funcţie de poziţia armăturii mobile faţă de armătura fixă. Pentru a se ţine seama de efectul marginal frontal mai ales

cînd poziția armăturii mobile este apropiată de poziția extremă, se consideră suprafața armăturilor ca fiind echipotențiale magnetic, se neglijează influența curburii armăturilor și se aproximează liniile de cîmp prin segmente de dreaptă și arce de cerc.

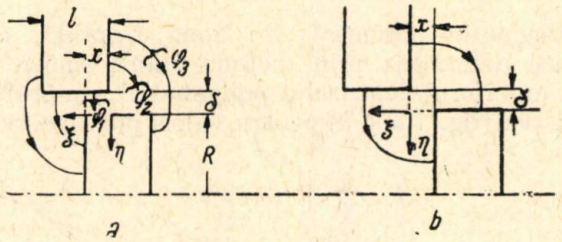


Fig. 6. — Secțiune longitudinală prin armăturile oscilomotorului : *a* — armătura mobilă în interiorul armăturii inductoare de referință ; *b* — armătura mobilă în exteriorul armăturii inductoare de referință.

Cu notațiile din figura 6, fluxul din întrefier rezultă din relațiile

$$\varphi = \int_0^x B_{\delta\xi_1}\, b_i \mathrm{d}\xi + 2\int_x^l B_{\delta\xi_2}\, b_i \mathrm{d}\xi + 2\int_{l-x}^R B_{\delta\eta}\, b_i \mathrm{d}\eta, \text{ pentru } x \geqslant 0 \text{ (fig. 6 a)};$$

$$\varphi = 2\int_0^l B_{\delta\xi}\, b_i \mathrm{d}\xi, \text{ pentru } x < 0 \text{ (fig. 6 } b\text{)}. \qquad (24\ \mathrm{a,b})$$

Inducțiile în diferitele zone se exprimă în funcție de tensiunea magnetică din întrefier astfel

$$B_{\delta\xi_1} = \mu_0 \frac{\mathcal{F}_\delta}{\delta}, \quad B_{\delta\xi_2} = \mu_0 \frac{\mathcal{F}_\delta}{\delta + \frac{\pi}{2}(\xi - x)},$$

$$B_{\delta\eta} = \mu_0 \frac{\mathcal{F}_\delta}{\delta + \frac{\pi}{2}\eta + \frac{\pi}{2}[\eta - (l-x)]}, \quad B_{\delta\xi} = \mu_0 \frac{\mathcal{F}_\delta}{\delta + x + \frac{\pi}{2}\xi}. \qquad (25\mathrm{a,b,c,d})$$

Cu aceste expresii ale inducțiilor, expresiile fluxurilor în cele două cazuri considerate devin prin integrare

$$\varphi = \mu_0 \frac{\mathcal{F}_\delta}{\delta} b_i \left[x + \frac{4}{\pi}\delta \ln \frac{\delta + \frac{\pi}{2}(l-x)}{\delta} + \frac{2}{\pi}\delta \ln \frac{\delta + \pi R - \frac{\pi}{2}(l-x)}{\delta + \frac{\pi}{2}(l-x)} \right], \text{ pentru } x \geqslant 0$$

și

$$\varphi = \mu_0 \frac{\mathcal{F}_\delta}{\delta} b_i \frac{4}{\pi} \ln \frac{\delta + x + \frac{\pi}{2} l}{\delta + x,}, \text{ pentru } x < 0. \qquad (26\ \mathrm{a,b})$$

ANEXA II.

CALCULUL FLUXULUI DIN INDUS PRIN METODA TRANSFORMĂRII CONFORME

Cîmpul magnetic potențial din zona frontală, considerat plan-paralel, se poate determina prin metoda transformării conforme [4] a domeniului din exteriorul conturului poligonal al armăturilor pentru două poziții caracteristice (fig. 7 *a* și *b*) pentru valori pozitive, respectiv negative

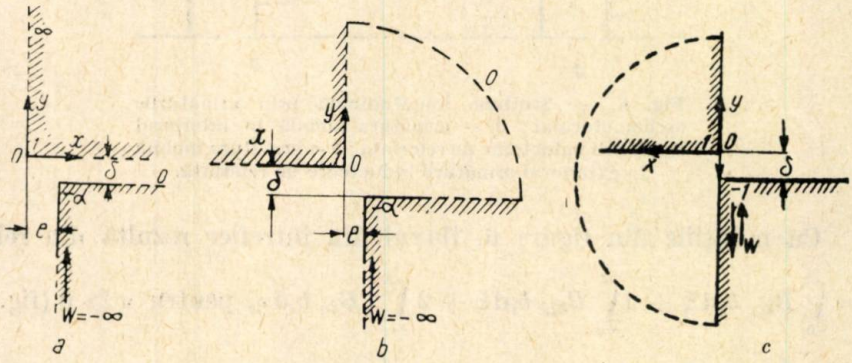


Fig. 7. — Zonele caracteristice ale întrefierului cu contururile aproximate în reprezentarea uniformă : *a* — axa armăturii mobile apropiată de axa armăturii fixe ; *b* — armătura mobilă în exteriorul armăturii inductoare.

ale distanței $x' \equiv e$ din figura 2. Transformarea conformă a domeniului din exteriorul conturului poligonal al secțiunii armăturilor reprezentat în figura 7 *a* este aplicată în [5] la calculul forțelor electromagnetice axiale din mașinile electrice, iar transformarea conformă a exteriorului conturului poligonal al secțiunii armăturilor reprezentat în figura 7 *b* este tratată în [6] ; pornind de la aceste rezultate, în această anexă se deduc expresii de calcul pentru fluxul magnetic și se particularizează pentru cazul rapoartelor dimensiunilor caracteristice de la motoarele electrice.

a) *Fluxul frontal în zonele marginale situate de aceeași parte ale armăturilor (fig. 7 a)*

Formula Christoffel-Schwartz de transformare conformă a domeniului delimitat de conturul poligonal al armăturilor reprezentat în figura 7 *a* în semiplanul superior al variabilei w este

$$\frac{dz}{dw} = A(w + \alpha)^{1/2} w^{-1} (w - 1)^{1/2}, \text{ cu } \alpha > 0. \tag{27}$$

Efectuînd schimbarea de variabilă

$$\sqrt{\frac{w-1}{w+\alpha}} = t, \tag{28}$$

ecuația (27) se poate integra și, după substituția variabilei t din ecuația (28), rezultă

$$z = A\left[-2\sqrt{\alpha}\,\operatorname{arctg}\sqrt{\alpha\frac{w-1}{w+\alpha}} + \frac{\alpha-1}{2}\ln\frac{\sqrt{w-1}+\sqrt{w+\alpha}}{\sqrt{w+\alpha}-\sqrt{w-1}} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{(w-1)\,(w+\alpha)}\right] + C. \tag{29}$$

Constantele A și C se determină din următoarele condiții (fig. 7 *a*):

— în punctul $z = 0$, $w = 1$; rezultă astfel $C = 0$;

— la înconjurarea punctului $w = 0$, funcția z schimbă cu $-\mathrm{j}\delta$, adică

$$-\mathrm{j}\delta = \lim_{\varepsilon\to 0}\,[z(0+\varepsilon) - z(0-\varepsilon)],$$

sau

$$-\mathrm{j}\delta = -\pi\sqrt{\alpha}\,A, \qquad \text{de unde } A = \frac{\mathrm{j}\delta}{\pi\sqrt{\alpha}};$$

— în punctul $z = (l - x') - \mathrm{j}\delta$, $w = -\alpha$ și din ecuația (29) cu A și C determinate mai sus rezultă

$$l - x' = -\frac{\delta}{\sqrt{\alpha}}\,\frac{\alpha+1}{2}. \tag{30}$$

Cu notația $\varepsilon = \dfrac{l-x'}{\delta}$, relația (30) se poate scrie astfel:

$$\alpha^2 - 2(1+2\varepsilon^2)\,\alpha = -1. \tag{31}$$

Rădăcinile acestei ecuații sînt

$$\alpha_{1,2} = 1 + 2\varepsilon^2\left[1 \mp \sqrt{1+\frac{1}{\varepsilon^2}}\right]; \tag{32}$$

rădăcina $\alpha_1 = 1 + 2\varepsilon^2\left(1 - \sqrt{1+\dfrac{1}{\varepsilon^2}}\right)$, pentru $\varepsilon > 0$, corespunde situației din figura 7 *a*; rădăcina $\alpha = 1$ pentru $\varepsilon = 0$ corespunde situației cînd armăturile sînt coaxiale, iar rădăcina $\alpha_2 = 1 + 2\varepsilon^2 + 2\varepsilon\sqrt{\varepsilon^2+1}$, pentru $\varepsilon < 0$, corespunde situației cînd armătura mobilă este deplasată spre stînga.

Prin urmare, un punct din planul z corespunde unui punct din planul w conform relației

$$z = \frac{\mathrm{j}\delta}{\pi\sqrt{\alpha}}\left[-2\sqrt{\alpha}\,\operatorname{arc\,tg}\sqrt{\alpha\frac{w-1}{w+\alpha}} + \frac{\alpha-1}{2}\ln\frac{\sqrt{w+\alpha}+\sqrt{w-1}}{\sqrt{w+\alpha}-\sqrt{w-1}} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{(w+\alpha)\,(w-1)}\right]. \tag{33}$$

Reprezentarea conformă a frontierelor este dată de relațiile

$u < -\alpha < 0$:

$$z(u,\alpha) = l - x' + \frac{j\delta}{\pi\sqrt{\alpha}}\left[-2\sqrt{\alpha}\,\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha\frac{1-u}{-\alpha-u}} + \right.$$

$$\left. + \frac{\alpha-1}{2}\ln\frac{1+\sqrt{\frac{1-u}{-\alpha-u}}}{\sqrt{\frac{1-u}{-\alpha-u}}-1} - \sqrt{(1-u)\,(-\alpha-u)}\right]; \tag{34}$$

$u = -\alpha$; $z = l - x' - j\delta$;

$-\alpha < u < 0$:

$$z(u,\alpha) = -j\delta + \frac{\delta}{\pi\sqrt{\alpha}}\left[\sqrt{\alpha}\ln\frac{\sqrt{\alpha+u}+\sqrt{\alpha(1-u)}}{-\sqrt{\alpha+u}+\sqrt{\alpha(1-u)}} - \right.$$

$$\left. - (\alpha-1)\,\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{1-u}{\alpha+u}} - \sqrt{(1-u)\,(-\alpha-u)}\right]; \tag{35}$$

$0 < u < 1$:

$$z(u,\alpha) = \frac{\delta}{\pi\sqrt{\alpha}}\left[\sqrt{\alpha}\ln\frac{\sqrt{\alpha+u}+\sqrt{\alpha(1-u)}}{\sqrt{\alpha+u}-\sqrt{\alpha(1-u)}} - \right.$$

$$\left. - (\alpha-1)\,\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{1-u}{\alpha+u}} - \sqrt{(1-u)\,(\alpha+u)}\right]; \tag{36}$$

$u = 1, z = 0$;

$1 < u$:

$$z(u,\alpha) = \frac{j\delta}{\pi\sqrt{\alpha}}\left[-2\sqrt{\alpha}\,\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha\frac{u-1}{u+\alpha}} + \frac{\alpha-1}{2}\ln\frac{\sqrt{u+\alpha}+\sqrt{u-1}}{\sqrt{u+\alpha}-\sqrt{u-1}} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{(u-1)\,(u+\alpha)}\right]. \tag{37}$$

Fluxul magnetic φ_{12} în zona $z_1 - z_2$ rezultă din relația

$$\varphi_{12} = \int_{u_1}^{u_2} b_i\,\mu_0\frac{F_\delta}{\pi}\frac{du}{u} = b_i\,\mu_0\frac{F_\delta}{\pi}\ln\frac{u_2}{u_1}, \tag{38}$$

în care u_1, respectiv u_2 sînt imaginile punctelor $z_1 = l - x' - j(\delta + R)$ și $z_2 = l - \frac{x'}{2} - j\delta$, între care se calculează fluxul magnetic.

La z_1, $u_1 \ll 0$, iar relația (34) se poate scrie astfel:

$$z_1 = l - x + \frac{j\delta}{\pi\sqrt{\alpha}}\left[-2\sqrt{\alpha}\,\mathrm{arctg}\sqrt{\alpha} + \frac{\alpha-1}{2}\ln\frac{4}{\alpha+1} + \frac{\alpha-1}{2}\ln(-u_1) + u_1\right]. \tag{39}$$

La z_2, $-\alpha \ll u < 0$; relația (35) devine

$$z_2 = -\mathrm{j}\delta + \frac{\delta}{\pi\sqrt{\alpha}}\left[\sqrt{\alpha}\ln\frac{4\alpha}{\alpha+1} - \sqrt{\alpha}\ln(-u_2) - (\alpha-1)\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \sqrt{\alpha}\right]. \tag{40}$$

Din aceste relații rezultă

$$u_1 = -\frac{\delta+R}{\delta}\pi\sqrt{\alpha} + 2\sqrt{\alpha}\operatorname{arctg}\sqrt{\alpha} + \frac{l-x'}{\delta}\sqrt{\alpha}\ln\frac{4}{\alpha+1} + \frac{l-x'}{\delta}\sqrt{\alpha}\ln(-u_1) \tag{41}$$

$$\ln(-u_2) = -\frac{\pi}{2}\left(l - \frac{x'}{2}\right) + \ln\frac{4\alpha}{1+\alpha} + 2\frac{l-x'}{\delta}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{\alpha}} - 1, \tag{42}$$

care, introduse în (38), permit să se calculeze fluxul φ_{12}.

În cazul particular pentru $R = 15$ mm, $x' = 5$ mm, $\delta = 0{,}2$ mm, $l = 10$ mm, fluxul calculat după relația (38) este $\varphi_{12} = 15{,}25\ \mu_0 b_i \mathcal{F}_\delta$, iar după relația (26 a) în aceleași condiții este $\varphi_{12} = 15{,}37\ \mu_0 b_i \mathcal{F}_\delta$, cu o eroare sub 1% în ceea ce privește fluxul total și sub 5% în calculul fluxului frontal.

b) *Fluxul frontal în zonele marginale opuse ale armăturilor (fig. 7b)*

Formula Christoffel-Schwartz de transformare conformă a domeniului delimitat de conturul poligonal al armăturilor reprezentat în figura 7 *b*, în semiplanul superior al variabilei w, este

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}w} = A(w+\alpha)^{1/2} w^{-3/2} (w-1)^{1/2}, \text{ cu } \alpha > 0. \tag{43}$$

Cu condițiile

$$z = \frac{1}{2} - \mathrm{j}\frac{\delta}{2x'}, \text{ pentru } w = -\alpha \text{ și } x' \neq 0,$$

$$z = \infty + \mathrm{j}\infty, \text{ pentru } w = 0,$$

$$z = 0, \text{ pentru } w = 1,$$

în raport cu sistemul de coordonate din planul ales conform figurii 7 *b*, rezultă prin integrare [6] relația

$$z(w, \alpha) = \frac{\displaystyle\int_1^w \sqrt{\frac{(w-1)(w+\alpha)}{w}}\,\frac{\mathrm{d}w}{w}}{\displaystyle -\int_{-\alpha}^{0} \sqrt{\frac{(w-1)(w+\alpha)}{w}}\,\frac{\mathrm{d}w}{w}}, \tag{44}$$

cu

$$z(-\alpha, \alpha) = \frac{1}{2} - \mathrm{j}\frac{\delta}{2x'} \text{ și } x' \neq 0. \tag{45}$$

Sistemul de ecuații (44) și (45) definește complet funcția z și parametrul α, deoarece δ și x' sînt cunoscute.

Din ecuația (44) rezultă pentru $w = -\alpha$ relația

$$z(-\alpha,\alpha)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{j}\,\frac{-(1-\alpha)\int_0^1\frac{du}{\sqrt{u(u-1)(u+\alpha)}}+2\int_0^1\frac{u\,du}{\sqrt{u(u-1)\,(u+\alpha)}}}{-(1-\alpha)\int_{-\alpha}^0\frac{du}{\sqrt{(-u)(1-u)(u+\alpha)}}+2\int_{-\alpha}^0\frac{u\,du}{\sqrt{(-u)(1-u)\,(u+\alpha)}}}, \tag{46}$$

care, cu substituțiile $u=-\dfrac{\chi'^2\sin^2\varphi}{1-\chi'^2\sin^2\varphi}$, pentru $-\alpha<u<0$, (47)

$$u=\frac{\chi'^2\sin^2\varphi}{1-\chi^2\sin^2\varphi}, \text{ pentru } 0<u<1 \tag{48}$$

(între χ, χ' și α existînd relațiile $\alpha=\dfrac{\chi'^2}{\chi^2}$ și $\chi'^2+\chi^2=1$, devine

$$z(-\alpha,\alpha)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{j}\,\frac{-\mathrm{F}\left(\chi,\frac{\pi}{2}\right)+2\mathrm{E}\left(\chi,\frac{\pi}{2}\right)}{-\mathrm{F}\left(\chi',\frac{\pi}{2}\right)+2\mathrm{E}\left(\chi',\frac{\pi}{2}\right)}; \tag{49}$$

în această relație, $\mathrm{F}\left(\chi,\dfrac{\pi}{2}\right)=\displaystyle\int_0^{\pi/2}\frac{d\varphi}{\sqrt{1-\chi^2\sin^2\varphi}}$ și $\mathrm{E}\left(\chi,\dfrac{\pi}{2}\right)=\displaystyle\int_0^{\pi/2}\sqrt{1-\chi^2\sin^2\varphi}$

și reprezintă integralele eliptice de prima, respectiv a doua speță în formele normale ale lui Legendre.

Din ecuațiile (45) și (49) rezultă o ecuație între parametrul χ, respectiv χ' și raportul δ/x' :

$$\frac{\delta}{x'}=\frac{-\mathrm{F}\left(\chi,\frac{\pi}{2}\right)+2\mathrm{E}\left(\chi,\frac{\pi}{2}\right)}{-\mathrm{F}\left(\chi',\frac{\pi}{2}\right)+2\mathrm{E}\left(\chi',\frac{\pi}{2}\right)}. \tag{50}$$

Reprezentarea complexă a frontierelor este dată de relațiile

$u<-\alpha$:

$$z(u,\alpha)=z(-\alpha,\alpha)-\frac{1}{2}\,\frac{\operatorname{tg}\varphi\sqrt{1-\chi^2\sin^2\varphi}+\mathrm{F}(\chi,\varphi)-2\mathrm{E}(\chi,\varphi)}{\mathrm{F}\left(\chi',\frac{\pi}{2}\right)-2\mathrm{E}\left(\chi',\frac{\pi}{2}\right)}, \tag{51}$$

$$\text{iar } u=-\frac{\chi'^2}{\chi^2}\,\frac{1}{\cos^2\varphi};$$

$-\alpha<u<0$:

$$z(u, \alpha) = z(-\alpha, \alpha) + \frac{1}{2}\frac{\operatorname{tg}\varphi\sqrt{1-\chi'^2\sin^2\varphi} + \mathrm{F}(\chi', \varphi) - 2\,\mathrm{E}(\chi', \varphi)}{\mathrm{F}\left(\chi', \frac{\pi}{2}\right) - 2\mathrm{E}\left(\chi', \frac{\pi}{2}\right)}, \quad (52)$$

$$\text{iar } u = -\frac{\chi'^2}{\chi^2}\cos^2\varphi.$$

Fluxul magnetic φ_{12} se determină din relația (38); în acest scop este necesar să se construiască curbele $z(u, \alpha)$ și χ, respectiv χ' ca funcție de δ/x', funcțiile F și E fiind tabelate în [7].

În cazul particular cînd $x' = 0$ (fig. 7 *c*), se poate transforma conform direct domeniul delimitat de conturul format de laturile armăturilor și linia de cîmp marginală. Relația după care se transformă conform frontiera este

$$z = \frac{\delta}{2}\left(u + \frac{1}{u}\right), \quad (53)$$

iar fluxul magnetic total este

$$\varphi = \mu_0 F_\delta b_i \frac{4}{\pi}\ln\frac{l + \delta + \sqrt{l^2 + 2l\delta}}{\delta}, \quad (54)$$

În cazul exemplului de calcul considerat în paragraful precedent, pentru $\delta = 0{,}2$ mm și $l = 10$ mm, fluxul calculat după relația (54) este $\varphi = 4{,}62\,\frac{4}{\pi}F_\delta\mu_0 b_i$, iar după relația (26 b) este $\varphi = 4{,}38\frac{4}{\pi}F_\delta\mu_0 b_i$, eroarea fiind sub 6%.

ANEXA III.

CALCULUL FLUXULUI DE SCĂPĂRI PRIN METODA ANALITICĂ DE APROXIMARE A LINIILOR DE CÎMP

Fluxul de scăpări al unei armături inductoare care se închide prin aer de la pol la pol are o valoare mare îndeosebi în zona pieselor polare, datorită prezenței perechii de poli ai celeilalte armături (fig. 8). Dacă se aproximează liniile de cîmp prin arce de cerc și segmente de dreaptă, cîmpul magnetic în zona cuprinsă între piesele polare și în zona frontală de partea armăturii vecine, la distanța r de axa de simetrie are expresia

$$B_{\sigma r, y} = \mu_0\frac{\theta/2}{2\left(\frac{\pi r}{2} - b_p + \frac{\pi y}{2} + d\right)}, \quad (55)$$

iar în zona frontală opusă armăturii vecine

$$B_{\sigma r, \eta} = \mu_0\frac{\theta/2}{\pi r - b_p + \pi\eta}, \quad (56)$$

Fluxul magnetic de scăpări între piesele polare este

$$\varphi_\sigma = 4\int_0^l\int_{D+2\delta}^{D+2\delta+2h_p} B_{\sigma r,y}\,dr\,dy + 2\int_0^{b_p/2}\int_{D+2\delta}^{D+2\delta+2h_p} B_{\sigma r,\eta}\,dr\,d\eta\,; \tag{57}$$

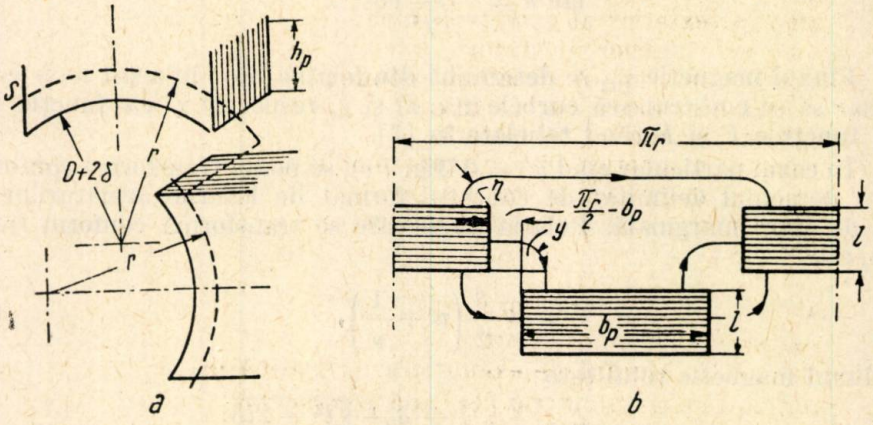


Fig. 8. — Explicativă pentru calculul fluxului de scăpări între piesele polare: *a*— armăturile inductoare din intervalul unui pas polar; *b*— secțiunea desfășurată după suprafața cilindrică *S*; *c* — armătura mobilă și armătura fixă cu fețe în același plan.

prin înlocuirea expresiilor inducțiilor de mai sus rezultă

$$\varphi_\sigma = \mu_0\,\theta\left[2\int_0^l\int_{D+2\delta}^{D+2\delta+2h_p}\frac{dr\,dy}{\pi r - 2b'_p + \pi y} + \int_0^{b_p/2}\int_{D+2\delta}^{D+2\delta+2h_p}\frac{dr\,d\eta}{\pi r - b_p + \pi\eta}\right], \tag{58}$$

$$\text{cu } b'_p = b_p - d.$$

Prin efectuarea integralelor, cu notațiile $y_1 = D + 2\delta + 2h_p$ și $y_2 = D + 2\delta$ se obține

$$\begin{aligned}\varphi_\sigma = \frac{2\mu_0}{\pi}\,\theta\Bigg[&\left(l - \frac{2b'_p}{\pi}\right)\ln\frac{\pi l - 2b'_p + \pi y_1}{\pi l - 2b'_p + \pi y_2} + \frac{2b'_p}{\pi}\ln\frac{\pi y_1 - 2b'_p}{\pi y_2 - 2b'_p} + \\ &+ y_1\ln\frac{\pi l - 2b'_p + \pi y_1}{\pi y_1 - 2b'_p} - y_2\ln\frac{\pi l - 2b'_p + \pi y_2}{\pi y_2 - 2b'_p} + \\ &+ \frac{0{,}57}{2\pi}\,b_p\ln\frac{0{,}57b_p + \pi y_1}{0{,}57b_p + \pi y_2} + \frac{b_p}{2\pi}\ln\frac{\pi y_1 - b_p}{\pi y_2 - b_p} + \\ &+ \frac{1}{2}\,y_1\ln\frac{0{,}57b_p + \pi y_1}{\pi y_1 - b_p} + \frac{1}{2}\,y_2\ln\frac{0{,}57b_p + \pi y_2}{\pi y_2 - b_p}\Bigg].\end{aligned} \tag{59}$$

Relații mai complete de calcul se pot stabili pe aceeași cale în cazul în care este dată configurația geometrică reală a miezului feromagnetic și a înfășurărilor inductorului.

NOTAȚII

A = constantă;
b = lățimea polului;
b_i = lungimea ideală a arcului polar;
b_p = lungimea arcului polar;
D = diametrul exterior al armăturii mobile;
D_e = diametrul exterior al statorului;
D_i = diametrul interior al armăturii mobile;
d = distanța dintre armăturile fixe;
F_δ = tensiunea magnetică în întrefier;
F_i = tensiunea magnetică în armătura mobilă;
F_p = tensiunea magnetică în miezul polului;
F_j = tensiunea magnetică în jugul inductor;
f = frecvența;
h_p = înălțimea polului;
h_j = înălțimea jugului inductor;
l = lungimea axială a armăturilor;
r = rezistența înfășurării de excitație a unei armături;
t_i = intervalul de timp dintr-o perioadă pentru care $i>0$;
x = coordonata de poziție a axei armăturii mobile față de planul de simetrie al armăturilor inductoare;
$x' = x + \frac{l+d}{2}$;
w = numărul de spire;
w = variabila complexă transformată ($w = u + jv$);
z = variabila în planul complex ($z = x + jy$);
α = constantă $\left(\alpha = \frac{\chi'^2}{\chi^2}\right)$;
α_i = acoperirea polară ideală;
δ = lărgimea întrefierului;
φ = defazajul între curba curentului (respectiv a fluxului); și curba coordonatei x;
φ_t = fluxul total;
φ = fluxul în întrefier, fluxul într-o zonă a miezului feromagnetic;
φ_σ = fluxul principal de scăpări;
χ, χ' = constante;
θ = solenația.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Marinescu, *Despre transformarea directă a forțelor electromagnetice pulsatorii în forțe alternative. Perspectivele dezvoltării motoarelor liniare de tip electromagnetic*, St. cercet. energ. electr., **15**, *1*, 63—77 (1965).
2. M. Marinescu, N. Gavriliu, I. Grînaru, *Asupra efectului de „histereză electromecanică". Un nou proces de transformare a energiei electrice în lucru mecanic și aplicarea la realizarea de noi tipuri de mașini electrice*, St. cerc. energ. electr., **12**, *3*, 337—361 (1962).

3. G. Beau De Lomenie, A. Armengud, G. Houssard, *Compresseur vibrant électromagnétique à fréquence de vibration réduite*, Brevet d'invention nr. 1 162 026/sept. 1958.
4. R. Rădulet, *Bazele electrotehnicii. Probleme*, vol. I, Bucureşti, Ed. didactică şi pedagogică, 1963.
5. J. Kucera, *Axialer magnetischer Zug bei elektrischen Maschinen*, E. u. M., **59**, *27/28*, 305–315 (1941).
6. W. Koppenfels, Friedmann Stallmann, *Praxis der konformen Abbildung*, Berlin-Göttingen-Heidelberg, Springer-Verlag, 1959.
7. Jahnke, Fr. Emde, *Tafeln höherer Funktionen*, ed. 5, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1960.

APLICAREA PRINCIPIULUI SUPERPOZIȚIEI LA STUDIUL INFLUENȚEI PARAMETRILOR LINEICI MUTUALI ASUPRA PROPAGĂRII UNDELOR ELECTROMAGNETICE PE O LINIE ELECTRICĂ CU MAI MULTE CONDUCTOARE

DE

I. ADĂMUȚ

621.315

În lucrare se prezintă calculul direct al transformatelor tensiunilor și curenților la o linie multifilară, folosind metoda superpoziției.
Se aplică apoi metoda în cazul unei linii cu două conductoare fără pierderi, studiindu-se influența parametrilor lineici mutuali în procesul de propagare.
Se arată că studiul propagării undelor pe linia cu două conductoare cu influențe mutuale între ele poate fi înlocuit cu studiul propagării pe două linii cu un singur conductor, avînd parametrii lineici diferiți.

Problema proceselor de propagare a undelor electromagnetice pe o linie lungă cu un singur conductor în prezența pămîntului considerat perfect sau imperfect conductor, avînd racordat la un capăt un receptor oarecare Z_n, tensiunea de alimentare fiind continuă, armonică sau exponențială, este mult tratată în literatura de specialitate, avînd începuturile încă de acum un secol [1], [2]. Rezultatele obținute în acest răstimp au permis strîngerea lor în cadrul unor lucrări de sinteză [3], [4], [5], pentru a menționa doar cîteva dintre ele. Datorită faptului că metoda operațională este extrem de comodă la studiul proceselor tranzitorii, au apărut numeroase lucrări de calcul operațional în care se tratează și problemele liniilor electrice [6], [7].

Cerințe practice dictate de siguranța și de economicitatea funcționării sistemelor electroenergetice, avînd linii de tensiuni și lungimi din ce în ce mai mari, au făcut să apară în ultimele două decenii lucrări numeroase și despre propagarea undelor electromagnetice pe linii cu mai multe conductoare [8], [9], [10]. Introducerea în cercetare, proiectare și exploatare a calculatoarelor electronice a contribuit la rezolvarea rapidă a ecuațiilor de propagare pe linii, intensificînd cercetările în acest domeniu

[11], [12], [13], [15]. În multe lucrări de sinteză s-au expus rezultatele obținute în această perioadă [3], [4], [5], [14]. Datorită complexității acestui proces, sînt încă multe aspecte netratate și nerezolvate, după afirmația autorului uneia dintre lucrările cele mai cuprinzătoare în acest domeniu de cercetare [3]. În general, în literatura de specialitate se tratează problema generală din punct de vedere fizico-matematic constînd în stabilirea ecuațiilor și rezolvarea lor prin metode matriciale, operaționale etc. Nu tot atît de frecvente sînt însă lucrările privind modul cum unele caracteristici constructive și funcționale particulare ale liniei, ca spre exemplu parametrii lineici mutuali, nesimetriile, neechilibrările etc., influențează procesul de propagare.

În prezenta lucrare vom expune modul de rezolvare a unui sistem de n ecuații ale telegrafiștilor de ordinul doi pe baza aplicării principiului superpoziției și apoi vom studia pe această cale ca exemplificare linia cu două conductoare, analizînd influența cantitativă a parametrilor lineici mutuali asupra vitezei de propagare, asupra structurii undei de tensiune, asupra frecvenței de oscilație etc.

1. REZOLVAREA ECUAȚIILOR DE PROPAGARE A UNEI LINII CU n CONDUCTOARE APLICÎND PRINCIPIUL SUPERPOZIȚIEI

Să considerăm un sistem de n conductoare active în prezența solului perfect conductor, alimentate cu grupul de tensiuni e_j și avînd la cealaltă extremitate receptoarele operaționale oarecare $Z_j(p)$, $(j = 1, ..., n)$ (fig. 1). Linia este considerată fără pierderi, deci rezistivitatea conductoarelor

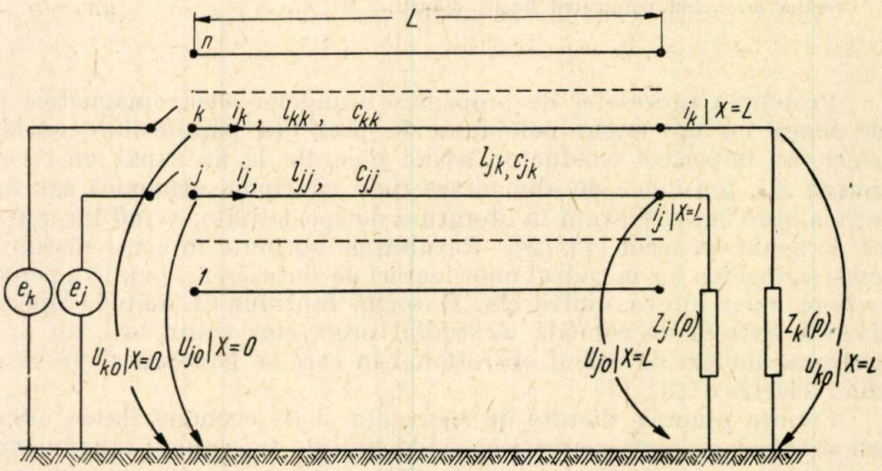


Fig. 1.— Schema generală a unei linii electrice lungi cu n conductoare.

r_j și conductanța lor laterală g_{jk} sînt nule. Parametrii lineici ai sistemului sînt :

l_{jk} — inductanța circuitelor conductor j — pămînt, conductor k — pămînt, în $H \cdot m^{-1}$; cînd $j = k$, l_{jj} reprezintă inductanța proprie a circui-

tului conductor j — pămînt; iar cînd $j \neq k$, l_{jk} reprezintă inductanţa mutuală a celor două circuite menţionate;

c_{jk} — capacitatea parţială a conductoarelor j şi k în $\mathrm{F \cdot m^{-1}}$; cînd $j = k$, c_{jj} reprezintă capacitatea parţială dintre conductorul j şi pămînt; iar cînd $j \neq k$, c_{jk} reprezintă capacitatea parţială dintre conductorul j şi conductorul k.

Alte mărimi cunoscute ale sistemului sînt:

e_j — tensiunea de alimentare a conductorului j în V;

$Z_j(p)$ — impedanţa operaţională conectată la extremitatea conductorului j în Ω;

L — lungimea liniei în m.

Se caută curenţii i_j şi tensiunile pe fază u_{j0} într-o secţiune a liniei la distanţa x de originea sistemului.

$$-\frac{\partial u_{j0}}{\partial x} = \sum_{k=1}^{n} l_{jk} \frac{\partial i_k}{\partial t} \qquad (j = 1, \ldots, n), \quad (1)$$

$$-\frac{\partial i_j}{\partial x} = \sum_{k=1}^{n} c_{jk} \frac{\partial u_{jk}}{\partial t} \qquad (j = 1, \ldots, n). \quad (2)$$

Substituind $u_{jk} = u_{j0} - u_{k0}$ în relaţia (2), obţinem

$$-\frac{\partial i_j}{\partial x} = \frac{\partial u_{j0}}{\partial t} \sum_{k=1}^{n} c_{jk} - \sum_{k=1}^{n} c_{jk} \frac{\partial u_{k0}}{\partial t} \qquad (j = 1, \ldots, n). \quad (2')$$

Din ecuaţiile (1), (2') se deduc prin derivare în raport cu x şi t ecuaţiile generale ale telegrafiştilor de ordinul doi:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_{j0}}{\partial x^2} &= \left[l_{jj} \left(c_{jj} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} c_{jk} \right) - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} l_{jk} c_{kj} \right] \frac{\partial^2 u_{j0}}{\partial t^2} + \\ &+ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} \left[l_{jk} \sum_{s=1}^{n} c_{ks} - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq k}}^{n} l_{jq} c_{qk} \right] \frac{\partial^2 u_{k0}}{\partial t^2} \qquad (j = 1, \ldots, n) \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 i_j}{\partial x^2} &= \left[l_{jj} \left(c_{jj} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} c_{jk} \right) - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} l_{kj} c_{jk} \right] \frac{\partial^2 i_j}{\partial t^2} + \\ &+ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} \left[l_{jk} \sum_{s=1}^{n} c_{js} - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^{n} c_{jq} l_{qk} \right] \frac{\partial^2 i_k}{\partial t^2} \qquad (j = 1, \ldots, n). \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Analiza coeficienţilor perechilor de termeni $\frac{\partial^2 u_{j0}}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^2 i_j}{\partial t^2}$ şi $\frac{\partial^2 u_{k0}}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^2 i_k}{\partial t^2}$ arată că în cazul general, cînd inductanţele proprii şi mutuale şi capacităţile parţiale sînt diferite pentru fiecare conductor şi pereche de

conductoare, sînt egali numai coeficienţii primei perechi de necunoscute, iar a celei de-a doua sînt diferiţi. Deci

$$A_{jj} = l_{jj}\left(c_{jj} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n} c_{jk}\right) - \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n} l_{jk}c_{kj} = l_{jj}\left(c_{jj} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n} c_{jk}\right) -$$

$$- \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n} l_{kj}c_{jk} = B_{jj} \qquad (j = 1, \ldots, n), \tag{5}$$

pentru că $l_{jk} = l_{kj}$ şi $c_{kj} = c_{jk}$; şi

$$A_{jk} = l_{jk}\sum_{s=1}^{n} c_{ks} - \sum_{\substack{q=1\\q\neq k}}^{n} l_{jq}c_{qk} \neq l_{jk}\sum_{s=1}^{n} c_{js} - \sum_{\substack{q=1\\q\neq j}}^{n} c_{jq}l_{qk} = B_{jk} \qquad (j,k=1, \ldots, n), \tag{6}$$

pentru că indicii parametrilor aflaţi sub semnul sumă la coeficientul A_{jk} sînt diferiţi de cei corespunzători de la coeficientul B_{jk}.

Utilizînd coeficienţii simbolici din relaţiile (5), (6), expresiile (3) şi (4) devin

$$\frac{\delta^2 u_{j0}}{\partial x^2} = A_{jj}\frac{\partial^2 u_{j0}}{\partial t^2} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n} A_{jk}\frac{\delta^2 u_{k0}}{\partial t^2} \qquad (j = 1, \ldots, n), \tag{3'}$$

$$\frac{\delta^2 i_j}{\partial x^2} = B_{jj}\frac{\partial^2 i_j}{\partial t^2} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n} B_{jk}\frac{\delta^2 i_k}{\partial t^2} \qquad (j = 1, \ldots, n). \tag{4'}$$

Pentru rezolvare scriem sistemele de ecuaţii (3'), (4') sub formă operaţională, admiţînd condiţii iniţiale nule:

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathcal{U}_{j0}}{\mathrm{d}x^2} - p^2\left(A_{jj}\mathcal{U}_{j0} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n} A_{jk}\mathcal{U}_{k0}\right) = 0 \qquad (j = 1, \ldots, n), \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathcal{I}_j}{\mathrm{d}x^2} - p^2\left(B_{jj}\mathcal{I}_j + \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n} B_{jk}\mathcal{I}_k\right) = 0 \qquad (j = 1, \ldots, n), \tag{8}$$

unde $\mathcal{U}_{j0}$ şi $\mathcal{I}_j$ reprezintă transformatele tensiunii şi curentului. Soluţiile ecuaţiilor (7) şi (8) au aceeaşi formă. În cazul întîlnit în practica curentă a liniilor echilibrate sau practic echilibrate, astfel că $l_{jj} = l_{kk}$, $c_{jj} = c_{kk}$ şi $l_{jk} = l_{km}$, $c_{jk} = c_{km}$ $(j, k, m = 1, \ldots, n)$, coeficienţii A_{jk} şi B_{jk} sînt egali [15]. În acest caz, soluţiile ecuaţiilor tensiunii $\mathcal{U}_j$, $\mathcal{U}_k$ sînt valabile şi pentru ecuaţiile curenţilor $\mathcal{I}_j$, $\mathcal{I}_k$. De aceea ne vom ocupa numai de rezolvarea ecuaţiei (7).

Soluţiile particulare ale sistemului de n ecuaţii diferenţiale de gradul doi cu coeficienţi constanţi rezultate din explicitarea ecuaţiei (7), pentru $j = 1, \ldots, n$, sînt, după [16] şi [20], de forma

$$\mathcal{U}_{j0} = D_j e^{\gamma x} \qquad (j = 1, \ldots, n). \tag{9}$$

Înlocuind relațiile (9) și derivatele lor de ordinul doi în raport cu x în ecuațiile (7), obținem, după simplificarea cu $e^{\gamma x}$, un sistem de n ecuații omogene în D_j, D_k cu n necunoscute de forma

$$D_j(\gamma^2 - p^2 A_{jj}) - p^2 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} A_{jk} D_k = 0 \qquad (j = 1, \ldots, n). \tag{10}$$

Condiția ca necunoscutele D_j, D_k să aibă și valori diferite de zero este dată de anularea determinantului Δ al sistemului (10):

$$\Delta = \begin{vmatrix} \gamma^2 - p^2 A_{11} & \ldots & -p^2 A_{1j} & \ldots & -p^2 A_{1n} \\ \vdots & & & & \\ -p^2 A_{j1} & \ldots & \gamma^2 - p^2 A_{jj} & \ldots & -p^2 A_{jn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ -p^2 A_{n1} & \ldots & -p^2 A_{nj} & \ldots & -p^2 A_{nn} \end{vmatrix} = 0. \tag{11}$$

Ecuația (11) este de gradul $2n$ în γ și are deci $2n$ rădăcini $\gamma_1, \ldots, \gamma_{2n}$.

Soluțiile particulare ale sistemului de ecuații pentru tensiunea $\mathcal{U}_{j0}$, după înlocuirea valorilor lui γ în (9), vor fi

$$(\mathcal{U}_{j0})_\alpha = D_{j\alpha} e^{\gamma_\alpha x} \qquad (j = 1, \ldots, n;\ \alpha = 1, \ldots, 2n). \tag{12}$$

Soluția generală a necunoscutei $\mathcal{U}_{j0}$ va fi egală cu o combinație liniară a soluțiilor particulare (12):

$$\mathcal{U}_{j0} = \sum_{\alpha=1}^{2n} C_\alpha (\mathcal{U}_{j0})_\alpha \qquad (\alpha = 1, \ldots, 2n;\ j = 1, \ldots, n). \tag{13}$$

C_α înglobează și constanta $D_{j\alpha}$.

Constantele de integrare $C_1, \ldots, C_{2n}$ se determină folosind condițiile la limită ale sistemului din figura 1, și anume:

a) pentru $x = 0$

$$\mathcal{U}_{j0}\Big|_{x=0} = \sum_{\alpha=1}^{2n} C_\alpha (\mathcal{U}_{j0})_\alpha \Big|_{x=0} = \mathcal{E}_j \qquad (j = 1, \ldots, n); \tag{14}$$

b) pentru $x = L$

$$\mathcal{U}_{j0}\Big|_{x=L} = \sum_{\alpha=1}^{2n} C_\alpha (\mathcal{U}_{j0})_\alpha \Big|_{x=L} = Z_j(p)\mathcal{I}_j \Big|_{x=L} \qquad (j = 1, \ldots, n). \tag{15}$$

Expresia transformatei curentului $\mathcal{I}_j|_{x=L}$ se obține în dependență de $\mathcal{U}_{j0}$ și $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{U}_{j0}}{dx}$ din relațiile (1), scrise sub formă operațională:

$$-\frac{\mathrm{d}\mathcal{U}_{j0}}{\mathrm{d}x} = p \sum_{k=1}^{n} l_{jk} \mathcal{I}_k \qquad (j = 1, \ldots, n). \tag{16}$$

Derivînd relația (14) în raport cu x și înlocuind în expresiile ce dau transformata curentului $\mathcal{I}_j$, obținem această mărime în dependență numai de $\mathcal{U}_{j0}$.

Înlocuindu-le în ecuațiile (15) pentru valoarea particulară a lui x, $x = L$, rezultă un grup de n ecuații omogene în $C_1, \ldots, C_{2n}$. În final, sistemul de ecuații pentru determinarea celor $2n$ constante de integrare este de forma

$$\begin{aligned}
&C_1 D_{11} + C_2 D_{12} + \ldots\ldots\ldots + C_{2n} D_{1(2n)} = \mathcal{E}_1,\\
&\vdots\qquad\qquad\vdots\qquad\qquad\qquad\qquad\vdots\\
&C_1 D_{n1} + C_2 D_{n2} + \ldots\ldots\ldots + C_{2n} D_{n(2n)} = \mathcal{E}_n,\\
&F_{11} C_1 e^{\gamma_1 L} + F_{12} C_2 e^{\gamma_2 L} + \ldots\ldots + F_{1(2n)} C_{2n} e^{\gamma_{2n} L} = 0,\\
&\vdots\\
&F_{n1} C_1 e^{\gamma_1 L} + F_{n2} C_2 e^{\gamma_2 L} + \ldots\ldots + F_{n(2n)} C_{2n} e^{\gamma_{2n} L} = 0,
\end{aligned} \tag{17}$$

unde $F_{j\alpha}(p)$ sînt mărimi cunoscute dependente de parametrii lineici și de impedanța operațională $Z_j(p)$.

Necunoscutele $C_1, \ldots, C_{2n}$ se deduc aplicînd regula lui Cramer sistemului de ecuații (17):

$$C_\alpha = -\frac{\Delta_\alpha}{\Delta} \quad (\alpha = 1, \ldots, 2n). \tag{18}$$

Determinantul caracteristic Δ are în primele n linii și $2n$ coloane numai cifra 1, cu semnele (+) și (−), după condițiile de simetrie ale sistemului; celelalte n linii și coloane sînt formate de expresiile $F_{j\alpha}(p)$. Determinanții Δ_α au aceeași formă ca și determinantul Δ, cu deosebirea că coloana α are primii n termeni de forma $\mathcal{E}_j$ și ultimii n termeni zero.

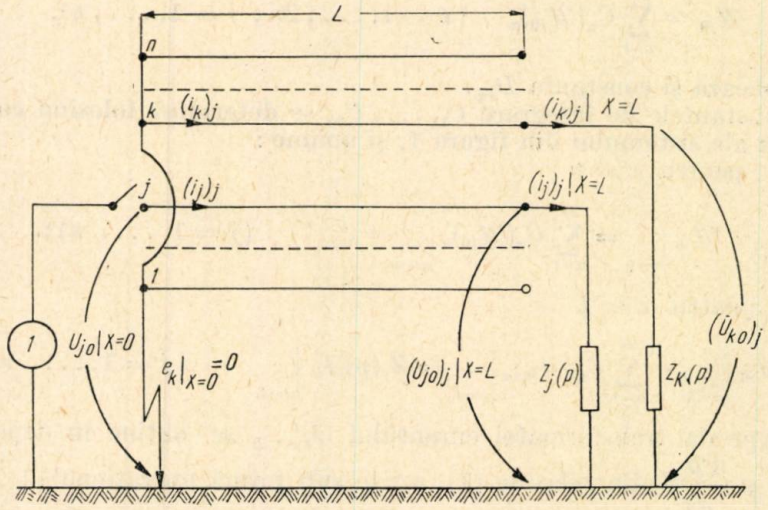


Fig. 2. — Schema unui sistem parțial al unei linii electrice lungi alimentată numai pe conductorul j.

Aplicarea principiului superpoziției sistemului operațional (17), care este similar cu sistemele originale [16], ne conduce la rezolvarea mai simplă a sistemului de ecuații (17). Într-adevăr, stările sistemului dat se pot considera ca rezultanta funcționării a n sisteme parțiale, avînd alimentat cîte

un conductor j ($j = 1,\ldots,n$) cu tensiunea e_j, iar celelalte $n-1$ conductoare fiind scurtcircuitate la intrare și legate la pămînt printr-o impedanță nulă.

Dacă notăm, pentru un sistem general, cu $(\mathcal{U}_{j0})_j$ transformatele tensiunii pe conductorul j în cazul $e_j \neq 0$, $e_k = 0$ ($k = 1,\ldots,n$; $k \neq j$) și cu $(\mathcal{U}_{j0})_k$ transformatele tensiunii pe același conductor j în cazul $e_k \neq 0$, $e_j = 0$ ($j, k = 1,\ldots,n$; $j \neq k$), atunci transformata tensiunii totale pe conductorul j va fi

$$\mathcal{U}_{j0} = (\mathcal{U}_{j0})_{\substack{e_j \neq 0 \\ e_k = 0}} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} (\mathcal{U}_{j0})_{\substack{e_j = 0 \\ e_k \neq 0}} \qquad (19)$$

$$(k = 1,\ldots,n;\ k \neq j);\ (j = 1,\ldots,n;\ j \neq k)$$

Figura 2 reprezintă un sistem parțial al liniei multifilare, cînd $e_j \neq 0$ și $e_k = 0$, $k = 1,\ldots,n$: $k \neq j$.

OBSERVAȚII

1. În cazul alimentării cu tensiuni continue E_j presupunem că valoarea tensiunii e_j care alimentează conductorul j este egală cu unitatea. Mărimile finale ale tensiunii și curentului pe toate conductoarele sistemului parțial j se vor înmulți cu tensiunea E_j.

2. În cazul unei linii echivalente prin transpuneri, considerînd identice impedanțele receptoarelor și tensiunile sursei pentru toate conductoarele, tensiunea transformată totală a conductorului j, aceeași la toate conductoarele, rezultă din suma tensiunilor obținute la rezolvarea unui singur sistem parțial, cînd $e_j \neq 0$, $e_k = 0$, ($k = 1,\ldots,n$; $k \neq j$), conform expresiei (19)

$$\mathcal{U}_{j0} = (\mathcal{U}_{j0})_j + (n-1)\,(\mathcal{U}_{k0})_j. \qquad (20)$$

Metoda prezentată are avantajul unei reprezentări intuitive a fenomenului de propagare fără a complica rezolvarea ecuațiilor, datorită reducerii ordinului determinanților necunoscutelor cu o unitate.

2. DETERMINAREA TRANSFORMATELOR TENSIUNII ȘI CURENTULUI LA O LINIE FĂRĂ PIERDERI CU DOUĂ CONDUCTOARE

2.1. Determinarea soluțiilor generale

Metoda indicată vom aplica-o în cazul cel mai simplu al unui sistem cu două conductoare la care se studiază influența parametrilor lineici mutuali asupra procesului de propagare. Pentru generalitate se consideră diferiți atît parametrii lineici, cît și impedanțele de la capăt ($l_{11} \neq l_{22}$, $c_{11} \neq c_{22}$, $Z_1(p) \neq Z_2(p)$) (fig. 3).

Ecuațiile telegrafiștilor de ordinul unu ale acestei linii sînt

$$\begin{aligned} -\frac{\partial u_{10}}{\partial x} &= l_{11}\frac{\partial i_1}{\partial t} + l_{12}\frac{\partial i_2}{\partial t}, \\ -\frac{\partial u_{20}}{\partial x} &= l_{21}\frac{\partial i_1}{\partial t} + l_{22}\frac{\partial i_2}{\partial t}, \end{aligned} \qquad (21)$$

$$
\begin{aligned}
-\frac{\partial i_1}{\partial x} &= (c_{11} + c_{12})\frac{\partial u_{10}}{\partial t} - c_{12}\frac{\partial u_{20}}{\partial t},\\
-\frac{\partial i_2}{\partial x} &= -c_{21}\frac{\partial u_{10}}{\partial t} + (c_{21} + c_{22})\frac{\partial u_{20}}{\partial t}.
\end{aligned}
\tag{22}
$$

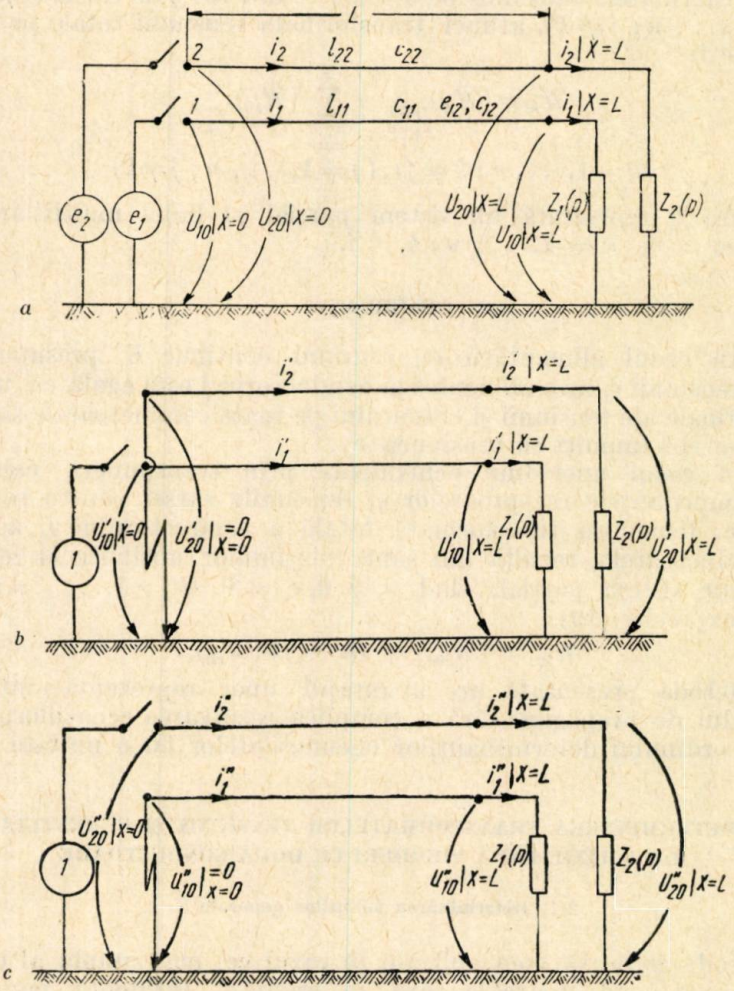


Fig. 3. — Schema unei linii electrice lungi cu două conductoare : *a* — sistemul general ; *b* — sistemul parțial alimentat pe conductorul 1(′) ; *c* — sistemul parțial alimentat pe conductorul 2(″).

Ecuațiile telegrafiștilor de ordinul doi sînt

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u_{10}}{\partial x^2} &= [l_{11}(c_{11}+c_{12}) - l_{12}c_{21}]\frac{\partial^2 u_{10}}{\partial t^2} + [-l_{11}c_{12} + l_{12}(c_{12}+c_{22})]\frac{\partial^2 u_{20}}{\partial t^2},\\
\frac{\partial^2 u_{20}}{\partial x^2} &= [l_{21}(c_{11}+c_{12}) - l_{22}c_{21}]\frac{\partial^2 u_{10}}{\partial t^2} + [-l_{21}c_{12} + l_{22}(c_{21}+c_{22})]\frac{\partial^2 u_{20}}{\partial t^2},
\end{aligned}
\tag{23}
$$

$$\frac{\partial^2 i_1}{\partial x^2} = [l_{11}(c_{11}+c_{12})-l_{21}c_{12}]\frac{\partial^2 i_1}{\partial t^2} +[-l_{22}c_{12}+l_{12}(c_{11}+c_{12})]\frac{\partial^2 i_2}{\partial t^2},$$
$$\frac{\partial^2 i_2}{\partial x^2} = [-l_{11}c_{21}+l_{21}(c_{21}+c_{22})]\frac{\partial^2 i_1}{\partial t^2} +[-l_{12}c_{21}+l_{22}(c_{21}+c_{22})]\frac{\partial^2 i_2}{\partial t^2}. \tag{24}$$

Se observă egalitatea coeficienţilor A_{jj}, B_{jj} daţi de relaţia (5) pentru $\frac{\partial^2 u_{j0}}{\partial t^2}$ şi $\frac{\partial^2 i_j}{\partial t^2}$ şi inegalitatea coeficienţilor A_{jk} şi B_{jk} daţi de relaţia (6).

Condiţiile iniţiale ale liniei sînt

$$u_{10}\,|_{t=0} = u_{20}\,|_{t=0} = 0$$
$$i_1\,|_{t=0} = i_2\,|_{t=0} = 0 \tag{25}$$

iar condiţiile la limită sînt

$$u_{10}\,|_{x=0} = E_1,$$
$$u_{20}\,|_{x=0} = E_2,$$
$$u_{10}\,|_{x=L} = Z_1(p)\cdot i_1\,|_{x=L}, \tag{26}$$
$$u_{20}\,|_{x=L} = Z_2(p)\cdot i_2\,|_{x=L}.$$

Sistemul este descompus în două scheme componente, de tensiuni u'_{j0}, u''_{j0} şi curenţi i'_j, i''_j (fig. 3 *b* şi 3 *c*), avînd următoarele condiţii la limită :

$$u'_{10}\,|_{x=0} = u''_{20}\,|_{x=0} = 1, \quad \text{(a)}$$
$$u''_{10}\,|_{x=0} = u'_{20}\,|_{x=0} = 0, \quad \text{(b)}$$
$$u'_{10}\,|_{x=L} = Z_1(p)\,i'_1\,|_{x=L}, \quad \text{(c)}$$
$$u'_{20}\,|_{x=L} = Z_2(p)\,i'_2\,|_{x=L}, \quad \text{(d)} \tag{27}$$
$$u''_{10}\,|_{x=L} = Z_1(p)\,i''_1\,|_{x=L}, \quad \text{(e)}$$
$$u''_{20}\,|_{x=L} = Z_2(p)\,i''_2\,|_{x=L}. \quad \text{(f)}$$

Condiţiile iniţiale sînt nule pentru ambele scheme. Mărimile indicate în schemele componente şi în schema generală sînt legate prin relaţiile

$$u_{10} = u'_{10} + u''_{10},$$
$$u_{20} = u'_{20} + u''_{20},$$
$$i_1 = i'_1 + i''_1, \tag{28}$$
$$i_2 = i'_2 + i''_2.$$

În lucrarea prezentă ne-am propus, ca pe lîngă exemplificarea metodei superpoziţiei, să analizăm şi influenţa parametrilor lineici mutuali asupra procesului de propagare în cazul liniei fără pierderi. Vom considera de aceea linia echilibrată şi receptorii identici, deci $l_{11} = l_{22} = l$, $l_{12} = l_{21} = m$, $c_{11} = c_{22} = c_0$, $c_{12} = c_{21} = c_m$, $Z_1(p) = Z_2(p) = Z(p)$.

Înlocuind aceste mărimi în (23), obținem

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u_{10}}{\partial x^2} &= [l(c_0 + c_m) - mc_m]\frac{\partial^2 u_{10}}{\partial t^2} + [-lc_m + m(c_0 + c_m)]\frac{\partial^2 u_{20}}{\partial t^2},\\ \frac{\partial^2 u_{20}}{\partial x^2} &= [-lc_m + m(c_0 + c_m)]\frac{\partial^2 u_{10}}{\partial t^2} + [l(c_0 + c_m) - mc_m]\frac{\partial^2 u_{20}}{ut^2}.\end{aligned} \tag{23'}$$

Ecuațiile (24), reprezentînd curenții, sînt în acest caz identice cu ecuațiile (23), confirmînd cele menționate în § 1.

Dimensiunile coeficienților necunoscutelor sînt de forma $\frac{[T]^2}{[L]^2}$. Vom nota de aceea

$$\begin{aligned}l(c_0 + c_m) - mc_m &= T_1^2,\\ -lc_m + m(c_0 + c_m) &= T_2^2.\end{aligned} \tag{29}$$

Cu aceste notații, ecuațiile (23') devin

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u_{10}}{\partial x^2} &= T_1^2\frac{\partial^2 u_{10}}{\partial t^2} + T_2^2\frac{\partial^2 u_{20}}{\partial t^2},\\ \frac{\partial^2 u_{20}}{\partial x^2} &= T_2^2\frac{\partial^2 u_{10}}{\partial t^2} + T_1^2\frac{\partial^2 u_{20}}{\partial t^2}.\end{aligned} \tag{23''}$$

Trecînd la rezolvarea acestui sistem, scriem ecuațiile (23'') sub forma operațională:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^2\mathcal{U}_{10}}{\mathrm{d}x^2} - p^2(T_1^2\mathcal{U}_{10} + T_2^2\mathcal{U}_{20}) &= 0,\\ \frac{\mathrm{d}^2\mathcal{U}_{20}}{\mathrm{d}x^2} - p^2(T_2^2\mathcal{U}_{10} + T_1^2\mathcal{U}_{20}) &= 0.\end{aligned} \tag{30}$$

Soluțiile particulare ale ecuațiilor (30) sînt de forma (9)

$$(\mathcal{U}_{10})_\alpha = D_{1\alpha}e^{\gamma_\alpha x},\ (\mathcal{U}_{20})_\alpha = D_{2\alpha}e^{\gamma_\alpha x}. \tag{31}$$

Înlocuindu-le în (30) și rezolvînd ecuația (11), obținem

$$\begin{aligned}\gamma_{1,2} &= \pm p\sqrt{T_1^2 + T_2^2} = \pm p\sqrt{c_0(l + m)},\\ \gamma_{3,4} &= \pm p\sqrt{T_1^2 - T_2^2} = \pm p\sqrt{(l - m)(c_0 + 2c_m)}.\end{aligned} \tag{32}$$

Soluțiile generale ale ecuațiilor (30) vor fi

$$\begin{aligned}\mathcal{U}_{10} &= T_2^2 p^2(C_1 e^{\gamma_1 x} + C_2 e^{-\gamma_1 x} + C_3 e^{\gamma_3 x} + C_4 e^{-\gamma_3 x})\\ \mathcal{U}_{20} &= T_2^2 p^2(C_1 e^{\gamma_1 x} + C_2 e^{-\gamma_1 x} - C_3 e^{\gamma_3 x} - C_4 e^{-\gamma_3 x}),\end{aligned} \tag{33}$$

deoarece se poate arăta că $(\mathcal{U}_{20})_1 = (\mathcal{U}_{10})_1$, $(\mathcal{U}_{20})_2 = (\mathcal{U}_{10})_2$, $(\mathcal{U}_{20})_3 = -(\mathcal{U}_{10})_3$ și $(\mathcal{U}_{20})_4 = -(\mathcal{U}_{10})_4$.

Notînd

$$\begin{aligned}T_2^2 p^2(C_1 e^{\gamma_1 x} + C_2 e^{-\gamma_1 x}) &= \mathcal{U}_a,\\ T_2^2 p^2(C_3 e^{\gamma_3 x} + C_4 e^{-\gamma_3 x}) &= \mathcal{U}_a,\end{aligned} \tag{34}$$

relaţiile (33) devin

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_{10} &= \mathcal{U}_a + \mathcal{U}_d, \\ \mathcal{U}_{20} &= \mathcal{U}_a - \mathcal{U}_d. \end{aligned} \tag{33'}$$

Se observă deci că transformatele tensiunilor sînt formate din doi termeni $\mathcal{U}_a$ şi $\mathcal{U}_d$, care se adună pentru conductorul prim şi se scad pentru conductorul al doilea.

2.2. Calculul constantelor de integrare

Pentru schema din figura 3 *b*, sistemul de ecuaţii rezultat prin aplicarea condiţiilor la limită este

$$\begin{aligned} &C'_1 + C'_2 + C'_3 + C'_4 = \frac{1}{T_2^2 p^3}, \\ &C'_1 + C'_2 - C'_3 - C'_4 = 0, \\ &C'_1 e^{\gamma_1 L}(1+a) + C'_2 e^{-\gamma_1 L}(1-a) + C'_3 e^{\gamma_3 L}(1+b) + C'_4 e^{-\gamma_3 L}(1-b) = 0, \\ &C'_1 e^{\gamma_1 L}(1+a) + C'_2 e^{-\gamma_1 L}(1-a) - C'_3 e^{\gamma_3 L}(1+b) - C'_4 e^{-\gamma_3 L}(1-b) = 0, \end{aligned} \tag{35}$$

unde

$$\begin{aligned} a &= \frac{Z(p)}{Z_a} = \frac{Z(p)}{\sqrt{\frac{l}{c_0} + \frac{m}{c_0}}}, \\ b &= \frac{Z(p)}{Z_d} = \frac{Z(p)}{\sqrt{\frac{l}{c_0} - \frac{2lc_m + mc_0}{c_0(c_0 + 2c_m)}}}. \end{aligned} \tag{36}$$

Expresiile din ultimele două ecuaţii ale sistemului (35) au rezultat din ecuaţiile (27 c, 27 d), după înlocuirea valorii transformatelor curenţilor determinate din relaţiile (21), scrise sub forma operaţională

$$\begin{aligned} \mathcal{I}'_1 &= \frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(-l\mathcal{U}'_{10} + m\mathcal{U}'_{20})}{p(l^2 - m^2)}, \\ \mathcal{I}'_2 &= \frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(-l\mathcal{U}'_{20} + m\mathcal{U}'_{10})}{p(l^2 - m^2)}. \end{aligned} \tag{37}$$

După înlocuirea în relaţia (37) a relaţiilor (33) aplicate sistemului parţial din figura 3 *b* şi după derivarea lor în raport cu x, obţinem

$$\begin{aligned} \mathcal{I}'_1 &= \frac{T_2^2 p^2}{Z_a}(-C'_1 e^{\gamma_1 x} + C'_2 e^{-\gamma_1 x}) + \frac{T_2^2 p^2}{Z_d}(-C'_3 e^{\gamma_3 x} + C'_4 e^{-\gamma_3 x}), \\ \mathcal{I}'_2 &= \frac{T_2^2 p^2}{Z_a}(-C'_1 e^{\gamma_1 x} + C'_2 e^{-\gamma_1 x}) - \frac{T_2^2 p^2}{Z_d}(-C'_3 e^{\gamma_3 x} + C'_4 e^{-\gamma_3 x}), \end{aligned} \tag{38}$$

unde $Z_a = \sqrt{\frac{l}{c_0} + \frac{m}{c_0}}$ este o impedanță caracteristică mai mare decît cea corespunzătoare unui singur conductor, $Z_0 = \sqrt{\frac{l}{c_0}}$, iar $Z_d = \sqrt{\frac{l}{c_0}\left(1 - \frac{2c_m + \frac{mc_0}{l}}{c_0 + 2c_m}\right)}$ este mai mică sau mai mare decît impedanța caracteristică Z_0 după valorile mărimilor l, m, c_0, c_m.

Se observă că și transformatele curenților $\mathcal{J}_1$ și $\mathcal{J}_2$ sînt suma, respectiv diferența altor doi curenți transformați ca și tensiunile.

Rezolvînd sistemul de ecuații (35), obținem

$$\begin{aligned}
C'_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = -\frac{1-a}{4p^3T_2^2}\cdot\frac{e^{-\gamma_1 L}}{\operatorname{sh}\gamma_1 L + a\operatorname{ch}\gamma_1 L},\\
C'_2 &= \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1+a}{4p^3T_2^2}\cdot\frac{e^{\gamma_1 L}}{\operatorname{sh}\gamma_1 L + a\operatorname{ch}\gamma_1 L},\\
C'_3 &= \frac{\Delta_3}{\Delta} = -\frac{1-b}{4p^3T_2^2}\cdot\frac{e^{-\gamma_3 L}}{\operatorname{sh}\gamma_3 L + b\operatorname{ch}\gamma_3 L},\\
C'_4 &= \frac{\Delta_4}{\Delta} = \frac{1+b}{4p^3T_2^2}\cdot\frac{e^{\gamma_3 L}}{\operatorname{sh}\gamma_3 L + b\operatorname{ch}\gamma_3 L}.
\end{aligned} \tag{39}$$

Sau, înlocuind relațiile (39) în (34) și rezultatele acestora în (33'), obținem transformatele tensiunilor

$$\begin{aligned}
\mathcal{U}'_{10} &= \mathcal{U}'_a + \mathcal{U}'_d = \frac{1}{2p}\left[\frac{\operatorname{sh}\gamma_1(L-x) + a\operatorname{ch}\gamma_1(L-x)}{\operatorname{sh}\gamma_1 L + a\operatorname{ch}\gamma_1 L} + \right.\\
&\qquad \left. + \frac{\operatorname{sh}\gamma_3(L-x) + b\operatorname{ch}\gamma_3(L-x)}{\operatorname{sh}\gamma_3 L + b\operatorname{ch}\gamma_3 L}\right],\\
\mathcal{U}'_{20} &= \mathcal{U}'_a - \mathcal{U}'_d = \frac{1}{2p}\left[\frac{\operatorname{sh}\gamma_1(L-x) + a\operatorname{ch}\gamma_1(L-x)}{\operatorname{sh}\gamma_1 L + a\operatorname{ch}\gamma_1 L} - \right.\\
&\qquad \left. - \frac{\operatorname{sh}\gamma_3(L-x) + b\operatorname{ch}\gamma_3(L-x)}{\operatorname{sh}\gamma_3 L + b\operatorname{ch}\gamma_3 L}\right].
\end{aligned} \tag{40}$$

Prin substituirea relațiilor (39) în (38), obținem transformatele curenților:

$$\begin{aligned}
\mathcal{J}'_1 &= \mathcal{J}'_a + \mathcal{J}'_d = \frac{1}{2p}\left[\frac{\operatorname{ch}\gamma_1(L-x) + a\operatorname{sh}\gamma_1(L-x)}{Z_a(\operatorname{sh}\gamma_1 L + a\operatorname{ch}\gamma_1 L)} + \right.\\
&\qquad \left. + \frac{\operatorname{ch}\gamma_3(L-x) + b\operatorname{sh}\gamma_3(L-x)}{Z_d(\operatorname{sh}\gamma_3 L + b\operatorname{ch}\gamma_3 L)}\right],\\
\mathcal{J}'_2 &= \mathcal{J}'_a - \mathcal{J}'_d = \frac{1}{2p}\left[\frac{\operatorname{ch}\gamma_1(L-x) + a\operatorname{sh}\gamma_1(L-x)}{Z_a(\operatorname{sh}\gamma_1 L + a\operatorname{ch}\gamma_1 L)} - \right.\\
&\qquad \left. - \frac{\operatorname{ch}\gamma_3(L-x) + b\operatorname{sh}\gamma_3(L-x)}{Z_d(\operatorname{sh}\gamma_3 L + b\operatorname{ch}\gamma_3 L)}\right].
\end{aligned} \tag{41}$$

Se observă că atît tensiunea, cît și curentul sînt rezultante a două unde, avînd perioadele de oscilație $T_a = T_0\sqrt{1+k_l}$ și $T_d = T_0\sqrt{(1+k_l)(1+2k_c)}$ în care $k_l = \frac{m}{l}$, $k_c = \frac{c_m}{c_0}$ și $T_0 = 2\pi\sqrt{lc_0}$.

Procedînd în același mod pentru schema din figura 3*c*, unde $e_1 = 0$ și $e_2 \neq 0$, obținem pentru determinarea constantelor C_1'', C_2'', C_3'', C_4'' din relațiile (33) sistemul de ecuații

$$\begin{aligned}
&C_1'' + C_2'' + C_3'' + C_4'' = 0,\\
&C_1'' + C_2'' - C_3'' - C_4'' = \frac{1}{T_2^2 p^3},\\
&C_1'' e^{\gamma_1 L}(1+a) + C_2'' e^{-\gamma_1 L}(1-a) + C_3'' e^{\gamma_3 L}(1+b) + C_4'' e^{-\gamma_3 L}(1-b) = 0,\\
&C_1'' e^{\gamma_1 L}(1+a) + C_2'' e^{-\gamma_1 L}(1-a) - C_3'' e^{\gamma_3 L}(1+b) - C_4'' e^{-\gamma_3 L}(1-b) = 0.
\end{aligned} \tag{42}$$

Prin rezolvare obținem $C_1'' = C_1'$, $C_2'' = C_2'$, $C_3'' = -C_3'$, $C_4'' = -C_4'$. Expresiile transformatelor tensiunilor sînt

$$\mathcal{U}_{10}'' = \frac{1}{2p}\left[\frac{\mathrm{sh}\gamma_1(L-x) + a\mathrm{ch}\gamma_1(L-x)}{\mathrm{sh}\gamma_1 L + a\mathrm{ch}\gamma_1 L} - \frac{\mathrm{sh}\gamma_3(L-x) + b\mathrm{ch}\gamma_3(L-x)}{\mathrm{sh}\gamma_3 L + b\mathrm{ch}\gamma_3 L}\right], \tag{43}$$

$$\mathcal{U}_{20}'' = \frac{1}{2p}\left[\frac{\mathrm{sh}\gamma_1(L-x) + a\mathrm{ch}\gamma_1(L-x)}{\mathrm{sh}\gamma_1 L + a\mathrm{ch}\gamma_1 L} + \frac{\mathrm{sh}\gamma_3(L-x) + b\mathrm{ch}\gamma_3(L-x)}{\mathrm{sh}\gamma_3 L + b\mathrm{ch}\gamma_3 L}\right].$$

Sau, expunîndu-le sub forma condensată după relația (33'),

$$\begin{aligned}
\mathcal{U}_{10}'' &= \mathcal{U}_a - \mathcal{U}_d,\\
\mathcal{U}_{20}'' &= \mathcal{U}_a + \mathcal{U}_d.
\end{aligned} \tag{43'}$$

Tensiunile transformate ale schemei din figura 3 *a* — linia alimentată cu două tensiuni continue E_1 și E_2 — vor fi, aplicînd relația (20) și ținînd seama de procedura indicată în paragraful 1,

$$\begin{aligned}
\mathcal{U}_{10} &= E_1\mathcal{U}_{10}' + E_2\mathcal{U}_{10}'' = (E_1+E_2)\mathcal{U}_a + (E_1-E_2)\mathcal{U}_d,\\
\mathcal{U}_{20} &= E_1\mathcal{U}_{20}' + E_2\mathcal{U}_{20}'' = (E_1+E_2)\mathcal{U}_a - (E_1-E_2)\mathcal{U}_d,
\end{aligned} \tag{44}$$

unde

$$\begin{aligned}
\mathcal{U}_a &= \frac{1}{2p}\cdot\frac{\mathrm{sh}\gamma_1(L-x) + a\mathrm{ch}\gamma_1(L-x)}{\mathrm{sh}\gamma_1 L + a\mathrm{ch}\gamma_1 L},\\
\mathcal{U}_d &= \frac{1}{2p}\cdot\frac{\mathrm{sh}\gamma_3(L-x) + b\mathrm{ch}\gamma_3(L-x)}{\mathrm{sh}\gamma_3 L + b\mathrm{ch}\gamma_3 L}.
\end{aligned} \tag{45}$$

Prin analogie, din relațiile (41), (43), (44) rezultă și transformatele curenților :

$$\begin{aligned}
\mathcal{I}_1 &= E_1\mathcal{I}_1' + E_2\mathcal{I}_1'' = (E_1+E_2)\mathcal{I}_a + (E_1-E_2)\mathcal{I}_d,\\
\mathcal{I}_2 &= E_1\mathcal{I}_2' + E_2\mathcal{I}_2'' = (E_1+E_2)\mathcal{I}_a - (E_1-E_2)\mathcal{I}_d,
\end{aligned} \tag{46}$$

unde

$$\mathcal{I}_a = \frac{1}{2pZ_a} \cdot \frac{\mathrm{ch}\gamma_1(L-x) + a\,\mathrm{sh}\gamma_1(L-x)}{\mathrm{sh}\gamma_1 L + a\,\mathrm{ch}\gamma_1 L};$$
$$\mathcal{I}_d = \frac{1}{2pZ_d} \cdot \frac{\mathrm{ch}\gamma_3(L-x) + b\,\mathrm{sh}\gamma_3(L-x)}{\mathrm{sh}\gamma_3 L + b\,\mathrm{ch}\gamma_3 L}; \qquad (47)$$

$\mathcal{U}_a$, $\mathcal{U}_d$, $\mathcal{I}_a$ și $\mathcal{I}_d$ sînt transformatele tensiunilor și curenților componenți pentru tensiunea treaptă $E = 1$.

Rezultatele obținute prin metoda calculului direct sînt analoge cu cele deduse în lucrarea [3] prin metoda matriceală. Forma sub care s-au

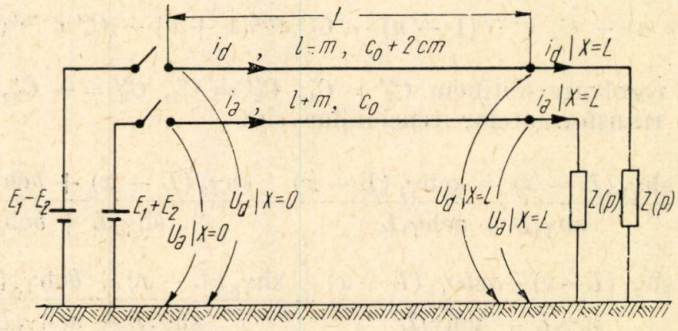


Fig. 4. — Schema echivalentă a unei linii cu două conductoare cu cuplaje inductive și capacitive.

obținut prezintă avantajul unei interpretări intuitive. Se observă că linia cu două conductoare echilibrate din figura 3 *a* poate fi înlocuită cu o linie echivalentă cu două conductoare neidentice, fără cuplaj inductiv și nici capacitiv, avînd parametrii lineici $l + m$, c_0 și $l - m$, $c_0 + 2c_m$, fiind alimentate cu tensiunile $E_1 + E_2$, respectiv $E_1 - E_2$ (fig. 4). Tensiunile sistemului inițial se obțin pentru conductorul 1 prin adunarea celor două tensiuni echivalente, iar pentru conductorul 2 prin scăderea lor.

În cazul cînd și tensiunile de alimentare sînt egale, $E_1 = E_2$, se observă că

$$\mathcal{U}_{10} = \mathcal{U}_{20} = \frac{E}{p} \cdot \frac{\mathrm{sh}\,\gamma_1(L-x) + a\,\mathrm{ch}\,\gamma_1(L-x)}{\mathrm{sh}\,\gamma_1 L + a\,\mathrm{ch}\,\gamma_1 L},$$
$$\mathcal{I}_1 = \mathcal{I}_2 = \frac{E}{pZ_a} \cdot \frac{\mathrm{ch}\,\gamma_1(L-x) + a\,\mathrm{sh}\,\gamma_1(L-x)}{\mathrm{sh}\,\gamma_1 L + a\,\mathrm{ch}\,\gamma_1 L}. \qquad (48)$$

Expresiile (48) sînt identice cu cele cunoscute de la liniile cu un singur conductor [6], cu deosebirea care rezultă din valorile diferite ale lui γ_1 și Z_a față de $\gamma = p\sqrt{lc_0}$ și $Z_0 = \sqrt{\frac{l}{c_0}}$.

2.3. Verificarea expresiilor transformatelor tensiunii și curentului

Din expresiile (44) și (45) trebuie să se poată obține transformatele tensiunii în punctul-limită $x = 0$, iar din (44), (45) și (46), (47), expresiile transformatelor tensiunii și curentului pentru linia cu un singur conductor, aplicînd condiția lipsei conductorului al doilea, $n = 1$.

Pentru prima verificare, punînd în expresiile (44) și (45) $x = 0$, obținem

$$\begin{aligned}\mathcal{U}_{10}|_{x=0} &= \frac{E_1 + E_2}{2p} \cdot \frac{\operatorname{sh}\gamma_1 L + a \operatorname{ch}\gamma_1 L}{\operatorname{sh}\gamma_1 L + a \operatorname{ch}\gamma_1 L} + \frac{E_1 - E_2}{2p} \cdot \\ &\cdot \frac{\operatorname{sh}\gamma_3 L + b \operatorname{ch}\gamma_3 L}{\operatorname{sh}\gamma_3 L + b \operatorname{ch}\gamma_3 L} = \frac{E_1}{p} \\ \mathcal{U}_{20}|_{x=0} &= \frac{E_1 + E_2}{2p} \cdot \frac{\operatorname{sh}\gamma_1 L + a \operatorname{ch}\gamma_1 L}{\operatorname{sh}\gamma_1 L + a \operatorname{ch}\gamma_1 L} - \frac{E_1 - E_2}{2p} \cdot \\ &\cdot \frac{\operatorname{sh}\gamma_3 L + b \operatorname{ch}\gamma_3 L}{\operatorname{sh}\gamma_3 L + b \operatorname{ch}\gamma_3 L} = \frac{E_2}{p}.\end{aligned} \tag{49}$$

Pentru a doua verificare — deducerea expresiilor transformatelor tensiunii și curentului liniei cu un conductor din expresiile transformatelor acelorași mărimi ale liniei cu două conductoare — considerăm în expresiile menționate $l_{12} = m = 0$ și $c_{12} = c_m = 0$; $E_2 = 0$; $Z_2(p) = 0$. În acest caz, expresiile (32) și (36) devin

$$\begin{aligned}\gamma_{1,2} &= \pm p\sqrt{l\,c_0} = \gamma, \\ \gamma_{3,4} &= \pm p\sqrt{l\,c_0} = \gamma,\end{aligned} \tag{32'}$$

respectiv

$$a = b = \frac{Z(p)}{Z_0}. \tag{36'}$$

Înlocuind relațiile (32') și (36') în relațiile (44), (45) și (46), (47), obținem

$$\begin{aligned}\mathcal{U}_{10} &= \frac{E_1}{2p} \cdot \frac{\operatorname{sh}\gamma(L-x) + \dfrac{Z(p)}{Z_0}\operatorname{ch}\gamma(L-x)}{\operatorname{sh}\gamma L + \dfrac{Z(p)}{Z_0}\operatorname{ch}\gamma L} + \\ &+ \frac{E_1}{2p} \cdot \frac{\operatorname{sh}\gamma(L-x) + \dfrac{Z(p)}{Z_0}\operatorname{ch}\gamma(L-x)}{\operatorname{sh}\gamma L + \dfrac{Z(p)}{Z_0}\operatorname{ch}\gamma L} = \\ &= \frac{E_1}{p} \cdot \frac{\operatorname{sh}\gamma(L-x) + \dfrac{Z(p)}{Z_0}\operatorname{ch}\gamma(L-x)}{\operatorname{sh}\gamma L + \dfrac{Z(p)}{Z_0}\operatorname{ch}\gamma L},\end{aligned} \tag{50}$$

$$\mathcal{U}_{20} = E_1 \ (\mathcal{U}_a - \mathcal{U}_a) = 0,$$

$$\mathcal{J}_1 = \frac{E_1}{2pZ_0}\left[\frac{\operatorname{ch}\gamma(L-x) + \frac{Z(p)}{Z_0}\operatorname{sh}\gamma(L-x)}{\operatorname{sh}\gamma L + \frac{Z(p)}{Z_0}\operatorname{ch}\gamma L} + \right.$$

$$\left. + \frac{\operatorname{ch}\gamma(L-x) + \frac{Z(p)}{Z_0}\operatorname{sh}\gamma(L-x)}{\operatorname{sh}\gamma L + \frac{Z(p)}{Z_0}\operatorname{ch}\gamma L}\right] =$$

$$= \frac{E_1}{pZ_0} \cdot \frac{\operatorname{ch}\gamma(L-x) + \frac{Z(p)}{Z_0}\operatorname{sh}\gamma(L-x)}{\operatorname{sh}\gamma L + \frac{Z(p)}{Z_0}\operatorname{ch}\gamma L}.$$

Se observă că se verifică ambele particularizări, ceea ce confirmă corectitudinea expresiilor.

3. DETERMINAREA MĂRIMILOR ORIGINALE

Expresiile transformatelor tensiunii (44), (45) și curentului (46), (47) sînt compuse în cazul general din doi termeni analogi ca structură cu expresia aceloraşi mărimi la linia cu un conductor. Mărimile originale se vor deduce deci prin procedurile clasice utilizate în acest caz. Menționăm că expresiile sînt destul de complicate, fiind diferite după natura impedanțelor operaționale $Z_1(p)$, $Z_2(p)$, $Z(p)$ racordate la capătul liniei. În lucrările [6] și [17] se dă rezolvarea pentru cazurile $Z(p) = \infty$, $Z(p) = 0$, $Z(p) = r$, iar în [18] se indică un caz în care $Z(p) = pL$, de aceea nu le vom mai reproduce.

Întrucît am considerat sistemul cu linia echilibrată și cu impedanțele receptoarelor egale, originalele tensiunii și curentului vor fi, ca și transformatele lor, exprimate de relațiile (48), în cazul cînd $E_1 = E_2$ și de relațiile (44) și (45), cînd $E_1 \neq E_2$, identice cu acelea ale liniei cu un singur conductor. Deci

$$\begin{aligned} u_{i0} &= u_{20}, \\ i_1 &= i_2. \end{aligned} \tag{51}$$

Dacă considerăm cazurile-limită, $Z(p) = \infty$ (linia în gol) și $Z(p) = 0$ (linia în scurtcircuit), tensiunea la capătul liniei va varia după o curbă periodică dreptunghiulară, în primul caz și va fi zero în al doilea caz.

Se observă deci că, în cazul egalității tensiunilor sursei, linia cu mai multe conductoare are aceleași expresii ale tensiunii și curentului ca și linia cu un singur conductor, avînd însă impedanța caracteristică diferită.

Neegalitatea tensiunilor sursei are ca efect apariția a doi termeni componenți atît la tensiune, cît și la curent, adunîndu-se pentru unul din conductoare și scăzîndu-se pentru celălalt.

Neegalitatea impedanței receptoarelor $Z(p)$ conduce la complicarea și mai importantă a transformatelor și a originalului tensiunilor și curentului, datorită apariției a patru parametri distincți $a(p)$ și $b(p)$ în relațiile (35) și (36) avînd ca efect apariția unei a treia tensiuni în transformatele și în originalele mărimilor.

Neegalitatea parametrilor lineici mutuali și proprii are ca efect mărirea gradului de complexitate al problemei prin complicarea expresiilor mărimilor γ.

4. INFLUENȚA PARAMETRILOR LINEICI MUTUALI ÎN PROCESUL DE PROPAGARE PE O LINIE ELECTRICĂ CU DOUĂ CONDUCTOARE

O linie electrică cu două conductoare alimentate cu tensiuni continue s-ar comporta ca două linii cu cîte un conductor independente una de alta numai în cazul-limită cînd distanța dintre ele ar fi practic infinită sau cînd ar fi ecranate astfel că inductanțele mutuale și capacitățile parțiale dintre conductoare ar fi practic nule.

Influența acestor cuplaje este diferită în funcție de condițiile de la extremitățile liniei, și anume de tensiunile sursei și de impedanțele receptoarelor.

4.1. Linia echilibrată alimentată cu tensiuni egale

În cazul cînd cele două conductoare sînt alimentate cu tensiuni egale $E_1 = E_2 = E$, modurile de propagare ale tensiunii și curentului pe ambele conductoare sînt egale. Expresiile transformatelor tensiunii și curentului au pentru ambele conductoare aceeași formă (48) cu transformatele tensiunii și curentului pe linia fără pierderi cu un singur conductor, cu deosebirea că argumentele γ_1 și γ_0, respectiv impedanțele caracteristice Z_a și Z_0, sînt diferite. Relația

$$Z_a = \sqrt{\frac{l + m}{c_0}} = Z_0\sqrt{1 + k_l} \tag{52}$$

arată legătura dintre impedanțele caracteristice Z_a și Z_0, unde $Z_0 = \sqrt{\frac{l}{c_0}}$ este impedanța caracteristică a liniei fără pierderi cu un singur conductor, de parametri lineici l și c_0, iar $k_l = \frac{m}{l}$ este coeficientul de cuplaj inductiv. Întrucît k_l este o mărime pozitivă cuprinsă între 0 și 1, rezultă că raportul celor două impedanțe caracteristice este egal cu $\sqrt{1 + k_l}$ (tabela 1) și variază între 1 (cele două conductoare sînt practic infinit distanțate, formînd fiecare un circuit independent) și 1,41 (cele două conductoare sînt confundate).

Argumentele operaționale ale mărimilor hiperbolice ale transformatei tensiunii și curentului variază de asemenea după relația (52)

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{p\sqrt{(l + m)\,c_0}}{p\sqrt{l\,c_0}} = \sqrt{1 + k_l}. \tag{52'}$$

Viteza de propagare a undelor de tensiune și de curent este

$$v_a = \frac{1}{\sqrt{(l+m)\,c_0}} = \frac{v_0}{\sqrt{1+k_l}} = v_0\,(1+k_l)^{-\frac{1}{2}}. \qquad (53)$$

Sau, dezvoltînd în serie relația (53), obținem

$$v_a = v_0\left\{1 - \left[\left(\frac{k_l}{2} + \frac{1.3.5}{2.4.6}\,k_l^3 + \ldots\right) - \left(\frac{1.3}{2.4}\,k_l^2 + \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\,k_l^4 + \ldots\right)\right]\right\}. \qquad (53')$$

În tabela 1 se arată valorile rapoartelor $\frac{v_a}{v_0}$ și $\frac{\gamma_1}{\gamma_0}$, respectiv $\frac{Z_a}{Z_0}$, în funcție de raportul inductanțelor mutuale și proprii ale liniei, k_l.

În figura 5 se reprezintă grafic variația acelorași rapoarte în funcție de coeficientul de cuplaj inductiv k_l.

Tabela

Variația vitezei de propagare și a impedanței

k_l	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4
$\frac{v_a}{v_0}$	1	0,976	0,954	0,933	0,914	0,9	0,877	0,862	0,847
$\frac{Z_a}{Z_0}$	1	1,025	1,049	1,072	1,095	1,118	1,140	1,162	1,183

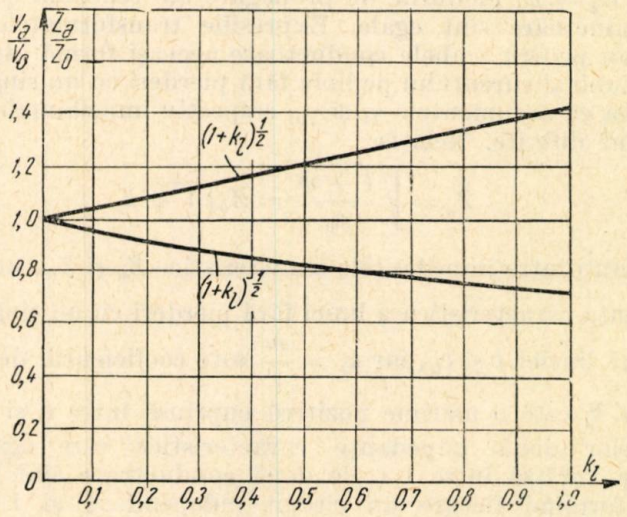


Fig. 5. — Variația rapoartelor $\frac{v_a}{v_0}$ și $\frac{Z_a}{Z_0}$ în funcție de k_l.

Se observă că, în cazul liniei echilibrate cu impedanțele receptoarelor egale și alimentată cu tensiuni egale, capacitatea parțială dintre cele două conductoare nu intervine în mărimile caracteristice propagării:

viteza de propagare, impedanța caracteristică etc., datorită faptului că diferența de potențiale dintre cele două conductoare este nulă. Mărimile caracteristice variază direct sau invers proporțional cu $(1 + k_l)^{\frac{1}{2}}$, așa cum rezultă din relațiile (52), (52'), (53).

4.2. Linie echilibrată alimentată cu tensiuni neegale

Relațiile (44), (45) și (46), (47) arată că transformatele tensiunilor în acest caz se obțin din suma, respectiv diferența a două unde de propagare componente $\mathcal{U}_a$, $\mathcal{I}_a$ și $\mathcal{U}_d$, $\mathcal{I}_d$, ultima adunîndu-se pentru conductorul la care tensiunea E_j $(j = 1,2)$ este mai mare și scăzîndu-se pentru conductorul la care tensiunea E_j este mai mică. Componenta $\mathcal{U}_a$ se înmulțește cu suma celor două tensiuni $(E_1 + E_2)$, iar componenta $\mathcal{U}_d$ cu diferența lor, $(E_1 - E_2)$, cînd $E_1 > E_2$, și cu $(E_2 - E_1)$, cînd $E_1 < E_2$. În

1

caracteristice în funcție de coeficientul de cuplaj k_l

0,45	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	obs.
0,833	0,817	0,79	0,767	0,745	0,725	0,707	
1,204	1,225	1,265	1,304	1,342	1,378	1,414	

ultima situație, relațiile (44) și (46) devin

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_{10} &= (E_1 + E_2)\,\mathcal{U}_a - (E_2 - E_1)\,\mathcal{U}_d, \\ \mathcal{U}_{20} &= (E_1 + E_2)\,\mathcal{U}_a + (E_2 - E_1)\,\mathcal{U}_d, \end{aligned} \tag{54}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_1 &= (E_1 + E_2)\,\mathcal{I}_a - (E_2 - E_1)\,\mathcal{I}_d, \\ \mathcal{I}_2 &= (E_1 + E_2)\,\mathcal{I}_a + (E_2 - E_1)\,\mathcal{I}_d. \end{aligned} \tag{55}$$

Influența parametrilor lineici mutuali asupra primei componente a fost studiată la punctul precedent. Componenta a doua $\mathcal{U}_d$ are aceeași formă ca și componenta $\mathcal{U}_a$, cu deosebirea că argumentul γ_1 este înlocuit cu γ_3, iar impedanța caracteristică Z_a este înlocuită cu Z_d.

Relațiile (52), (52'), (53) devin deci

$$Z_d = \sqrt{\frac{(l - m)}{c_0 + 2c_m}} = Z_0 \sqrt{\frac{1 - k_l}{1 + 2k_c}}, \tag{56}$$

unde $k_c = \dfrac{c_m}{c_0}$ este coeficientul de cuplaj capacitiv, iar Z_d este impedanța caracteristică a unui conductor de parametri lineici $l - m$, $c_0 + 2c_m$;

$$\frac{\gamma_3}{\gamma_0} = \frac{p\sqrt{(l - m)(c_0 + 2c_m)}}{p\sqrt{l\,c_0}} = \sqrt{(1 - k_l)(1 + 2k_c)}\ ; \tag{57}$$

γ_3 — argumentul componentei $\mathcal{U}_d$;

$$v_d = \frac{1}{\sqrt{(l-m)(c_0+2c_m)}} = \frac{v_0}{\sqrt{(1-k_l)(1+2k_c)}}; \tag{58}$$

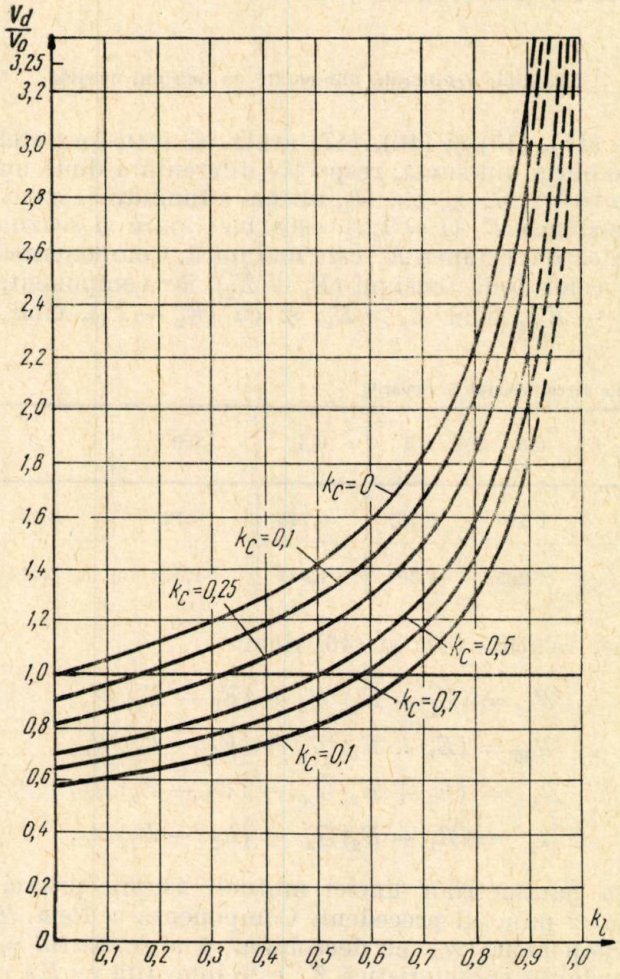


Fig. 6. — Variația rapoartelor $\frac{v_d}{v_0}$ în funcție de k_l și k_c.

v_d — viteza de propagare a componentei $\mathcal{U}_d$.

În acest caz intervine și coeficientul de cuplaj capacitiv k_c.

În tabela 2 se indică variația raportului vitezei de propagare $_d$ față de v_0 pentru valorile lui k_l și k_c cuprinse între 0 și 1.

Condiția ca $\frac{v_d}{v_0} \leqslant 1$ rezultă din relația (58)

$$k_l \leqslant \frac{k_c}{k_c + 0{,}5}. \tag{59}$$

Tabela 2

Variația raportului v_d/v_0 la o linie cu două conductoare în funcție de coeficienții de cuplaj k_l și k_c

k_c \ k_l	0,	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0	1	1,027	1,053	1,085	1,108	1,154	1,195	1,242	1,293	1,348	1,413	1,583	1,825	2,233	3,163	∞
0,05	0,952	0,978	1,004	1,034	1,064	1,1	1,14	1,183	1,233	1,286	1,35	1,507	1,74	2,13	3,014	„
0,1	0,913	0,936	0,962	0,99	1,022	1,053	1,092	1,133	1,177	1,232	1,293	1,443	1,667	2,044	2,886	„
0,15	0,877	0,901	0,924	0,952	0,982	1,014	1,047	1,087	1,133	1,183	1,24	1,387	1,601	1,961	2,774	„
0,2	0,845	0,867	0,892	0,917	0,944	0,975	1,01	1,047	1,093	1,138	1,195	1,336	1,543	1,888	2,67	„
0,25	0,817	0,837	0,862	0,885	0,913	0,943	0,976	1,03	1,053	1,11	1,153	1,292	1,493	1,826	2,585	„
0,3	0,79	0,811	0,833	0,857	0,884	0,913	0,945	0,982	1,021	1,065	1,117	1,25	1,442	1,768	2,5	„
0,35	0,767	0,787	0,808	0,823	0,857	0,886	0,917	0,952	0,99	1,034	1,084	1,213	1,4	1,713	2,425	„
0,4	0,745	0,763	0,786	0,807	0,833	0,862	0,892	0,924	0,962	1,004	1,053	1,177	1,363	1,667	2,354	„
0,45	0,725	0,745	0,763	0,787	0,812	0,837	0,868	0,902	0,936	0,98	1,025	1,147	1,325	1,162	2,293	„
0,5	0,707	0,726	0,746	0,767	0,792	0,817	0,846	0,877	0,913	0,953	1,0	1,116	1,292	1,582	2,232	„
0,6	0,674	0,692	0,712	0,732	0,753	0,778	0,807	0,837	0,871	0,91	0,953	1,066	1,23	1,502	2,13	„
0,7	0,645	0,662	0,68	0,7	0,722	0,745	0,772	0,802	0,833	0,87	0,913	1,02	1,176	1,443	2,04	„
0,8	0,621	0,636	0,653	0,673	0,693	0,717	0,742	0,77	0,801	0,837	0,877	0,982	1,131	1,387	1,963	„
0,9	0,598	0,613	0,629	0,648	0,668	0,69	0,715	0,742	0,771	0,806	0,846	0,944	1,093	1,337	1,887	„
1,0	0,577	0,592	0,608	0,627	0,645	0,667	0,69	0,717	0,746	0,778	0,817	0,913	1,053	1,292	1,827	„

În cazul cînd parametrii lineici sînt aleși astfel ca să satisfacă egalitatea (59), viteza de propagare v_d a componentei $\mathcal{U}_d$ este egală cu viteza de propagare v_0 de pe linia cu un singur conductor.

În figura 6 se arată variația raportului $\frac{v_d}{v_0}$ în funcție de k_l pentru $k_c = 0$; 0,1; 0,25; 0,5; 0,7; 1. Din această figură rezultă:

a) pentru valori ale celor doi coeficienți de cuplaj cuprinse între curba $k_c = 0$, dreapta de ordonată 1 și dreapta de abscisă 1, $v_d > v_0$; pentru valori ale acestora cuprinse între aceeași orizontală, curba $k_c = 1$ și axa ordonatelor, $v_d < v_0$;

b) domeniul valorilor $v_d < v_0$ este mult mai mic decît al valorilor $v_d > v_0$;

c) pentru $0{,}9 < k_l < 1$, v_d crește de la 1,82 v_0, cînd $k_c = 1$ și $k_l = 0{,}9$, pînă la valori teoretic infinite. Evident că, practic, acest raport nu poate fi mai mare de 5—10, valoare specifică liniilor în cablu, pentru a nu se depăși viteza luminii în mărime absolută.

OBSERVAȚII

Relațiile obținute în cazul liniei cu două conductoare cînd $E_1 \neq E_2$ se pot exprima și în funcție de dimensiunile geometrice ale liniei, și anume de raportul dintre înălțimea conductoarelor deasupra solului și de distanța dintre ele.

5. CONCLUZII

1. Folosirea metodei superpoziției la studiul fenomenelor de propagare pe o linie cu mai multe conductoare permite reprezentarea mai intuitivă a acestui proces; mărimile care intervin în desfășurarea lui se obțin prin calcul direct, fără complicarea deosebită a relațiilor.

2. Influența parametrilor lineici mutuali ai unei linii multifilare asupra vitezei de propagare, a impedanței caracteristice și a argumentului funcțiilor hiperbolice este importantă și depinde de modul de propagare considerat. În funcție de schema sursei de alimentare, de cea a receptoarelor și a gradului de echilibrare a liniei, pot să existe sau nu unele moduri de propagare.

3. În cazul unui sistem fără pierderi, practic complet echilibrat — tensiuni aplicate identice, linie echilibrată prin transpuneri și receptoare identice —, propagarea tensiunii și a curentului pe linia multifilară se desfășoară după aceleași relații ca și la linia cu un singur conductor, cu deosebirea că viteza de propagare se mărește de $(1 + k_l)^{-\frac{1}{2}}$ ori, iar impedanța caracteristică și argumentul γ se măresc de $(1 + k_l)^{\frac{1}{2}}$ față de mărimile corespunzătoare ale liniei cu un singur conductor. Cuplajul capacitiv în acest caz nu are nici un efect, deoarece nu există diferențe de potențial între conductoarele liniei în același plan transversal.

4. În cazul unui sistem cu două conductoare alimentate cu tensiuni continue neegale, linia fiind echilibrată, iar receptoarele identice, transformatele tensiunilor pe cele două conductoare sînt egale cu suma, respectiv cu diferența a două moduri de propagare γ_1, respectiv γ_3, după cum tensiunea aplicată este mai mare sau mai mică față de aceea de pe celălalt conductor. Vitezele de propagare sînt $v_a = v_0 (1 + k_l)^{-\frac{1}{2}}$ și $v_d = v_0 (1 - k_l)^{-\frac{1}{2}} (1+2k_c)^{-\frac{1}{2}}$, iar impedanțele caracteristice $Z_a = Z_0 (1+k_l)^{\frac{1}{2}}$ și $Z_d = Z_0 (1 - k_l)^{-\frac{1}{2}} (1 + 2k_c)^{\frac{1}{2}}$, unde $v_0 = (l\, c_0)^{-\frac{1}{2}}$ și $Z_0 = \sqrt{\frac{l}{c_0}}$.

5. Sistemul de la punctul 4 se poate înlocui cu un sistem echivalent format din două linii cu cîte un singur conductor independent, unul dintre conductoare fiind alimentat de tensiunea $E_1 + E_2$ cu parametrii lineici $l + m$, c_0, iar celălalt fiind alimentat de tensiunea $E_1 - E_2$ cu parametrii lineici $l - m$, $c_0 + 2c_m$.

Tensiunile și curenții pe linia reală rezultă din adunarea tensiunilor și curenților pe conductoarele echivalente pentru conductorul avînd tensiunea de alimentare mai mare și prin scăderea lor pentru conductorul cu tensiunea de alimentare mai mică.

BIBLIOGRAFIE

1. W. Thomson, *On the Theory of the Electric Telegraph*, Phil. Mag., *4, 11*, 146—160 (1856).
2. G. Kirchhoff, *Über die Bewegung der Elektrizität in den Leitungen*, Pogg. Ann., *100*, 193—217 (1857).
3. S. Hayashi, *Surges on Transmission Systems*, 1955, Kyoto, Denkishon Inc., Japan.
4. L. V. Bewley, *Traveling Waves on Transmission Systems*, Second edition, New York, John Wiley & Sons Inc.; Londra, Chapman Hall Ltd., 1951.
5. E. Weber, *Linear Transient Analysis*, vol. II, New York, John Wiley & Sons Inc.; Londra, Chapman Hall Ltd., 1956.
6. M. I. Kontorovici, *Calculul operațional și fenomenele tranzitorii în circuitele electrice*, trad. din limba rusă, București, Edit. de stat, 1955.
7. S. Goldman, *Transformation Calculus and Electrical Transients*, New York, Prentice-Hall, 1949.
8. М. В. Костенко, *Распространение электромагнитных волн вдоль многопроводных линий*, *Электричество*, II (1960).
9. G. E. Adams, *Wave Propagation along Unbalanced Voltage Transmission Lines*, Pow. App. Syst., 639—647 (1959).
10. R. Pelisser, *La propagation des ondes transitoires et périodiques le long des lignes électriques*, Rev. Gen. El., *9*, 379—399; *10*, 437—354; *11*, 502—512 (1950).
11. R. Uram, R. W. Miller, *Mathematical Analysis and Solution of Transmission Line Transients, I, Theory*, IEE Trans. Pow. App. Syst., *83, 11*, 1 116—1 123 (1964).
12. К. П. Кадомская, Л. Левинштейн, Г. П. Штеренберг, *О решении уравнений длинной линии электропередачи на математических машинах непрерывного и дискретного действия*, И АН СССР, Энергетика и транспорт, 4, 508—513, 1963.
13. G. Drăgan, I. Adămuț, M. Petcu, *Analog Computer Investigation into Surges Appearing on Opening Capacitive and Inductive circuits*, CIGRE — 1966, rap. 424.
14. P. I. Kuznețov, R. Strtanovici, *The Propagation of Electromagnetic Waves in Multiconductor Transmission Lines*, Oxford—London—New York—Paris, Pergamon Press, 1964.

15. I. Adămuț, *Schema analogică pentru modelarea propagării undelor pe linii cu mai mult de două conductoare*, — Memoriu intern, Inst. de energ., Academia Republicii Socialiste România, 1965.
16. A. Angot, *Compléments de mathématiques*, Paris, Editions de la Revue d'optique, 1949.
17. I. T. Teumin, *Îndreptar privind regimurile electrice tranzitorii*, trad. din limba rusă, București, Edit. tehnică, 1956.
18. N. N. Lebedev, *Funcții speciale și aplicațiile lor*, trad. din limba rusă, București, Edit. tehnică, 1957.
19. R. Răduleț, A. Timotin, A. Țugulea, *Ecuațiile generale și parametrii lineici ai sistemelor complexe de conductoare paralele cu pierderi în prezența solului*, St. cerc. energ. electr., **16**, *3*, p. 417—449 (1966).
20. В. В. Степанов, *Курс дифференциальных уравнений*, Москва, ГИТЛ, 1953.

ANALIZA UNUI SISTEM CU OPTIMIZARE AUTOMATĂ PE MODEL ANALOGIC

DE

N. N. TĂTARU

621.3.078

Se prezintă principiul de optimizare automată a factorului de amplificare şi apoi a unui circuit de corecţie dintr-un sistem de reglaj automat în baza unui indice integral de performanţă.

Pe un calculator analogic s-au modelat atît sistemul supus optimizării, cît şi toate circuitele şi dispozitivele anexă necesare optimizării.

Schema de optimizare propusă are proprietatea de a se adapta la variaţiile imprevizibile ale caracteristicii dinamice, fie ale obiectului automatizat, fie ale dispozitivului de automatizare.

1. Încercarea de a studia pe cale teoretică problema reglajului optim al sistemelor automate se izbeşte de dificultatea că sistemele reale care trebuie optimizate sînt în general foarte complexe, cu multe circuite de reacţie şi cu multe neliniarităţi. Din această cauză, descrierea lor matematică nu este întotdeauna posibilă, fapt ce obligă pe proiectanţi să recurgă la calculatoarele electronice şi să optimizeze cu ajutorul lor, în timpul proiectării, anumiţi parametri de bază ai sistemului, modelînd, în diferite variante, atît instalaţia automatizată, cît şi dispozitivul de automatizare.

Rolul calculatoarelor electronice creşte şi mai mult atunci cînd trebuie să se optimizeze funcţionarea unui sistem automat la care variază, într-un mod imprevizibil, fie caracteristica dinamică a sistemului, fie mărimea de intrare sau în cazul în care sistemul este supus acţiunii unor perturbaţii aleatorii. În acest caz se introduc, chiar în compunerea sistemului automat, anumite dispozitive de calcul, numerice sau analogice, avînd rolul de a face o identificare automată a sistemului şi apoi de a optimiza unul sau mai mulţi parametri în baza unui anumit criteriu de optim prestabilit. Soluţia a devenit acceptabilă din momentul în care calculatoarele electronice au ajuns la gabarite reduse, la siguranţă mare în funcţionare şi la preţuri convenabile.

St. cerc. energ. electr. tom. 17 nr. 1 p. 213—223 Bucureşti 1967

Avînd la dispoziție calculatorul analogic neliniar Mecan-2, construit în cadrul Institutului de energetică [4], care ne-a oferit largi posibilități de modelare atît a sistemelor automate complexe, cît și a unor circuite suplimentare de reglaj, s-a trecut la studiul optimizării automate a unor parametri dintr-un sistem de reglaj în baza unor indici de performanță de tip integral. Într-o primă etapă s-a optimizat factorul de amplificare a sistemului, iar în a doua etapă s-a optimizat un circuit de corecție.

În comparație cu o lucrare anterioară [5], sistemul cu optimizare automată, prezentat în această lucrare, este capabil să-și determine singur fie factorul optim de amplificare, fie valoarea unei capacități de corecție, în așa fel ca indicele de performanță prestabilit să fie menținut la valoarea minimă. În felul acesta, sistemul are proprietatea de a se adapta la variația caracteristicii dinamice fie a obiectului automatizat, fie a regulatorului.

2. Față de un sistem clasic de reglaj automat, sistemul cu optimizare automată studiat conține în plus următoarele elemente :

— un generator de semnale în dinți dreptunghiulari, la care perioada poate fi variată în mod comod ;

— un element cu parametri reglabili (amplificator cu factor variabil de amplificare sau circuit de corecție cu capacitate variabilă), care intră în compunerea dispozitivului de automatizare și care poate fi reajustat de către o mărime de execuție produsă de circuitul de optimizare ;

— un circuit de optimizare, care măsoară în mod discret indicele de performanță prestabilit și reajustează tot în mod discret elementul reglabil din dispozitivul de automatizare în scopul menținerii indicelui de performanță la valoarea extremă ;

— un bloc cu circuite logice, care, în baza semnalului primit de la generatorul de semnale în dinți dreptunghiulari, produce semnalele de acționare a releelor din circuitul de optimizare într-o succesiune logică, dictată de principiul de optimizare ales.

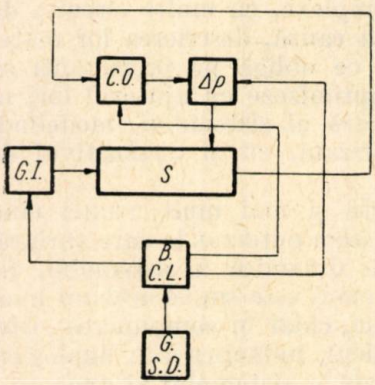


Fig. 1. — Schema-bloc a sistemului cu optimizare automată.

Schema-bloc a modelului analogic pentru cazul optimizării automate, fie a factorului de amplificare a sistemului, fie a unui circuit de corecție, este prezentată în figura 1.

Principalele elemente componente ale schemei sînt : sistemul supus optimizării (S), generatorul semnalului de intrare ($G.I.$), circuitul de optimizare ($C.O.$) împreună cu elementul care înregistrează modificarea parametrului optimizat (Δp), generatorul de semnale în dinți dreptunghiulari ($G.S.D.$) și blocul cu circuite logice ($B.C.L.$).

Sistemul funcționează pe principiul modificării periodice a parametrului optimizat, asociat cu măsurarea discretă a indicelui de performanță.

În experimentările făcute pe modelul analogic s-a ales drept indice de performanță al funcționării sistemului în regim tranzitoriu expresia:

$$I_p = \int_0^\infty t \,|\, e\,(t)\,|\, \mathrm{d}t \tag{1}$$

Deoarece la intrarea sistemului se aplică o succesiune de salturi-treaptă, produse de tensiunea în dinți dreptunghiulari (vezi fig. 6), integrala s-a calculat, de fapt, pe o durată limitată:

$$I_{p_k} = \int_{T_k}^{T_k+\tau_1} (t - T_k)\,|\, e_k(t)\,|\, \mathrm{d}t\,; \quad K = 1,2, \ldots \tag{2}$$

Durata τ_1 reprezintă partea utilă din perioada τ a semnalului, iar τ_2 reprezintă intervalul de timp în care se fac comutările unora dintre releele de comandă din schemă.

Pentru ca relația (1) să poată fi substituită de relația (2), se impune alegerea lui τ_1 astfel încît, pe durata respectivă, practic să se anuleze eroarea de reglaj $e_k\,(t)$ și deci integrala să se apropie de valoare maximă, care s-ar obține și în ipoteza extinderii intervalului de integrare pînă la infinit.

Dependența indicelui de performanță de parametrul optimizat a fost determinată experimental, printr-o variație discretă a parametrului, și ea este reprezentată în figura 2.

După cum se vede din diagramă, indicele de performanță prezintă un minim care corespunde valorii optime a parametrului reglat.

În momentul cînd se închide circuitul de optimizare, ne putem găsi cu punctul de funcționare fie în partea dreaptă a minimului, fie în partea stîngă, fie în punctul minim. Pentru identificarea punctului de funcționare este necesară modificarea periodică a parametrului reglat. Dacă notăm cu I_{pi} și I_{pp} valorile indicelui de performanță corespunzătoare alternanțelor impare, respectiv pare, ale modificărilor periodice făcute la parametrul reglat, se poate calcula expresia (vezi fig. 2):

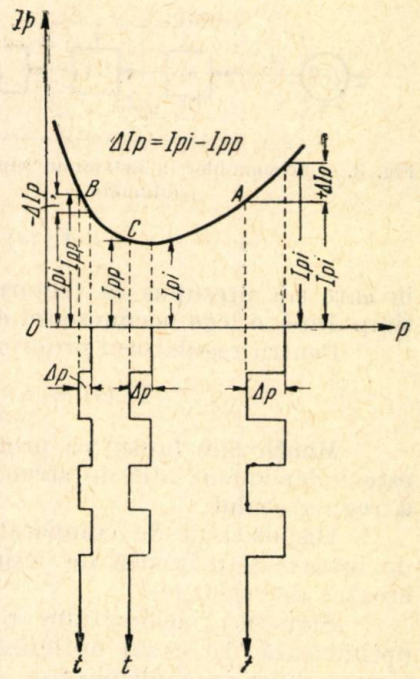


Fig. 2. — Reprezentarea grafică a funcției $I_p(p)$

$$\Delta I_p = I_{pi} - I_{pp}\,. \tag{3}$$

Diferența ΔI_p constituie mai departe mărimea de acționare pentru modificarea într-un sens bine determinat a parametrului optimizat, pînă se atinge valoarea minimă a lui I_p.

Atunci cînd punctul de funcţionare iniţial se află în dreapta minimului (punctul A), rezultă o valoare pozitivă pentru ΔI_p, iar cînd se află în stînga minimului, diferenţa îşi schimbă semnul. Acţiunea tensiunii furnizate de circuitul de optimizare trebuie să fie astfel aranjată, încît un semn pozitiv al diferenţei ΔI_p să conducă la o micşorare a parametrului reglat şi invers [1]).

Tot din diagrama din figura 2 se poate deduce proprietatea de adaptare a sistemului. Dacă din anumite motive, prevăzute sau neprevăzute, se schimbă valoarea parametrului optimizat, se va schimba şi punctul de funcţionare din C, ceea ce va provoca apariţia în circuitul de optimizare a unui ΔI_p, care va acţiona în sensul readucerii sistemului în punctul de funcţionare optimă.

Menţionăm faptul că acest principiu de optimizare automată se poate aplica pentru orice indice de performanţă de tip integral, cu condiţia ca circuitul de optimizare să fie astfel modificat, încît să poată măsura indicele respectiv.

Schema-bloc a sistemului supus optimizării automate este reprezentată în figura 3 şi ea cuprinde obiectul automatizat ($O.\ A.$), dispozitivul de automatizare ($D.A.$), compus din regulatorul propriu-zis (R) şi elementul reajustabil ($E.R.$), şi, în sfîrşit, dispozitivul de comparaţie ($D.C.$).

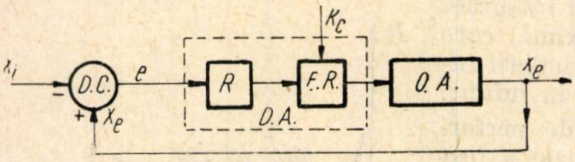


Fig. 3. — Schema-bloc a sistemului supus optimizării automate.

Pentru obiectul automatizat s-a ales o funcţie de transfer simplă, şi anume

$$Y_o(s) = -\frac{K_o}{T_1 s + 1}, \tag{4}$$

în care s-a presupus că factorul de amplificare K_o poate să varieze în timp după o lege necunoscută dinainte.

Pentru regulatorul propriu-zis s-a ales o funcţie de transfer de forma

$$Y_r(s) = -\frac{K_r}{s(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}. \tag{5}$$

Menţionăm faptul că principiul de optimizare automată preconizat este independent atît de structura obiectului automatizat, cît şi de cea a regulatorului.

Dispozitivul de comparaţie ($D.C.$) face diferenţa dintre mărimea de intrare şi mărimea de ieşire din sistem, producînd la ieşirea lui eroarea de reglaj (e).

Structura elementului reajustabil depinde de parametrul ce se optimizează. În cazul optimizării factorului de amplificare, el poate fi format dintr-un multiplicator, căruia i se aplică, ca o a doua variabilă, tensiunea K_c furnizată de circuitul de optimizare. Condiţia care se pune în acest caz este ca factorul de corecţie K_c să varieze în aşa fel, încît factorul total de amplificare a sistemului în circuit deschis ($K_t = K_r \cdot K_c \cdot K_o$) să rămînă la valoarea optimă, dictată de criteriul de optim ales.

[1]) Din figura 2 se observă că, datorită nesimetriei curbei $I_p(p)$ atunci cînd $\Delta I_p = 0$ şi deci procesul de optimizare s-a stabilizat, punctul de funcţionare nu se găseşte chiar în punctul extrem al curbei, ci undeva în apropierea lui (punctul C). Acest fapt nu dăunează însă asupra bunei funcţionări a sistemului.

În cazul optimizării circuitului de corecție, elementul reajustabil este format din capacitatea variabilă C a circuitului reprezentat în figura 4.

3. Schema de principiu a modelului analogic pentru sistemul supus optimizării automate a factorului de amplificare este reprezentată în figura 5, în care se observă că obiectul automatizat a fost modelat cu amplificatorul operațional *3*, dispozitivul de automatizare cu ajutorul amplificatoarelor *4*, *5*, *6* și al multiplicatorului M_1, iar dispozitivul de comparație cu ajutorul amplificatorului *2*. În schemă s-a reprezentat și generatorul semnalului de intrare (*G.I.*), în care r reprezintă contactul unui releu polarizat, acționat de blocul cu circuite logice.

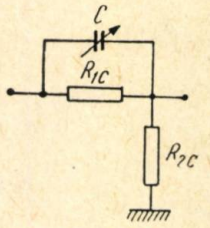


Fig. 4. — Circuitul de corecție optimizat.

Forma semnalului de intrare este reprezentată în figura 6. Menționăm că în intervalele de timp în care semnalul este zero nu se vor face măsurători asupra

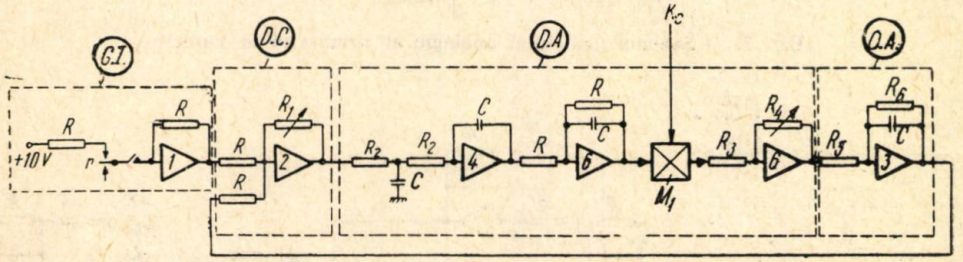


Fig. 5. — Schema modelului analogic pentru sistemul la care se optimizează factorul de amplificare.

indicelui de performanță; intervalele respective vor fi utilizate pentru efectuarea diferitelor comutări în circuitul de optimizare.

Cînd s-a trecut la optimizarea circuitului de corecție reprezentat în figura 4, s-a înlocuit multiplicatorul din schemă (fig. 5) cu modelul analogic al circuitului de corecție (fig. 7), realizat cu un multiplicator și cu amplificatoarele operaționale *7*, *8*, *9*, *10* și *11*, model care a fost astfel conceput, încît să permită o reajustare comodă a lui C sub acțiunea unei mărimi de corecție C_c, produsă de circuitul de optimizare.

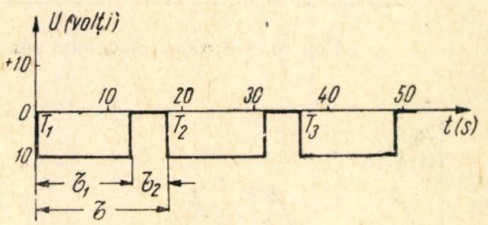


Fig. 6. — Semnalul de intrare.

4. Schema de principiu a modelului analogic pentru circuitul de optimizare (*C.O.*) și pentru elementul care înregistrează modificarea parametrului optimizat (Δp) este prezentată în figura 8.

Principalul rol al circuitului de optimizare este de a calcula indicele de performanță fixat de noi drept criteriu de optim. În acest scop, el calculează, cu ajutorul amplificatoarelor *12*, *13* și a două diode, modulul erorii de reglaj $|e_k(t)|$, iar cu ajutorul integratorului *15* (acționat de releul telefonic „*C*") generează, în intervalele de timp utile, o tensiune propor-

țională cu timpul (t). Multiplicatorul „$M2$" calculează produsul $(t - T_k)$ $|e_k(t)|$, iar integratorul *16* (descărcat de releul polarizat „S") calculează integrala produsului pe durata τ_1 a intervalului de timp util.

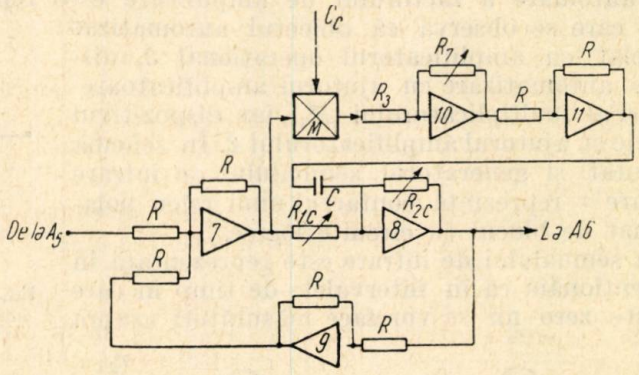


Fig. 7. — Schema modelului analogic al circuitului de corecție.

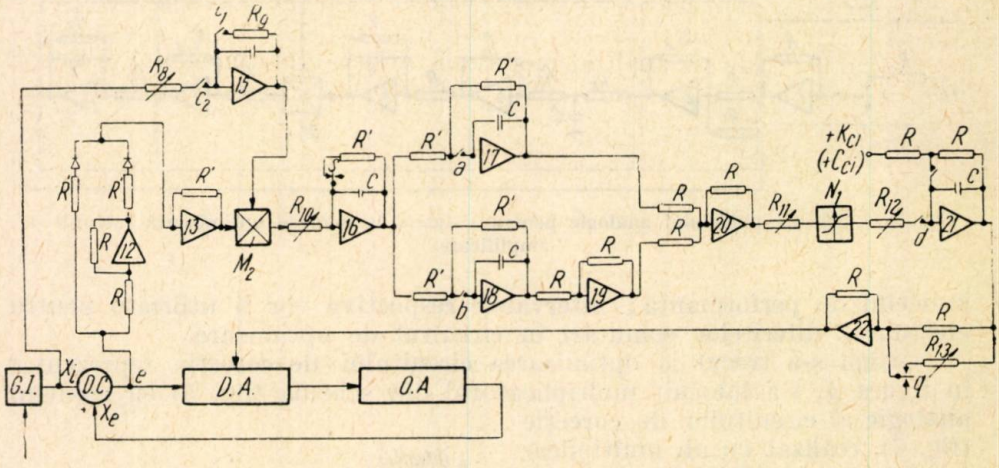


Fig. 8. — Schema modelului analogic pentru circuitul de optimizare.

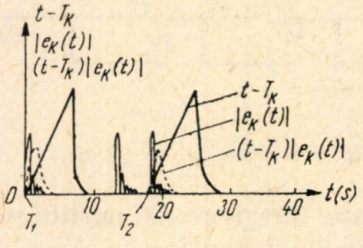


Fig. 9. — Mărimile necesare pentru calculul indicelui de performanță.

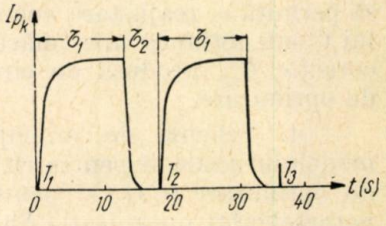


Fig. 10. — Exemplu de variație a indicelui de performanță.

Mărimile necesare pentru calculul indicelui de performanță sînt reprezentate în figura 9, iar indicele de performanță $I_p(t)$ este reprezentat în figura 10.

După integratorul *16*, urmează în schemă două amplificatoare operaționale, *17* și *18*, care îndeplinesc funcția de „memorare" temporară a indicelui de performanță. Ele sînt acționate în antifază de către blocul cu circuite logice prin intermediul contactelor „*a*" și „*b*" ale releelor telefonice „*A*", respectiv „*B*", și memorează succesiv valorile impare (I_{pi}) și pe cele pare (I_{pp}) ale indicelui de performanță.

Tensiunea proporțională cu I_{pp}, inversată de amplificatorul *19*, se aplică, împreună cu tensiunea proporțională cu I_{pi}, la intrarea sumatorului *20*, care calculează, pe intervalul a două perioade, diferența ΔI_p dată de expresia (3).

Tensiunea proporțională cu ΔI_p se aplică în continuare la intrarea elementului neliniar N_1, care are rolul de a accentua efectul dat de minimul curbei I_p (p) și deci de a mări viteza de optimizare.

La ieșirea din elementul neliniar, tensiunea se aplică din două în două perioade, pentru intervale scurte de timp, la intrarea în integratorul *21*. Conectarea se face prin intermediul contactului „*d*" al releului „*D*", acționat de blocul cu circuite logice. La ieșirea acestui integrator ne apare o tensiune egală cu factorul de corecție al parametrului optimizat (K_c sau C_c). Tensiunea variază în mod discret, așa cum se poate urmări pe figura 11, unde s-a analizat modul de variație a parametrului optimizat

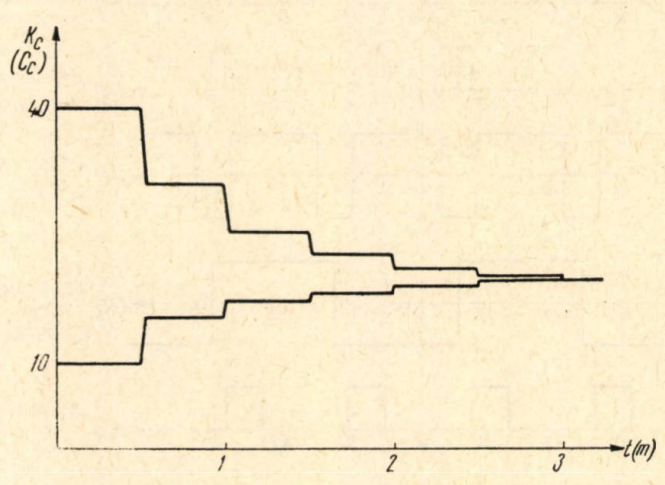


Fig. 11. — Exemplu de variație a parametrului optimizat.

plecînd succesiv de la două condiții inițiale diferite, care situau punctul de funcționare pe curba I_p (p) de o parte și de alta a punctului extrem. În cazul sistemului studiat, la care perioada τ a semnalului de intrare a fost în jur de 20 s, optimizarea parametrului dorit a durat aproximativ trei minute.

Tensiunea de la ieșirea integratorului *21* se aplică prin rezistența R la intrarea amplificatorului *22*. În paralel cu rezistența R este conectată periodic, prin intermediul contactului „*q*" al releului polarizat „*Q*", o rezistență R_{13}, care provoacă modificarea cu Δ_p a parametrului optimizat, în scopul identificării punctului de funcționare pe curba $I_p(p)$.

Tensiunea de la ieşirea amplificatorului *22* se aplică la multiplicatorul din compunerea dispozitivului de automatizare, în scopul modificării parametrului optimizat.

5. Pentru ca circuitul de optimizare să-şi poată îndeplini în bune condiţii rolul de a măsura rapid şi precis diferitele mărimi necesare pentru optimizare, s-a impus conceperea unei scheme logice, după care să fie acţionate releele telefonice şi polarizate din circuit.

Succesiunea logică a impulsurilor de acţionare a releelor telefonice *A*, *B*, *C* şi *D*, precum şi tensiunile în dinţi dreptunghiulari necesare pentru acţionarea releelor polarizate *R*, *S* şi *Q* au fost reprezentate în figura 12.

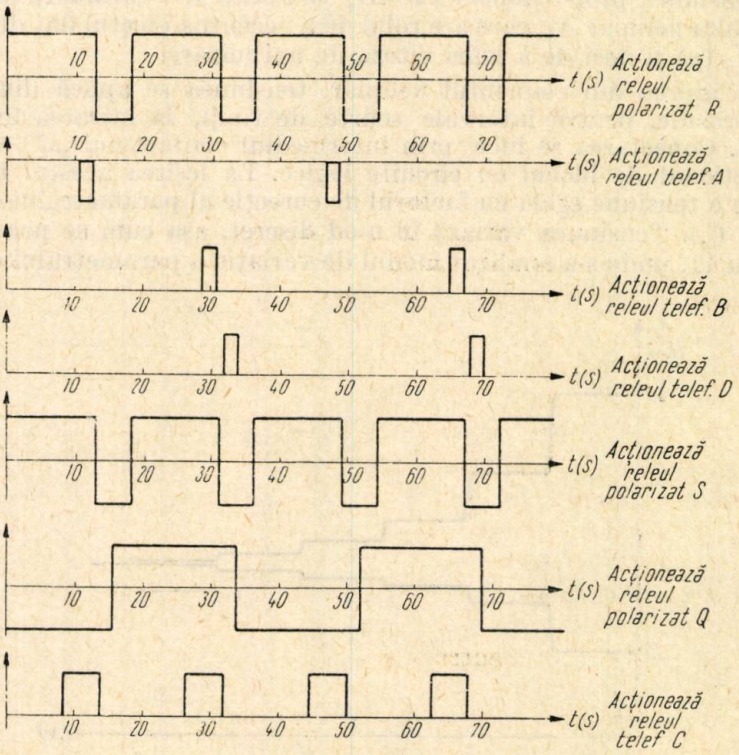


Fig. 12. — Succesiunea logică a impulsurilor de acţionare a releelor.

Momentul şi durata acţionării fiecărui releu au fost astfel alese, încît circuitul de optimizare să măsoare corect mărimile necesare, fără a se produce în schemă, în intervalele de timp folosite pentru măsurători, perturbaţii provocate din comutările respective.

Acţionarea releelor după schema din figura 12 se poate face fie cu un motor electric cu demultiplicator, care să acţioneze un tambur special, fie pe cale electronică, aşa cum am procedat noi, cu ajutorul unui bloc cu circuite logice (*B.C.L.*).

Prima soluţie se impune în ipoteza unei aplicaţii industriale, şi în acest caz tamburul trebuie să fie împărţit în şapte canale, cîte unul pen-

tru fiecare releu. Suprafaţa tamburului va fi acoperită cu segmente bune şi rele conducătoare de electricitate şi pe fiecare canal va călca cîte o perie colectoare care va culege semnalele necesare pentru acţionarea releelor.

În studiile de laborator pe care le-am făcut am preferat o schemă electronică, mult mai elastică, permiţînd o schimbare comodă atît a frecvenţei, cît şi a duratei impulsurilor.

Blocul cu circuite logice a fost realizat cu elemente analogice, care primesc semnalul de referinţă de la un generator de semnale în dinţi dreptunghiulari (*G.S.D.*), reprezentat în figura 13.

Elementul principal al generatorului este comparatorul K_g, care comută tensiunea de la ieşirea lui ($\pm$ 10 V) de la plus la minus şi invers, ori de cîte ori tensiunea de la intrare trece prin zero. Modul de variaţie a tensiunilor de la ieşirea lui K_g şi de la ieşirea amplificatoarelor *23* şi *24* este reprezentat în figura 14.

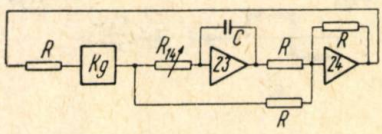


Fig. 13. — Schema generatorului de semnale în dinţi dreptunghiulari.

Semnalul de bază pentru întreaga schemă de optimizare este cel din figura 14 *a*. Frecvenţa lui poate fi variată în mod comod cu ajutorul rezistenţei R_{14}.

Pentru a putea realiza decalajele necesare dintre tensiunile de acţionare a diferitelor relee conform diagramelor din figura 12, a fost necesar să se genereze încă patru tensiuni de forma 14 *a*, însă decalate şi inversate faţă de aceasta, respectiv cu τ_{s1}, τ_{s2}, τ_{s3} şi τ_{s4}. Pentru fiecare dintre aceste patru tensiuni s-a utilizat cîte o schemă ca cea reprezentată în figura 15.

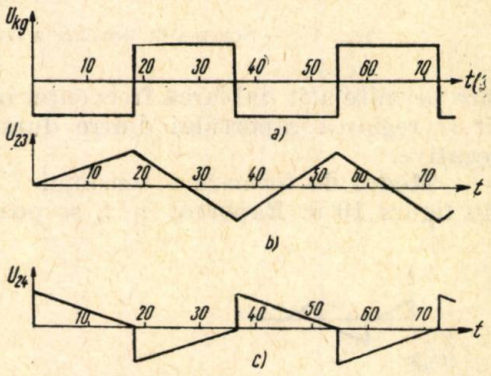


Fig. 14. — Tensiunile date de generatorul *G.S.D.*

La intrarea în amplificatorul *25* s-au introdus semnalele 14 *c* şi 14 *a*, date de *G.S.D.*, prin rezistenţele R şi R_{15}, unde $R_{15} > R$. La ieşirea din amplificatorul *25* rezultă o tensiune negativă în intervalul $(0 - t_1)$, pozitivă în intervalul $(t_1 - t_2)$ şi din nou negativă pentru $t > t_2$. Tensiunea se anulează pentru $t = t_1$ şi $t = t_2$ (vezi fig. 15 *c*).

Drept consecinţă, la ieşirea din comparatorul K_1 rezultă tensiunea U_{K1}, inversată şi decalată cu τ_{s1} faţă de tensiunea U_{Kg}; cu cît R_{15} este mai mare, cu atît τ_s este mai mic. În mod analog, cu încă trei montaje de tipul 15 *b* obţinem tensiunile U_{K2}, U_{K3} şi U_{K4}, reprezentate în figura 15 *d*.

Conform diagramelor din figura 12, tensiunea U_{K1}, inversată, acţionează releul polarizat „*Q*". Impulsurile pozitive rezultate din diferenţa $(U_{K3} - U_{K4})$ acţionează releul telefonic „*B*", iar cele negative releul tele-

fonic „A". Selecția impulsurilor pozitive și negative se face cu ajutorul unor diode.

Impulsurile pozitive rezultate din diferența ($U_{K1} - U_{K2}$) acționează releul telefonic „D".

Semnalele necesare acționării releelor polarizate „R" și „S" au fost generate cu un montaj, a cărui schemă este prezentată în figura 16 *b* și

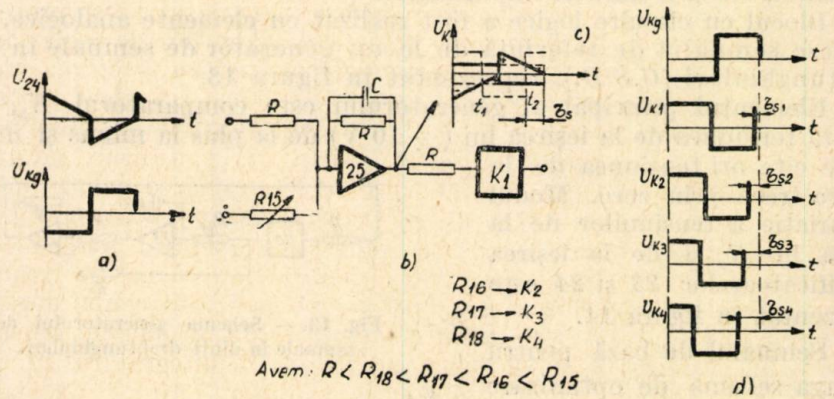


Fig. 15. — Schema de decalare a tensiunii în dinți dreptunghiulari.

care permite atît dublarea frecvenței în comparație cu frecvența de bază, cît și reglarea raportului dintre durata alternanței pozitive și a celei negative.

Modul de formare a tensiunii U_{K5} se poate urmări pe diagramele din figura 16 *a*. Raportul τ_1/τ_2 se poate fixa cu ajutorul rezistenței R_{15}.

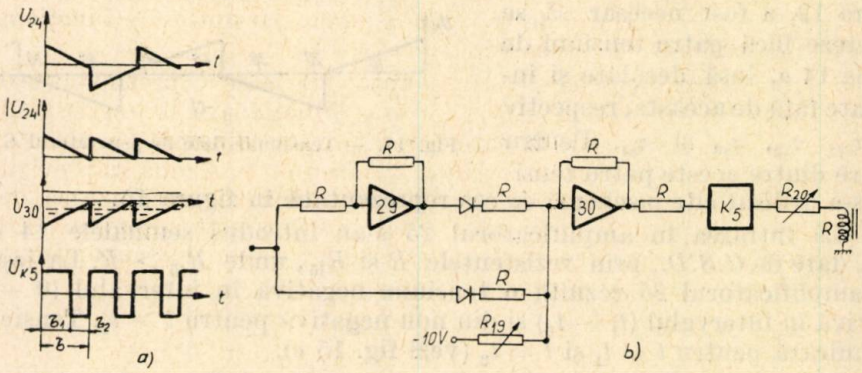


Fig. 16. — Schema de formare a tensiunii de acționare a releelor polarizate „R" și „S".

Pentru acționarea releului telefonic „C" mai este necesar încă un generator de tipul celui din figura 16, care să dea la ieșire o tensiune U_{K6}, decalată față de U_{K5}. Releul este acționat, de fapt, de impulsurile de tensiune rezultate din diferența ($U_{K5} - U_{K6}$).

Avantajul mare al acestui sistem electronic de comandă a releelor este acela că, odată reglate decalajele și duratele relative ale impulsu-

rilor necesare pentru o funcționare corectă a schemei, nu mai este nevoie să se acționeze asupra reglajului atunci cînd se modifică frecvența semnalului de bază.

6. Sistemul cu optimizare automată prezentat în această lucrare oferă posibilitatea efectuării unui studiu general de laborator asupra comportării sistemelor automate, de diferite complexități, atunci cînd se schimbă criteriile de optim prestabilite.

Un alt domeniu în care poate fi utilizat cu succes acest procedeu de optimizare îl formează domeniul proiectării sistemelor de reglaj automat. Datorită volumului mare de calcule necesare pentru stabilirea valorii unui parametru, proiectantul se mulțumește de obicei cu calculul cîtorva variante, fără a putea avea pretenția că a stabilit valoarea optimă a parametrului respectiv. Utilizarea unui astfel de sistem cu optimizare automată poate conduce, într-un timp relativ scurt, la determinarea valorii optime a parametrului respectiv în funcție de criteriul de optim fixat.

În acest caz, determinarea factorului de corecție a parametrului optimizat se poate face în mod automat, modificînd schema din figura 8, în așa fel ca să se poată face o explorare pas cu pas a întregului domeniu de variație. Pentru aceasta se întrerupe circuitul de optimizare la ieșirea din elementul neliniar N_1 și se aplică la intrarea în integratorul *21*, prin rezistența R_{12}, o tensiune constantă (de exemplu — 10 V). La fiecare stabilire a contactului „*d*" al releului „*D*", factorul de corecție a parametrului reglabil va varia în rampă, iar la întreruperea contactului el va rămîne constant. Panta rampei poate fi fixată cu R_{12}. Ca să nu mai apară și altă variație a factorului de corecție, se întrerupe rezistența R_{13} de la intrarea amplificatorului *22*. În aceste condiții, dacă la un înregistrator *xy* se introduce pe axa *x* factorul de corecție a parametrului optimizat, iar pe axa *y* valoarea indicelui de performanță obținută la ieșirea integratorului *16*, se poate înregistra automat, prin variații discrete, curba căutată $I_p(p)$, care permite determinarea punctului optim de funcționare și deci valoarea optimă a parametrului reglabil.

În sfîrșit, proprietatea de autoadaptare pe care o prezintă această schemă permite utilizarea ei la optimizarea funcționării în regim tranzitoriu a sistemelor de reglaj, la care caracteristica dinamică a obiectului automatizat sau a regulatorului variază în timp într-un mod imprevizibil.

Ca direcții de cercetare în această problemă se preconizează optimizarea acelorași parametri în cazul cînd sistemul este supus la perturbații aleatorii, după care se va trece la studiul sistemelor cu optimizare automată a mai multor parametri.

BIBLIOGRAFIE

1. Eli Mishkin, Ludwig Braun, *Adaptive Control Systems*, New York, 1961.
2. Sheldon S. L. Chang, *Synthesis of Optimum Control Systems*, New York, 1961.
3. А. А. Фольдбаум, *Основы теорий оптимальных автоматических систем*, Москва, 1963.
4. V. M. Popov, N. N. Tătaru, T. M. Băjenescu, *Calculatorul analogic neliniar MECAN-2*, St. cerc. energ., *2* (1963).
5. N. N. Tataru, T. M. Băjenescu, S. Gheţaru, *Un sistem cu optimizare automată pentru reglarea puterii reactoarelor nucleare*, St. cerc. energ., *1* (1966).

ERORILE DE APARAT ALE INSTALAȚIILOR DE MĂSURAT CU TRADUCTOARE CU RADIAȚII NUCLEARE

DE

ALEXANDRU POPESCU

621.13.058 :621.039.84

Precizia măsurărilor efectuate cu aparate cu traductoare cu radiații nucleare este în mare măsură influențată de erorile introduse de aparat.
În lucrarea de față se precizează modul în care apar aceste erori și se expune o metodică de calcul cu caracter general.
Se arată că erorile de aparat sînt comparabile și chiar mai mari decît erorile statistice, astfel că neglijarea lor nu este posibilă.

1. INTRODUCERE

Caracterizarea preciziei aparatelor de măsurat cu traductoare cu radiații nucleare se face aproape exclusiv pe baza erorii statistice [1] — [7]. Eroarea statistică nu permite însă o apreciere corectă a exactității măsurărilor, deoarece aparatul de măsurat poate introduce modificări sensibile ale rezultatelor obținute [8].

Considerarea erorilor introduse de variațiile parametrilor elementelor componente ale aparatelor de măsurat, sau, mai scurt, a erorilor de aparat, este absolut necesară și în cazul în care trebuie să se compare aparate care folosesc metode diferite de măsurare. Vom ilustra cele expuse cu un exemplu simplu.

După cum este cunoscut, în multe aplicații se utilizează aparate care folosesc metoda diferențială. Aceste aparate, mai scumpe decît cele bazate pe măsurarea directă a intensității radiației, sînt caracterizate printr-o precizie mai mare a indicațiilor [1], [2], [6]. Dacă se consideră însă numai componenta statistică a erorii de măsurare — eroarea statistică —, se poate ajunge la o concluzie diametral opusă. Într-adevăr, eroarea statistică are valoarea

$$\delta J_s = \frac{1}{\sqrt{2RCn}},$$

St. cerc. energ. electr. tom. 17 nr. 1 p. 225 — 239 București, 1967

pentru aparatele cu măsurare directă a intensității radiației, și

$$\delta J_s = \frac{1}{\sqrt{RCn}},$$

pentru aparatele cu compensare [1]. În aceste relații, RC este constanta de timp a circuitului de mediere, iar n este numărul de impulsuri înregistrate.

Este evident că eroarea mai mare a aparatelor cu măsurare directă se datorește instabilității parametrilor elementelor componente, și în special erorii de aparat corespunzătoare detectorului de radiații.

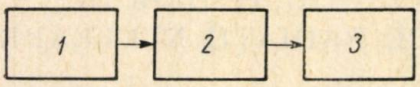


Fig. 1. — Elemente componente ale aparatelor de măsurat cu traductoare cu radiații nucleare : *1* — traductor de intrare ; *2* — circuit electronic de prelucrare ; *3* — traductor de ieșire.

În cele ce urmează vom încerca să stabilim o metodică de calcul a erorilor de aparat. Acest lucru pare, la prima vedere, imposibil de realizat, dat fiind numărul considerabil de mare de tipuri de aparate care folosesc traductoare cu radiații nucleare. Analiza atentă arată însă că funcționarea lor se bazează pe cîteva principii determinate de metoda de măsurare și de principalul fenomen de interacțiune a radiațiilor cu materia, folosit.

Din punct de vedere funcțional, aparatele de măsurat care folosesc radiații nucleare pot fi considerate ca fiind compuse din trei elemente principale : un traductor de intrare, unul sau mai multe circuite electronice de prelucrare și un traductor de ieșire.

Traductorul de intrare transformă mărimea fizică sau chimică de măsurat într-un semnal electric, număr de impulsuri, curent sau tensiune.

Circuitele electronice de prelucrare (amplificatoare, circuite de standardizare a impulsurilor, circuite de mediere etc.) transformă acest semnal în vederea acționării traductoarelor de ieșire, care fac posibilă citirea rezultatului.

Evident, pot exista și unele aparate care nu se încadrează direct în schema prezentată. Acest lucru nu reduce însă generalitatea metodei, deoarece aparatele cu funcționare continuă, utilizate pentru măsurare și control, pot fi corect reprezentate prin această schemă.

Vom considera astfel trei grupe de erori de aparat : erorile traductoarelor de intrare, erorile circuitelor electronice de prelucrare și erorile traductoarelor de ieșire. Dacă structura aparatului este cunoscută, se pot calcula ușor componentele arătate mai sus și pe baza lor se poate determina eroarea de aparat.

Este adevărat că în cadrul fiecărei categorii de aparate pot exista pentru unele realizări mici diferențe în modul de prelucrare a semnalului. Considerarea lor nu este necesară, deoarece acestea reprezintă deosebiri neesențiale. De aceea în cele ce urmează vor fi analizate numai exemplarele tipice, consacrate, din fiecare grupă.

Consultarea revistelor de specialitate și a lucrărilor de sinteză confirmă faptul că în fiecare categorie de aparate s-au precizat cîteva tipuri reprezentative [9], [10], [11], [7]. Se disting astfel cîteva structuri care pot fi considerate consacrate.

Aparatele bazate pe măsurarea directă a intensității radiației se realizează conform uneia dintre structurile prezentate în figura 2.

Structurile I și II corespund aparatelor la care detectorul de radiații lucrează în regim de impulsuri, iar structura III, la care circuitul de me-

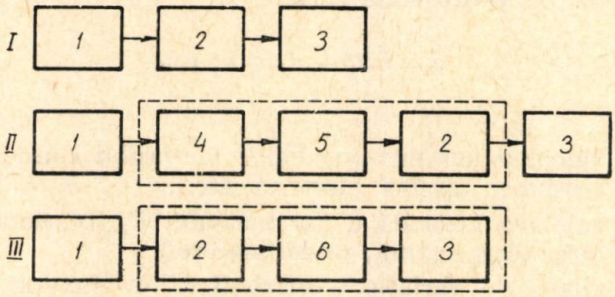


Fig. 2. — Structuri tipice ale aparatelor bazate pe măsurarea directă a intensității radiației: *1* — traductor de intrare (detector de radiații); *2* — circuit de mediere; *3* — traductor de ieșire; *4* — amplificator de impulsuri; *5* — circuit de standardizare a impulsurilor; *6* — amplificator de curent continuu.

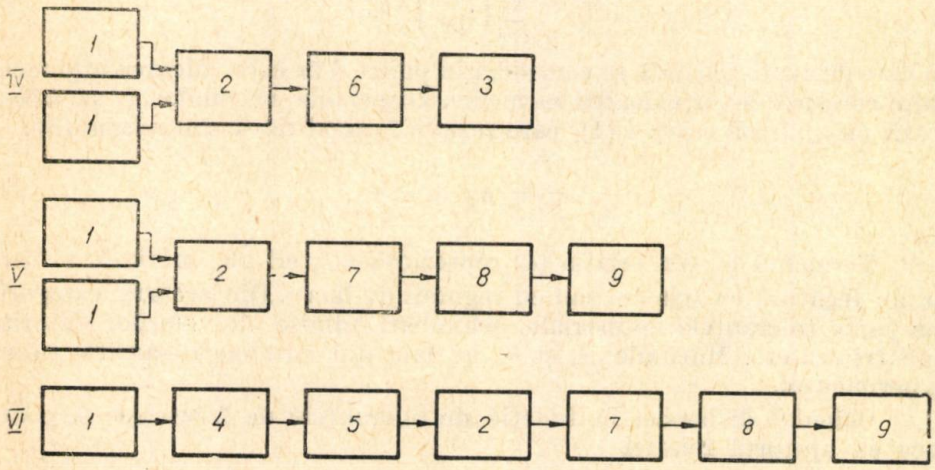


Fig. 3. — Structuri tipice ale aparatelor de măsurat cu compensare: *1* — traductor de intrare; *2* — circuit de mediere; *3* — traductor de ieșire; *4* — amplificator de impulsuri; *5* — circuit de standardizare a impulsurilor; *6* — amplificator de curent continuu; *7* — modulator; *8* — amplificator de curent alternativ; *9* — motor electric reversibil.

diere poate lipsi, corespunde aparatelor cu detector de radiații în regim de curent.

În figura 3 sînt prezentate structurile tipice ale aparatelor de măsurat cu compensare.

Eroarea unui element de aparat se exprimă comod prin dispersia semnalului de la ieșirea sa. Valoarea dispersiei se poate calcula ușor pe baza expresiei semnalului care, în forma generală, are aspectul

$$U = U(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_k), \qquad (1)$$

în care prin x_i s-au notat factorii care determină funcționarea elementului de aparat. Fiecare dintre acești factori este caracterizat prin fluctuații, în jurul valorii lor medii, produse de variații ale tensiunilor de alimentare, variații de temperatură, modificări în timp ale parametrilor elementelor componente etc. Se poate scrie astfel

$$x_i = \bar{x}_i + \alpha_i (c_i - \bar{c}_i), \tag{2}$$

în care

$\bar{x}_i$ este valoarea normală (medie) a factorului considerat (curent, tensiune, sarcină electrică etc.),

C_i — valoarea normală a parametrului C_i (tensiune de alimentare, temperatură, umiditate etc.),

α_i — viteza de variație a mărimii x_i în funcție de abaterile $(c_i - \bar{c}_i)$.

Dispersia semnalului se poate exprima pe baza teoremei referitoare la dispersia unei funcții de variabile aleatorii — teorema de propagare a varianțelor [21] — prin relația

$$\sigma_u^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x_i} \right)_M^2 \sigma_{x_i}^2, \tag{3}$$

în care derivata parțială se consideră în punctul în care valoarea argumentului corespunde cu valoarea sa medie. Dispersiile mărimilor x_i se calculează cu ajutorul relației (4), care rezultă în mod firesc din relația (2):

$$\sigma_{x_i}^2 = \sigma_{\bar{x}_i}^2 + \alpha_i^2 \sigma_{c_i}^2. \tag{4}$$

Termenul $\sigma_{x_i}^2$ din relația (4) reprezintă abateri ale mărimii x_i care nu au legătură cu schema sau cu regimul de lucru. Din această categorie fac parte toleranțele industriale, schimbări admise ale valorilor datorită îmbătrînirii etc. Mărimile α_i și σ_{c_i} se iau din cataloage sau se ridică experimental.

Calculul dispersiei în funcție de toleranțele de fabricație se poate face cu ajutorul relației

$$\sigma = \frac{B}{3}, \tag{5}$$

dacă se presupune că valorile mărimii care interesează sînt repartizate după o lege apropiată de cea normală, sau

$$\sigma = \frac{B}{\sqrt{3}}, \tag{6}$$

dacă se consideră o lege de repartiție rectangulară [12], [13].

În cele ce urmează vom folosi relația (5), deoarece calculul realizat astfel este mai acoperitor.

2. ERORILE TRADUCTOARELOR DE INTRARE

Erorile traductoarelor de intrare sînt determinate de dispozitivul de iradiere (sursa de radiații și sistemul de colimare) și de detectorul de radiații. Dispozitivul de iradiere poate introduce erori prin modificarea geometriei de măsurare, respectiv prin variații de distanțe sau poziții în sistemul sursă, colimator, obiect, detector de radiații. Aceste erori nu sînt specifice unui anumit traductor de intrare. De aceea în cele ce urmează nu vor fi considerate. O prezentare detaliată a acestor erori poate fi găsită în lucrarea [14].

Eroarea de aparat a traductorului de intrare se manifestă prin fluctuațiile semnalului de la ieșirea detectorului de radiații, care apar ca urmare a variației tensiunilor de alimentare, a temperaturii, sau a modificării parametrilor acestuia în timp.

Semnalul este determinat de numărul de particule care pătrund în detectorul de radiații, de parametrii săi și ai circuitului electric asociat.

Valoarea medie a semnalului obținut cu un detector Geiger-Müller se poate exprima cu ajutorul relației [2], [12]

$$Us = \frac{qRn}{1 + kRn}, \tag{7}$$

în care

q este sarcina electrică transportată de un impuls care apare în circuitul de sarcină al detectorului de radiații,
R — rezistența de sarcină a detectorului de radiații,
n — numărul de acte de ionizare înregistrate de detector,
k — coeficient cuprins între 4 și $8 \cdot 10^{-11}$ C/V [12].

Semnalul este funcție liniară de viteza de numărare numai dacă

$$kRn \ll 1. \tag{8}$$

Dacă relația (8) este îndeplinită, și aceasta se întîmplă în majoritatea cazurilor, semnalul se calculează cu relația mai simplă

$$U \approx qRn. \tag{9}$$

În aparatele de măsurare și de control se folosesc adesea traductoare de intrare cu camere de ionizare. Acestea funcționează de obicei în regim de curent [1], [2], [9].

Curentul prin camera de ionizare este proporțional cu numărul de acte de ionizare care au loc în unitatea de timp. El se poate exprima, pentru regimul de saturație, cu ajutorul relației [8]

$$i = nNe, \tag{10}$$

în care

n este numărul de particule ionizante care pătrund în unitatea de timp în volumul efectiv al camerei,
N — ionizarea inițială; numărul de perechi de ioni format de o particulă,
e — sarcina electrică elementară.

Trecerea acestui curent prin rezistența de sarcină determină apariția unei căderi de tensiune

$$U = nN\,Re, \tag{11}$$

care constituie semnalul traductorului de intrare cu cameră de ionizare.

Un mare număr de traductoare de intrare sînt realizate cu detectoare cu scintilație. Sarcina electrică corespunzătoare unui impuls este în acest caz funcție de caracteristicile cristalului scintilator, de parametrii fotomultiplicatorului electronic, de modul de realizare a ansamblului cristal-fotomultiplicator și de tipul radiației incidente [8], [15]. Dintre toate aceste mărimi, cea mai importantă pentru calculul erorii de aparat este factorul de multiplicare al fotomultiplicatorului [16], [17]. Exprimînd factorii constanți prin coeficientul K_g, se poate scrie că sarcina electrică colectată pe anod corespunzătoare unui impuls este

$$q = K_g M, \tag{12}$$

în care M este factorul de multiplicare.

Factorul de multiplicare este sensibil influențat de variațiile tensiunii de alimentare, de variațiile de temperatură, de prezența cîmpurilor electrice și magnetice etc. Factorul de multiplicare depinde de asemenea de timpul scurs de la punerea în funcțiune a detectorului, de frecvența medie a impulsurilor de lumină și de amplitudinea lor. Dintre toate acestea vom considera numai variațiile determinate de instabilitatea tensiunii de alimentare și a temperaturii, deoarece celelalte efecte se pot elimina în mare măsură prin alegerea corespunzătoare a fotomultiplicatorului și a regimului său de lucru [16], [17].

Pentru evaluarea variației coeficientului de amplificare cu tensiunea de alimentare se folosește relația

$$\frac{\Delta M}{M} = k_f k_d \frac{\Delta U}{U}, \tag{13}$$

în care

k_f este un coeficient ce depinde de tipul fotomultiplicatorului și de regimul său de lucru ($k_f = 0{,}7-0{,}8$ [16]),

k_d — numărul dinozilor.

Variația temperaturii determină variația factorului de multiplicare și, prin aceasta, modificarea amplitudinii impulsurilor. Dacă tensiunea-prag a discriminatorului de amplitudine este apropiată de amplitudinea impulsurilor de zgomot, are loc și o modificare a numărului de pulsuri înregistrate.

În figura 4 este prezentată variația amplitudinilor impulsurilor cauzată de modificarea temperaturii; fotomultiplicatorul electronic fiind excitat cu impulsuri luminoase.

Cristalul în care iau naștere scintilațiile este și el influențat de variațiile de temperatură. Modificările parametrilor săi se consideră prin coe-

ficientul de temperatură. Valoarea medie a acestui coeficient în intervalul de temperatură cuprins între 0 și 50°C este, pentru cristalele de NaI (Tl), de 0,1%/°C [18].

Pentru înlăturarea acestor efecte se pot folosi scheme speciale de stabilizare a tensiunii de alimentare, se poate introduce detectorul de radiații în termostat sau se realizează un circuit automat de stabilizare

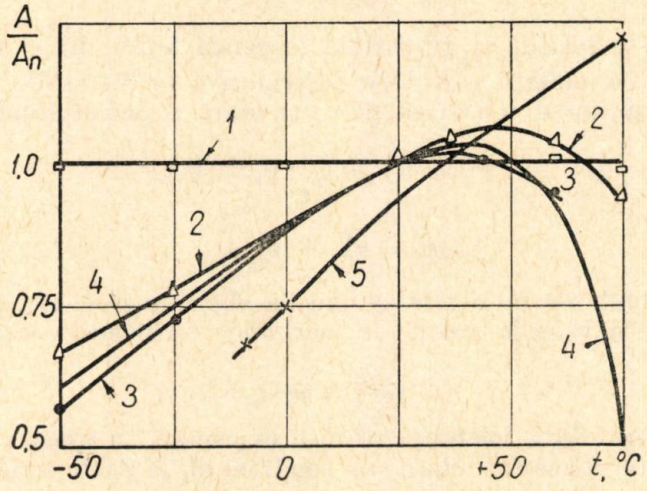


Fig. 4. — Dependența amplitudinii impulsurilor fotomultiplicatorului electronic de temperatură.

a coeficientului global de amplificare [19], [20]. Aceste măsuri se iau însă în cazuri speciale, cînd trebuie asigurată o precizie foarte bună a rezultatelor. În cele ce urmează se vor considera detectoarele cu scintilație care lucrează în regim normal.

2.1. Dispersia semnalului traductorului de intrare cu detector Geiger-Müller cu halogen

Dacă semnalul este dat de relația (9), dispersia sa, exprimată cu ajutorul relațiilor (3) și (4), are forma

$$\sigma_U^2 = \left(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}q}\right)_M^2 \sigma_q^2 + \left(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}R}\right)_M^2 \sigma_R^2 + \left(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}n}\right)_M^2 \sigma_n^2 \tag{14}$$

sau

$$\sigma_U^2 = R^2 n^2 \sigma_q^2 + q^2 n^2 \sigma_R^2 + q^2 R^2 \sigma_n^2. \tag{15}$$

În această expresie, primul termen reprezintă eroarea semnalului datorită variației sarcinii electrice cu tensiunea de alimentare, cel de-al doilea eroarea introdusă prin variația rezistenței cu temperatura, iar ultimul termen reprezintă componenta erorii de aparat (care apare tot din cauza variației tensiunii de alimentare) determinată de fluctuațiile vitezei de numărare la iradiere constantă.

Dispersiile σ_q^2, σ_R^2 și σ_n^2 se pot calcula cu ajutorul relațiilor (4). Valorile lor sînt

$$\sigma_q^2 = \sigma_{\overline{q}}^2 + \alpha_q^2 \sigma_{V_d}^2, \tag{16}$$

$$\sigma_R^2 = \sigma_{\overline{R}}^2 + \alpha_R^2 \sigma_t^2, \tag{17}$$

$$\sigma_n^2 = \sigma_{\overline{n}}^2 + \alpha_n^2 \sigma_{V_d}^2. \tag{18}$$

În aceste relații, $\sigma_{V_d}^2$ reprezintă dispersia tensiunii de alimentare a detectorului de radiații care este determinată de variațiile tensiunii de rețea V_r. Exprimînd tensiunea de alimentare a detectorului de radiații prin relația

$$V_d = \overline{V}_d + \alpha_{V_d}(V_r - \overline{V}_r), \tag{19}$$

se poate scrie

$$\sigma_{V_d}^2 = \sigma_{\overline{V}_d}^2 + \alpha_{V_d}^2 \sigma_{V_r}. \tag{20}$$

Toleranțele de fabricație se dau de obicei în procente. În acest caz, abaterile de la valorile medii ale mărimilor considerate se pot exprima sub forma

$$\Delta \overline{m}^2 = \overline{m}^2 \varepsilon_m^2,$$

în care ε_m reprezintă toleranța tehnică exprimată în procente.

Cu ajutorul acestor relații și a condiției (6) se poate scrie

$$\sigma_q^2 = \frac{\overline{q}^2}{3}\varepsilon_q^2 + \frac{\alpha_q^2}{3}\left(\overline{V}_d^2 \varepsilon_{V_d}^2 + \frac{1}{K_s^2}\alpha_{V_d}^2 V_r^2 \varepsilon_r^2\right), \tag{21}$$

$$\sigma_R^2 = \frac{\overline{R}^2}{3}\varepsilon_R^2 + \alpha_R^2 \frac{t^2}{3}\varepsilon_t^2 = \frac{\overline{R}^2}{3}\varepsilon_R^2 + \alpha_t^2 R^2 \frac{\overline{t}^2}{3}\varepsilon_t^2, \tag{22}$$

$$\sigma_n^2 = \frac{\alpha_n^2}{3}\left(\overline{V}_d^2 \varepsilon_{V_d}^2 + \frac{1}{K_s^2}\alpha_{V_d}^2 \overline{V}_r^2 \varepsilon_{V_r}^2\right). \tag{23}$$

În aceste relații, K_s reprezintă coeficientul de stabilizare a tensiunii de alimentare V_d, iar α_t coeficientul de variație a rezistenței cu temperatura. Termenul $\sigma_{\overline{n}}^2$ din relația (18) nu s-a mai păstrat, deoarece el este considerat în eroarea statistică.

Considerînd acum valorile acestor mărimi corespunzătoare unui caz tipic de funcționare a contorului Geiger-Müller, prezentat în lucrarea [12] (contor CTC $-$ 8; $\overline{V}_d = 410\,V \pm 2\%$, $\varepsilon_{V_d} = 2\%$; $\overline{q} = 1{,}2 \cdot 10^{-8}\,C \pm 5\%$, $\varepsilon_q = 5\%$; $\alpha_q = 10^{-10}\,C/V$; $V_r = 220\,V \pm 10\%$, $\varepsilon_{V_r} = 10\%$; $\alpha_{V_d} \approx \overline{V}_d/\overline{V}_r$; $R = 5M\Omega \pm 5\%$, $\varepsilon_R = 5\%$; $\alpha_t = 0{,}3 \cdot 10^{-2}/°C$ [14]; $t = 25°C \pm 50\%$, $\varepsilon_t = 50\%$; $\alpha_n = 0{,}125 \cdot 10^{-2}\overline{n}$ [22]; $\overline{n} = 100\ s^{-1}$), se obține

$$\sigma_q^2 = 39{,}75 \cdot 10^{-20}; \quad \sigma_R^2 = 3{,}75 \cdot 10^{10}; \quad \sigma_n^2 = 35{,}3 \cdot 10^{-6}.$$

Dispersia semnalului de la ieșirea traductorului cu detector Geiger-Müller, calculată cu relația (15), în condițiile date are valoarea

$$\sigma_U^2 = 15{,}5 \cdot 10^{-2}. \tag{24}$$

2.2. Dispersia semnalului traductorului de intrare cu cameră de ionizare

Semnalul traductorului de intrare cu cameră de ionizare în regim de curent este dat de relația (11)

$$U = nN\,Re.$$

În această expresie, produsul Ne reprezintă sarcina electrică medie colectată pe electrozii camerei de ionizare, ca rezultat al ionizării produse de o particulă ce pătrunde în volumul său util. Dacă notăm valoarea sa cu q_p, expresia (11) capătă aspectul

$$U = nRq_p. \tag{25}$$

Acest mod de exprimare este foarte comod pentru calculul dispersiei, deoarece se pot folosi direct relațiile precedente de calcul. Dispersia semnalului poate fi exprimată prin

$$\sigma_U^2 = n^2 R^2 \sigma_{q_p}^2 + n^2 q_p^2 \sigma_R^2. \tag{26}$$

În această relație, $\sigma_{q_p}^2$ reprezintă dispersia de aparat a sarcinii electrice, determinată de variațiile temperaturii și tensiunii de alimentare, iar σ_R dispersia valorilor rezistenței de sarcină produsă de variația temperaturii:

$$\sigma_{q_p}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \frac{\overline{q_p^2}}{3}\varepsilon_q^2 + \frac{\alpha_q^2}{3}\left(\overline{V_d^2}\cdot\varepsilon_{V_d}^2 + \frac{1}{K_s^2}\alpha_{V_d}^2\overline{V_r^2}\,\varepsilon_r^2\right) + \beta_q^2\frac{\overline{t^2}}{3}\varepsilon_t^2, \tag{27}$$

$$\sigma_R^2 = \frac{\overline{R^2}}{3}\varepsilon_R^2 + \alpha_t^2\overline{R^2}\frac{\overline{t^2}}{3}\varepsilon_t^2. \tag{28}$$

Considerînd valorile experimentale obținute la instalația VA—T—70 pentru măsurări industriale [14] ($\overline{n} = 4{,}46\cdot10^6\,s^{-1}$; $\overline{R} = 5\cdot10^9\,\Omega \pm 5\%$; $i = 1{,}5\cdot10^{-9}\,A$; $q_p = 3{,}42\cdot10^{-16}\,C$; $\alpha_q = 0{,}01\,q_p/V$; $\beta_q = 0{,}02\,q_p/°C$; $K_s = 10$; $V_r = 220\,V \pm 10\%$), se obține

$$\sigma_{q_p}^2 = 29\cdot10^{-34};\quad \sigma_R^2 = 3{,}25\cdot10^{16}.$$

Introducînd aceste valori în relația (26), se obține pentru dispersia semnalului valoarea

$$\sigma_U^2 = 149{,}7\cdot10^{-2}. \tag{29}$$

2.3. Dispersia semnalului traductorului de intrare cu detector cu scintilație

Calculul semnalului traductorului de intrare cu detector cu scintilație se poate face cu ajutorul relațiilor (7) sau (9). După cum s-a arătat, sarcina electrică a impulsului detectorului cu scintilație este dată de relația (12).

Dispersia semnalului este aproape exclusiv determinată de variațiile tensiunii de alimentare și ale temperaturii [16], [17].

Expresia dispersiei sarcinii electrice va cuprinde următorii termeni :

$$\sigma_q^2 = \frac{\overline{q}^2}{3}\varepsilon_q^2 + \frac{\alpha_q^2}{3}\left(\overline{V}_d^2\,\varepsilon_{V_d}^2 + \frac{1}{K_s^2}\,\alpha_{V_d}^2\,\overline{V}_d^2\,\varepsilon_r^2\right) + \beta_q^2\frac{\overline{t}^2}{3}\,\varepsilon_t^2. \tag{30}$$

Pentru exemplificare vom folosi valori medii ale parametrilor. Considerăm că se lucrează cu fotomultiplicatorul ФЭУ — 35 cu opt dinozi ($k_d = 8$); $V_d = 1400\,\mathrm{V} \pm 0{,}02\,\%$; $M = 10^5$; $q = 10^{-10}\,\mathrm{C} \pm 5\,\%$; $R = 2{,}5 \cdot 10^5\,\Omega$; $\overline{n} = 2 \cdot 10^4\,\mathrm{s}^{-1}$ [16], [22], [23]; $t = 25°\mathrm{C} \pm 50\,\%$; $K_s^2 = 10^5$ [24], [25].

Coeficientul de variaţie a sarcinii cu temperatura, dedus pe baza graficelor prezentate în figura 4, are valoarea $\beta_q = 0{,}43 \cdot 10^{-2}\,\overline{q}/°\mathrm{C}$.

Folosind relaţiile (12), (13), datele prezentate şi valoarea $k_f = 0{,}75$ [16], se obţine pentru panta de variaţie a sarcinii cu tensiunea de alimentare valoarea $\alpha_q = 4{,}28 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{CV}^{-1}$.

Introducînd aceste date în relaţia (30), se găseşte dispersia sarcinii :

$$\sigma_q^2 = (8{,}35 + 48{,}8 + 9{,}7)\,10^{-24} = 66{,}85 \cdot 10^{-24}.$$

Variaţiile de temperatură determină modificări ale eficacităţii cristalului scintilator. Pentru cristalul de NaI(Tl), care este cel mai mult folosit în aplicaţii, coeficientul de temperatură are în medie valoarea $\gamma_t \approx 0{,}1\,\%/°\mathrm{C}$ [18]. Efectul variaţiei eficacităţii se manifestă prin modificarea numărului de impulsuri înregistrate.

Pentru calculul dispersiei vitezei de numărare folosim relaţia

$$\sigma_n^2 = \frac{\overline{n}^2}{3}\,\varepsilon_n^2 + \gamma_t^2\frac{\overline{t}^2}{3}\,\varepsilon_t^2,$$

din care reţinem numai termenul afectat de temperatură

$$\sigma_n^2 = \alpha_n^2\frac{\overline{t}^2}{3}\,\varepsilon_t^2 = \gamma_t^2\,\overline{n}^2\,\frac{\overline{t}^2}{3}\,\varepsilon_t^2. \tag{31}$$

Variaţiile de temperatură produc şi modificări ale valorii rezistenţei de sarcină. Dispersia acestor valori se calculează cu ajutorul relaţiei (22).

Introducînd valorile elementelor, prezentate mai înainte, în relaţiile (22) şi (31), se obţine

$$\sigma_n^2 = 20{,}8 \cdot 10^3\,; \quad \sigma_R^2 = 81{,}3 \cdot 10^6.$$

Dispersia semnalului traductorului cu detector cu scintilaţie, calculată cu relaţia (15), este

$$\sigma_U^2 = 20 \cdot 10^{-4}. \tag{32}$$

Compararea exactităţii obţinute pentru cele trei detectoare se poate face pe baza erorii relative de aparat. Valorile acestora sînt prezentate în tabela 1.

Din analiza datelor rezultă că pentru condiţii comparabile de lucru cea mai mică eroare de aparat se obţine cu contorul Geiger-Müller.

Pentru a preciza factorii care au contribuția cea mai mare în eroarea de aparat, s-au prezentat în tabela 2 componentele dispersiei corespunzătoare diferitelor cauze.

Tabela 1

Valorile caracteristice ale semnalelor

Tipul traductorului de intrare	Valoarea medie	Dispersia	Abaterea medie pătratică	Eroarea relativă (%)
Traductor cu contor Geiger-Müller	6	$15{,}5 \cdot 10^{-2}$	$3{,}95 \cdot 10^{-1}$	6,58
Traductor cu cameră de ionizare	7,6	$150 \cdot 10^{-2}$	$12{,}2 \cdot 10^{-1}$	16,1
Traductor cu detector cu scintilație	0,5	$20 \cdot 10^{-4}$	$4{,}48 \cdot 10^{-2}$	8,95

Tabela 2

Componentele dispersiei semnalului, exprimate în procente, corespunzătoare diferitelor cauze perturbatoare

Tipul traductorului de intrare	Factorul perturbator						
	Variații de tensiune		Variații de temperatură			Derivă, îmbătrînire etc.	
	σ_q^2	σ_n^2	σ_q^2	σ_R^2	σ_n^2	σ_q^2	σ_R^2
Traductor cu contor Geiger-Müller	44	0,8	—	15,8	—	19,9	19,5
Traductor cu cameră de ionizare	13	—	78,6	1,8	—	3,3	3,3
Traductor cu detector cu scintilație	60,7	—	12,1	5,8	0,60	10,4	10,4

Din analiza acestor date rezultă următoarele :

Traductoarele de intrare cu contoare Geiger-Müller sînt sensibile în mai mare măsură la variațiile tensiunii de alimentare.

Traductoarele cu cameră de ionizare sînt foarte mult influențate de variațiile de temperatură.

Traductoarele cu detectoare cu scintilație sînt foarte sensibile la variație de tensiune și în măsură ceva mai mică, la variațiile de temperatură.

Din cele prezentate rezultă în mod evident necesitatea micșorării sau a înlăturării componentelor erorii de aparat care au cea mai mare contribuție. Analiza datelor din tabela 2 arată că cea mai mare importanță o are dispersia valorilor sarcinei electrice medii a impulsului. Aceasta se poate înlătura prin folosirea unui circuit electronic de standardizare a impulsurilor detectorului de radiații. Un exemplu îl constituie structura II din figura 2. Pentru o asemenea schemă, dispersia semnalului traductorului de intrare este determinată numai de σ_n^2. Eroarea relativă de aparat pentru aceleași condiții de funcționare este 0,15% dacă se folosește un detector Geiger-Müller și 1,52% dacă se utilizează detectorul cu scintilație.

Camerele de ionizare se folosesc foarte rar în regim de impulsuri, deoarece impulsurile rezultate au amplitudine foarte mică.

Eroarea de aparat a camerelor de ionizare se poate elimina aproape complet prin folosirea schemei cu compensare (structurile IV şi V din fig. 3). În aceste scheme, cele două camere de ionizare, care pot fi realizate ca două secţiuni ale aceleiaşi camere, au caracteristici practic identice. Semnalul acestui traductor combinat se obţine sub forma diferenţei a doi curenţi aproape egali, care trec prin rezistenţa comună de sarcină. Influenţa variaţiilor de temperatură sau a tensiunii de alimentare este mult redusă, datorită faptului că efectele lor se scad. Compensarea erorii de aparat pe această cale este cu atît mai bună, cu cît cele două detectoare au caracteristici mai apropiate.

3. ERORILE CIRCUITELOR ELECTRONICE DE PRELUCRARE

Prelucrarea semnalului obţinut la ieşirea detectorului de radiaţii se realizează cu unul sau mai multe circuite electronice. Numărul şi tipul acestor circuite pentru aparatele tipice de măsurare şi control reiese din structurile prezentate în figurile 2 şi 3. Din analiza acestora rezultă că trebuiesc considerate următoarele circuite de prelucrare : amplificatoare de impulsuri, circuite de standardizare, circuite de mediere, amplificatoare de curent continuu şi amplificatoare de curent alternativ. În afara acestora trebuie considerate şi elementele auxiliare, cum sînt modulatoare (cu vibrator, condensator vibrant etc.), motoarele electrice reversibile, selsinele etc.

Circuitele electronice de prelucrare se construiesc cu tuburi electronice sau cu tranzistoare. În unele cazuri, pentru a folosi mai bine caracteristicile acestora, se realizează scheme combinate cu tuburi şi tranzistoare.

Tabela 3

Erorile de aparat ale circuitelor electronice de prelucrare

Tipul circuitului electronic de prelucrare	Mărimea afectată	Factorul perturbator				Eroarea relativă globală	Eroarea relativă care afectează rezultatul
		Variaţia tensiunii de alimentare	Variaţia temperaturii	Deriva	Neliniaritate		
Amplificator de impulsuri	Factorul de amplificare	1 %	2 %/10°C	1 %	2 %	3,16 %	—
Amplificator de curent continuu	Factorul de amplificare	1 %	2 %/10°C	1,5 %	2 %	3,35 %	3,35 %
Circuit de standardizare	Durata impulsului	0,8 %	10 %/10°C	1 %	—	10,2 %	—
	Amplitudinea impulsului	1 %	2 %/10°C	1 %	—	2,45 %	2,45 %
Circuit de mediere	Valoarea medie a semnalului	—	0,5 %	0,5 %	2 %	2,12 %	2,12 %
Discriminator de amplitudine	Pragul de basculare	0,2 %	0,2 %	1 %	—	1,04 %	1,04 %

Stabilitatea circuitelor cu tuburi electronice este, în general, mai bună decît cea a circuitelor cu tranzistoare. Pentru acest motiv vom folosi datele referitoare la ciruitele de prelucrare cu tranzistoare, rezultatele obținute astfel fiind acoperitoare.

În tabela 3 sînt concentrate principalele erori ale circuitelor electronice de prelucrare [11], [14], [19], [20], [25], [26], [27]. Valorile prezentate corespund unor variații de $\pm 10\%$ pentru tensiunea de alimentare a aparatului și $\pm 50\%$ pentru temperatura mediului ambiant (20°C + 50%).

În ultimele coloane sînt prezentate erorile globale. Se constată că eroarea amplificatorului de impulsuri și eroarea care afectează durata impulsului circuitului de standardizare nu au fost considerate. Acest lucru este posibil, deoarece amplificatorul de impulsuri este situat înaintea circuitului de standardizare, iar circuitul de mediere, de obicei cu condensator de dozare, nu este sensibil decît la variațiile amplitudinii impulsului de la intrarea sa [7], [15], [25].

Pe baza valorilor din tabela 3 se pot calcula erorile de aparat ale structurilor prezentate.

În tabela 4 sînt prezentate erorile de aparat ale structurilor tipice în condițiile de lucru considerate. Menționăm că pentru structurile V și VI, care au drept traductor de ieșire un sistem urmăritor, am considerat aceeași

Tabela 4

Erorile de aparat ale structurilor tipice (%).

Structura aparatului	Detectorul de radiații folosit	Eroarea traductorului de intrare	Erorile circuitelor de prelucrare				Eroarea traductorului de ieșire	Eroarea globală
			Amplificator de c.c.	Circuit de standardizare	Circuit de mediere	Modulator		
I	GM	6,58	—	—	2,12	—	1,5	7,17
	CI	16,1						16,25
	DS	8,95						9,36
II	GM	0,15	—	2,45	2,12	—	1,5	3,58
	DS	1,52						3,96
III	GM	6,58	3,35	—	2,12	—	1,5	7,90
	CI	16,1						16,60
	DS	8,95						10
IV	CI	—	3,35	—	2,12	—	1,5	4,34
V	CI	—	3,35	—	2,12	0,5	1,5	4,37
VI	GM	0,15	—	2,45	2,12	—	1,5	3,60
	DS	1,52						3,88

eroare de aparat. În această alegere ne-am bazat pe faptul că aceste sisteme au caracteristici asemănătoare cu cele ale potenţiometrelor electronice înregistratoare.

4. CONCLUZII

Din cele prezentate rezultă că erorile de aparat ale instalaţiilor de măsurare şi de control cu traductoare cu radiaţii nucleare se pot calcula în condiţii satisfăcătoare.

Valorile obţinute permit cîteva observaţii importante.

Se constată astfel că aparatele care folosesc detectoare de radiaţii în regim de impulsuri (II şi VI) au erorile de măsurare cele mai mici.

Se constată de asemenea că folosirea camerei de ionizare este indicată în schemele cu compensare.

Valorile erorilor din tabela 4 pot fi reduse prin alegerea unor condiţii mai bune de funcţionare a aparatelor. În acest caz este necesară recalcularea erorilor elementelor de aparat cu ajutorul unor relaţii de forma (14).

BIBLIOGRAFIE

1. Н. Н. Сумиловский, Л. В. Мелцер, *Основы теории устройств автоматического контроля с использованием радиоактивных изотопов*, Изд. АН СССР, Москва, 1959.
2. Л. К. Таточенко, *Радиоактивные изотопы в приборостроении*, Москва, Атомиздат, 1960.
3. R. V. Djagatpanian ş.a., *Controlul şi reglarea proceselor chimice cu ajutorul izotopilor radioactivi*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1964.
4. I. Kohl ş.a., *Radioisotope applications engineering*, New York, D. Van Nostrand Company, 1961.
5. P. Lévêque, *Les applications industrielles des radioélèments*, Paris, Editions Eyrolles, Gauthier Villars, 1962.
6. V. Kment, A. Kuhn, *Technik des Messens radioaktiver Strahlung*, Leipzig, Akademische Verlagsagesellschaft, 1960.
7. Gh. Cristea ş.a., *Dispozitive şi circuite electronice în instalaţii cu izotopi radioactivi*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1965.
8. Fl. Ciorascu, M. Oncescu. *Detectarea şi măsurarea radiaţiilor nucleare*, Bucureşti, Edit. Acad. R.S.R., 1964.
9. И. Л. Коротков, *Справочник по изотопным приборам*, Москва, Госатомиздат, 1963.
10. И. В. Стеценко и др., (ред.), *Радиоционная автоматика, изотопы и ядерные излучения в науке и технике*, Киев, Изд. АН Украинской ССР, 1964.
11. С. В. Чернова, П. Д. Ширшова, (ред.), *Узлы новой аппаратуры для исследования ядерных излучений*, Москва, Госатомиздат, 1961.
12. Г. А. Василев, С. К. Слемпнер, *Релейные устройства с источниками ядерного излучения*, Москва, Машгиз, 1963.
13. Р. Коннор, *Расчет риска применения схемных элементов*, Вопросы радиолокационной техники, **40**, 4 (1957).

14. W. Dietzsch, *Messempfindlichkeit und Messgenauigkeit bei der industriellen Dickenmessung mit* β-Strahlung, Isotopentechnik, *3* şi *4* (1960/61).
15. И. Е. Долгирев и др., *Детекторы ядерных излучений*, Ленинград, 1961, Судпромгиз.
16. И. В. Вяземский и др., *Сцинтилляционный метод в радиометрии*, Атомиздат, Москва, 1961.
17. А. Л. Ошерович и др., *О влиянии температуры на спектральную чувствительность фотоумножителей*, Приборы и техника эксперимента, I (1962).
18. R. F. Webb, P. Jonson, Physical Review, **98**, *1*, 235, (1955).
19. А. А. Врагин, Н. В. Михайловски, *Телеизмерение радиоактивных излучений*, Киев, Изд. АН Украинской ССР, 1963.
20. К. Ю. Плискин, Н. А. Валов, *Методы и аппаратура для измерения малых радиоактивностей проб металла и шлака*, Москва, Металлургиздат, 1963.
21. В. К. Матвеев и др., *Исследования зависимости параметров фотоумножителей и температуры*. Приборы и техника эксперимента, I (1962).
22. V. A. Hitun, *Contoare pentru radiații nucleare și dispozitive de numărat*. București, Edit. Tehnică, 1962.
23. * * * *Справочник по дозиметрическим, радиометрическим и электронно-физическим приборам, счетчикам, сцинтилляторам и фотоумножителям*, Москва, Госатомиздат, 1959.
24. А. Ю. Егоров, *Сцинтилляционный метод спектроскопии*, Москва, Госатомиздат, 1963.
25. А. А. Санин, *Электронные приборы ядерной физики*, Москва, Изд. Наука, 1964.
26. С. Л. Горн, И. Б. Хазанов, *Транзисторы в радиометрической аппаратуре*, Москва, Госатомиздат, 1961.
27. И. С. Бобиченко и др., *Контрольно-измерительная радиометрическая аппаратура*, Москва, Госатомиздат, 1963.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

1966

INDEX ALFABETIC

	Nr.	Pag.
Energetică generală		
ARIE ECATERINA, Racordarea unor modele matematice parţiale folosite pentru optimizarea structurii sistemelor electroenergetice	2	187
BERCOVICI MARTIN, AL. PAP, Consideraţii asupra introducerii în practica de planificare a metodicii de optimizare a planului general de aprovizionare cu combustibil şi energie	3	403
— Contribuţii româneşti la prognoza necesarului de energie şi la optimizarea soluţiilor în economia energetică	4	745
HAIDUC CONSTANTIN, Consideraţii privind determinarea tipului optim de centrală electronucleară pentru condiţiile din Republica Socialistă România	2	201
IORDACHE SANDA (vezi T. Miclescu)	1	3
MICLESCU TEODOR, AL. PAP, I. NICULESCU S. IORDACHE, Consumatorii echivalenţi ai consumatorilor de energie, în modelul matematic al bilanţului energetic general	1	3
NICULESCU IONEL (vezi T. Miclescu)	1	3
PAP ALEXANDRU (vezi T. Miclescu)	1	3
— Cuprinderea importului şi exportului purtătorilor de energie şi a formelor de energie în modelul matematic al bilanţului energetic general	2	171
— (vezi M. Bercovici)	3	403
Termoenergetică şi termotehnică		
ANTONESCU NICOLAE, I. RĂDULESCU, Contribuţii la completarea modelului procesului de stabilizare cu gaze recirculate pentru aprindere	1	115
ANTONESCU NICOLAE, D. GRECOV, Cercetări privind stabilitatea proceselor arderii combustibililor gazoşi	4	823
ARAMĂ C-TIN, M. NĂSTASE, N. BLEZU, Influenţa geometriei anticamerei asupra proceselor de ardere din motoarele diesel	2	353
ARAMĂ C-TIN, Supraalimentarea motoarelor diesel (recenzie)	1	165
BĂJENESCU TITU, N. PĂNOIU, Asupra modelării ecuaţiei mişcării unei particule solide într-un flux curbiliniu	3	681

	Nr.	Pag.
BĂLAN VALENTINA, Asupra sinterizării cenușilor unor cărbuni din Republica Socialistă România	2	385
BLEZU NICOLAE (vezi C. Aramă)	2	353
— (vezi M. Năstase)	3	657
CARABOGDAN ION (vezi N. Pănoiu)	1	123
COMĂNESCU ELENA (vezi Ath. Trutea)	3	615
CRĂCIUNEANU C-TIN (vezi N. Pănoiu)	1	123
DĂNILĂ NICOLAE, AL. LECA, Determinarea împărțirii în drepte a intervalului total de preîncălzire a apei, în ciclurile termice ale centralelor termoelectrice cu supraîncălzire intermediară a aburului	1	105
— (vezi C. Dinculescu)	2	341
DINCULESCU CONSTANTIN, N. DĂNILĂ, D. GRECOV, Optimizarea proceselor de încălzire și de răcire intermediară în ciclurile turbinelor cu gaze și ciclurile mixte abur-gaze	2	341
FAUR SIMION, Folosirea amestecurilor de motorină și petrol în motorul diesel. Stabilirea evoluției probabile a principalelor proprietăți fizico-chimice	3	637
GHIA VICTOR, N. LEMNEANU, Unghiul de pulverizare la injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere	2	371
GRECOV DAMIAN, I. IORDACHE, Lungimea flăcărilor difuzive deschise în cazul jeturilor în echicurent și contracurent	1	139
— (vezi C. Dinculescu)	2	341
— (vezi I. Iordache)	3	603
— (vezi N. Antonescu)	4	823
GUȚU ELENA, (vezi Ath. Trutea)	3	615
HAIDUC CONSTANTIN, Puterea termică a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului	3	667
IONIȚĂ TUDOR (vezi Damian Iordache Nicolae)	3	691
IORDACHE ION (vezi D. Grecov)	1	139
— D. Grecov, Schimbul de masă în cazul a două jeturi turbulente axial-simetrice în echicurent	3	603
LECA A. (vezi N. Dănilă)	1	105
LEMNEANU NICOLAE (vezi Victor Ghia)	2	371
NĂSTASE MIRCEA (vezi C. Aramă)	2	353
NĂSTASE MIRCEA, N. BLEZU, Dependența temperaturii pereților antecamerei motoarelor diesel de calitatea proceselor de ardere	3	657
PĂNOIU NICOLAE, C. CRĂCIUNESCU, G. SINGER, I. CARABOGDAN, Interdependența dintre simplexurile geometrice și regimul de curgere în cazul modelării izotermice monofazice a focarului ciclon conic	1	123
— Interdependența simplexurilor geometrice și regimului de curgere în cazul modelării izotermice monofazice a focarelor ciclon	2	325
— (vezi T. Băjenescu)	3	681
PIMSNER VICTOR, Interdependența dintre parametrii funcționali și performanțele compresorului centrifug	3	625
RĂDULESCU ION (vezi N. Antonescu)	1	115
SINGER GEORGE (vezi N. Pănoiu)	1	123
STOICA NICOLAE (vezi C. A. Vasilescu)	1	149
ȘTEFAN ION (vezi C. A. Vasilescu)	1	149

	Nr.	Pag.
TRUȚEA ATHANASE, EL. COMĂNESCU, EL. GUȚU, Contribuții la determinarea temperaturii flăcărilor din raportul intensităților a două linii spectrale-atomice	3	615
VASILESCU CĂLIN ADRIAN, ION ȘTEFAN și N. STOICA, Influența condițiilor exterioare asupra consumului de combustibil la motorul S-R-211 (variația altitudinei de exploatare)	1	149
— Cercetări asupra proceselor de ardere în motorul diesel cu antecameră	4	

Electroenergetica și electrotehnica

ADĂMUȚ ION (vezi I. S. Antoniu)	3	531
ANTONIU S. ION, I. ADĂMUȚ, Contribuții la definirea vitezei de propagare a unui semnal pe lanțuri de cuadripol	3	531
APETREI CONSTANTIN (vezi M. Marinescu)	4	
BĂJENESCU TITU (vezi Tătaru N.)	1	91
BĂLĂ V. CONSTANTIN, Predeterminarea caracteristicii magnetice a compresorului de fază (C.F.) tip Leblanc	1	83
BĂLĂ V. CONSTANTIN, P. OPRIȘAN, Oscilațiile sinusoidale întreținute ale mașinii sincrone cuplate la bare de putere infinită	3	559
BÂRGĂUANU MIHU, D. CREȚU, Cu privire la limita de stabilitate a motoarelor sincrone supuse la variații bruște ale tensiunii și sarcinii	2	285
BUNEA VICTOR, Soluționarea prin diferențe finite a ecuațiilor lui Maxwell în medii feromagnetice	2	257
CARTIANU PAUL, Analiza logistică a rețelelor electrice	2	299
CĂLUȘIȚĂ MIOARA, Locul rădăcinilor ecuației caracteristice pentru sistemele cu timp mort	2	313
CIRIC R. ION (vezi Țugulea A.)	3	451
CREȚU DUMITRU (vezi M. Bărgăuanu)	2	285
CUPȘA ADRIAN, Regimul tranzitoriu al inducției în cilindrii feromagnetici circulari ecranați	3	503
DAMIAN IORDACHE NICOLAE, IONIȚĂ TUDOR, ANDREI ȚUGULEA, Cu privire la calculul sumei unei serii importante în aplicațiile electrotehnice cu ajutorul calculatorului cifric (notă)	3	691
DIMO PAUL, Modul de considerare a sistemelor vecine pentru studiul unui sistem electroenergetic interconectat	3	577
— Rezultate de cercetare în analiza rețelelor electroenergetice	4	785
DORDEA TOMA, Asupra ecuațiilor mașinilor electrice de curent alternativ	1	17
FLUERAȘU CEZAR (vezi A. Țugulea)	1	33
FLUERAȘU CEZAR, N. GALAN, Curenții turbionari și căldura dezvoltată într-un conductor cilindric foarte lung, situat într-o bobină circulară de lungime finită parcursă de curent alternativ	2	237
— (vezi Al. Timotin)	3	481
GALAN NICOLAE (vezi C. Flueraşu)	2	237
— Cîmpul electromagnetic al unui fir rectiliniu parcurs de curent alternativ dispus în întrefierul mărginit de un cilindru conductor și o coajă cilindrică	2	273
GHEȚARU SORIN (vezi N. Tătaru)	1	91
MARINESCU MATEI, Schimb de experiență cu R.D.G. pentru aplicarea oscilomotoarelor parametrice la acționarea compresoarelor de frigidere	2	399

	Nr.	Pag.
— Acţionarea compresoarelor cu „Oscilomotor de tip parametric". Metodică de calcul	3	583
MARINESCU MATEI, C. APETREI, Cercetări în domeniul maşinilor electrice	4	797
OPRIŞAN POMPILIU, (vezi C. Bălă)	3	559
POMÎRLEANU MARIUS, Construcţia echivalentului cu sarcină unică utilizînd matricea admitanţelor reţelei	1	73
POPOV MIHAI, Cu privire la orientarea cercetărilor Institutului de energetică asupra stabilităţii sistemelor automate neliniare	4	813
REMUS RĂDULEŢ, AL. TIMOTIN, A. ŢUGULEA, O teorie generală a parametrilor lineici tranzitorii ai liniilor electrice lungi şi cu pierderi în prezenţa solului	3	417
— Contribuţii româneşti la studiul cîmpului electromagnetic cvasistaţionar în medii conductoare	4	761
REMUS RĂDULEŢ, A. ŢUGULEA, AL. TIMOTIN, Introducerea parametrilor tranzitorii în studiul circuitelor electrice lineare avînd elemente nefiliforme şi pierderi suplementare	4	857
SPINEI FĂNICĂ, Asupra unor teoreme de variaţie în teoria circuitelor electrice	1	55
TĂTARU NICOLAE, T. BĂJENESCU, S. GHEŢARU, Un sistem cu optimizare automată pentru reglarea puterii reactoarelor nucleare	1	91
TIMOTIN ALEXANDRU, (vezi R. Răduleţ)	3	417
TIMOTIN ALEXANDRU, A. ŢUGULEA, C. FLUERAŞU, Cîmpul electromagnetic cvazistaţionar al unor fire rectilinii parcurse de curent alternativ în prezenţa unui ecran plan infinit de grosime finită	3	481
— (vezi R. Răduleţ)	4	
ŢUGULEA ANDREI, C. FLUERAŞU, Cîmpul magnetic, reactanţele şi cuplul maşinilor sincrone reactive	1	33
— Reactanţa de dispersie şi rezistenţa în curent alternativ a laturilor de bobină situate în crestături eliptice	2	221
— (vezi R. Răduleţ)	3	417
ŢUGULEA ANDREI, I. CIRIC, Cîmpul magnetic staţionar şi rezistenţa în curent alternativ la frecvenţe joase a conductoarelor drepte cu secţiuni în formă de elipsă sau de coajă eliptică	3	451
— (vezi Timotin Al.)	3	481
— (vezi Iordache Damian Nicolae)	3	691
— (vezi R. Răduleţ)	4	

MARTIN BERCOVICI și ALEXANDRU PAP 620.92

OPTIMIZAREA FUNCȚIONĂRII SISTEMULUI DE ALIMENTARE CU GAZE NATURALE PRIN OPTIMIZAREA BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

Se tratează modul de cuprindere a diverselor aspecte ridicate de funcționarea sistemelor de alimentare cu gaze naturale în modelul matematic al bilanțului energetic general optim.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 1, p. 3 — 12 București 1967

ȘTEFAN KOVÁCS 620.92

CONTRIBUȚII LA STUDIEREA MODIFICĂRILOR DE STRUCTURĂ ALE BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

Modificarea structurii bilanțului energetic general este una din caracteristicile importante ale dezvoltării economiei energetice. Lucrarea analizează factorii ce au determinat aceste mofidicări, importanța cunoașterii lor și propune introducerea a doi indicatori energetici, de pondere și de structură pentru a caracteriza și urmări în timp evoluția structurii bilanțului.

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1963

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 1, p. 13 — 26 București 1967

M. ELEFTERESCU, ST. KOVÁCS, GH. TRANDAFIRESCU 620.1.003

CONTRIBUȚII LA PRECIZAREA METODEI DE STABILIRE A VARIANTEI DE ACOPERIRE A NECESARULUI DE ENERGIE

Se prezintă o propunere de model matematic pentru alegerea variantei optime de acoperire a necesarului intern de energie, prin luarea în considerare a posibilităților de producție ale surselor interne de energie — în condiții normale de exploatare, sau în condiții de forțare — și a posibilităților de apelare la surse externe de energie, aceste posibilități fiind condiționate de relațiile comerciale externe ale țării.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 1, p. 27—38 București 1967

VICTOR CARACUDOVICI 620.92

ASUPRA TREPTEI FINALE A BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

Pe baza analizei utilizării energiei în porțiunile finale ale lanțurilor energetice, se tratează unele aspecte teoretice și practice ridicate de definirea noțiunii de energie pe treapta finală a bilanțului energetic general, în scopul îmbunătățirii modelării matematice a economiei energetice. Se propune considerarea lanțurilor energetice care alcătuiesc bilanțul energetic general pînă la nivelul de intrare în treaptă de consum final, definindu-se noțiunea de energie finală. În încheiere se analizează indicatorii energo-economici globali care pot caracteriza procesele din porțiunile finale ale lanțurilor energetice.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 1, p. 39 — 52 București 1967

I. NICULESCU 620.9

ANALIZA CONSUMATORILOR DE ENERGIE ÎN VEDEREA REDUCERII DIMENSIUNILOR MODELULUI MATEMATIC AL BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

Se prezintă o metodă care permite transcrierea aspectului real al consumatorilor de energie în modelul matematic al bilanțului energetic general, într-un număr minim de relații și utilizînd un număr minim de necunoscute.

Reducerea dimensiunilor modelului matematic urmărește înlesnirea rezolvării practice a problemei de programare matematică rezultată.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 1, p. 53 — 65 București 1967

ANTOANETA SOCI 621.311.161 : 621.3.019.3

INFLUENȚA INTERCONEXIUNII SISTEMELOR ELECTROENERGETICE ASUPRA SIGURANȚEI LOR DE FUNCȚIONARE

Se prezintă relații care indică influența gradului de interconexiune a sistemelelor electroenergetice și influența condițiilor introduse de linia de interconexiune asupra siguranței sistemelor interconectate. Se determină în ce condiții este avantajoasă interconectarea sistemelor, din punctul de vedere al creșterii siguranței lor de funcționare.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 1, p. 67 — 79 București 1967

N. ANTONESCU și I. RĂDULESCU 533 : 536.4

PARAMETRII DE CURGERE CARACTERISTICI GRILELOR DE STABILIZARE A ARDERII AMESTECURILOR COMBUSTIBILE

Pe baza unui model al curgerii în avalul grilei s-a determinat o metodică de calcul care scoate în evidență importante caracteristici ale fenomenului de stabilizare a arderii.

Rezultatele calculului sînt în bună concordanță cu datele experimentale, permițînd și verificarea ipotezelor de bază adoptate inițial.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 1, p. 81 — 88 București 1967

I. CARABOGDAN 533 : 536.4

DEPENDENȚA VITEZEI DE ARDERE A PARTICULEI DE NATURA COMBUSTIBILULUI SOLID

Pornind de la necesitatea obținerii unor date certe asupra comportării la ardere a combustibililor românești, date necesare proiectării și funcționării optime a focarelor cu cărbune pulverizat, s-au determinat experimental valorile celor trei componente ale timpului de ardere a particulei de combustibil într-un cîmp convectiv radiant cu o temperatură de 1000°C. Cercetările efectuate pe zece combustibili au pus în evidență influența naturii combustibilului asupra timpului de pregătire, de ardere a substanțelor volatile și a reziduului carbonos.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 1, p. 89 — 99 București 1967

VICTOR V. GHIA și NICOLAE LEMNEANU 662.6

COEFICIENTUL DE DEBIT REAL LA INJECTOARELE CU CAMERA DE TURBIONARE CU ÎNTOARCERE

Se propune metoda de calcul a coeficientului real de debit ξ, care este funcție de coeficientul de debit ideal ξ_0, simplexul $\frac{D_c}{d_e}$ și criteriile de similitudine Re și π_1. Criteriul π_1 depinde în afară de caracteristicile fizice ale lichidului pulverizat și de diametrul diusei d_e.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 1, p. 101—108 București 1967

N. DĂNILĂ și D. GRECOV 624.438 : 621.039

PROBLEME ALE OPTIMIZĂRII PARAMETRILOR CICLULUI INSTALAȚIEI DE TURBINE CU GAZE ÎN CADRUL CENTRALEI ELECTRONUCLEARE

Din analiza factorilor care influențează puterea maximă a instalației turbinei cu gaze în cadrul CEN, rezultă influența deosebită a caracteristicilor de temperatură a reactorului nuclear asupra gradului de compresie optim și al temperaturii agentului de lucru la intrarea în turbină. Se scoate în evidență interdependența diferiților factori ca gradul de regenerare al ciclului, randamentele relativ interne ale compresorului și turbinei, temperatura maximă a învelișului barelor de combustibil, temperatura agentului la intrare în turbină care asigură economicitatea maximă a CEN.

St. cerc. energ., electr. Tom. 17, Nr. 1, p. 109—121 București 1967

S. DOBROSAVLJEVIĆ 621.436

SISTEMUL AUTOREGLĂRII TERMICE A CAMEREI DE ARDERE LA MOTOARELE DIESEL

Se prezintă o metodă de a se asigura temperatura constantă a pereților camerei de ardere a motorului Diesel prin aceea că acesta face contact variabil, în funcție de sarcina motorului, cu peretele chiulasei și prin urmare fluxul termic este diferit. Se prezintă principiul metodei, metoda de calcul și o serie de date experimentale.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 1, p. 123—130 București, 1967

REMUS RĂDULEȚ, CONSTANTIN NEMOIANU
621.3.016 : 621.313.333

REPARTIȚIA CURENTULUI ELECTRIC DE ADUCȚIE ÎN PLĂCI LA SUDAREA LOR PRIN PUNCTE

Pentru predeterminarea puterii necesare la sudarea prin puncte a două plăci date și cu electrozi de secțiuni date, în funcție de curentul de aducție, se calculează cîmpul electric și cîmpul magnetic în una din plăci și, prin analogie, în cealaltă, în funcție de: conductivitate, permeabilitate, pulsația și valoarea efectivă a curentului injectat, grosimea plăcii, diametrul suprafeței circulare de contact a electrodului cu placa și diametrul suprafeței circulare de trecere dintre cele două plăci.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 1, p. 131—141 București, 1967

ALEXANDRU TIMOTIN 538.311

UNICITATEA SOLUȚIILOR ȘI CALCULUL PUTERII ÎN CÎMPUL ELECTROMAGNETIC CVASISTAȚIONAR AL UNUI SISTEM DE CONDUCTOARE PARALELE

În regim tranzitoriu, cîmpul magnetic cvasistaționar plan-paralel și transversal și căderile de potențial electric în lungul unui sistem complet de conductoare paralele nefiliforme cu proprietăți de materiale liniare sînt univoc determinate de variația în timp a curenților din conductoare și de repartiția inițială a acestor curenți pe secțiunile transversale ale conductoarelor.

În aceleași condiții și cîmpul electric asociat sistemului e univoc determinat dacă se dau potențialele bornelor de intrare.

Puterea instantanee, puterea activă și puterea reactivă primită de sistem este exprimabilă simplu în funcție de curenți și de valorile medii ale potențialului magnetic sector pe secțiunile transversale ale conductoarelor.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 1, p. 143—156 București 1967

ANDREI ȚUGULEA 621.3.017.22

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC ȘI PIERDERILE ÎN CAZUL UNUI ECRAN ELIPTIC SUBȚIRE ÎN PREZENȚA UNOR FIRE PARCURSE DE CURENT ALTERNATIV, PARALELE CU AXA ECRANULUI

Utilizîndu-se coordonatele cilindrului eliptic și metoda separării variabilelor, în lucrare, se determină potențialul vector a unui sistem de fire parcurse de curent alternativ, situate în interiorul și exteriorul unui ecran eliptic subțire, fiind paralele cu axa ecranului. Se determină distribuția de curenți din ecran cum și pierderile Joule produse de aceștia.

Problema este rezolvată atît în ipoteza ecranului cu conductivitate superficială finită cît și în ipoteza limită a ecranului perfect conductor.

Ca aplicații, se studiază ecranul cu un singur fir interior și ecranul în prezența unui sistem trifazat de conductoare așezate în interior, pentru care se dau tabele și curbe pentru calculul pierderilor.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 1, p. 157—169 București 1967

C. V. BĂLĂ 621.313.823.5

PREDETERMINAREA CARACTERISTICILOR DE FUNCȚIONARE ALE OSCILOMOTORULUI ELECTROMAGNETIC AXIAL

În lucrare se prezintă o metodă analitică de predeterminarea caracteristicilor de funcționare în regim staționar ale oscilomotorului electromagnetic axial (puterea electromagnetică și factorul de putere în funcție de amplitudinea cursei armăturii mobile la tensiune, respectiv la curent dat) pe baza caracteristicilor magnetice ale circuitului magnetic, considerîndu-se pentru armătura mobilă o mișcare dată.

Caracteristicile magnetice ale oscilomotorului se calculează pe baza metodei prezentate în lucrare în funcție de dimensiunile miezului feromagnetic și de caracteristicile înfășurării inductorului.

St. cerc. energ. electr. Tom 17, Nr. 1, p. 171—188 București 1967

I. ADĂMUȚ 621.315

APLICAREA PRINCIPIULUI SUPERPOZIȚIEI LA STUDIUL INFLUENȚEI PARAMETRILOR LINEICI MUTUALI ASUPRA PROPAGĂRII UNDELOR ELECTROMAGNETICE PE O LINIE ELECTRICĂ CU MAI MULTE CONDUCTOARE

În lucrare se prezintă calculul direct a transformatelor tensiunilor și curenților la o linie multifilară folosind metoda superpoziției.

Se aplică apoi metoda în cazul unei linii cu două conductoare fără pierderi studiindu-se influența parametrilor lineici mutuali în procesul de propagare.

Se arată că studiul propagării undelor pe linia cu două conductoare cu influențe mutuale între ele poate fi înlocuit cu studiul propagării pe două linii cu un singur conductor, avînd parametrii lineici diferiți.

St. cerc. energ. electr. Tom 17, Nr. 1, p. 189—212 București 1967

N. N. TĂTARU 621.3.078

ANALIZA UNUI SISTEM CU OPTIMIZARE AUTOMATĂ PE MODEL ANALOGIC

Se prezintă principiul de optimizare automată a factorului de amplificare şi apoi a unui circuit de corecţie dintr-un sistem de reglaj automat în baza unui indice integral de performanţă.

Pe un calculator analogic s-au modelat atît sistemul supus optimizării, cît şi toate circuitele şi dispozitivele anexă necesare optimizării.

Schema de optimizare propusă are proprietatea dea se adapta la variaţiile imprevizibile ale caracteristicii dinamice, fie ale obiectului automatizat, fie ale dispozitivului de automatizare.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 1, p. 213 — 223 Bucureşti 1967

ALEXANDRU POPESCU 621.13.058 : 621.039.84

ERORILE DE APARAT ALE INSTALAŢIILOR DE MĂSURAT CU TRADUCTOARE CU RADIAŢII NUCLEARE

Precizia măsurărilor efectuate cu aparate cu traductoare cu radiaţii nucleare este în mare măsură influenţată de erorile introduse de aparat.

În lucrarea de faţă se precizează modul în care apar aceste erori şi se expune o metodică de calcul cu caracter general.

Se arată că erorile de aparat sînt comparabile şi chiar mai mari decît erorile statistice, astfel că neglijarea lor nu este posibilă.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 1, p. 225 — 239 Bucureşti 1967

URSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile: discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole, numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la 2 rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; figurile pe calc în tuş, însoţite de cîte 2 copii şi o altă listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, şase rînduri; un rezumat de circa 2 000 semne.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie: Bucureşti, Şos. Vitan, nr. 236 raionul Tudor Vladimirescu.

REVISTE PUBLICATE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ
STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ
STUDII ŞI CERCETĂRI DE METALURGIE
REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES
— SÉRIE DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE
— SÉRIE D'ÉLECTROTECHNIQUE ET D'ÉNERGETIQUE
— SÉRIE DE MÉTALURGIE

JUN 17

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. MANEA, *Cîteva probleme ale teoriei plăcilor plane elastice*, 1966, 255 p., 8,75 lei.

T. OROVEANU, *Scurgerea fluidelor multifazice prin medii poroase*, 1966, 599 p., 41 lei.

GH. CARTIANU, *Modulația de frecvență* (în limba rusă), 1961, 579 p. + 7 pl., 39,10 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, *Teoria lubrificației în regim turbulent*, 1965, 343 p., 29 lei.

D. DAMSKER, *Principii și mijloace noi de automatizare a acționărilor electrice*, 1964, 439 p., 24,50 lei.

SUZANA GÎDEA, M. PROTOPOPESCU, D. DRIMMER, *Metalurgia fizică a semiconductorilor*, 1963, 501 p. + 4 pl., 31 lei.

A. MORARU, *Amplidina (mașină electrică amplificatoare de curent continuu cu cîmp transversal*, 1962, 328 p. + 2 pl., 14,90 lei.

V. PIMSNER, C. A. VASILESCU și GH. RĂDULESCU, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, 1964, 756 p., 45 lei.

TRAIAN SĂLĂGEAN, *Fenomene fizice și metalurgice la sudarea cu arcul electric a oțelurilor*, 1963, 219 p., 12,10 lei.

C. C. TEODORESCU, *Teoria șinei fără joante supuse la variații de temperatură*, 1965, 260 p., 3 pl., 19,50 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS și VICTOR PIMSNER, *Exploatarea rațională a gazelor naturale*, 1963, 367 p. + 7 pl., 26,40 lei.

I. P. „Informația" – c. 3542

43821

Lei 18.—

F 1736

REFERATELE

R

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

2

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 241—456 Bucureşti 1967

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Ing. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Ing. V. PIMSNER;
Ing. C. A. VASILESCU;
Ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție.*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 72 lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa:

BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 17, Nr. 2 1967

SUMAR

Economie energetică

Pag.

V. CARACUDOVICI, D. SPIRIDON şi V. COZELCIUC, Rezultate de sinteză în inventarierea resurselor hidroenergetice teoretice ale cursurilor de apă interioare din Republica Socialistă România 243

A. DUMITRESCU, M. ELEFTERESCU şi ŞT. KOVÁCS, Metoda pentru preevaluarea necesarului de energie în industrie prin utilizarea calculului matriceal 263

Termoenergetică şi termotehnică

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, Teoria diagramei entropice cu axe curbe pentru unitatea de cantitate de substanţă 271

I. CARABOGDAN, Corelaţia dintre viteza de ardere a particulei de combustibil solid şi temperatura mediului 283

VICTOR V. GHIA şi DAMIAN GRECOV, Parametrii optimi ai cuptoarelor cu recirculaţie a gazelor prevăzute cu recuperatoare 293

S. FAUR, Folosirea amestecurilor de motorină şi petrol în motorul diesel. Comportarea probabilă în motor 301

ATH. TRUŢIA, EL. GUŢU şi EL. COMĂNESCU, Studiul comparativ al unor metode optice de determinare a temperaturii flăcărilor 313

Electroenergetică şi electrotehnică

R. RĂDULEŢ şi A. IFRIM, Aplicarea prezentării Maxwelliene în teoria curenţilor turbionari în plăci subţiri 329

ANDREI ŢUGULEA şi CORNELIA IONESCU, Determinarea permeanţei magnetice a întrefierului unor armături cu crestături semicirculare 341

M. BERCOVICI şi G. IACOBESCU, Influenţa reţelei asupra puterii de rupere a întreruptoarelor la deconectarea scurtcircuitelor trifazate 357

PAUL DIMO, „Grafurile bidirecţionale" şi de corespondenţă biunivocă ale sistemelor electroenergetice 379

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 241—456 Bucureşti 1967

Pag.

S. IONESCU, B. UNGUREANU, P. VASILESCU și M. STAADECKER, Un nou algoritm de calcul pentru determinarea regimurilor staționare de funcționare a sistemului energetic cu ajutorul calculatoarelor electronice cifrice. . . 399

E. RODEANU, Discriminator de bandă largă realizat cu amplificator operațional 417

ALEX. PETROIANU, Metoda ortogonală pentru determinarea matricei impedanțelor proprii și de transfer a rețelelor electrice folosind calculatoare electronice cifrice 429

Note

N.V. BOȚAN, I. BEJAN și V. PRISĂCARU, Considerații experimentale asupra fenomenului de automodulație dinamică la amplificatoarele magnetice de tip modulator 445

Recenzii 455

REZULTATE DE SINTEZĂ ÎN INVENTARIEREA RESURSELOR HIDROENERGETICE TEORETICE ALE CURSURILOR DE APĂ INTERIOARE DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

DE

V. CARACUDOVICI, I. D. SPIRIDON și V. COZELCIUC

620.91

După o scurtă prezentare a modului în care a fost organizată acțiunea de inventariere a resurselor hidroenergetice teoretice în Republica Socialistă România se prezintă în ansamblu și pe bazine hidrografice rezultatele obținute în inventarierea potențialelor hidroenergetice de suprafață (din precipitații și din scurgere) și a potențialelor teoretice ale cursurilor de apă interioare. În final se fac o serie de comparații între valorile obținute.

Ținînd seama de necesitatea cunoașterii cît mai exacte a disponibilităților naturale de energie de toate categoriile și a modului lor probabil de evoluție în viitor pentru fundamentarea unei politici energetice juste concretizate în planurile de dezvoltare energetică și în schițele de plan de perspectivă, Academia Republicii Socialiste România, prin Institutul său de energetică în colaborare cu celelalte instituții de specialitate din țară, a început, încă din 1957, o acțiune mare de inventariere a principalelor resurse energetice clasice de care dispune țara noastră, în cadrul căreia, paralel cu lucrările de inventariere noi, s-au valorificat la maximum toate datele obținute din lucrările anterioare. Ca rezultat al acestei acțiuni s-au elaborat două lucrări monografice: *Atlasul resurselor termoenergetice* și *Atlasul resurselor hidroenergetice.*

Acțiunea de inventariere a resurselor hidroenergetice din țara noastră, cu o bogată tradiție din perioada care precedă cel de-al doilea război mondial, susținută de o serie de cercetători entuziaști, a început în mod organizat în primii ani ai construcției socialiste, cînd s-a creat Institutul de studii și proiectări energetice (I.S.P.E.) din cadrul Ministerului Energiei Electrice, primul institut de specialitate din țară, care

St. cerc. energ. electr. Tom 17, Nr. 2, p. 243—262, București, 1967

a primit sarcina de a studia şi inventaria potenţialul hidroenergetic amenajabil al cursurilor de apă din ţară în vederea întocmirii planurilor de electrificare de perspectivă.

În acest scop, I.S.P.E. a început din 1950 inventarierea sistematică a potenţialului hidroenergetic şi studiul planurilor de amenajare hidroelectrică a cursurilor de apă pe principalele bazine hidrografice.

Aceste studii de inventariere şi de amenajare hidroenergetică s-au făcut pe baza unui volum amplu de cercetări şi lucrări de teren hidrologice, ridicări topografice, studii geologice şi lucrări de cercetare pentru obiectivele mai importante întocmite de I.S.P.E., de Institutul de cercetări şi studii energetice (I.C.S.E.) şi apoi de Institutul de studii şi proiectări hidroenergetice (I.S.P.H.). Pe baza datelor obţinute s-au întocmit lucrări de sinteză prin care au fost prezentate resursele hidroenergetice de care dispune ţara noastră (potenţialul hidroenergetic tehnic amenajabil), uzinele hidroelectrice care se pot amenaja pe cursurile de apă, precum şi condiţiile tehnice-economice de realizare şi repartizarea lor pe teritoriul ţării. Aceste lucrări au fost folosite şi de Comitetul de Stat al Apelor la elaborarea prin unităţile sale de specialitate a planului general de amenajare a apelor din Republica Socialistă România.

Rezultatele acestor studii au fost folosite de Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, care împreună cu Ministerul Energiei Electrice prin I.S.P.E. şi I.S.P.H. şi Comitetul de Stat al Apelor prin Institutul de studii si cercetări hidrotehnice (I.S.C.H.), Institutul pentru planuri de amenajare şi construcţii hidrotehnice (I.P.A.C.H.) şi Direcţia Generală a Apelor au colaborat la elaborarea în comun a *Atlasului resurselor hidroenergetice teoretice ale Republicii Socialiste România.*

S-au întocmit în acest fel o serie de monografii asupra potenţialului hidroenergetic teoretic (de suprafaţă şi liniar), care a stat la baza elaborării *Atlasului resurselor hidroenergetice.*

Dat fiind faptul că de la începerea lucrărilor de inventariere a resurselor hidroenergetice pe sisteme şi bazine hidrografice pînă la efectuarea lucrărilor de sinteză s-au mai acumulat o serie de date hidrometeorologice primare, rezultate din măsurătorile de teren ce s-au efectuat în acest timp, a fost necesar să se revadă rezultatele parţiale obţinute în prelucrările hidrologice primare şi, cînd a fost cazul, să se corecteze în raport cu noul şir de date statistice existent. În felul acesta, la elaborarea lucrărilor de sinteză s-a făcut şi actualizarea datelor la nivelul anului 1961—1962.

Dacă iniţial s-a pus problema inventarierii resurselor hidroenergetice teoretice numai pentru principalele sisteme şi bazine hidrografice, acum, la întocmirea studiilor de sinteză, a fost necesară şi studierea zonelor mai puţin importante din punctul de vedere al resurselor hidroenergetice. Ca şi la prima etapă, nivelul lucrărilor s-a oprit la cercetarea resurselor hidroenergetice teoretice, exprimate prin diferite categorii de potenţiale hidroenergetice, adică a acelor categorii de resurse cu un grad de stabilitate mai mare în care nu intervin factorii subiectivi legaţi de alegerea anumitor variante de comparaţie pentru schemele de amenajare. În acest mod, resursele hidroenergetice tratate în lucrarea de sinteză nu sînt susceptibile de a suferi modificări esenţiale în timp, acestea fiind legate de schimbări de natură climatică generală, care se realizează în timp foarte

lung, li se pot aduce numai anumite precizări, determinate de creşterea şirurilor de date statistice care au stat la baza calculării lor.

Problema amenajării resurselor hidroenergetice disponibile a căpătat în ultimul timp pentru ţara noastră o importanţă deosebită. După cum rezultă din „Directivele Congresului al IX-lea al Partidului Comunist Român cu privire la valorificarea surselor energetice şi electrificarea ţării în perioada 1966—1975", în următorii zece ani se prevede dezvoltarea într-un ritm mai accentuat a extracţiei de cărbuni şi a amenajărilor hidroenergetice, pentru a continua politica de economisire a rezervelor de ţiţei şi gaze în vederea folosirii pe o perioadă de timp cît mai îndelungată a acestora ca materie primă în industria chimică şi pentru utilizări în scopuri tehnologice. În această direcţie, producţia de energie hidroelectrică se prevede să crească de la 0,87 miliarde kWh în 1965 la aproape 2,5 miliarde kWh în 1970 şi aproximativ 10 miliarde kWh în 1975, ceea ce reprezintă amenajarea la sfîrşitul intervalului a circa 40% din potenţialul hidroenergetic economic amenajabil din ţară.

Ţinînd seama că rezervele de combustibili clasici devin tot mai insuficiente pentru acoperirea necesităţilor mereu crescînde de energie, se va continua probabil şi în viitorul mai îndepărtat linia trasată de Congresul al IX-lea de a se spori gradul de amenajare a resurselor hidroenergetice disponibile din Republica Socialistă România.

1. POTENŢIALE HIDROENERGETICE TEORETICE DE SUPRAFAŢĂ

1.1. Potenţialul hidroenergetic din precipitaţii

Pentru întreg teritoriul Republicii Socialiste România, potenţialul hidroenergetic din precipitaţii absolut, determinat pentru un an mediu pe o perioadă normată de 30 de ani, atinge valoarea de 215 234 GWh, ceea ce reprezintă în valori specifice 0,91 GWh/an,km^2. Analizînd distribuţia acestei mărimi pe teritoriul ţării, se constată o concentrare importantă în zonele în care predomină relieful cu altitudine ridicată şi condiţiile climatice care favorizează precipitaţiile abundente.

Marea majoritate a rîurilor din ţara noastră nu se varsă direct în mare şi de aceea valorile potenţialelor hidroenergetice de suprafaţă absolute nu sînt suficient de reprezentative pentru o caracterizare, chiar sub aspect teoretic, a resurselor hidroenergetice ale ţării; din această cauză, în lucrările de inventariere întreprinse s-a determinat şi potenţialul hidroenergetic relativ, adică raportat la cotele minime ale bazinelor hidrografice (respectiv la vărsarea rîurilor în Dunăre sau la traversarea frontierelor de stat).

Pentru ansamblul ţării, potenţialul hidroenergetic din precipitaţii relativ atinge valoarea medie multianuală de 149 941 GWh/an, cu o densitate specifică medie de 0,82 GWh/an,km^2, ceea ce reprezintă circa 90% din potenţialul absolut.

Admiţînd drept criteriu de clasificare valoarea specifică medie pe ţară a potenţialului relativ din precipitaţii, se constată că bazinele hidrografice cu un potenţial specific mai mare decît această medie (Vişeu,

Mureş, Cerna, Jiu, Olt, Argeş şi Siret), care acoperă circa 59% din suprafaţa ţării, reprezintă circa 84% din potenţialul total; bazinele hidrografice cu un potenţial specific aproximativ egal cu valoarea medie (Crişuri, Bega, Ialomiţa), adică circa 12% din suprafaţa ţării, constituie 11,5% din resursele hidroenergetice, iar pe restul suprafeţei ţării (bazinul rîului Prut, bazinele cursurilor de apă din Dobrogea şi alte cursuri de apă secundare sau zone endoreice) este cuprins numai 4,5% din potenţialul hidroenergetic din precipitaţii.

Delimitînd pe harta cu izoliniile potenţialului hidroenergetic relativ din precipitaţii zonele care corespund la un potenţial mai mare de 2 GWh/an, km², valoarea de la care se poate considera în general că resursele hidroenergetice exprimate prin potenţialul hidroenergetic din precipitaţii prezintă interes de valorificare economică, se constată că acestea acoperă un teritoriu mai mic de 20 000 km² (circa 8,4% din suprafaţa ţării) şi reprezintă circa 42 500 GWh/an (22% din potenţialul total al ţării). Aceste zone sînt localizate în bazinele rîurilor Vişeu, Someş, Crişul Repede, Mureş, Timiş, Bega, Olt, Argeş, Ialomiţa şi Siret, fiind interesant de semnalat faptul că circa 55% din această suprafaţă aparţine Carpaţilor Meridionali. Din potenţialul total al ţării, în regiunea muntoasă se află aproximativ 150 000 GWh/an, adică circa 65%.

Repartiţia potenţialului hidroenergetic relativ din precipitaţii pe principalele sisteme şi bazine hidrografice atît ca valoare absolută, cît şi ca valoare relativă totală şi specifică este redată în tabela 1 iar în tabela 3 se prezintă comparaţia cu celelalte categorii de potenţial.

1.2. Potenţialul hidroenergetic din scurgere

Potenţialul hidroenergetic din scurgere are o semnificaţie mai apropiată de realitate decît potenţialul hidroenergetic din precipitaţii, el reprezentînd limita superioară a puterii şi energiei disponibile în condiţiile utilizării sale complete fără pierderi hidraulice, mecanice şi electrice.

Pe ansamblul teritoriului Republicii Socialiste România, potenţialul hidroenergetic din scurgere absolut, într-un an mediu multianual, are valoarea de 88 346 GWh, adică 0,37 GWh/km², iar cel relativ 82 522 GWh, respectiv 0,35 GWh/km².

Raportul dintre potenţialele hidroenergetice din scurgere şi din precipitaţii, care se află într-o corelaţie strînsă cu coeficientul de scurgere, dă indicaţii asupra cantităţii de energie care se pierde anual prin evapotranspiraţie şi prin infiltraţia apei în sol. Acesta atinge valori maxime de peste 90% în zonele muntoase cu precipitaţii importante, cu pante abrupte şi cu structură geologică mai puţin permeabilă (de exemplu 97,8% pentru bazinul Rîului Mare în aval de confluenţa cu Rîuşor, 91,4% pentru bazinul rîului Capra din bazinul Argeşului etc.) şi valori minime sub 20% în zonele de cîmpie cu pante mici şi permeabilităţi ridicate, care au în general o capacitate sporită de reţinere a apelor (13,9% pentru bazinul Neajlovului, 19,4% pentru bazinul Prutului etc.). Valoarea medie pe întreaga ţară a acestui raport este de 42,3%. Repartiţia lui pe sisteme

şi pe bazine hidrografice în conformitate cu sistematizarea admisă pentru reţeaua hidrografică din ţara noastră, este indicată în tabela 3.

Analizînd aceste date, se constată că pentru bazinele hidrografice din vestul ţării raportul dintre cele două categorii de potenţiale este în general mai mare decît valoarea medie pe ţară, datorită precipitaţiilor mai abundente şi a permeabilităţii mai reduse a solului din această parte a ţării. Valorile maxime se întîlnesc în sistemele hidrografice Nera-Cerna (65,7%) şi Tisa superioară (63,2%), zone cu precipitaţii bogate, altitudine medie ridicată şi grad mare de împădurire. Pentru cursurile de apă din sudul ţării, cu vărsare directă în Dunăre, valorile raportului între cele două categorii de potenţiale sînt mai mici decît pentru rîurile din vestul ţării, datorită condiţiilor fizico-geografice mai puţin favorabile scurgerii superficiale. Caracteristice prin altitudine medie redusă, grad mic de împădurire şi pondere mare a suprafeţelor agricole sînt bazinele rîurilor din Dobrogea, unde valoarea medie a raportului abia ajunge la 20%, şi terenurile din lunca Dunării (6,7%).

Analizînd distribuţia potenţialului hidroenergetic relativ din scurgere pe suprafaţa ţării pe baza hărţilor cu izolinii şi a cifrelor din tabelele finale se constată, ca şi la potenţialul din precipitaţii, o concentrare în zonele unde predomină altitudinea ridicată şi condiţiile favorabile scurgerii. Cea mai mare parte a potenţialului hidroenergetic (circa 65 000 GWh/an) se află în zona de munte.

Valori maxime de peste 2 GWh/an,km^2 se întîlnesc în bazinele: Sebeşului în aval de confluenţa cu Dobra (2,06 GWh/an,km^2), Rîului Barbat în amonte de confluenţa cu Strei (2,80 GWh/an,km^2), Rîului Mare în amonte de confluenţa cu Strei (2,08 GWh/an,km^2), Bistrei Mărului în amonte de confluenţa cu Bistra (2,39 GWh/an,km^2), Lotrului în amonte de confluenţa cu Oltul (1,98 GWh/an,km^2), Budei din bazinul Argeşului în amonte de confluenţa cu Capra (2,24 GWh/an,km^2) şi Ialomiţei în aval de confluenţa cu Ialomicioara (1,90 GWh/an,km^2).

Pentru stabilirea unui criteriu real de clasificare, s-a considerat că în situaţia actuală de dezvoltare a tehnicii pot fi puse în valoare în condiţii economice regiunile sau bazinele cu valori specifice ale potenţialului hidroenergetic relativ din scurgere mai mari de 0,5 GWh/an,km^2 şi că, dintre acestea, cele ce depăşesc 1,0 GWh/an,km^2 prezintă o importanţă economică deosebită. Analizînd pe această bază distribuţia potenţialului hidroenergetic relativ din scurgere, în conformitate cu datele prezentate în tabela 1 se constată că zonele cu un potenţial specific din scurgere mai mare de 1 GWh/an,km^2 acoperă peste 8% din suprafaţa ţării, concentrînd circa 27 000 GWh/an, adică circa 33% din potenţialul total. Suprafeţele care depăşesc 0,5 GWh/an,km^2 se întind pe mai mult de 53 000 km^2, reprezentînd aproape 60% din resursele hidroenergetice ale ţării (49 400 GWh/an). Zonele cu o densitate a potenţialului hidroenergetic specific din scurgere mai mică de 0,5 GWh/an,km^2 totalizează circa 40% din resursele hidroenergetice ale ţării si sînt dispersate pe o suprafaţă mare (184 000 km^2), în aşa fel încît rezultă în medie o densitate relativ mică de 0,18 GWh/an,km^2.

1.2.1. REPARTIŢIA POTENŢIALULUI HIDROENERGETIC DIN SCURGERE

Repartiţia potenţialului hidroenergetic relativ din scurgere pe sistemele şi bazinele hidrografice din ţară este redată împreună cu cea a potenţialului din precipitaţii în tabela 1, iar comparaţia cu celelalte categorii de potenţial în tabela 3.

Dată fiind importanţa acestei categorii de potenţial pentru valorificarea resurselor hidroenergetice, se va face o scurtă caracterizare a potenţialului hidroenergetic din scurgere aferent principalelor sisteme şi bazine hidrografice din ţară, evidenţiindu-se zonele mai interesante din acest punct de vedere.

În ansamblu, sistemul hidrografic Tisa superioară, fără bazinul rîului Tur, dispune de un potenţial hidroenergetic din scurgere de 3 523 GWh/an, revenind în medie pe unitate de suprafaţă 1,16 GWh/an. Se remarcă în mod special bazinul rîului Vişeu, care atinge în medie 1,58 GWh/an,km^2, şi, din cadrul lui, bazinul afluentului Ruscova, cu 1,78 GWh/an,km^2.

Bazinul rîului Someş (fără Crasna) dispune la frontieră de un potenţial hidroenergetic relativ din scurgere de 7 154 GWh/an, cu o densitate specifică medie de 0,47 GWh/an,km^2. Deşi în ansamblu bazinul Someşului are o densitate medie sub limita de 0,5 GWh/an,km^2, acesta cuprinde şi zone cu o concentrare importantă a potenţialului din scurgere. Astfel, potenţiale specifice mai mari de 1 GWh/an,km^2 se întîlnesc în bazinele Someşului Cald si Someşului Rece, afluenţi ai Someşului Mic, şi în bazinul Rebrei, afluent al Someşului Mare, ele însumînd 1 285 GWh/an, adică circa 18% din potenţialul bazinului. Potenţial specific mai mare de 0,5 GWh/an,km^2 se întîlneşte pe o mare parte din suprafaţa bazinului, însumînd peste 64% din potenţialul lui total.

Sistemul hidrografic al Crişurilor (fără Bereteu) totalizează un potenţial relativ din scurgere de 3 980 GWh/an, cu o densitate specifică medie de 0,36 GWh/an,km^2. Această valoare este mai mică decît cea caracteristică bazinului Someş. Zonele cele mai importante sînt concentrate în bazinele Crişului Repede şi Crişului Negru (bazinul Drăganului cu 1,63 GWh/an, km^2, bazinul Iadului cu 1,37 GWh/an, km^2 şi bazinul Crişului Pietros cu 1,37 GWh/an, km^2), reprezentînd aproape un sfert din potenţialul total al bazinului. În afară de zonele amintite, mai vin în considerare bazinele cursurilor de apă Secuieni şi Boiţa, al căror potenţial este mai mare de 0,5 GWh/an,km^2, care reprezintă 6% din potenţialul sistemului.

Bazinul rîului Mureş, unul dintre principalele cursuri de apă din ţară, dispune la frontieră de un potenţial hidroenergetic relativ din scurgere de 14 693 GWh/an, ceea ce reprezintă o densitate medie de 0,53 GWh/an,km^2. Zonele cu un potenţial specific mai mare de 1 GWh/an,km^2 sînt concentrate în special în bazinele Sebesului (1,09 GWh/an,km^2) si în bazinul Streiului (1,45 GWh/an,km^2), existînd multe subbazine al căror potenţial specific depăşeşte 2 şi chiar 3 GWh/an,km^2, de exemplu bazinul Rîului Mare în aval de confluenţa cu Rîusor : 3,99 GWh/an,km^2. În afară de acestea mai poate fi menţionat afluentul Arieşului Iara, al cărui bazin hidrografic atinge în medie 1,37 GWh/an,km^2. În ansamblu, aceste zone

(cu potențial de peste 1,0 GWh/an,km²) totalizează 4 940 GWh/an, adică peste 34% din potențialul întregului bazin. Dacă se adaugă la acestea și zonele al căror potențial este cuprins între 0,5 și 1 GWh/an,km² (bazinele rîurilor Ilva, Răstolnița, Gurghiu, Arieș în amonte de confluența cu Arieșul Mic, și Tîrnava Mică) totalizează 6 794 GWh/an, ceea ce reprezintă circa 47% din resursele întregului bazin.

Sistemul hidrografic Timiș-Bega are un potențial hidroenergetic relativ din scurgere de 3 247 GWh/an, ceea ce duce la un potențial specific mediu de 0,40 GWh/an,km². Drept zonă mai importantă poate fi considerată cea care corespunde bazinului rîului principal, în aval de confluența cu Bistra, în care se realizează 1,16 GWh/an,km², din care bazinul afluentului Bistra Mărului depășește circa 2 GWh/an,km².

Sistemul hidrografic Nera-Cerna, care conține un potențial hidroenergetic relativ de scurgere de 2 621 GWh/an (0,94 GWh/an,km²), are ca zone cu potențial specific mai mare de 1 GWh/an,km² numai bazinul Cernei (1,28 GWh/an,km²).

Bazinul rîului Jiu, cu un potențial hidroenergetic relativ din scurgere de 6 086 GWh/an, la care corespunde o densitate de peste 0,58 GWh/an,km² dispune de zone importante (cu potențial de peste 1 GWh/an,km²) numai în cursul superior al rîului principal (pînă în aval de confluența cu Tismana se realizează 1,23 GWh/an,km²), unde sînt concentrate peste 60% din resursele hidroenergetice ale întregului bazin.

Bazinul Oltului, care se situează printre cele mai importante rîuri din țară, înglobează un potențial hidroenergetic relativ din scurgere de 12 969 GWh/an, ceea ce reprezintă circa 0,53 GWh/an,km². Zonele importante din punct de vedere hidroenergetic, cu potențialul specific mai mare de 1 GWh/an,km², sînt localizate în subbazinele rîurilor Sadu, Boia Mare, Lotru, Bistrița, Topolog și Luncavăț, ele totalizînd 4 102 GWh/an, ceea ce reprezintă deci aproape 32% din resursele hidroenergetice ale întregului bazin. Dintre acestea se remarcă în mod deosebit valoarea mare a potențialului hidroenergetic din scurgere pe Lotru, unde sînt concentrate 2 030 GWh/an, cu o densitate medie de 1,98 GWh/an,km².

Bazinul Argeșului dispune de un potențial hidroenergetic din scurgere relativ de 4 768 GWh/an, ceea ce duce la o densitate medie relativ coborîtă de 0,38 GWh/an,km². Ca si la alte rîuri din țară, concentrarea mai importantă a potențialului se realizează în zona de munte, pînă în aval de confluența cu Vîlsanul, unde se obține o densitate medie mai mare de 1 GWh/an,km², cu creșteri importante în zona de obîrșie a Argeșului, în subbazinele rîurilor Capra și Buda, unde se depășește 2 GWh/an,km². Valori importante se întîlnesc, de asemenea, pe rîul Doamnei (1,05 GWh/an, km²). Aceste zone au un potențial din scurgere relativ de 2 407 GWh/an, ceea ce reprezintă peste 50% din resursele hidroenergetice ale bazinului. Adăugînd aici și bazinul rîului Tîrgului, singurul dintre ceilalți afluenți în care se realizează peste 0,5 GWh/an,km², se obține cota de 73% din potențialul total al acestui bazin.

Bazinul Ialomiței are un potențial hidroenergetic din scurgere relativ ceva mai mic decît bazinul Argeșului (4 634 GWh/an), densitatea lui medie fiind însă mai mare, 0,52 GWh/an,km². Zonele mai importante în care densitatea medie depășește 1 GWh/an,km² se întîlnesc pe Ialomița

Tabela 1

Repartiția potențialelo.r hidroenergetice teoretice de suprafață din Republica Socialistă România

Nr. crt.	Sistemul sau bazinul hidrografic	Suprafața bazinului sau sistemului hidrografic S (km²)	Potențial hidroenergetic din precipitații			Potențial hidroenergetic din scurgere		
			Raportat la nivelul Mării Negre E_p (GWh/an)	Raportat la cota minimă a bazinului E'_p (GWh/an)	Valoarea relativă specifică medie e'_p (GWh/an, km²)	Raportat la nivelul Mării Negre E_s (GWh/an)	Raportat la cota minimă a bazinului E'_s (GWh/an)	Valoarea relativă specifică medie e'_s (GWh/an, km²)
1	Tisa superioară (Vișeu, Iza și Săpința)	3 029	8 035	5 591	1,84	4 936	3 523	1,16
2	Someș (fără Crasna)	15 015	21 910	17 170	1,13	8 412	7 154	0,47
3	Crișuri (fără Bereteu)	11 005	9 355	7 351	0,67	4 516	3 980	0,36
4	Mureș	27 830	40 657	36 157	1,30	15 720	14 693	0,53
5	Timiș — Bega	8 185	7 585	6 365	0,77	3 565	3 247	0,40
6	Nera — Cerna	2 780	4 339	3 989	1,43	2 789	2 621	0,94
7	Jiu	10 070	12 543	12 013	1,14	6 268	6 086	0,58
8	Olt	24 010	34 279	33 188	1,35	13 253	12 969	0,53
9	Argeș	12 590	12 125	11 760	0,95	4 850	4 768	0,38
10	Ialomița	8 944	8 172	8 109	0,90	4 647	4 634	0,52
11	Siret	42 830	44 221	43 878	1,00	16 660	16 577	0,38
12	Prut	10 990	2 141	2 033	0,19	424	393	0,04
13	Afluenții mici ai Tisei până la Nera	14 696	4 856	3 325	0,22	1 713	1 355	0,09
14	Afluenții mici ai Dunării de la Nera la Prut	25 301	3 453	2 647	0,10	225	187	0,01
15	Dunărea (incl. lunca)	5 599	181	173	0,04	53	48	0,01
16	Riurile din Dobrogea (inclusiv delta)	14 626	1 382	1 192	0,08	315	285	0,02
	Total Republica Socialistă România	237 500	215 234	194 941	0,82	88 346	82 522	0,35

Tavela 2

Repartiția potențialului hidroenergetic teoretic liniar al cursurilor de apă interioare din Republica Socialistă România

Nr. crt.	Sistemul sau bazinul hidrografic	Calculat după diagrama QH		Calculat după cadastre hidroenergetice				
				Valori totale			valori specifice pe unitate de lungime de riu	
		valoarea totală E'_l(GWh/an)	valoarea specificației e'_l (GWh/an, km²)	la debitul multianual E_l (GWh/an)	cu asigurare de 95 % E_{l95} (GWh/an)	cu asigurare de 50 % E_{l50} (GWh/an)	medie	maximă
1	Tisa superioară *)	2 846	0,82	2 386	370	1 561	2 660	302
2	Someș	5 414	0,36	4 291	887	2 925	2 090	265
3	Crișuri	2 558	0,23	2 262	282	1 205	730	110
4	Mureș	9 663	0,35	8 462	2 085	6 435	2 410	300
5	Timiș—Bega	2 130	0,26	1 726	317	1 125	1 300	245
6	Nera—Cerna	1 782	0,64	1 561	246	1 050	1 530	237
7	Jiu	4 605	0,44	3 162	400	1 960	2 340	294
8	Olt	8 862	0,36	7 918	2 060	5 593	5 550	346
9	Argeș	3 618	0,29	3 273	796	2 250	1 072	261
10	Ialomița	2 568	0,29	2 257	392	1 423	2 800	209
11	Siret	12 723	0,30	10 723	2 513	6 532	2 785	235
12	Prut	361	0,03	315	28	147	400	10
13	Afluenții mici ai Tisei	616	0,04	487	63	260	—	—
14	Afluenții mici ai Dunării**)	56	—	47	11	25	—	—
15	Dobrogea	37	—	32	3	15	—	—
	Total Republica Socialistă România	57.839	0,24	48.902	10.453	32.506	—	—

*) Fără sectorul comun de frontieră al Tisei.

**) Fără potențialul fluviului Dunărea.

Tabela 3

Comparația potențialelor hidroenergetice teoretice ale cursurilor de apă interioare din Republica Socialistă România

Nr. crt.	Sistemul sau bazinul hidrografic*)	Rapoarte caracteristice				Diferențe între mărimi			
						Totale		Specifice	
		$\frac{E'_s}{E'_p}$	$\frac{E'_1}{E'_p}$	$\frac{E'_1}{E'_s}$	$\frac{E_1}{E'_1}$	$E'_p - E'_s$ (GWh/an)	$E'_s - E'_1$ (GWh/an)	$\frac{E'_p - E'_s}{S}$ (GWh/an, km²)	$\frac{E'_s - E'_1}{S}$ (GWh/an, km²)
1	Tisa superioară	63,2	51,0	81,1	83,8	2 068	677	0,68	0,22
2	Someș	41,7	31,5	75,7	79,3	10 016	1 740	0,67	0,11
3	Crișuri	54,2	34,8	64,2	88,7	3 371	1 422	0,30	0,13
4	Mureș	40,7	26,8	65,7	87,9	21 464	5 030	0,77	0,18
5	Timiș—Bega	51,1	33,5	65,7	81,1	3 118	1 117	0,38	0,14
6	Nera—Cerna	65,7	41,9	68,2	87,5	1 368	839	0,49	0,30
7	Jiu	50,7	38,3	75,7	68,7	5 927	1 481	0,59	0,15
8	Olt	39,1	27,1	69,0	89,7	20 219	4 107	0,84	0,17
9	Argeș	40,5	30,8	75,9	90,5	6 992	1 150	0,55	0,09
10	Ialomița	57,1	31,7	55,4	87,9	3 475	2 066	0,39	0,23
11	Siret	38,8	29,1	77,0	84,4	27 301	3 854	0,64	0,09
12	Prut	19,4	17,7	91,6	87,5	1 640	32	0,15	0,01
13	Afluenții mici ai Tisei	40,5	18,5	45,5	79,1	1 970	739	0,13	0,05
14	Afluenții mici ai Dunării	6,7	2,1	28,9	83,3	2 490	131	0,09	0,05
15	Dobrogea	23,9	3,1	13,0	86,4	907	248	0,06	0,02
	Total Republica Socialistă România	42,3	29,7	70,1	84,5	112 421	24 683	0,48	0,10

*) Potențialul liniar conține, conform tabelei 2, numai cursurile de apă interioare.

superioară pînă în aval de confluența cu Ialomicioara, unde se realizează 1,90 GWh/an,km², și pe Prahova superioară în aval de confluența cu Doftana, unde se realizează 1,04 GWh/an,km². Aceste zone însumează 1 449 GWh/an, adică peste 31% din resursele totale ale bazinului. Diferența se repartizează pe o suprafață mai mare de 78% din suprafața totală a bazinului, realizîndu-se aici densități medii sub 0,5 GWh/an,km².

În sfîrșit, bazinul Siretului, cursul de apă cel mai important din țara noastră, cu un bazin de recepție de aproape 43 000 km², are un potențial hidroenergetic relativ din scurgere de 16 577 GWh/an, cu o densitate medie de 0,38 GWh/an,km², relativ mică în raport cu celelalte bazine hidrografice din țară. Aproximativ 45% din resursele întregului bazin sînt concentrate în zone cu potențial specific mai mare de 0,5 GWh/an,km², dintre care se menționează următoarele cursuri de apă : Bistrița, Trotușul superior și Bîsca (din bazinul Buzăului).

2. POTENȚIALUL HIDROENERGETIC TEORETIC LINIAR AL CURSURILOR DE APĂ

2.1. Potențialul hidroenergetic liniar determinat din diagramele Q-H

Pentru ansamblul teritoriului Republicii Socialiste România, potențialul hidroenergetic teoretic al cursurilor de apă interioare determinat cu ajutorul diagramelor debit-cădere (Q-H) se ridică la valoarea medie multianuală de 57 839 GWh/an, adică în medie 0,32 GWh/an,km², și corespunde la o putere totală de circa 6,6 milioane kW. Raportînd valoarea acestei categorii de potențial hidroenergetic la categoriile anterioare se obține pentru întreg teritoriul țării, după cum rezultă din tabela 3, o valoare de circa 20% pentru raportul cu potențialul hidroenergetic relativ din precipitații și circa 70% pentru raportul cu potențialul hidroenergetic relativ din scurgere.

Diferența dintre potențialul hidroenergetic din scurgere și cel al cursurilor de apă determinat ca valoare maximă după diagramele Q-H reprezintă potențialul versanților, care constituie una dintre principalele surse de degradare a solului prin fenomenele de eroziune ; această mărime este suficient caracterizată și de raportul dintre potențialul hidroenergetic liniar și cel de suprafață din scurgere. Pe ansamblul țării, energia de eroziune reprezintă circa 24 500 GWh/an, adică aproximativ 30% din potențialul hidroenergetic din scurgere.

Analizînd distribuția acestei energii de eroziune pe suprafața țării, distribuție prezentată și în tabela 3, se constată că valorile absolute cele mai mari sînt la bazinele afluenților mici ai Tisei și Dunării, unde se ating 60—65% din potențialul din scurgere, aceasta datorindu-se dezvoltării reduse a rețelelor hidrografice, reliefului în care predomină zonele de deal și cîmpie, precum și constituției geologice care determină principala formă de scurgere pe versanți și interfluvii.

Mărimi importante se întîlnesc și în bazinele Crișurilor, Mureșului, Timișului și Ialomiței, unde predomină un grad redus de împădurire și un procent ridicat de cîmpie și de dealuri în orografia bazinelor, potențialul de eroziune constituind 35—45% din potențialul hidroenergetic relativ

din scurgere. Valorile cele mai mici ale potenţialului de eroziune se întîlnesc în bazinele rîurilor Vişeu, Someş, Jiu, Olt, Argeş şi Siret, unde acesta reprezintă 9—32% din potenţialul hidroenergetic din scurgere.

Dintre elementele prezentate în tabela 3, mărimile specifice ale potenţialului de eroziune sînt foarte importante, pentru că dau indicaţii asupra intensităţii fenomenului de eroziune; în medie ele ating valorile cele mai mari (0,22—0,30 GWh/an,km^2) în bazinele din sistemele hidrografice Tisa superioară şi Nera-Cerna şi valorile minime (0,003—0,06 GWh/an,km^2) în bazinul Prutului şi în bazinele afluenţilor mici ai Dunării şi ai Tisei. Deşi mărimea specifică a potenţialului de eroziune caracterizează în medie pe suprafaţa bazinului intensitatea fenomenului de eroziune, varietatea mare a caracteristicilor morfologice ale diferitelor zone restrînse (versanţi cu pante abrupte, ogaşe, ravene etc.) pot determina creşteri locale importante ale potenţialului de eroziune faţă de valoarea medie pe bazin; asemenea situaţii sînt ilustrate în mod elocvent prin prezenţa unor puternice fenomene de eroziune (cu caracter local) chiar în bazinele cu cele mai mici valori ale potenţialului de eroziune (bazinul rîului Prut, de exemplu).

Analizînd distribuţia potenţialului hidroenergetic liniar determinat după diagramele Q-H pe suprafaţa ţării prin cercetarea raportului dintre potenţialul liniar total al cursurilor de apă şi suprafaţa bazinului, raport fictiv pentru un potenţial liniar, dar introdus numai ca mărime de comparaţie cu celelalte potenţiale de suprafaţă, se constată că valorile cele mai mari se găsesc în aceleaşi zone în care şi potenţialul de suprafaţă din scurgere a avut valori maxime: 2,59 GWh/an,km^2 pentru Rîul Mare în aval de confluenţa cu Rîuşor, 1,42 GWh/an, km^2 pentru bazinul Rîului Mare în ansamblu pînă la confluenţa cu Streiul, 1,31 GWh/an,km^2 pentru bazinul Streiului, 1,35 GWh/an,km^2 pentru bazinul Lotrului în ansamblu, 1,87 respectiv, 1,44 GWh/an,km^2, pentru bazinele Caprei şi Budei în zone de obîrşie a Argeşului, 1,17 GWh/an,km^2 pentru bazinul Ruscovei (afluent al Vişeului) etc.

2.2. Potenţialul hidroenergetic al cursurilor de apă determinat pe bază de cadastre hidroenergetice

Potenţialul hidroenergetic liniar al cursurilor de apă interioare din Republica Socialistă România, determinat pe baza datelor topohidrografice prin întocmirea de cadastre hidroenergetice detaliate, este de circa 48 900 GWh/an. Cadastre hidroenergetice s-au întocmit numai pentru cursurile de apă care, în baza analizei datelor referitoare la potenţialele de suprafaţă sau la potenţialul liniar determinat prin diagramele Q-H, prezintă interes din punctul de vedere al valorificării resurselor hidroenergetice şi anume circa 21 000 km lungime de rîuri pe ansamblul ţării. Raportînd aceste două categorii de potenţial, se constată că potenţialul liniar determinat pe baza datelor topohidrografice reprezintă circa 85% din potenţialul liniar total determinat prin diagramele debit-cădere. Mărimea acestui raport indică, într-o oarecare măsură, gradul de dispersare al resurselor hidroenergetice în cadrul cursurilor de apă din bazin, unei valori mici a raportului corespunzîndu-i o dispersie mare a resurselor

hidroenergetice în rîuri cu importanță minoră din punct de vedere hidroenergetic.

Față de potențialul din scurgere, potențial liniar determinat prin cadastre hidroenergetice reprezintă pe ansamblul țării circa 59% și față de cel din precipitații circa 25%, aceste cifre indicînd în linii mari valorile maxime către care tind posibilitățile teoretice de valorificare ale potențialelor hidroenergetice de suprafață.

La determinarea potențialului hidroenergetic liniar al cursurilor de apă prin cadastre hidroenergetice s-a stabilit atît potențialul corespunzător debitelor medii normale pe o perioadă de treizeci de ani, cît și potențialul corespunzător debitelor cu asigurare de 50 și de 95%, caracterizîndu-se în acest fel și gradul de compensare naturală a cursurilor de apă.

După cum rezultă din tabela 2, potențialul hidroenergetic liniar al cursurilor de apă interioare principale din țara noastră pentru care s-au întocmit cadastre hidroenergetice este de circa 32 500 GWh/an pentru asigurarea de 50%, iar pentru asigurarea de 95% este de circa 10 400 GWh/an, adică circa 66,5% din potențialul calculat pe baza debitelor medii la asigurarea de 50% și circa 21,4% la asigurarea de 95%.

Față de valorile medii pe țară se constată că o serie de cursuri de apă interioare, ca Vișeu, Someș, Mureș, Timiș, Jiu, Olt, Argeș, Ialomița și Siret, au valori ale potențialului la debite semipermanente (50% asigurare) cuprinse între 60 și 95% din potențialul liniar determinat la debite medii multianuale, ceea ce scoate în relief un grad relativ important de compensare naturală a volumelor anuale de apă. În schimb, pentru celelalte bazine din țară (Crișuri, Prut, afluenții mici ai Tisei și Dunării) acest raport scade pînă la 45%.

Valoarea relativ redusă a potențialului cu asigurare de 95% subliniază gradul relativ redus de compensare naturală a debitelor zilnice și demonstrează necesitatea compensărilor artificiale pentru o valorificare rațională a resurselor hidroenergetice.

Analizînd și variația acestei categorii de potențial hidroenergetic pe ansamblul țării, se constată că din rețeaua hidrografică interioară apar ca cele mai compensate rîurile Someș, Mureș, Olt și Argeș, la care raportul dintre potențialul liniar corespunzător debitului cu asigurarea de 95% și cel corespunzător debitului mediu normal depășește valoarea de 20%, urmate de Vișeu, Crișuri, Timiș, Jiu și Ialomița, cu raportul cuprins între 12,4 și 18,4%. Ponderea cea mai mică a potențialului cu asigurarea de 95%, adică distribuția cea mai puțin favorabilă a repartiției stocului pe sezoane, apare la bazinele rîurilor din Dobrogea și la bazinul Prutului, unde raportul dintre cele două potențiale nu depășește valoarea de 10%.

2.3. Repartiția potențialului hidroenergetic liniar

Pentru o caracterizare mai completă a resurselor hidroenergetice ale țării se analizează mai detaliat potențialul hidroenergetic teoretic liniar, care reprezintă categoria cea mai apropiată de posibilitățile practice de utilizare.

Potențialul hidroenergetic liniar total al rîurilor Vișeu, Iza și Săpînța, care alcătuiesc în ansamblu sistemul hidrografic Tisa superioară, este de

2 846 GWh/an (după diagrama Q-H), potenţialul specific reprezentînd 0,93 GWh/an,km^2. În ansamblul potenţialului hidroenergetic liniar total pe ţară, sistemul Tisa superioară intervine cu 2,7%.

Valorile cele mai mari ale potenţialului liniar specific se întîlnesc în bazinul Ruscovei (1,17 GWh/an, km^2), în bazinul Vişeului în ansamblu (1,08 GWh/an,km^2) şi în bazinul Săpînţei (1,05 GWh/an,km^2).

În întreg sistemul hidrografic s-a inventariat potenţialul hidroenergetic prin întocmirea de cadastre hidroenergetice pe o lungime totală a cursurilor de apă de 1 010 km şi a rezultat, la debitul mediu multianual, 2 368 GWh/an. La debitul semipermanent, acest sistem hidrografic dispune de 1 561 GWh/an, iar la debitul cu asigurare de 95% de circa 370 GWh/an.

Din lungimea totală a cursurilor de apă cercetate, 7,8% au puteri unitare care depăşesc 1 000 kW/km, media lor fiind de 1 300 kW/km, ceea ce constituie 29% din potenţialul liniar al bazinului; 15,7% puteri unitare cuprinse între 500 şi 1 000 kW/km, media 670 kW/km, adică 31% din potenţialul total şi 30% puteri unitare cuprinse între 200 şi 500 kW/km, media 305 kW/km, respectiv 27% din potenţialul întregului sistem hidrografic.

Sectoarele cele mai interesante din acest punct de vedere se întîlnesc pe rîul Tisa, unde se ajunge la valoarea maximă de 2 660 kW/km, pe rîul Vişeu, unde se realizează valoarea maximă de 1 290 kW/km şi pe rîurile Ruscova, Repedea, Socola, Vaser, Mara, Baicului şi Săpînţa, unde se depăşeşte 500 kW/km.

În bazinul hidrografic al Someşului, potenţialul hidroenergetic liniar total determinat pe baza diagramelor Q-H reprezintă 5 414 GWh/an, adică 0,36 GWh/an,km^2, mult mai mic decît la sistemul hidrografic Tisa superioară, datorită structurii reliefului bazinului. Valorile cele mai mari ale potenţialului liniar specific se întîlnesc pe Rebra, afluent al Someşului Mare (1,06 GWh/an,km^2), pe Someşul Cald (0,96 GWh/an,km^2) şi pe Someşul Rece (0,84 GWh/an,km^2).

Potenţialul hidroenergetic liniar inventariat în întreg bazinul Someş pe baza datelor topohidrografice, pe o lungime totală a cursurilor de apă de 1.866 km, este de 4.291 GWh/an, adică 79% din potenţialul liniar total, ceea ce reflectă o dispersie mai mare a resurselor hidroenergetice în cursuri de apă de importanţă minoră.

Din sectoarele analizate, numai pe circa 0,5% se constată puteri unitare mai mari de 1 000 kW/km (valoarea medie fiind de 1 800 kW/km), acestea fiind situate pe Someşul Cald, unde se atinge valoarea maximă de 2 090 kW/km, concentrînd 3,6% din resursele hidroenergetice ale întregului bazin. Majoritatea resurselor hidroenergetice ale bazinului (40,5%) sînt situate pe sectoarele de puteri unitare cuprinse între 500 şi 1 000 kW/km, valoarea lor medie fiind de 665 kW/km; acestea sînt întîlnite pe rîurile Someşul Mare, Someşul Mic, Someşul inferior, precum şi pe afluenţii Valea Vinului, Valea Anieşul Mare, Valea Cormaiei, Valea Rebrei, Valea Bistriţei, Someşul Rece, Valea Răcătău, rîul Lăpuş şi Valea Firiza. Sectoare între 200 şi 500 kW/km se întîlnesc pe 28,7% din lungimea cursurilor de apă inventariate, acoperind în total 38,4% din resursele bazinului, avînd o valoare medie de 353 kW/km. Restul de 54,5% din lungimea cursurilor de apă analizate se caracterizează prin puteri unitare mai mici

de 200 kW/km, ele reprezentînd numai 17,5% din cursurile de apă ale bazinului.

Potențialul hidroenergetic liniar total al sistemului hidrografic al Crișurilor (format din cele trei Crișuri: Repede, Alb și Negru) este de 2 558 GWh/an, adică un potențial specific mediu de 0,23 GWh/an, care este mai mic decît al bazinului Someș. Cu toată valoarea medie scăzută, sînt cîteva subbazine cu potențial liniar specific mai ridicat, ca de exemplu : cel al Drăganului, cu 1,04 GWh/an,km^2, și al Iadului, cu 0,77 GWh/an, km^2, în bazinul Crișului Repede și al Crișului Pietros, afluent al Crișului Negru, cu 0,93 GWh/an,km^2.

Pe baza cadastrelor hidroenergetice s-a inventariat potențialul în întreg sistemul hidrografic al Crișurilor, pe 2 225 km de rîuri rezultînd valoarea de 2 262 GWh/an la debitul mediu multianual, 1 205 GWh/an, la debitul semipermanent și 282 GWh/an, la debitul cu asigurare de 95%.

Analiza puterilor unitare determinate prin cadastrare hidroenergetică a dus la concluzia că în întreg sistemul hidrografic nu se găsesc sectoare cu mai mult de 1 000 kW/km și că puteri unitare cuprinse între 500 și 1 000 kW/km apar numai pe 4,5% din lungimea totală a sectoarelor studiate, acoperind în ansamblu 24,8% din resursele sistemului hidrografic cu o putere unitară medie de 615 kW/km. Puteri unitare cuprinse între 200 și 500 kW/km se întîlnesc de asemenea numai pe 10,7% din lungimea cursurilor de apă analizate, avînd ca medie circa 300 kW/km și acoperind circa 29% din potențialul liniar al sistemului hidrografic. Marea majoritate a sectoarelor analizate (84,8%) dispun de resurse hidroenergetice reduse, avînd o putere unitară sub 200 kW/km (valoarea medie circa 60 kW/km), potențialul lor reprezentînd 46,2% din resursele totale ale bazinului.

Dintre sectoarele mai interesante din punctul de vedere al amenajărilor hidroenergetice pot fi amintite cele de pe Crișul Repede în aval cu confluența cu Secuieni, unde valoarea maximă atinge 667 kW/km, cele de pe afluenții acestuia, din care rîul Drăgan are valoarea maximă de 670 kW/km, și cele de pe Crișul Pietros, cu valoarea maximă de 665 kW/km.

Pentru bazinul Mureșului, potențialul hidroenergetic liniar determinat pe baza diagramelor Q-H este de 9 663 GWh/an, ceea ce reprezintă peste 12% din resursele totale ale țării. Valoarea lui specifică pe unitatea de suprafață este de 0,35 GWh/an,km^2, aproximativ egală cu aceea determinată pentru bazinul Someșului, însă, spre deosebire de aceasta, în bazinul Mureșului sînt zone de o mare concentrare a potențialului specific (peste 1 și chiar peste 2 GWh/an,km^2, de exemplu : 2,59 GWh/an,km^2 pentru bazinul Rîului Mare în aval de confluența cu Rîușor, 1,42 GWh/an, km^2 pentru bazinul Rîului Mare în amonte de confluența cu Strei, 1,41 GWh/an,km^2 pentru bazinul rîului Bărbat în amonte de confluența cu Strei, 1,31 GWh/an,km^2 pentru bazinul rîului Sebeș în aval de confluența cu Dobra.

Cadastre hidroenergetice s-au executat în bazinul Mureșului, pe o lungime totală de 3 515 km, rezultînd 8 462 GWh/an la debitul mediu, 6 435 GWh/an la debitul cu asigurare de 50% și 2 085 GWh/an la debitul cu asigurare de 95%.

Clasînd sectoarele de rîuri cercetate după potențialul unitar, se observă că pe o porțiune relativ mică (0,3% din lungimea totală a cursurilor

de apă studiate) apar puteri unitare mai mari de 2 000 kW/km, valoarea medie fiind de 2 340 kW/km, ceea ce totalizează 2,6% din resursele bazinului. Pe 3,2% din lungime apar puteri unitare cuprinse între 1 000 şi şi 2 000 kW/km, reprezentînd 15% din resursele bazinului (puterea medie 1 400 kW/km), iar pe 15,6% din lungimea cursurilor de apă studiate apar puteri unitare cuprinse între 500 şi 1 000 kW/km, cu o valoare medie de 650 kW/km, înglobînd 34,1% din resursele bazinului. Pe restul de 28,3% din lungime apar sectoare cu puteri unitare cuprinse între 200 şi 500 kW/km, cu valoare medie de circa 300 kW/km, acoperind 33,7% din resursele bazinului. Diferenţa de 14,6% din resursele bazinului cuprinde sectoarele slab înzestrate cu resurse hidroenergetice (sub 200 kW/km) şi care sînt împrăştiate pe 52,6% din lungimea totală a apelor studiate.

Sectoare de rîu mai importante din punctul de vedere al resurselor hidroenergetice se întîlnesc din zona defileului de pe cursul superior şi inferior al Mureşului şi pe afluenţii lui de ordinul unu sau doi : Răstolniţa, Gurghiu, Arieş, Bistra (Arieş), Iara, Sebeş, Bistra (Sebeş), Strei, Rîul Mare, Bărbat, Lăpuşnicul Mare, Lăpuşnicul Mic şi Nucşoara.

Sistemul hidrografic Timiş-Bega dispune de un potenţial hidroenergetic liniar total de 2 130 GWh/an, ceea ce corespunde la o valoare specifică medie de 0,26 GWh/an,km^2, aproape egală cu cea determinată pentru bazinul Crişurilor. Drept zone mai interesante din punctul de vedere al valorificării resurselor hidroenergetice pot fi considerate bazinele Bistrei Mărului, cu 1,56 GWh/an,km^2, şi Rîul Rece, cu 1,11 GWh/an,km^2.

Inventarierea potenţialului hidroenergetic liniar pe baza datelor topohidrografice s-a făcut pentru 770 km lungime de cursuri de apă, rezultînd 1 726 GWh/an pentru debitul mediu multianual, 1 125 GWh/an pentru debitul cu asigurare de 50% şi 317 GWh/an pentru debitul de 95% asigurare.

Din sectoarele de rîuri analizate în sistemul Timiş-Bega s-a constatat că pe circa 22% se întîlneşte un potenţial hidroenergetic unitar mai mare de 1 000 kW/km, unde sînt concentrate 9,8% din resursele totale ale bazinului cu o valoare medie specifică de 1 080 kW/km ; pe 13,7% din lungime se întîlnesc puteri unitare cuprinse între 1 000 şi 500 kW/km, însumînd 34,3% din potenţialul total al sistemului hidroenergetic cu o valoare medie specifică de 618 kW/km. Sectoarele cu puteri unitare cuprinse între 200 şi 500 kW/km constituie 38,9% din potenţialul liniar total al sistemului, întinzîndu-se pe circa 220 km, adică pe mai bine de 30% din lungimea rîurilor analizate. Restul de 17% din potenţialul bazinului se află în zone sub 200 kW/km, avînd o valoare medie de 78 kW/km, ceea ce reprezintă 44% din lungimea apelor analizate.

Sectoarele de rîu cu un potenţial important sînt pe afluenţii : pîrîul Sucul, unde se atinge valoarea maximă de 1 300 kW/km ; Bistra Mărului, unde se atinge 1 120 kW/km, Rîul Rece, cu valoarea maximă de 835 kW/km şi pe Bistriţa, cu 900 kW/km. Sectoare importante se întîlnesc şi pe rîul principal, unde se atinge valoarea maximă de 690 kW/km.

Bazinul Jiului conţine după curba Q-H un potenţial hidroenergetic liniar total de 4 605 GWh/an, adică în medie 0,44 GWh/an,km^2. Drept zone mai interesante pot fi considerate numai zonele de obîrşie, bazinele Jiului de Est (0,77 GWh/an,km^2) şi Jiul de Vest (0,87 GWh/an,km^2)

sau, în ansamblu bazinului Jiului, pînă în aval de confluența cu Tismana, cu 0,90 GWh/an,km².

În ansamblu pe întregul bazin s-au întocmit cadastre hidroenergetice pentru o lungime totală de cursuri de apă de circa 1 200 km, rezultînd un potențial liniar de 3 162 GWh/an, calculat la debitul mediu multianual. Potențialul corespunzător pentru debitul cu asigurare de 50% reprezintă 1 960 GWh/an, iar pentru debitul cu asigurare de 95% circa 400 GWh/an.

Analizînd repartiția puterilor unitare obținute în cadastrele hidroenergetice, se constată că numai pe 2,7% din lungimea rîurilor analizate se înregistrează puteri mai mari de 1 000 kW/km (media lor fiind 1 570 kW/km), unde sînt concentrate peste 15% din potențialul liniar obținut pentru întregul bazin. Puteri unitare cuprinse între 500 și 1 000 kW/km se întîlnesc pe 11,9% din lungimea rîurilor analizate, valoarea lor medie fiind de circa 750 kW/km, ceea ce reprezintă 31,5% din potențialul bazinului. La fel, între 500 și 200 kW/km sînt concentrate 37,5% din resursele bazinului, adică pe 31,6% din lungimea sectoarelor de rîu analizate, realizîndu-se o putere medie de 350 kW/km.

Sectoare de rîu cu o concentrare mai importantă a potențialului hidroenergetic liniar se întîlnesc pe cursul principal în zona defileului (valoarea maximă 2 340 kW/km) și pe sectorul cuprins între confluența cu Pîrîul Izvorul și Pîrîul Polatiștia, unde valoarea lui depășește 1 600 kW/km, pe Jiul de Vest în aval de confluența lui cu Valea cu Pești (peste 950 kW/km), pe afluentul Bistrița, care pe anumite sectoare are puteri unitare de peste 1 000 kW/km, și pe Gilort, cu circa 700 kW/km, în zona confluenței.

Bazinul Oltului dispune de un potențial hidroenergetic liniar determinat prin curbe Q-H de 8 862 GWh/an, la care corespunde o valoare specifică de 0,36 GWh/an,km², aproape egală cu cea determinată pentru bazinul Mureșului și puțin peste valoarea medie pe ansamblul țării. Din acest punct de vedere, zonele cele mai interesante sînt : bazinul Lotrului, cu 1,35 GWh/an,km² în medie, bazinul Sadului, cu 0,91 GWh/an,km², bazinul rîului Boia Mare, cu 0,87 GWh/an,km², și bazinul afluenților Bistrița și Topolog, cu 0,77 GWh/an,km².

Potențialul hidroenergetic determinat pe baza datelor topohidrografice pentru sectoarele de rîu mai importante ale Oltului, în lungime totală de 3 440 km, este de 7 918 GWh/an la debitul mediu normal, de 5 593 GWh/an la debitul cu asigurare de 50% și de 2 060 GWh/an la debitul cu asigurare de 95%. Din potențialul corespunzător debitului mediu, 64,6% este concentrat în sectoare de rîu cu peste 500 kW/km, acoperind numai 26,8% din lungimea rîurilor studiate și 18,1% în sectoare de rîu cu puterea unitară cuprinsă între 200 și 500 kW/km, adică 14,5% din lungime. Sectoarele de rîu cu puterile cele mai mari, între 2 500 și 5 000 kW/km, se întîlnesc pe rîul principal în zona defileului și pe Lotru. De asemenea mai pot fi menționate cele care se întîlnesc pe rîul Sădurel (1 080 kW/km), pe rîul Latorița (circa 500 kW/km), pe Pîrîul Costești (628 kW/km), pe Topolog (656 kW/km) și pe Olteț (540 kW/km).

În bazinul hidrografic al Argeșului este concentrat un potențial hidroenergetic liniar total de 3 618 GWh/an, adică în medie 0,29 GWh/an, km². Deși valoarea medie a potențialului liniar specific este sub media

generală pe ţară, bazinul Argeşului dispune de zone cu concentrare importantă, dintre care se pot semnala : Bazinul Caprei şi Budei din zona de obîrşie cu 1,87 respectiv 1,44 GWh/an,km², bazinul Vîlsanului cu 0,80 GWh/an, km². În ansamblu, bazinul Argeşului în aval de confluenţa cu Vîlsanul dispune de un potenţial liniar specific de 0,88 GWh/an,km².

Potenţialul total al Argeşului, inventariat pe bază de cadastre hidroenergetice pe o lungime de 1 429 km de cursuri de apă, a rezultat de 3 273 GWh/an, iar cele cu asigurare de 50% circa 2 250 GWh/an şi pentru 95% circa 795 GWh/an. Analiza structurii acestui potenţial a arătat că pe 14,6% din lungimea studiată se înregistrează valori mai mari de 500 kW/km, cu o valoare medie de 580 kW/km, ceea ce însumează peste 33% din potenţialul liniar al bazinului. Zone de acest fel se întîlnesc pe Argeş în amonte de confluenţa cu Vîlsanul, pe rîul Doamnei, unde puterea unitară depăşeşte 1 000 kW/km, şi pe rîurile Buda, Capra, Vîlsan, Zirna, Doamnei, Tîrgului şi Dîmboviţa superioară, unde se depăşeşte 500 kW/km. Între 200 şi 500 kW/km sînt concentrate 36,6% din resursele bazinului, adică 29,2% din lungimea cursurilor de apă studiate, realizîndu-se în medie 328 kW/km.

Ialomiţa cu afluenţii săi dispune de un potenţial hidroenergetic liniar al cursurilor de apă, determinat după diagrama Q-H, de 2 568 GWh/an, revenind în medie 0,29 GWh/an, km², valoare egală cu cea întîlnită în bazinul Argeşului. Concentrarea specifică cea mai mare se realizează pe cursul superior în aval de confluenţa cu Ialomicioara, unde depăşeşte 1 GWh/an, km², şi pe afluenţii Doftana şi Prahova pînă la confluenţa lor, unde se realizează valori de peste 0,8 GWh/an,km².

În întreg bazinul hidrografic al Ialomiţei s-au inventariat, pe bază de cadastre hidroenergetice, sectoare de cursuri de apă totalizînd 1 230 km, rezultînd un potenţial hidroenergetic la debitul mediu normal de 2 257 GWh/an, la debitul semipermanent circa 1 420 GWh/an, iar la asigurarea de 95% circa 392 GWh/an. Puterile unitare mai mari de 200 kW/km se întind numai pe 32,6% din lungimea cursurilor de apă analizate, acoperind 72,3% din potenţialul liniar al bazinului. Dintre acestea, sectoare care depăşesc 1 000 kW/km se întîlnesc numai pe 1,2% din lungimea cursurilor de apă analizate (în medie 1 510 kW/km), reprezentînd 9% din resursele bazinului, şi sectoare cuprinse între 1 000 şi 500 kW/km se întîlnesc pe 7,9% din lungime (în medie 750 kW/km), reprezentînd 28,1% din resursele bazinului.

Bazinul rîului Siret, cel mai mare bazin hidrografic din ţară, dispune de un potenţial hidroenergetic liniar total de 12 723 GWh/an, adică 0,30 GWh/an,km², deci aproape egal cu cel determinat pentru bazinele Argeş şi Ialomiţa. Zone mai importante pot fi considerate bazinele Bistriţei în ansamblu, cu 0,58 GWh/an, km², şi bazinul Bicazului, cu 0,52 GWh/an, km².

Cadastre hidroenergetice s-au întocmit la bazinul Siret pentru o lungime de cursuri de apă de 4 140 km, rezultînd pentru valoarea potenţialului liniar 10 723 GWh/an la debitul mediu. Aceeaşi mărime calculată pentru debitul cu asigurare de 50% a rezultat de 6 532 GWh/an, iar pentru debitul minim cu asigurare de 95% de 2 513 GWh/an.

Din clasarea puterilor unitare rezultă că pe 1,4% din sectoarele analizate se înregistrează puteri unitare mai mari de 1 500 kW/km, valoa-

rea lor medie fiind de 1 960 kW/km, ceea ce reprezintă 9,4% din potențialul liniar. Puteri cuprinse între 1 000 și 1 500 kW/km, în medie 1 220 kW/km, se întîlnesc pe 5,5% din lungimea sectoarelor analizate, însumînd 22,8% din potențialul bazinului. Puteri între 500 și 1 000 kW/km, în medie 670 kW/km, se întîlnesc pe 12,8% din lungimea rîurilor analizate, circa 29% din potențialul liniar al bazinului, iar între 200 și 500 kW/km se întîlnesc pe 21,2% din lungimea rîurilor analizate, aproximativ 23% din resursele bazinului.

Sectoarele cele mai importante se întîlnesc pe rîul Bistrița în zona de confluență cu Bicazul, unde se depășește 1 500 kW/km, și pe Siret în aval de confluența cu Bistrița pînă la confluența cu Bîrladul, cu puteri unitare de 1 200—1 500 kW/km. Pot fi de asemenea amintite sectoarele de pe rîul Bistrița în aval de Zugreni, precum și pe Trotuș în zona de confluență cu Uzul și pe Buzău în aval de Valea Siriului, unde se depășesc 1 000 kW/km, și pe Suceava în aval de confluența cu Pîrîul Iliești, pe Moldova în aval de confluența cu Bîlteagul, pe Bistrița în aval de confluența cu Pîrîul Gheorghițeni, pe Bicaz în aval de pîrîul Secul, pe Trotuș în aval de Pîrîul Sugureni, pe Uz în aval de confluența cu pîrîul Roșu, pe Putna în aval de confluența cu Zăbala, pe Buzău în aval de confluența cu Valea Arțagul, pe Bîsca Mică, pe Bîsca Mare și Bîsca Unită în aval de confluența cu Bîsculița, unde se depășesc 500 kW/km.

3. CONCLUZII

Pe ansamblul teritoriului Republicii Socialiste România, potențialul hidroenergetic relativ din precipitații însumează circa 195 000 GWh/an, din care mai mult de jumătate (58%) se pierde prin evapotranspirație și prin infiltrare în sol și subsol, rămînînd ca potențial hidroenergetic de suprafață din scurgere circa 83 000 GWh/an, ceea ce revine, în medie, la circa 0,35 GWh/an,km^2.

Potențialul liniar total al cursurilor de apă interioare determinat pe baza diagramelor Q-H este de circa 58 000 GWh/an, ceea ce revine, dacă se raportează la suprafață, la circa 0,25 GWh/an,km^2. Diferența față de potențialul din scurgere pentru rîurile interioare, de circa 24 600 GWh/an, reprezintă potențialul versanților care se consumă pentru erodarea solului și care nu poate fi utilizat decît în mică măsură. Inventariat pe baza cadastrelor hidroenergetice pentru rîurile mai importante din punct de vedere hidroenergetic, potențialul hidroenergetic al cursurilor de apă rezultă pe ansamblul țării de circa 48 900 GWh/an; din aceasta circa 32 500 GWh/an corespunde debitului semipermanent (cu asigurare de 50%) și circa 10 500 GWh/an (28,5%) debitului minim cu asigurare de 95%.

Dacă se au în vedere realizările obținute de unele țări în valorificarea resurselor hidroenergetice, precum și studiile întreprinse pînă acum în țara noastră, din care a rezultat că se pot valorifica în condiții economice 20—40% din resursele potențiale ale regiunii respective exprimate

în potenţial hidroenergetic teoretic liniar, se poate aprecia că în condiţiile concrete ale ţării noastre se vor putea valorifica pe cursurile de apă interioare peste 10 000 GWh/an, ceea ce poate schimba radical participarea resurselor hidroenergetice în raport cu celelalte categorii de resurse la acoperirea necesităţilor de energie ale ţării.

BIBLIOGRAFIE

1. D. Pavel, *Plan général d'aménagement des forces hydrauliques en Roumanie.* Colecţia I.R.E. *58* (1953)
2. * * * AH СССР. *Секция по научной разработке проблем народного хозяйства.* Инструкции по составлению водоэнергетического кадастра СССР. Москва, 1951.
3. M.V. Jevdejevic, *Investigation methode of water power resources.* Power resources of Jugoslavia, Belgrad, 1956.
4. M. Podani, *Metodologia întocmirii cadastrului hidroenergetic pe teritoriul R.P.R.* St. cerc. energ., *1—2* (1956).
5. I. Solotorew, *Methoden zur Ermittlung der Wasserkraftreserven in der UdSSR*, 260, B/16 World Power Conference, 1956.
6. * * * *Analyse des potentiels hydro-électriques brut et net.* Commission économique pour l'Europe. Comité de l'énergie électrique. Groupe d'experts pour l'étude des ressources hydro-électriques de l'Europe. EP/Doc. de travail *52*.
7. * * * *Potentiel hydro-électrique moyen brut rapporté au niveau de la mer.* Commission économique pour l'Europe. Comité de l'énergie électrique. Groupe d'experts pour l'étude des ressources hydro-électriques de l'Europe. EP/W. P. 2/ Doc. de travail *1*, 1957.
8. * * * *Méthodes permettant de déterminer le potentiel hydro-électrique net et de comparer les potentiels brut et net.* Commission économique pour l'Europe. Comité de l'énergie électrique. Groupe d'experts pour l'étude des ressources hydro-électriques de l'Europe. EP/WP 2/Doc. de travail 2, 1957. cu anexe.
9. D. Pavel, *Potenţialul hidroenergetic.* Energetica, *7* (1957).
10. M. Podani, *Indicii calitativi ai resurselor hidroenergetice de pe teritoriul R.P.R.* St. cerc. energ., *3* (1957).
11. M. Constantinescu, V. Caracudovici, C. Mociorniţa, P. Ştegăroiu, *Elemente de hidrologie în studiul resurselor hidroenergetice din R.P.R.*, St. cerc. energ. *3* (1958).
12. M. Constantinescu, *Contribuţie la studiul indicilor calitativi ai resurselor hidroenergetice.* St. cerc. energ., *4* (1958).
13. D. Pavel, *Principiile şi metodologia aplicată în studiul resurselor hidroenergetice*, St. cerc. energ., *4* (1959).
14. V. Caracudovici, P. Ştegăroiu, *Asupra metodelor de calcul utilizat în cadrul „Atlasului resurselor hidroenergetice din R.P.R." pentru determinarea potenţialului hidroenergetic de suprafaţă.* St. cerc. energ., *4* (1959).
15. D. Spiridon, *Contribuţii la studiul resurselor hidroenergetice.* Meteorologia, Hidrologia şi gospodărirea apelor, *4* (1958).
16. — *Circuitul apei în natură şi potenţialul hidroenergetic.* Energetica, *2* (1959).
17. — *Metode pentru determinarea potenţialului hidroenergetic de suprafaţă al R.P.R.* Energetica, *2* (1960).
18. S. Păuna, *O nouă metodă de valorificare a parametrilor hidrologici ai unui curs de apă*, Energetica, *5* (1959).
19. V. Caracudovici, P. Ştegăroiu, *Precizări cu privire la metodica inventarierii resurselor hidroenergetice din R.P.R.* St. cerc. energ. *3* (1960).
20. S. Păuna, P. Ştegăroiu, *O metodă de valorificare a parametrilor hidrologici ai unui curs de apă.* St. cerc. energ., *3* (1960).

LEFORDITVA
J1229/68

METODA PENTRU PREEVALUAREA NECESARULUI DE ENERGIE ÎN INDUSTRIE PRIN UTILIZAREA CALCULULUI MATRICEAL

DE

A. DUMITRESCU, M. ELEFTERESCU și ȘT. KOVÁCS

620.9

Avînd în vedere importanța și actualitatea problemei preevaluării necesarului de energie, se prezintă o metodă analitică care utilizează calculul matriceal pentru stabilirea necesarului de energie în perioada de perspectivă. Metoda se bazează pe cunoașterea indicatorilor privind dezvoltarea producției industriale și pe analiza evoluției în timp a consumurilor specifice de energie determinate de natura proceselor tehnologice industriale.

I. INTRODUCERE

Elaborarea politicii energetice pentru perioada de perspectivă, coordonarea disponibilităților și consumurilor de energie necesită, printre altele, stabilirea prognozei necesarului de energie.

Metodele utilizate pentru prognoza consumului de energie pot fi grupate în următoarele categorii :

1) prognoza consumului global de energie în timp, adică stabilirea unei relații de forma

$$E = f(t)$$

pentru perioada considerată. Metoda se bazează pe stabilirea unui coeficient anual de creștere — constant sau variabil în timp — a consumului de energie și se utilizează pentru prognoze pe termen mediu sau lung, rezultatele avînd un caracter orientativ;

2) prognoza consumului global de energie prin corelație cu alți indici sintetici ai economiei naționale a căror lege de variație în timp se consideră cunoscută sau mai ușor de determinat. De obicei se utilizează corelația dintre consumul global de energie și indicele de creștere a producției industriale, sectorul industrial fiind principalul consumator de energie în cadrul economiei naționale.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 263—270 București 1967

Aceste metode se utilizează pentru perioade scurte sau medii, dînd rezultate satisfăcătoare [3];

3) prognoza consumului global de energie prin însumarea consumurilor de energie din diversele sectoare şi ramuri ale economiei naţionale, acestea din urmă fiind stabilite pe baza prognozei consumurilor specifice de energie şi a cunoaşterii producţiei sectorului sau a ramurii respective.

Această metodă, cu caracter analitic, conduce la rezultate cu mult mai precise, precizia metodei putînd fi mărită prin creşterea gradului de detaliere şi de aprofundare a datelor iniţiale. Metoda îşi găseşte aplicare în special în ţările cu economie planificată, care, prin plan, dispun de date privind creşterea volumului producţiei. Metoda mai prezintă în plus avantajul că prin consumurile specifice de energie pune la dispoziţia economiei naţionale anumiţi indici de control caracteristici diverselor produse, ramuri sau sectoare economice [4], [5].

În cele ce urmează se tratează problema prognozei consumurilor de energie, propunîndu-se o metodă analitică bazată pe utilizarea calculului matriceal pentru determinarea necesarului de energie în perioada de perspectivă pe baza consumurilor specifice.

II. METODA

A. Principiul metodei

Prognoza consumului de energie se face prin însumarea consumurilor din diversele sectoare, ramuri şi procese ale economiei naţionale, acestea, la rîndul lor, fiind stabilite pe baza dinamicii producţiei

$$V = \varphi_1(t) \tag{1}$$

şi a dinamicii consumurilor specifice de energie

$$e = \varphi_2(t, x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{2}$$

unde t reprezintă timpul, iar $x_1, x_2, \ldots, x_n$ alţi parametri care influenţează direct evoluţia consumurilor specifice.

Metoda implică deci cunoaşterea dezvoltării producţiei sectorului, ramurii, procesului economic considerat şi, legat de aceasta, măsurile ce se preconizează pentru realizarea producţiei planificate, respectiv procesele tehnologice şi agregatele şi utilajele care sînt necesare să intre în funcţiune pentru realizarea producţiei respective.

Fie ramura R a sectorului S al economiei naţionale, a cărei activitate este echivalentă prin m produse caracteristice $P_1, \ldots, P_m$.

Se consideră producţia V_j corespunzătoare produsului P_j care se realizează prin n procese, fiecare fiind caracterizat prin producţia V_{jl} şi consumul specific de energie e_{jl}.

Consumul total de energie pentru ramura R considerată poate fi deci exprimat printr-o relaţie de forma

$$E_R = \sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} V_{jl} \cdot e_{jl}. \tag{3}$$

B. Dinamica producției

Pentru stabilirea dinamicii producției se iau în considerare ca punct de plecare volumul și structura producției realizate în anul de bază, iar pentru perioada de perspectivă cifrele de producție prevăzute în planul de dezvoltare a sectorului, ramurii considerate, respectiv în planul de dezvoltare a economiei naționale. Analizîndu-se creșterea producției, trebuie stabilite condițiile materiale care asigură îndeplinirea cifrelor de plan, în sensul precizării posibilităților de realizare a sporului de producție cu ajutorul mijloacelor existente, prin îmbunătățirea indicilor tehnici-economici de exploatare a acestora sau, în măsura necesităților, prin punerea în funcțiune a unor noi mijloace ce urmează a intra în exploatare, pentru ambele situații fiind necesar a se preciza indicii tehnici-economici caracteristici și ponderea cu care diferitele mijloace vor interveni pentru realizarea producției planificate.

Trebuie deci precizate cele n procese care se vor utiliza pentru realizarea produsului P_j, precum și ponderea cu care ele vor interveni în producția V_j a produsului considerat, adică se vor preciza producțiile parțiale V_{ji} corespunzătoare proceselor utilizate.

În cazul în care se urmărește stabilirea legii de variație a producției, se poate face ipoteza că evoluția în timp a producției are practic un caracter continuu ; această ipoteză este confirmată de majoritatea datelor statistice referitoare la evoluția producției principalelor produse și este justificată prin aceea că procesele și utilajele noi nu se introduc simultan în producția sectorului sau a ramurii considerate și nici nu intervin de la început cu întreaga lor capacitate. Dacă totuși introducerea de procese și de utilaje noi provoacă în anumite momente schimbări esențiale în structura sectorului, ramurii considerate, perioada de timp pentru care se determină legea de variație a producției se va subîmpărți în mai multe intervale, astfel încît pentru fiecare interval ipoteza evoluției continue a producției să fie satisfăcută.

C. Dinamica consumurilor specifice de energie

Stabilirea dinamicii consumurilor specifice de energie se face pornind de la date primare similare celor menționate la dinamica producției, adică datele statistice privind nivelul consumurilor specifice de energie în anul de bază și datele rezultate din analiza, pe baza unor criterii obiective, a nivelului acestor consumuri specifice la sfîrșitul perioadei pentru care se efectuează prognoza. Pentru efectuarea acestei analize este necesar a se lua în considerare factorii principali, în special progresul tehnic, care influențează consumurile specifice de energie, dintre care, principial, menționăm: natura proceselor a căror utilizare este prevăzută în perioada de perspectivă, productivitatea agregatelor și utilajelor, natura purtătorului de energie utilizat, randamentul energetic al agregatelor și utilajelor, gradul de mecanizare și de automatizare, materia primă și produsul finit, posibilitatea folosirii tehnicii noi.

Determinarea consumurilor specifice de energie la sfîrșitul perioadei de perspectivă pe baza cunoașterii și analizării acestor factori este posibilă,

întrucît la stabilirea dinamicii producţiei sectorului sau a ramurii luate în considerare se pot preciza procesele şi utilajele, respectiv caracteristicile lor energoeconomice, cu ajutorul cărora va fi realizată producţia planificată, precum şi ponderea cu care intervine fiecare în producţia totală a sectorului sau ramurii.

Presupunînd în cadrul ramurii economice R considerate că pentru realizarea produsului P_j la sfîrşitul perioadei de prognoză ($T = T_f$) se utilizează n procese, caracterizate fiecare prin consumul specific de energie $(e_{jl})_f$ la care corespunde o anumită mărime a producţiei $(V_{jl})_f$, consumul specific mediu de energie pentru produsul caracteristic P_j va fi

$$(e_j)_f = \frac{\sum_{l=1}^{n} (e_{jl})_f \cdot (V_{jl})_f}{(V_j)_f}, \tag{4}$$

în care

$$(V_j)_f = \sum_{l=1}^{n} (V_{jl})_f. \tag{5}$$

Determinarea consumurilor specifice de energie pentru un anumit proces tehnologic se face pe baza analizării indicatorilor tehnici şi energetici caracteristici utilajului respectiv; pentru un anumit produs şi proces, la un grad de mecanizare şi de automatizare dat, consumul specific de energie are o tendinţă de scădere, datorită îmbunătăţirii condiţiilor de exploatare a utilajelor, respectiv datorită îmbunătăţirii continue a randamentului energetic η.

După cum s-a menţionat anterior, consumul specific de energie este influenţat de o serie de factori, dintre care ies în evidenţă următorii indicatori energoeconomici: productivitatea muncii, înzestrarea energetică a forţei de muncă, investiţia specifică, consumul specific de materie primă [6]. Astfel,

— între consumul specific de energie şi productivitatea muncii există o legătură de forma

$$e = \frac{d}{x_1}, \tag{6}$$

unde d este o constantă, iar x_1 productivitatea muncii, exprimată în unităţi de producţie/muncitor productiv;

— între consumul specific de energie, productivitate şi înzestrarea energetică a muncii există relaţia

$$e = \frac{x_2}{x_1}, \tag{7}$$

unde x_2 este înzestrarea energetică a muncii, exprimată în unităţi de energie/muncitor productiv;

— între consumul specific de energie şi investiţia specifică există o legătură de forma

$$e = x_3 \cdot x_4,$$

unde x_3 este investiția specifică, exprimată în lei/unitate de producție, iar x_4 înzestrarea energetică a mijloacelor de bază, exprimată în unități de energie/lei;

— între consumul specific de energie și consumul de materie primă există de asemenea o legătură de forma

$$e = x_5 \cdot x_6,$$

unde x_5 este consumul specific de materie primă în lei/unitate de producție, iar x_6 consumul de energie raportat la consumurile de materie primă în unități de energie/lei.

D. Dinamica consumurilor totale de energie

Consumul total de energie $(E_j)_t$ pentru realizarea producției $(V_j)_t$ din produsul P_j în anul t va fi dat de o relație de forma

$$(E_j)_t = (e_j)_t \cdot (V_j)_t. \qquad (8)$$

Dinamica consumurilor totale de energie pentru o ramură va fi dată de suma consumurilor de energie pentru cele m produse reprezentative:

$$(E_R)_t = \sum_{j=1}^{m} (E_j)_t. \qquad (9)$$

Relațiile menționate se pot utiliza atît pentru stabilirea consumurilor de energie separat pe forme și purtători de energie, cît și pentru stabilirea consumurilor globale de energie rezultate prin echivalarea și însumarea consumurilor pe purtători și forme de energie.

Întrucît de obicei interesează valorile consumurilor specifice și totale de energie pentru anumiți ani caracteristici din perioada de perspectivă, nu este necesar și operativ a se stabili totdeauna și legea de variație în timp a acestor consumuri, fiind suficient a se stabili valorile consumurilor de energie pentru anii considerați.

În cele ce urmează se prezintă un procedeu matematic pentru stabilirea consumurilor de energie, care permite atît evidențierea separată a consumului pe purtători sau forme de energie, cît și însumarea acestora pentru stabilirea consumului global de energie [7].

E. Procedeul matematic

În general, pentru realizarea produsului P_j se consumă mai multe forme și purtători de energie: e_{1j}, e_{2j}, ..., $e_{(v-1)j}$, e_{vj}, unde indicii 1,2, ..., v se referă la purtătorii sau la formele de energie consumate; ordonînd purtătorii și formele de energie, se consideră:

$e_{1j}, e_{2j}, \ldots e_{(v-2)j}$ — consumuri specifice de combustibili, exprimate în unități naturale pe unitatea de producție;

$e_{(v-1)j} = q_j$ — consumuri specifice de abur și apă caldă, exprimate în kcal/unitate de producție;

$e_{vj} = w_j$ — consumuri specifice de energie electrică, exprimate în kWh/unitate de producție.

Consumurile specifice de purtători şi forme de energie pentru cele m produse ale ramurii R se pot înregistra într-o matrice cu v linii şi m coloane, de forma :

$$\| e_{ij} \|_{v,m} = \begin{Vmatrix} e_{11} & e_{12} & \dots & e_{1j} & \dots & e_{1m} \\ e_{21} & e_{22} & \dots & e_{2j} & \dots & e_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ e_{(v-2)1} & e_{(v-2)2} & \dots & e_{(v-2)j} & \dots & e_{(v-2)m} \\ q_1 & q_2 & \dots & q_i & \dots & q_m \\ w_1 & w_2 & \dots & w_j & \dots & w_m \end{Vmatrix} . \tag{10}$$

Pentru exprimarea în aceleaşi unităţi a tuturor consumurilor specifice de purtători şi forme de energie, matricea de mai sus se înmulţeşte cu o matrice diagonală avînd v linii şi v coloane, elementele diagonalei fiind coeficienţii de transformare a purtătorilor şi formelor de energie în combustibil convenţional :

$$\| k_i \|_{v,v} = \begin{Vmatrix} k_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_i & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \end{Vmatrix} \tag{11}$$

unde

$$k_i = \frac{p_{ci}}{7\,000} \left[\frac{\text{kg. c.c.}}{\text{kg. comb. nat.}} \right] \text{ pentru } j = 1 \dots (v-2),$$

p_{ci} fiind puterea calorifică inferioară a combustibilului i,

$$k_{(v-1)} = \frac{1}{7\,000} \left[\frac{\text{kg. c.c.}}{\text{kcal.}} \right],$$

$$k_v = \frac{860}{7\,000} \left[\frac{\text{kg. c.c.}}{\text{kWh}} \right]. \tag{12}$$

Se obţine astfel

$$\| e'_{ij} \| = \| k_i \| \cdot \| e_{ij} \|. \tag{13}$$

Pentru evidenţierea separată a consumurilor de energie pe forme şi purtători exprimate în unităţi naturale pentru ansamblul ramurii, matricea

$\|e_{ij}\|$ se înmulțește cu vectorul-coloană V_j, avînd m linii, obținîndu-se vectorul-coloană E_i

$$\|E_i\|_{v,1} = \left\| \begin{matrix} e_{11} & e_{12} & \dots & e_{1j} & \dots & e_{1m} \\ e_{21} & e_{22} & \dots & e_{2j} & \dots & e_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ e_{(v-2)1} & e_{(v-2)2} & \dots & e_{(v-2)j} & \dots & e_{(v-2)m} \\ q_1 & q_2 & \dots & q_j & \dots & q_m \\ w_1 & w_2 & \dots & w_j & \dots & w_m \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_j \\ \vdots \\ V_m \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_i \\ Q \\ W \end{matrix} \right\|. \tag{14}$$

Fiecare element al vectorului $\|E_i\|$ reprezintă consumul total pe ramură dintr-o anumită formă sau purtător de energie exprimat în unități naturale. Pentru obținerea acestor consumuri exprimate în combustibil convențional se efectuează produsul

$$\|E'_i\|_{v,1} = \|e'_{ij}\|_{v,m} \cdot \|V_j\|_{m,1}. \tag{15}$$

Pentru obținerea consumului total de energie pe ansamblul ramurii indiferent de valoarea purtătorilor și formele de energie, se efectuează produsul

$$E = \|1\|_{1,v} \cdot \|E'_i\|_{v,1}, \tag{16}$$

unde $\|1\|$ este un vector-linie, avînd v elemente.

În cazul în care se urmărește evidențierea consumurilor de energie pe trei categorii : combustibili, abur și apă caldă și energie electrică, se utilizează submatricele :

$$\|b_{ij}\|_{(v-2)m} = \left\| \begin{matrix} e_{11} & e_{12} & \dots & e_{1j} & \dots & e_{1m} \\ e_{21} & e_{22} & \dots & e_{2j} & \dots & e_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ e_{(v-2)1} & e_{(v-2)2} & \dots & e_{(v-2)j} & \dots & e_{(v-2)m} \end{matrix} \right\|, \tag{17}$$

$$\|q_j\|_{1,m} = \|q_1 \; q_2 \; \dots \; q_j \; \dots \; q_m \|,$$

$$\|w_j\|_{1,m} = \|w_1 \; w_2 \; \dots \; w_j \; \dots \; w_m \|,$$

rezultate din matricea $\|e_{ij}\|_{v,m}$.

În acest caz consumul de combustibil pe forme va rezulta din produsul

$$\|B_i\|_{(v-2),1} = \|b_{ij}\|_{(v-2)m} \cdot \|V_j\|_{m,1}. \tag{18}$$

Pentru a stabili consumul total de combustibil, matricea $\|B_i\|$ se înmulțește cu un vector-linie avînd $v-2$ elemente, acestea fiind coeficienții de transformare k_i :

$$\|k_i\|_{1,(v-2)} \cdot \|B_i\|_{(v-2)1} = B. \tag{19}$$

Consumul total de abur şi apă caldă va rezulta din produsul

$$Q = \| q_j \|_{1,\,m} \cdot \| V_j \|_{m,\,1}, \tag{20}$$

iar cel de energie electrică din produsul

$$W = \| w_j \|_{1,\,m} \cdot \| V_j \|_{m,\,1}. \tag{21}$$

Metoda sub forma prezentată, permite utilizarea maşinilor electronice de calcul pentru prognoza consumului global de energie sau separat pe forme şi purtători de energie.

Avînd în vedere această situaţie, matricele referitoare la structura producţiei şi cele referitoare la consumul specific de energie se pot introduce în calculatoare în diferite variante, permiţîndu-se astfel analizarea diferitelor soluţii care ar veni în considerare pentru dezvoltarea în perspectivă a economiei naţionale.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Saphier, V. Boico, *Consideraţii asupra corelaţiei dintre consumul de energie şi producţia industrială din R.P.R.* Energetica, **5**, *6*, (1957).
2. Cs. Nagy, V. Caracudovici, M. Elefterescu, C. Panaitescu, *Die Anwendung mehrfacher Korrelationen in der Energiebedarfsplanung der Industrieunternehmen*, IV Konferentz für Industrielle Energiewirtschaft, Berlin, 1965.
3. И. Н. Бессанова, *Показатели динамики энергопотребления промышленности.* Техно-экономические расчеты в энергетике. Изд. „Наука" — Москва (1965).
4. A. Dumitrescu, M. Elefterescu, St. Kovacs, *Contribuţii la stabilirea dinamicii consumurilor energetice*, St. cerc. energ., **VIII**, *2* (1958).
5. А. Думитреску, М. Элефтереску, Шт. Ковач, *К вопросу о методах определения перспективного потребления энергии.* Электричество, 8 (1959).
6. V. Hanpl, *Beitrag zur Anwendung der Sektorenanalyse für die Planung des Energiebedarfes.* Energietechnik, **XIV**, *2* (1964).
7. St. Kovács, *Energetische Kennziffern zur Charakterisierung der Struktur der allgemeinen Energiebilanz.* Revue roumanie des sciences techniques, Série: Electrotechnique et Energetique XX, *1*, (1967).

TEORIA DIAGRAMEI ENTROPICE CU AXE CURBE PENTRU UNITATEA DE CANTITATE DE SUBSTANȚĂ

DE

CĂLIN ADRIAN VASILESCU

536.46:662.61

Se prezintă teoria acestor diagrame, studiindu-se condițiile de realizare a unei diagrame entropice cu axe curbe pentru 1 kg de amestec de două substanțe în proporție variabilă, atît pentru cazul în care substanțele nu reacționează chimic între ele, cît și pentru cazul în care substanțele reacționează chimic între ele. Se arată modul în care trebuie completată această diagramă pentru a putea executa calcule exacte ale curgerii gazelor perfecte. Se particularizează rezultatele pentru gazele provenite din arderea unei hidrocarburi. Se precizează compoziția: $c = 0{,}8608$ kg de carbon și $h = 0{,}1392$ kg de hidrogen pentru hidrocarbura care permite construirea unei diagrame raportate la 1 kg de gaze de ardere; se arată că nu există hidrocarbură și nici motorină care să conducă la construirea unei diagrame a gazelor de ardere raportată la 1 kg din aerul ce a servit la combustie. În final se discută evoluția acestei probleme în literatură.

În tehnică apare de multe ori cazul cercetării unor procese termodinamice în care se analizează comportarea unui amestec de gaze reale ale cărui componente se află în proporție variabilă. În măsura în care este necesar să se calculeze diferite evoluții sau să se determine valoarea anumitor mărimi de stare, operațiile se execută comod cu ajutorul unei diagrame entropice, iar dacă studiul necesită examinarea mai multor amestecuri de gaze vor fi necesare mai multe diagrame de același tip, construite fiecare pentru calitatea de gaz respectivă.

Dacă se consideră substanțele studiate drept gaze perfecte, este posibil să se construiască o singură diagramă entropică pentru toate amestecurile de gaze studiate. După cum se știe, într-o asemenea diagramă, entropia se măsoară de la origini diferite și variabile cu temperatura pentru fiecare gaz în parte, din care cauză diagrama entropică pentru diferite amestecuri de gaze se numește diagramă entropică cu axe curbe; acest tip de diagramă a fost studiat de Stodola și Eichelberg.

St. cerc. energ. electr. Tom 17 Nr. 2 p. 271—281 București 1967

Pentru ca în cîmpul diagramei să existe o singură familie dublă de curbe izobare şi izocore, este necesar ca variaţia entropiei între două curbe la care presiunea, respectiv volumul, se află în acelaşi raport să nu depindă de natura substanţei; de aceea diagrama se construieşte în general pentru cantitatea de substanţă corespunzătoare unui număr constant de moli, deoarece, după cum se ştie, variaţia de entropie între două izobare este $N\mathcal{R}\ln\frac{p}{p_0} = \text{const.}$ (N — numărul de moli, $\mathcal{R}$ — constanta universală a gazelor, p — presiunea), adică satisface condiţia amintită. Prin utilizarea ca unitate de cantitate de substanţă a molului vor rezulta în general, funcţie de compoziţia gazului, cantităţi diferite de substanţă exprimate în kilograme, numărul de kilograme variind cu compoziţia.

Există situaţii în care se urmăreşte efectuarea unor calcule de natura celor discutate în această lucrare care să necesite mărimi de stare raportate la 1 kg de substanţă. În acest caz, evident, s-ar putea utiliza o abacă pentru a determina numărul de kilograme în funcţie de calitatea amestecului; apare mai corespunzătoare realizarea unei diagrame entropice cu axe curbe care să dea rezultatele direct în mărimi raportate la 1 kg de substanţă. Condiţia existenţei unei singure familii de curbe izobare şi izocore conduce la anumite limitări, în schimb se obţine posibilitatea de a efectua în mod simplu calcule de procese de curgere şi în special de a determina cu exactitate valoarea presiunii critice şi deci domeniul de curgere. Această proprietate conduce la un interes deosebit pentru diagrama entropică cu axe curbe, construită pentru unitatea de cantitate de substanţă.

În lucrarea de faţă se tratează în general problema construirii unei diagrame entropice cu axe curbe pentru un amestec de două componente în proporţii variabile, avînd ca bază pentru unitatea de cantitate kilogramul, şi se arată modul în care trebuie completată această diagramă pentru a permite calcule de curgere; particularizările se fac pentru gazele provenite din arderea în aer a unei hidrocarburi.

1. STUDIUL CONDIŢIILOR DE REALIZARE A UNEI DIAGRAME ENTROPICE PENTRU UN KG DE AMESTEC DE DOUĂ SUBSTANŢE ÎN PROPORŢIE VARIABILĂ

Este necesar să se examineze în primul rînd condiţia de construcţie a diagramei cu axe curbe în cazul utilizării kilogramului ca unitate de cantitate de substanţă; apoi se vor cerceta cele două cazuri generale ce apar la amestecare a două substanţe:

— substanţe care nu reacţionează chimic între ele,

— substanţe care reacţionează chimic între ele.

a) Condiţia de construire a unei diagrame cu axe curbe pentru 1 kg de substanţă

Pentru a menţine în cîmpul diagramei o singură familie dublă de curbe izobare şi izocore, este necesar, aşa cum s-a arătat, ca baza pentru unitatea de cantitate de substanţă să fie kilomolul. În acest caz, scăderea

de entropie între izobarele pentru care presiunea crește de un număr π ori este

$$\Delta S = - N\mathfrak{R}\ln \pi = \text{const.}$$

Dacă se notează cu m [kg] cantitatea de substanță, cu $\mathfrak{M}$ [kg/mol] masa kilomolului și cu R [kgf·m/kg·°K] constanta gazului (în cazul considerat valoarea constantei aparentă pentru amestecul de gaze), se poate scrie

$$\Delta S = - \frac{m}{\mathfrak{M}} \mathfrak{M}R\ln \pi = \text{const.}$$

Prin urmare, pentru a avea o singură familie dublă de curbe, va trebui ca pentru orice componentă să se respecte relația

$$mR = \text{const.}, \tag{1}$$

adică produsul dintre cantitatea de substanță și constanta aparentă a amestecului de gaze trebuie să fie constant.

b) Amestec din două substanțe care nu reacționează chimic între ele

Se consideră cazul (fig. 1) a două substanțe A și B care se amestecă fără a reacționa chimic între ele. Cantitatea de substanță care rezultă în urma procesului de amestec este

$$m = m_A + m_B,$$

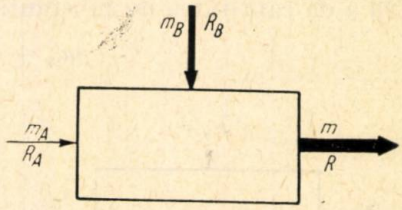


Fig. 1. — Schema procesului și notațiile folosite în cazul amestecării a două substanțe A și B care nu reacționează chimic între ele.

iar constanta aparentă a amestecului de gaze

$$R = \frac{m_A R_A + m_B R_B}{m_A + m_B};$$

condiția de construire a diagramei (1) se scrie

$$m R = (m_A + m_B) \frac{m_A R_A + m_B R_B}{m_A + m_B} = \text{const.}; \tag{2}$$

asociată cu cazurile-limită

$$mR = mR_A = \text{const.},$$
$$mR = mR_B = \text{const.},$$

conduce la soluţia

$$R_A = R_B, \tag{2'}$$

adică, pentru a putea construi o diagramă entropică cu axe curbe pentru un amestec în kilograme a două componente care nu reacţionează chimic între ele, este necesar ca valoarea constantei gazului pentru cele două componente să fie aceeaşi.

Această constatare duce la relaţia evidentă

$$\mathfrak{M}_A = \mathfrak{M}_B, \tag{2''}$$

adică cele două componente trebuie să aibă aceeaşi masă a kilomolului.

c) Amestec din două substanţe care reacţionează chimic între ele

Se consideră cazul (fig. 2) a două substanţe A şi B care se amestecă reacţionînd chimic între ele pentru a da substanţa C. Pot apărea trei situaţii :

— substanţele A şi B se află în cantitate stoechiometrică ;

— substanţa A se află în exces ;

— substanţa A se află în lipsă.

Se vor lua în discuţie primele două cazuri, cazul al treilea neputînd fi tratat într-o diagramă entropică simplă, deoarece apar de cele mai multe ori produşi intermediari, variabili după legile echilibrului chimic ; în măsura în care acest lucru poate fi neglijat, cazul al treilea se reduce la celelalte cazuri, considerînd însă substanţa B în exces.

În mod general, substanţa A poate fi împărţită în două părţi : cantitatea m'_A, care reacţionează cu toată cantitatea m_B din substanţa B pentru a da cantitatea de substanţă produsă de reacţie m'_C, unde, evident,

$$m'_A + m_B = m'_C,$$

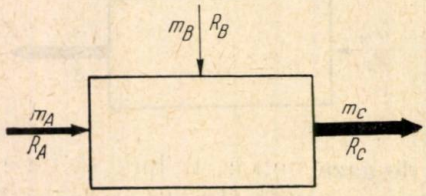


Fig. 2. — Schema procesului şi notaţiile folosite în cazul amestecării a două substanţe A şi B care reacţionează chimic între ele pentru a da produsul C.

şi cantitatea de substanţă m''_A, care nu are partener chimic pentru a se combina şi care se regăseşte în produsele finale C, astfel că

$$m_C = m'_C + m''_A .$$

Prin urmare, conservarea cantităţii de substanţă se scrie

$$m'_A + m''_A + m_B = m'_C + m''_A .$$

Ca urmare a modului în care se desfăşoară procesul, pot apărea două cazuri :

— substanţele se află amestecate la începutul succesiunii de procese studiate ; în acest caz, pare evident ca raportarea să se facă la cantitatea de 1 kg de substanţe finale ;

— substanţele se amestecă în timpul procesului, în general una din substanţe (de ex. B) fiind adăugate pe parcurs; în acest caz, este mai comod pentru calcule ca raportarea să se facă la 1 kg de substanţă care participă continuu la proces (în cazul presupus, substanţa A).

Se vor analiza pe rînd aceste două situaţii.

α. RAPORTAREA MĂRIMILOR DE STARE LA 1 KG DE AMESTEC

Din condiţia

$$mR = \text{const.},$$

care pentru cazul considerat devine

$$R_C = \text{const.},$$

unde

$$R_C = \frac{m'_C R'_C + m''_A R_A}{m'_C + m''_A},$$

şi din condiţia suplimentară că relaţia de construire a diagramei trebuie să fie valabilă şi în cazul în care produsele finale ar fi alcătuite numai din gazul în exces (A), rezultă

$$R_C = R_A$$

şi deci

$$\frac{m'_C R'_C + m''_A R_A}{m'_C + m''_A} = R_A \tag{3}$$

sau

$$m'_C R'_C = m'_C R_A,$$

adică

$$R'_C = R_A;$$

constanta gazului produşilor reacţiei stoechiometrice trebuie să fie egală cu constanta gazului substanţei iniţiale în exces, ceea ce este valabil şi pentru masa kilomolului.

β. RAPORTAREA MĂRIMILOR DE STARE LA SUBSTANŢA CARE PARTICIPĂ CONTINUU LA PROCES

Desigur că, pe măsură ce se adaugă substanţa B în amestec, substanţa totală raportată la substanţa A creşte:

$$\frac{m_C}{m_A} = \frac{m'_C + m''_A}{m'_A + m''_A} = \frac{m'_A + m''_A + m_B}{m'_A + m''_A} = 1 + \frac{m_B}{m'_A + m''_A};$$

în cazul în care s-ar afla numai substanța A (considerată în procesul de amestecare în exces), raportarea ar duce la valoarea 1. Prin urmare, relația (1) se scrie în acest caz

$$\frac{m_C}{m_A} R_C = R_A .$$

Introducîndu-se relațiile stabilite mai sus, se obține

$$\frac{m'_C + m''_A}{m'_A + m''_A} \frac{m'_C R'_C + m''_A R_A}{m'_C + m''_A} = R_A$$

sau

$$m'_C R'_C = m'_A R_A$$

și, ținîndu-se seama că $m'_C = m'_A + m_B$, rezultă

$$\frac{R_A}{R'_C} = 1 + \frac{m_B}{m'_A} . \tag{4}$$

Raportul $\frac{m_B}{m'_A} = d_{th}$ reprezintă proporția stoechiometrică a substanțelor ce intră în reacție și pe care o vom denumi dozaj teoretic:

$$\frac{R_A}{R'_C} = 1 + d_{th} ; \tag{4'}$$

prin urmare, în cazul în care cantitatea de substanță pentru care se construiește diagrama reprezintă produsele rezultate ale reacției raportate la substanța în exces, raportul constantei gazului pentru substanța în exces și pentru produsele reacției stoechiometrice depinde numai de natura chimică a substanțelor care intră în reacție, fiind constant pentru o grupă de două substanțe date.

În cazul în care se urmărește relația dintre masa kilomolului de substanță, se obține

$$\frac{\mathfrak{M}'_C}{\mathfrak{M}_A} = 1 + d_{th} . \tag{4''}$$

2. UTILIZAREA DIAGRAMEI ENTROPICE CU AXE CURBE PENTRU UNITATEA DE CANTITATE DE SUBSTANȚĂ PENTRU CALCULUL CURGERII

Diagrama entropică cu axe curbe pentru 1 kg de substanță permite un calcul simplu și exact al curgerii adiabatice. Se vor examina cele două etape mai importante de calcul:

— determinarea presiunii critice;

— calculul vitezei de curgere.

a. Determinarea presiunii critice

În cazul în care în urma unei destinderi izentropice dintr-o stare dată *1* s-a stabilit viteza critică, adică viteza sunetului în acele condiții, se poate scrie egalitatea

$$2\,\Delta i_{s1cr} = \varkappa_{cr}\, RT_{cr}\,, \tag{5}$$

unde $\sqrt{2\,\Delta i_{s1cr}}$ reprezintă viteza obținută prin destindere de la starea *1* la starea critică și $\sqrt{\varkappa_{cr}\, RT_{cr}}$ expresia vitezei sunetului la temperatura T_{cr}. În relațiile de mai sus, $\varkappa$ reprezintă raportul căldurilor specifice. Pentru a preciza starea critică este necesar să se stabilească egalitatea (5), ceea ce în diagrama entropică cu axe curbe se realizează printr-o construcție grafică, utilizîndu-se cîteva curbe anexe a căror construcție se arată în cele ce urmează.

După cum se știe, o diagramă entropică cu axe curbe este însoțită de o diagramă $u_s - i_s - T$, a cărei formă este redată în figura 3.

Se calculează la diferite temperaturi T, utilizîndu-se valoarea raportului căldurilor specifice la acele temperaturi, termenul $\frac{\varkappa}{2} RT$, care se pune în diagramă după cum urmează : se duce orizontala punctului T_1

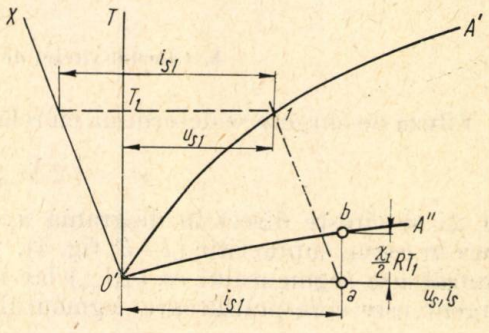


Fig. 3. — Construirea curbelor anexe în cîmpul diagramei $u_s - i_s - T$.

pînă la curba energiilor $O'A'$ și apoi paralela *1 a*, la axa de origine oblică a entalpiilor $O'X$ pînă ce întîlnește axa energiilor u_s, i_s în a ; aici, la scara entalpiilor se construiește segmentul $ob = \frac{\varkappa_1}{2} RT_1$ paralel cu axa $O'T$. Locul punctelor b (curba $O'A''$) reprezintă una dintre curbele anexe ale diagramei. Se repetă operația și pentru alte compoziții de gaz.

Calculul presiunii critice se efectuează după cum urmează (fig. 4). Din starea *1* cunoscută și figurată în diagrama T-s se desenează evoluția de curgere izentropică *13* paralelă cu axa curbă OA. Se duce izotermica

11' pînă la curba energiilor *O'A'* și paralela la axa originii entalpiilor *O'X*, *1 'c*. De aici se duce o dreaptă *cb* la 45° pînă la curba anexă *O'A''* și verticala *ab*. S-a realizat grafic egalitatea (5), *ac* = *ab*, și, prin urmare, s-a determinat diferența de entalpie critică. Se duce paralela la *O'X*, *a2'*

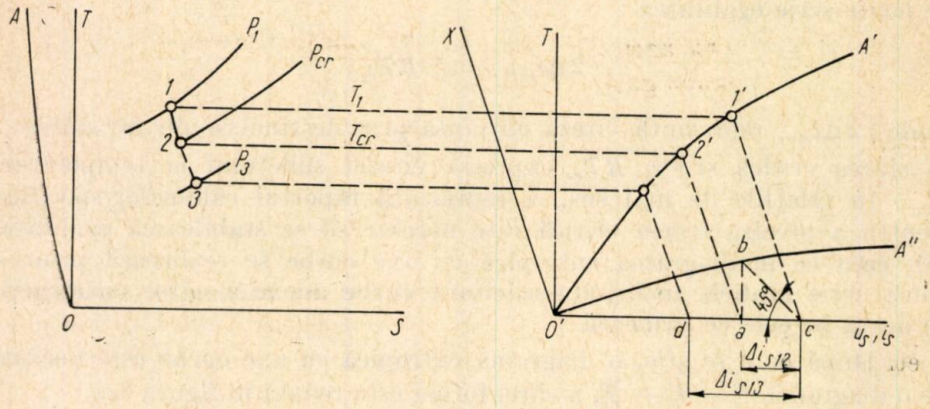


Fig. 4. — Folosirea diagramei entropice cu axe curbe pentru 1 kg de substanță pentru a calcula presiunea critică și diferența de entalpie Δi.

pînă la curba energiilor *O'A'* în punctul *2'* și de aici izotermica acestui punct, care este tocmai izotermica critică T_{cr} care la intersecția *2* cu izentropica *13* determină presiunea critică p_{cr}.

b. Calculul vitezei de curgere

Viteza de curgere se determină cu relația

$$w = \sqrt{2\,\Delta i_s}, \tag{6}$$

unde Δi se citește direct în diagrama $u_s - i_s - T$ și este, în cazul unei curgeri în regim supracritic (*1—3*, fig. 4), pentru un ajutaj convergent, corespunzătoare segmentului *ca* (Δi_{scr}) iar în cazul unui ajutaj convergent divergent este corespunzătoare segmentului *cd* ($\Delta i_{s\cdot 13}$).

3. PARTICULARIZAREA DIAGRAMEI PENTRU GAZELE DE ARDERE ALE UNUI COMBUSTIBIL CE CONȚINE CARBON ȘI HIDROGEN

Gazul pentru care se construiește diagrama provine din arderea combustibilului cu aerul; fiind vorba de substanțe ce reacționează chimic între ele, este posibil să apară ambele cazuri studiate la punctul *c* al paragrafului anterior. Cantitățile stabilite în relațiile (3) și (4) leagă constanta gazului sau masa kilomolului gazelor rezultate din arderea stoechiometrică de aceleași valori pentru aer și, prin urmare, se impun anumite restricții în ceea ce privește compoziția combustibilului.

a. Precizarea compoziției combustibilului în cazul raportării mărimilor de stare la 1 kg de amestec

Relația (3''), care servește la calcularea masei kilomolului de gaze de ardere, se poate scrie

$$\mathfrak{M}'_C = \frac{\text{kg gaze de ardere}}{\text{kmol gaze de ardere}} = \frac{\text{kg amestec proaspăt}}{\text{kmol gaze de ardere}},$$

adică

$$\frac{1 + N'_A \mathfrak{M}_A}{N'_C} = \mathfrak{M}_A . \tag{7}$$

În cazul unui combustibil alcătuit numai din carbon în cantitate (c) kg și hidrogen în cantitate $h = (1 - c)$ kg, ecuația de ardere stoechiometrică este

$$1 \text{ kg} \left(\frac{c}{\mathfrak{M}_C} + \frac{1-c}{\mathfrak{M}_{H_2}} \right) + \left(\frac{c}{\mathfrak{M}_C} + \frac{1}{2} \frac{1-c}{\mathfrak{M}_{H_2}} \right) \frac{1}{0{,}2099} \text{ kmol aer} =$$

$$= \frac{c}{\mathfrak{M}_C} \text{ kmol } CO_2 + \frac{1-c}{\mathfrak{M}_{H_2}} \text{ kmol } H_2O + \left(\frac{c}{\mathfrak{M}_C} + \frac{1}{2} \frac{1-c}{\mathfrak{M}_{H_2}} \right) \frac{0{,}7803}{0{,}2099} \text{ kmol } N_2 +$$

$$+ \left(\frac{c}{\mathfrak{M}_C} + \frac{1}{2} \frac{1-c}{\mathfrak{M}_{H_2}} \right) \frac{0{,}0098}{0{,}2099} \text{ kmol } Ar ;$$

rezultă masa kilomolului de gaze de ardere :

$$\mathfrak{M}'_C = \frac{1 + \left(\frac{c}{\mathfrak{M}_C} - \frac{1}{2} \frac{1-c}{\mathfrak{M}_{H_2}} \right) \frac{1}{0{,}2099} \mathfrak{M}_{aer}}{\frac{c}{\mathfrak{M}_C} + \frac{1-c}{\mathfrak{M}_{H_2}} + \left(\frac{c}{\mathfrak{M}_C} + \frac{1}{2} \frac{1-c}{\mathfrak{M}_{H_2}} \right) \frac{0{,}7803 + 0{,}0098}{0{,}2099}} = \mathfrak{M}_A .$$

În calcule s-a considerat aerul alcătuit din azot 0,7803, oxigen 0,2099 și argon 0,0098 (în părți de volume), ceea ce conduce la valoarea $\mathfrak{M}_A = 28{,}9692$ kg/kmol. Punîndu-se $\mathfrak{M}_{H_2} = 2{,}0156$ kg/kmol, se obține compoziția combustibilului :

$$c = 0{,}8608 \text{ kg},$$

$$h = 0{,}1392 \text{ kg},$$

care permite să se construiască o diagramă entropică cu axe curbe pentru 1 kg de gaze de ardere.

b. Precizarea compoziției combustibilului în cazul reportării mărimilor de stare la 1 kg de aer

Considerîndu-se o ecuație de ardere stoechiometrică, valoarea dozajului teoretic este

$$d_{th} = \frac{1 \text{ kg combustibil}}{\text{kg aer minim}} = \frac{1}{N'_A \mathfrak{M}_A}$$

și, ținîndu-se seama și de relația (5), expresia (4'') se poate scrie

$$\frac{\frac{1 + N'_A \mathfrak{M}_A}{N'_C}}{\mathfrak{M}_A} = 1 + \frac{1}{N'_A \mathfrak{M}_A},$$

care conduce la egalitatea

$$N'_A = N'_C, \tag{8}$$

adică numărul de kilomoli rezultați din reacția chimică stoechiometrică trebuie să fie egal cu numărul de kilomoli de aer și deci reacția chimică are loc cu contracție volumetrică.

Se consideră ecuația de ardere a unei hidrocarburi cu oxigenul (de vreme ce azotul și argonul se regăsesc în gazele de ardere)

$$C_\alpha H_\beta + \left(\alpha + \frac{\beta}{4}\right) O_2 = \alpha\, CO_2 + \frac{\beta}{2} H_2O.$$

Se explicitează pentru acest caz relația (6)

$$\alpha + \frac{\beta}{4} = \alpha + \frac{\beta}{2},$$

de unde rezultă $\beta = 0$, adică nu există nici o hidrocarbură care să satisfacă această condiție.

Se pune întrebarea dacă, luîndu-se în considerare substanțele chimice care mai pot apărea în motorină, nu se poate realiza condiția menționată în cazul arderii unui amestec de hidrocarburi. Substanțele ce se mai pot afla în motorină sînt : substanțe combustibile (sulful), substanțe comburante (oxigenul), substanțe inerte din punct de vedere al arderii (azotul și diferite alte substanțe).

Dacă se examinează ecuația de ardere a hidrogenului

$$H_2 + \frac{1}{2} O_2 = H_2O,$$

se constată că la 1 mol de gaze de ardere se utilizează 1/2 mol de oxigen. Prin urmare, pentru a respecta condiția (6) și, totodată, pentru a putea reține hidrogenul în compoziția combustibilului studiat, este necesar să se compenseze creșterea semnalată a numărului de moli de gaze de ardere față de oxigen în măsură mai mare decît se obține prin arderea carbonului :

$$C + O_2 = CO_2.$$

Se observă că arderea sulfului

$$S + O_2 = SO_2$$

are loc în aceleași condiții de variere a numărului de moli ca și arderea carbonului; considerarea oxigenului în combustibil face ca raportul gaze de ardere-oxigen să fie și mai supraunitar, de altfel ca și considerarea azotului din motorină.

În consecință, nu este posibil să se găsească un combustibil alcătuit dintr-un amestec de hidrocarburi, sulf și compuși cu oxigen și azot care să satisfacă la condiția pusă de construirea unei diagrame entropice cu axe curbe pentru gazele de ardere, raportată la 1 kg de aer.

4. DISCUTAREA ÎN LITERATURĂ A EVOLUȚIEI PROBLEMEI DIAGRAMEI ENTROPICE CU AXE CURBE PENTRU 1kg DE SUBSTANȚĂ

Ideea unui combustibil tip amestec de hidrocarburi care să satisfacă condiția $\mathfrak{M}_A = \mathfrak{M}'_C$ apare pentru prima dată în lucrările lui Hodge [1] în legătură cu standardizarea, pentru calcule, a unui combustibil de turbomotor. Ulterior, în lucrările românești [2] se utilizează acest combustibil cu compoziție determinată convențional pentru a elabora o serie de tabele cuprinzînd proprietățile termodinamice ale gazelor de ardere calculate din grad în grad de temperatură. Într-o lucrare ulterioară [3] se precizează construcția unei diagrame entropice pentru 1 kg de gaze care rezultă din arderea motorinei cu aerul, compoziția motorinei fiind determinată după principiile expuse în lucrarea de față.

Bărănescu [4] expune metoda folosirii unei diagrame $i - s$ pentru calculul vitezei de curgere la gazele perfecte.

În acest articol s-au completat deci lucrările menționate, făcîndu-se o teorie unitară a diagramelor entropice cu axe curbe pentru unitatea de cantitate de substanță.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Hodge, *Cycles and performance estimation* (*Gas turbine series*), Butterworth scientific publications, London, 1955.
2. V. Pimsner, C.A. Vasilescu, G.A. Rădulescu, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, Edit. Acad. R.P.R., București, 1964.
3. C.A. Vasilescu, V. Pimsner, *Diagrama entropică cu axe curbe pentru 1 kg de substanță*, St. cerc. energ. electroteh. **14**, 2, 385–390, 1964.
4. G. Bărănescu, *O metodă generală de calcul a parametrilor termodinamică în procesele de scurgere a gazelor în regim variabil*, St. cerc. energ., **5**, 1–2, 7 (1955).

CORELAȚIA DINTRE VITEZA DE ARDERE A PARTICULEI DE COMBUSTIBIL SOLID ȘI TEMPERATURA MEDIULUI[1])

DE

I. CARABOGDAN

622.611

Se prezintă rezultatele cercetărilor întreprinse asupra procesului de ardere individuală a particulelor de dimensiuni cuprinse între 500 și 3000 μ într-un cîmp convectiv radiant a cărui temperatură a fost variată în limitele 700—1200°C și modul în care aceste rezultate confirmă ipotezele de calcul folosite în determinarea teoretică a celor trei componente ale timpului global de ardere a particulei de combustibil solid.

1. Temperatura mediului constituie unul din factorii principali care influențează viteza de ardere a particulei de combustibil solid. În prezentul articol ne-am propus să prezentăm, pe de o parte, rezultatele cercetărilor întreprinse asupra procesului de ardere individuală a particulelor de dimensiuni cuprinse între 500 și 3 000 μ într-un cîmp convectiv radiant a cărui temperatură a fost variată în limitele 700 — 1 200°C, iar pe de altă parte modul în care aceste rezultate confirmă ipotezele de calcul folosite în determinarea teoretică a celor trei componente ale timpului global de ardere a particulei de combustibil solid.

2. Instalația de laborator, metodica experimentală și caracteristicile principale ale celor zece combustibili cercetați au fost prezentate pe larg în lucrările anterioare [1], [2]. Limitele de variație a temperaturii cîmpului convectiv radiant au fost alese pe baza următoarelor considerente: limita inferioară de 700°C a fost impusă de faptul că la temperaturi mai mici particulele tuturor combustibililor studiați nu au ars în condiții normale, iar limita superioară de 1 200°C a fost impusă de posibilitățile instalației experimentale. Determinarea valorilor celor trei componente ale timpului global de ardere la temperaturi ale cîmpului convectiv care au

[1]) Lucrare prezentată în ședința Secției de termoenergetică în dec. 1965.

variat din sută în sută de grade (în limitele indicate) a necesitat experimentarea a circa 3 000 de particule.

3.1. Valorile medii, pe fracții granulometrice, ale timpului de pregătire pentru cei zece combustibili studiați la diferite nivele de temperatură ale cîmpului convectiv radiant sînt prezentate în tabela 1. În figura 1 s-a

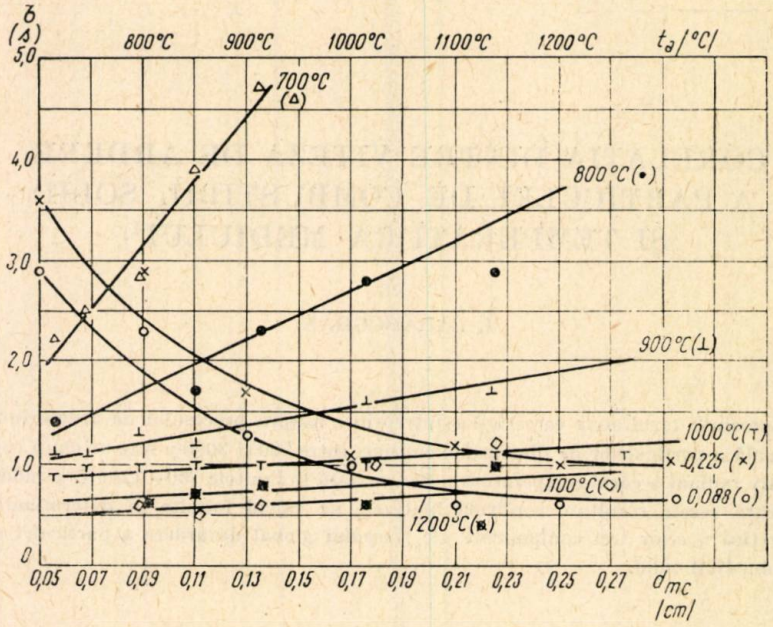


Fig. 1. — Dependența timpului de pregătire de temperatura mediului și de dimensiunea particulei pentru cărbunele de Sărmășag

trasat grafic dependența timpului de pregătire funcție de temperatura mediului ambiant al particulei pentru diferite caracteristici geometrice ale acesteia. După cum rezultă din datele prezentate, timpul de pregătire crește cu creșterea dimensiunii caracteristice a particulei. Gradientul de creștere a timpului de pregătire cu dimensiunea caracteristică a particulei scade cu situarea temperaturii mediului la un nivel din ce în ce mai idicat.

Timpul de pregătire variază sensibil cu temperatura mediului, astfel că, pentru particule mai mici de 1 000 μ, o variație a temperaturii mediului cu 200°C determină o variație a timpului de pregătire cu circa 100 %. La dimensiuni ale particulelor mai mici de 1 000 μ, variația timpului de pregătire cu temperatura mediului este din ce în ce mai mică. Toate concluziile cuprinse în lucrarea anterioară [1] referitoare la influența naturii combustibililor asupra timpului de pregătire își păstrează valabilitatea în întreaga gamă de variație a temperaturii mediului (700—1 200°C).

Pentru toți combustibilii studiați, ponderea timpului de pregătire $\left(\frac{\tau_p}{\tau_{tot}} \cdot 100\right)$ în cadrul întregii perioade de ardere a particulelor crește continuu cu micșorarea fracției granulometrice. Pentru aceeași fracție gra-

Tabela 1

Timpul de pregătire funcție de fracțiu gronulometrică, temperatura mediului și natura combustibilului

Nr. crt.	Combustibilul	A^a %	Vmc %	U. M.	700°C								800°C								900°C								1000°C								1100°C						1200°C					
					3—2,5 mm	2,5—2,0 mm	2,0—1,5 mm	1,5—1,2 mm	1,2—1,0 mm	1,0—0,75 mm	0,75—0,60 mm	0,6—0,5 mm	3—2,5 mm	2,5—2,0 mm	2,0—1,5 mm	1,5—1,2 mm	1,2—1,0 mm	1,0—0,75 mm	0,75—0,80 mm	0,60—0,5 mm	3—2,5 mm	2,5—2,0 mm	2,0—1,5 mm	1,5—1,2 mm	1,2—1,0 mm	1,0—0,75 mm	0,75—0,60 mm	0,6—0,5 mm	3—2,5 mm	2,5—2,0 mm	2,0—1,5 mm	1,5—1,2 mm	1,2—1,0 mm	1,0—0,75 mm	0,75—0,80 mm	0,6—0,5 mm	3—2,5 mm	2,5—2,0 mm	2,0—1,5 mm	1,5—1,2 mm	1,2—1,0 mm	1,0—0,75 mm	3—2,5 mm	2,5—2,0 mm	2,0—1,5 mm	1,5—1,2 mm	1,2—1,0 mm	1,0—0,75 mm
1	Schela	7,33	1,28	s	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10,8	8,3	5,7	2,9	2,4	1,8	2,4	2,4	4,4	4,3	2,9	2,6	2,4	2,0	3,8	3,4	2,6	1,4	1,4	—
				%	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,4	6,6	6,8	7,1	7,4	7,6	12,2	16,3	5,3	6,7	5,4	8,1	5,7	8,1	2,7	—	6,0	6,5	6,1	—
2	Anina	6,40	28,50	s	12,0	11,5	10,7	10,1	6,7	6,7	8,9	10,2	4,5	4,3	3,6	3,1	2,9	2,7	2,4	2.4	1,5	1,3	1,0	1,0	1,2	1,2	1,2	1,4	0,9	0,8	0,7	0,7	0,7	0,5	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,6	0,5	0,4	0,5	0,4	0,3
				%	13,1	11,5	23,7	37,6	33,6	45,0	56,2	82,5	5,7	8,9	10,0	11,6	15.4	31,7	38,0	46,2	2,4	2,6	3,3	5,8	8,4	12,3	22,0	29,8	3,0	3,2	3,6	4,0	5,5	8,6	12,7	13,0	1,7	1,2	3,9	3,3	4,3	6,4	3,6	2,7	2,6	3,3	5,9	5,3
3	Vulcan	8,36	43,50	s	6,9	6,4	5,9	6,1	5,8	4,5	4,6	4,4	3,1	2,3	2,1	2,3	1,5	1,8	2,0	2,3	1,7	1,6	1,5	1,3	1,3	1,2	0,8	1,1	0,9	0,9	0,9	0,9	0,6	0,6	0,6	0,5	0,9	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,6	,6	0,4
				%	10,5	15,8	19,5	38,1	36,6	36,0	59,7	61,0	4,4	6,8	8,4	14,0	13,4	21,7	30,8	46,0	3,7	4,7	5,1	6,9	11,6	17,0	20,0	27,5	2,2	3,3	4,0	5,7	5,8	7,4	14,4	14,3	2,0	3,8	6,8	6,6	10,0	10,6	1,6	2,9	3,5	6,7	8,8	7,6
4	Petrila	15,21	42,50	s	3,8	3,2	2,9	2,4	1,5	1,4	3,9	6,9	3,0	2,8	2,7	2,0	1,9	1,0	1,3	1,9	1,5	1,5	1,2	1,2	1,4	1,1	1,1	1,5	1,3	1,2	1,1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
				%	8,8	10,0	12,0	17,2	11,8	14,3	41,0	69,0	5,7	10,0	11,3	14,7	16,0	18,8	24,1	44,2	4,3	5,9	6,0	15,1	16,8	16,4	18,3	37,5	3,2	3,8	5,2	7,3	7,4	10,8	12,2	22,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	Șorecani	13,12	48,30	s	7,9	7,9	7,6	5,3	5,6	7,6	7,2	6,4	3,8	3,3	2,7	2,5	2,4	2,1	2,1	2,1	2,7	1,7	1,9	1,4	1,3	1,1	0,8	0,8	1,3	1,0	0,8	0,9	0,8	0,7	0,7	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
				%	9,7	18,2	18,4	22,6	23,0	51,0	65,5	65,5	7,0	8,6	10,2	13,1	15,9	27,3	41,2	42,0	5,7	5,3	6,8	9,1	11,2	13,1	22,2	26,6	3,3	3,5	4,1	7,4	7,1	9,9	11,4	20,6	1,5	2,6	2,5	4,6	4,6	8,6	2,0	2,0	3,1	5,0	4,5	6,1
6	Leorda	34,50	49,90	s	8,1	7,6	6,5	5,3	5,0	4,6	3,6	2,8	4,0	3,8	3,1	3,0	2,2	2,1	1,8	1,5	1,8	1,8	1,8	1,1	1,2	1,2	1,1	1,3	1,4	1,2	1,1	1,2	1,2	0,9	1,1	1,3	1,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,5	0,6	0,5
				%	13,0	22,0	23,0	21,0	23,0	25,0	50,0	47,5	7,2	9,7	9,5	15,5	13,7	15,4	31,6	27,8	3,8	5,0	7,1	6,1	10,7	11,2	11,7	26,5	3,5	3,4	5,0	6,5	13,0	13,3	20,4	27,3	1,9	2,7	2,9	5,0	6,9	8,1	2,7	3,8	3,7	10,0	9,4	9,7
7	Schitu-Golești	9,27	53,50	s	7,3	3,7	2,2	1,8	1 9	2,3	3,1	4,9	3,8	3,0	3,2	2,6	2,3	1,6	1,5	1,7	1,6	1,7	1,5	1,4	1,3	1,0	1,3	1,3	1,1	0,8	1,1	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	1,1	0,9	0,7	0,5	0,5	0,5	0,9	0,8	0,7	0,5	0,6	0,5
				%	12,0	9,1	9,1	14,0	22,5	33,4	38,7	57,0	7,8	8,7	13,9	15,2	18,4	21,6	30,0	38,6	3,8	5,9	8,9	10,0	12,3	18,3	23,2	26,6	2,7	3,5	5,4	6,1	8,1	9,2	12,2	13,2	2,2	3,5	4,5	4,6	7,1	8,0	3,1	4,3	5,1	5,9	9,1	7,8
8	Sărmășag	17,72	53,10	s	7,1	3,6	3,2	2,7	1,9	1,9	2,5	2,2	3,3	2,9	2,8	2,3	1,7	1,3	1,5	1,4	1,8	1,7	1,6	1,7	1,2	1,3	1,1	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	1,2	1,0	1,0	0,6	0,5	0,6	1,0	1,0	0,6	0,8	0,7	0,6
				%	16,3	10,2	16,9	18,5	22,5	26,4	45,5	40,0	7,4	9,8	12,9	15,0	17,0	20,4	30,2	33,3	5,1	6,6	9,2	12,1	10,7	13,3	21,2	23,4	3,6	5,7	7,5	9,3	10,3	12,6	14,3	16,1	4,7	6,2	8,6	6,4	7,1	9,0	4,6	4,7	5,0	9,4	8,8	11,1
9	Rovinari	17,73	58,95	s	7,8	5,9	5,9	4,7	4,3	4,3	2,7	2,8	3,8	3,6	3,5	2,7	2,6	2,0	1,7	2,2	2,7	2,7	1,8	1,8	1,6	1,3	1,4	1,3	1,5	1,4	1,1	0,9	1,1	1,2	1,3	1,3	1,6	1,1	0,8	0,7	0,7	0,7	0,9	0,7	0,7	0,8	0,7	0,6
				%	9,0	10,0	13,3	19,5	21,7	30,1	24,1	38,9	6,1	7,9	8,9	11,7	14,6	17,9	21,0	29,0	5,7	6,7	9,9	13,0	15,4	16,5	22,2	28,3	4,7	5,5	4,9	7,4	10,1	17,7	20,0	27,8	4,1	4,5	3,9	5,8	7,3	10,9	3,2	3,5	3,3	7,7	7,3	11,7
10	Căpeni	13,10	57,30	s	8,3	6,0	5,2	3,8	3,6	3,5	3,4	2.4	3,1	2,8	2,4	2,7	2,9	2,6	2,2	2,2	2,6	2,4	1,8	1,3	1,4	1.5	1,2	1,1	1,6	1.2	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	1,0	1,4	1,2	1,0	0,7	0,7	0,7	1,1	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6
				%	18,0	16,7	17,2	19,8	25,9	33,9	40,7	3,7	8,1	8,4	9,9	14,3	21,7	23,6	28,6	30,1	5,2	8,0	8,2	9,9	13,2	16,1	17,7	31,4	4,8	4,8	4,8	7,8	11,5	12,4	18,0	20,8	4,2	4,6	5,8	8,3	9,2	11,7	4,3	3,5	5,8	7,5	8,1	11,3

nulometrică, ponderea timpului de pregătire este cu atît mai mare, cu cît temperatura mediului este mai scăzută. Astfel, de exemplu, în cazul cărbunelui Anina, ponderea timpului de pregătire a fracției (1 000 ÷ 750 μ) înregistrează o creștere de la 5,3 la 45 % pentru variația temperaturii mediului de la 1 200 la 700°C. Determinarea analitică a timpului de pregătire cu ajutorul nomogradelor, construite pe baza relației [3]

$$\frac{t_{F\tau}}{t_a} = f_F(Bi, Fo), \tag{1}$$

conduce la concluzii similare. Diferența dintre rezultatele experimentale și cele obținute prin calcul (în cazul în care caracteristicile fizice ale combustibilului respectiv au fost riguros determinate) nu depășește 10 %.

După cum s-a menționat într-o lucrare anterioară [1], în perioada de pregătire particulele tuturor combustibililor studiați și-au modificat caracteristicile geometrice. Înregistrările pe peliculă cinematografică ale întregului proces de modificare a geometriei particulei în timpul arderii au evidențiat faptul că valoarea factorului de umflare $\left(\Phi = \frac{d_1}{d_0}\right)$ nu depinde de temperatura mediului ambiant al particulei, el fiind funcție numai de natura combustibilului.

3.2. Timpul de ardere a substanțelor volatile, după cum s-a demonstrat anterior [2], [6], este dat de relația

$$\tau_v = K_v \cdot d_0^2. \tag{2}$$

Valoarea coeficientului K_v nu poate fi determinată analitic, datorită inexistenței unei teorii asupra desfășurării procesului de ardere a substanțelor volatile în emisie. Din aceleași considerente nu se poate prevedea modul în care temperatura mediului influențează asupra valorii coeficientului K_v și, prin urmare, asupra vitezei de ardere a substanțelor volatile. Experimental, considerînd că dependența timpului de ardere a substanțelor volatile de diametru mediu corectat este dată de o relație de forma

$$\tau_v = K_v \cdot d_{mc}^{m_1}, \tag{3}$$

au fost determinate valorile coeficientului K_v și ale exponentului m_1, iar rezultatele obținute sînt prezentate în tabela 2.

La toate nivelele de temperatură studiate, emisia și arderea substanțelor volatile în cazul huilelor, al cărbunilor bruni lemnoși și amorfi s-au desfășurat sub forma unui proces violent, repartizat neuniform în jurul particulei. La cărbunii bruni mați (Șorecani și Leorda), emisia și arderea volatilelor au avut un caracter continuu și o repartiție uniformă în jurul particulei. Nici una din particulele antracitului studiat nu a prezentat faza de ardere a substanțelor volatile. Pentru toți ceilalți combustibili, procentul particulelor la care substanțele volatile nu ard sub formă de flacără este invers proporțional cu temperatura mediului. Acest fenomen dispare la temperaturi mai mari de 1 000°C. La o temperatură constantă a mediului mai mică de 1 000°C, procentul particulelor care nu prezintă faza de ardere a substanțelor volatile crește cu micșorarea fracției granulometrice. Astfel, de exemplu, la temperatura mediului de 700°C, acest procent crește de la 0 la 100 pentru variația dimensiunii particu-

Tabela

Dependența valorilor mărimilor K_v, K_3 m_1, și m_3

Nr. crt.	Combustibilul	Simbol	V^{mc} %	700°C				800°C			
				K_v s/cm²	m_1 —	K_3 mg/scm	m_3 —	K_v s/cm²	m_1 —	k_3 mg/scm	m_3 —
1	Schela	A	1,28	—	—	—	—	—	—	—	—
2	Anina	H	28,50	71	2,06	3,80	0,95	73	2,17	3,70	0,84
3	Vulcan	H	43,50	95	2,12	6,21	1,14	98	2,23	6,02	1,03
4	Petrila	H	42,50	46	1,88	6,61	1,13	46	1,88	6,61	1,13
5	Șorecani	BM	48,30	118	2,10	3,53	1,00	105	2,05	3,96	1,05
6	Leorda	BM	49,90	76	1,92	3,66	0,99	87	1,94	3,20	0,97
7	Schitu-Goleşti	BL	53,50	60	1,96	5,20	1,08	54	1,97	5,77	1,07
8	Sărmăşag	BL	53,10	48	1,98	6,20	0,92	70	1,99	4,25	0,95
9	Rovinari	BL	58,93	85	2,02	3,51	0,94	88	2,08	3,40	0,98
10	Căpeni	BA	57,30	75	1,83	3,86	0,97	72	2,03	4,02	0,97

lelor de la 3 000 la 750 μ ; pentru nici una din particulele mai mici de 750 μ nu s-a înregistrat arderea substanțelor volatile.

Din datele prezentate rezultă că variația temperaturii mediului, în limite suficient de largi (700 — 1 200°C), nu modifică forma expresiei dependenței timpului de ardere a substanțelor volatile de diametrul mediu corectat. Astfel, exponentul m_1 diferă foarte puțin de valoarea 2 determinată prin calcul și nu este funcție de temperatura mediului.

De asemenea, deoarece valorile coeficientului K_v variază în limite destul de strînse, practic se poate considera că pentru un conbustibil dat timpul de ardere a substanțelor volatile nu este funcție, în limitele studiate, de temperatura mediului. Datorită faptului că pentru o fracție dată atît timpul de pregătire, cît și timpul de ardere a reziduului carbonos (după cum se va arăta mai departe) se micșorează cu creșterea temperaturii mediului, ponderea timpului de ardere a substanțelor volatile față de timpul global de ardere a particulei va crește proporțional cu ridicarea temperaturii mediului.

La temperatură constantă a mediului, ponderea timpului de ardere a substanțelor volatile pentru același combustibil practic nu depinde de mărimea fracției granulometrice (gama de variație este de ±2 % față de valoarea medie a raportului $\frac{\tau_v}{\tau_{tot}}$).

Plecînd de la conținutul de volatile care intră în compoziția fiecărei particule și de la timpul lor de ardere, s-a determinat viteza de reacție a substanțelor volatile la diferite valori ale temperaturii mediului. Valorile mărimilor K_3 și m_3 din relația $F_v = K_3 d_{mc}^{m_3}$ [2] sînt date în tabela 2.

2

de temperatura mediului și de natura combustibilului

900°C				1000°C				1100°C				1200°C			
K_v s/cm²	m_1 —	K_3 mg/scm	m_3 —	K_v s/cm²	m_1 —	K_3 mg/scm	m_3 —	K_v s/cm²	m_1 —	K_3 mg/scm	m_3 —	K_v s/cm²	m_1 —	K_3 mg/scm	m_3 —
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
68	1,99	3,97	1,02	56	1,91	4,83	1,10	68	2,00	3,97	1,01	60	1,99	4,50	1,02
96	2,18	6,15	1,08	77	1,91	7,65	1,35	102	2,01	5,80	1,25	89	2,03	6,63	1,23
55	1,88	5,53	1,13	66	1,86	4,65	1,15	—	—	—	—	—	—	—	—
112	2,01	3,71	1,09	116	2,01	3,58	1,09	111	1,99	3,75	1,11	98	1,99	4,25	1,11
81	1,83	3,43	1,08	83	2,06	3,36	0,85	79	1,70	3,52	1,21	86	1,99	3,24	0,92
58	1,98	5,37	1,06	54	1,98	5,77	1,06	52	1,99	6,00	1,05	56	1,90	5,56	1,14
53	1,89	5,60	1,01	56	1,90	5,31	1,00	49	1,84	6,07	1,06	57	1,96	5,21	0,94
71	1,94	4,20	1,02	75	1,96	3,98	1,00	84	2,04	3,55	0,92	75	1,96	3,98	1,00
68	2,00	4,26	1,00	70	1,90	4,15	1,08	67	1,92	4,32	1,08	72	1,87	4,02	1,13

Din analiza acestor rezultate reiese că valoarea exponentului m_3 (foarte apropiată de cea teoretică „1") nu depinde de temperatura mediului și de natura combustibilului. Coeficientul K_3 este o mărime caracteristică fiecărui combustibil, independentă de temperatura mediului.

Toate concluziile din [1] referitoare la influența naturii combustibililor asupra timpului de ardere a substanțelor volatile își păstrează valabilitatea în întreaga gamă de variație a temperaturii mediului.

3.3. După cum s-a demonstrat teoretic [2], [4], [6], timpul de ardere a reziduului carbonos poate fi calculat cu relația

$$\tau_r = K_D \cdot d_0^2, \tag{4}$$

în care

$$K_D = K' \cdot \sigma \cdot \frac{C_f^a}{100} \cdot \frac{1}{\Phi}, \tag{5}$$

iar

$$K' = \frac{1}{3 \rho_0 D_0 f_g \left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,75}}. \tag{6}$$

După cum se vede, numai coeficientul K' depinde de temperatura mediului. Cunoscînd caracteristicile combustibililor și ale mediului, se pot determina analitic valorile lui K_D. Diferența destul de mică dintre aceste valori și cele determinate experimental se explică prin faptul că în calcul s-au neglijat fenomenul de ardere internă și influența cenușii. Rezultatele determinărilor experimentale sînt prezentate în tabela 3.

Tabela

Dependența valorilor mărimilor K_D, K_4, m_r și m_4

Nr. crt.	Combustibilul	W^a %	A^a %	C_f^a %	700°C				800°C			
					K_D s/cm²	m_2 —	m_4 mg/scm	m_4 —	K_D s/cm²	m_r —	K_4 mg/scm	m_4 —
1	Schela	3,24	7,33	0,883	—	—	—	—	—	—	—	—
2	Anina	1,44	6,40	0,659	1130	2,03	0,60	0,98	1060	2,10	0,64	0,91
3	Vulcan	3,31	8,36	0,514	790	2,02	1,00	1,24	664	2,02	1,19	1,24
4	Petrila	2,90	15,81	0,473	650	1,88	0,64	1,13	560	1,88	0,74	1,13
5	Sorecani	7,60	13,12	0,410	860	2,10	0,52	1,00	713	2,02	0,62	1,08
6	Leorda	8,45	34,50	0,285	910	1,85	0,31	1,06	873	1,98	0,32	0,93
7	Schitu-Golești	12,60	9,27	0,364	690	1,95	0,39	1,09	590	1,97	0,46	1,07
8	Sărmășag	11,90	17,72	0,326	572	1,87	0,45	1,03	520	1,78	0,50	1,12
9	Rovinari	8,52	17,73	0,303	800	2,09	0,26	0,87	700	1,97	0,30	0,99
10	Căpeni	13,90	13,10	0,300	730	1,81	0,31	1,19	640	1,71	0,35	1,29

Din analiza acestor date și din compararea lor cu cele obținute teoretic reies următoarele :

Expresia dependenței timpului de ardere a reziduului carbonos de diametrul mediu corectat este similară cu cea demonstrată teoretic. Valoarea exponentului m_r este foarte apropiată de valoarea 2 determinată teoretic, și nu depinde de temperatura mediului ambiant al particulei. Aceasta evidențiază faptul că, în intervalul de temperatură experimentat (700 — 1 200°C), reacția de ardere se desfășoară în domeniul difuzional, ceea ce infirmă unele ipoteze [4] în conformitate cu care viteza de ardere a particulei la temperaturi mai mici de 1 000°C ar fi controlată de reacția chimică.

Valoarea coeficientului K_D scade o dată cu creșterea temperaturii mediului[5] pentru toți combustibilii studiați. Această dependență, după cum rezultă din figura 2, este aproximativ liniară. Este interesant de observat că pentru toți combustibilii studiați, cu excepția antracitului de Schela, panta curbei este aceeași. De menționat că, în limitele de temperatură studiate, nu se face simțit fenomenul secundar de disociere a bioxidului de carbon. Apariția acestui fenomen ar fi condus la modificarea sensibilă a pantei curbei $K_D = f(t_a)$ în zona temperaturilor ridicate [6].

Pornind de la cantitatea de materie combustibilă care rămîne după arderea substanțelor volatile și de la timpul de ardere înregistrat pentru reziduul carbonos, se poate determina viteza de consum a acestuia [1]

$$F_r = K_4 \cdot d_{mc}^{m_4}. \qquad (7)$$

3

de temperatura mediului și de natura combustibilului

900°C				1000°C				1100°C				1200°C			
K_D s/cm²	m_r —	K_4 mg/scm	m_4 —	K_D s/cm²	m_r —	K_4 mg/scm	m_4 —	K_D s/cm²	m_r —	K_4 mg/scm	m_4 —	K_D s/cm²	m_r —	K_4 mg/scm	m_4 —
—	—	—	—	1740	1,92	0,54	1,16	1350	1,80	0,70	1,28	1060	1,97	0,89	1,11
1000	1,96	0,68	1,05	880	1,98	0,77	1,03	756	1,94	0,89	1,07	725	1,93	0,93	1,08
620	2,13	1,28	1,13	561	1,96	1,41	1,30	440	1,90	1,80	1,36	334	1,98	0,38	1,28
460	1,86	0,91	1,15	470	1,88	0,89	1,13	—	—	—	—	—	—	—	—
670	2,08	0,66	1,02	570	1,99	0,78	1,11	474	2,00	0,94	1,10	400	1,96	1,11	1,14
630	1,87	0,44	1,04	648	1,88	0,43	1,03	540	2,05	0,52	0,86	450	1,89	0,62	1,02
512	1,98	0,53	1,06	490	1,99	0,56	1,05	372	1,99	0,73	1,05	299	1,92	0,91	1,12
440	1,73	0,59	1,17	365	1,87	0,71	1,03	346	1,84	0,75	1.06	220	1,96	1,17	0,94
600	1,96	0,35	1,00	540	1,96	0,39	1,00	488	1,99	0,43	0,97	378	1,97	0,55	0,99
524	1,88	0,43	1,12	500	1,97	0,45	1,03	400	2,03	0,56	0,97	314	1,86	0,72	1,14

Va lorile lui K_4 și m_4 sînt prezentate în tabela 3.

Din analiza acestor date rezultă că viteza de consum a reziduului carbonos își menține dependența liniară de diametrul mediu corectat pe tot domeniul de temperatură studiat.

Viteza de reacție crește cu creșterea temperaturii mediului. În general, rația de creștere a vitezei de reacție cu temperatura poate fi considerată constantă și aceeași pentru toți combustibilii studiați. Valoarea vitezei de ardere a reziduului carbonos determinată teoretic este atinsă de rezultatele experimentale deja la 700°C pentru toți combustibilii studiați, cu excepția antracitului, la care valoarea teoretică este egală cu cea obținută pe cale experimentală de-abia la temperatura de 1 200°C.

Toate concluziile din [1], referitoare la influența naturii combustibililor asupra timpului de ardere a reziduului carbonos își păstrează valabilitatea în întreaga gamă de variație a temperaturii mediului.

4. Cercetările efectuate asupra arderii individuale a particulelor cuprinse între 500 și 3000 μ, într-un cîmp convectiv radiant de temperaturi care au variat între 700° și 1200°C, au confirmat ipotezele teoretice care au stat la baza calculării timpului de ardere funcție de caracteristica geometrică a particulei respective. În intervalul de temperaturi experimentat, atît arderea substanțelor volatile, cît și arderea reziduului carbonos se desfășoară în domeniul difuzional. Rezultatele obținute pe

zece combustibili solizi, ai căror constituenți acoperă aproape în întregime gama de variație a caracteristicilor energetice a combustibililor din țara noastră, au pus în evidență faptul că influența naturii combustibilului

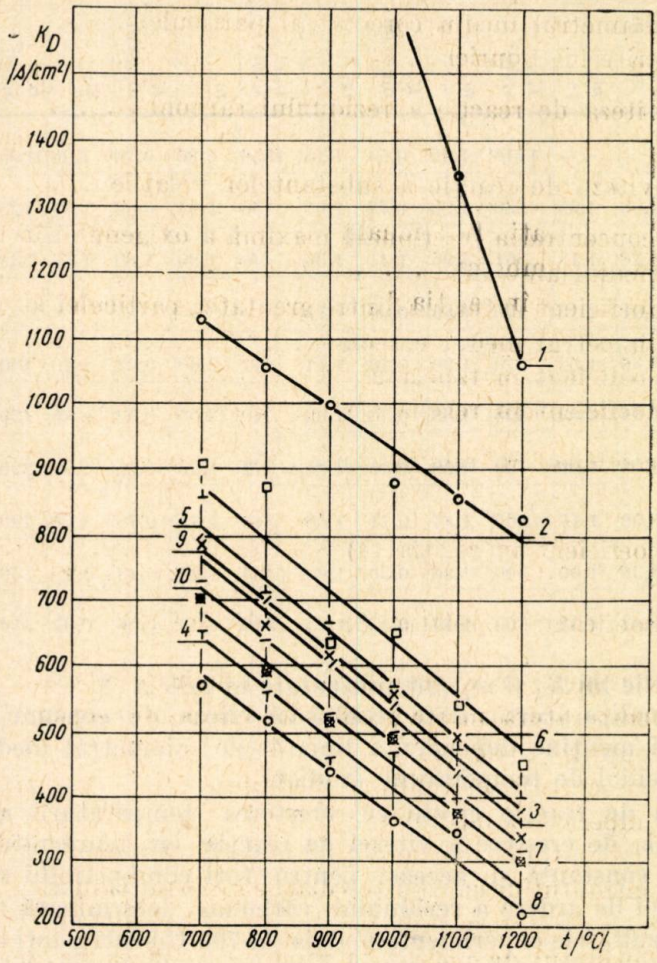


Fig. 2. — Dependența coeficienților K_D de temperatura mediului.

asupra timpului de ardere se menține aceeași pentru temperaturi ale mediului cuprinse între 700 și 1 200°C.

NOTAȚII

A^a, A^u — conținutul de cenușă raportat la masa de analiză și respectiv, la masa uscată . . . . . (%)
Bi — criteriul Biot . . . . . (—)
C_f^a — carbonul fix raportat la masa de analiză . . . (%)

D_0 — coeficientul de difuzare a oxigenului în azot . . . (cm^{2s})
d_0 — diametrul inițial al particulei . . . . . (cm)
d_i — diametrul particulei după umflare . . . . . (cm)
d_{mc} — diametrul mediu corectat al particulei . . . . . (cm)
Fo — criteriul Fourier . . . . . (—)
F_r — viteza de reacție a reziduului carbonos . . . . . $\left(\frac{mg}{s}\right)$
F_v — viteza de reacție a substanțelor volatile . . . . $\left(\frac{mg}{s}\right)$
f_g — concentrația fracțională maximă a oxigenului în mediul ambiant . . . . . (—)
K_0 — coeficient în relația dintre greutatea particulei și diametrul mediu corectat . . . . . (mg/cm^3)
K_3 — coeficient în tabela 2 . . . . . (mg/s cm)
K_4 — coeficient în relația (7) . . . . . (mgs/cm)
K' — coeficient în relația (5) . . . . . $\left(\frac{cm\ s}{g}\right)$
K_D — coeficient în relația (4) . . . . . $\left(\frac{s}{cm^2}\right)$
K_v — coeficient în relația (3) . . . . . $\left(\frac{1}{cm^2}\right)$
m_1, m_3, m_4 — exponenți în expresiile (3), (7) și în tabela 3 . . (—)
T — temperatura medie absolută a cîmpului care înconjură particula . . . . . (°K)
T_0 — temperatura normală a mediului . . . . . (°K)
t_a — temperatura mediului . . . . . (°C)
$t_{F,\tau}$ — temperatura suprafeței particulei la timpul τ . . (°C)
V^a, V^{mc} — conținutul de substanțe volatile raportat la masa de analiză, respectiv la masa combustibilă . . . (%)
W^a — conținutul de umiditate raportat la masa de analiză . . . . . (%)
σ — densitatea medie aparentă a combustibilului . . $\left(\frac{g}{cm^3}\right)$
Φ — factor de umflare . . . . . (—)
ρ_0 — densitatea aerului în condiții normale . . . . . $\left(\frac{g}{cm^3}\right)$
τ_p — timpul necesar încălzirii particulei pînă la temperatura de aprindere (în text timp de pregătire) . . . (s)
τ_r — timpul de ardere a reziduului carbonos . . . . . (s)
τ_{tot} — timpul global de ardere a particulei . . . . . (s)
τ_v — timpul de ardere a substanțelor volatile . . . . (s)

BIBLIOGRAFIE

1. I. Carabogdan, *Dependența vitezei de ardere a particulei de natura combustibilului.* St. cerc. energ. elect. *1*, (1966).
2. Ion Carabogdan, *Timoul de ardere a particulei de combustibil solid și influența factorului geometric*, St. cerc. energ. electr., *2*, 397—412 (1965).
3. Н. С. Шорин, *Теплопередача*, Москва, 1952.
4. H.R. Esenhig, *The influence of coal rank on the burning times of single captive particules*, Journal of Engineering for pawer, Transaction of the ASME, Series A, 3 iulie p. 183—188 (1963).
5. Д. Б. Кацнельсон, Я. И. Мароне, *Влияние давления и концентрации кислорода на воспламенение и горение мелких угольных частиц*. Теплоэнергетика, **1**, 11—15 (1964).
6. A.M. Field, *Predicting the burning time of the coke residue of oulverised fuel*, British Coal Utilisation Research Association vol. XXVIII, *2*, 61—75 (1964).

PARAMETRII OPTIMI AI CUPTOARELOR CU RECIRCULAȚIE A GAZELOR PREVĂZUTE CU RECUPERATOARE

DE

VICTOR V. GHIA și DAMIAN GRECOV

662.95

Lucrarea dă metodica de calcul a valorilor optime a principalilor parametri funcționali ai cuptoarelor cu recirculație a gazelor prevăzute cu recuperatoare, ca: temperatura de preîncălzire a aerului de ardere, temperaturile gazelor de ardere la intrarea și evacuarea din spațiul de lucru etc.

În rezolvare se pleacă de la determinarea temperaturii optime de evacuare a gazelor din cuptor, T_e^{opt}.

După cum au arătat cercetările teoretice și experimentale [1], [2], [3], [4], [5], recirculația gazelor de ardere se poate aplica cu eficiență deosebită și la cuptoarele la care temperatura maximă a gazelor de ardere la evacuarea din focar poate atinge circa 1 000 — 1 100°C. În această situație, gazele de ardere părăsesc spațiul de lucru de obicei la o temperatură relativ ridicată, ceea ce permite folosirea recuperatoarelor de căldură pentru preîncălzirea aerului de ardere.

Pentru ca recirculația să se efectueze economic, este indicat ca gazele de ardere să fie recirculate de la evacuarea din recuperatorul de căldură cu ajutorul unui ventilator, deoarece în acest caz au o temperatură relativ scăzută.

Principalii parametri funcționali ai cuptorului: consumul specific de combustibil c_{sc}, temperaturile gazelor de ardere la intrarea T_f și evacuarea din spațiul de lucru T_e, temperatura de preîncălzire a aerului de ardere T_p etc., vor avea valori optime atunci cînd vor permite desfășurarea normală a procesului tehnologic și vor corespunde celei mai avantajoase soluții din punct de vedere tehnic-economic.

Lucrarea are ca scop să dea metodica de calcul a valorilor optime pentru principalii parametri funcționali ai cuptoarelor cu recirculație a gazelor dotate cu recuperatoare, plecîndu-se de la determinarea temperaturii optime de evacuare a gazelor din cuptor T_e^{opt}.

St. cerc. energ. electr. Tom 17 Nr. 2 p. 293—299 București 1967

1. METODICA ADOPTATĂ

Se va trata cazul cînd temperatura de evacuare T_e poate fi variată în limite largi, fără a se afecta desfăşurarea normală a procesului tehnologic. Valoarea optimă T_e^{opt} se va determina printr-un calcul tehnic-economic, care pleacă de la metoda cheltuielilor anuale de calcul.

Cheltuielile anuale de calcul rezultă din relaţia [6]

$$C = C_{ge} + a_0 . I_{nv} . \tag{1}$$

Pentru cuptoarele cu recirculaţia gazelor dotate cu recuperatoare, semnificaţia termenilor ce intervin în (1) este următoarea :

C_{ce} — reprezintă cheltuielile anuale pentru combustibil şi de exploatare ale cuptorului, recuperatorului şi anexelor acestora, în lei/an ;

I_{nv} — investiţiile în cuptor, recuperator şi anexe, în lei ;

a_0 — coeficientul normat de eficacitate economică, în $\frac{1}{\text{an}}$.

Luîndu-se în consideraţie factorii principali care intervin, se poate scrie că

$$C_{ce} = \tau_u . B_n . p_c + E_e . p_e + C_f + \beta_0 . I_{nv} , \tag{2}$$

unde

B_n este consumul orar de combustibil pentru varianta considerată, în Nm^3/h,

E_e — energia electrică consumată pentru acţionarea pompelor şi ventilatoarelor, în kWh/an ;

τ_u — durata de utilizare a instalaţiei, în ore/an ;

p_c — preţul combustibilului, în lei/Nm^3,

p_e — preţul energiei electrice, în lei/kWh,

C_f — cheltuieli de exploatare fixe (salariul personalului de deservire, exploatarea curentă etc.), în lei/an,

β_0 — coeficient care ţine seama de amortizări şi reparaţii capitale.

Împărţind relaţia (1) cu productivitatea G_m care se consideră constantă pentru variantele care se compară, rezultă

$$c = m_0 . c_{sc} + c_f + p_e . c_e + n_0 . i_{nv} , \tag{3}$$

unde

$$c_{sc} = \frac{B_n}{G_m} ; \; m_0 = \tau_u . p_c ; \; c_f = \frac{C_f}{G_m} ; \; c_e = \frac{E_e}{G_m} ; \; n_0 = a_0 + \beta_0 ; \; i_{nv} = \frac{I_{nv}}{G_m} .$$

În general, mărimile c_{se}, c_e şi i_{nv} se pot exprima funcţie de temperatura T_e pentru diferitele variante de funcţionare ale cuptoarelor cu recirculaţie dotate cu recuperatoare.

Valoarea optimă a temperaturii de evacuare T_e^{opt} pentru care $c = c_{min}$ va rezulta ca soluţie reală a ecuaţiei

$$\frac{dc}{dT_e} = m_0 . \frac{dc_{sc}}{dT_e} + p_e . \frac{dc_e}{dT_e} + n_0 . \frac{di_{nv}}{dT_e} . \tag{4}$$

Dacă i_{nv} nu este o funcţie continuă de T_e, se va aplica metoda „variantelor de calcul", folosindu-se relaţia (3).

2. ARDEREA CU AER PREÎNCĂLZIT ȘI RECIRCULAȚIE

Pentru aplicarea metodei expuse în paragraful 1 se alege un regim de referință caracterizat prin parametrii dați:

— temperatura gazelor de ardere la evacuarea din spațiul de lucru al cuptorului, $T_{e'}$;

— temperatura gazelor la intrarea în spațiul de lucru, T_f, necesară desfășurării normale a procesului tehnologic;

— temperatura gazelor la evacuarea din recuperator, T_{ev};

— caracteristicile combustibilului ars;

— productivitatea cuptorului, G_m;

— pierderile de căldură către mediul ambiant;

— investițiile specifice $i_{nv}^{c'}$, $i_{nv}^{r'}$, τ_u, p_c, p_e, n_0 etc.

Calculele se vor efectua în ipoteza că temperaturile T_f, T_{ev} și productivitatea G_m se mențin constante.

Ipoteza că temperatura T_e poate varia sensibil arată că dezvoltările ce vor urma se referă la încălzirea în cuptoarele de tratament termic a materialelor feroase avînd corpuri subțiri sau corpuri masive la care se poate varia viteza de încălzire în limite largi sau la cuptoarele de încălzit materiale neferoase etc.

Parametrii caracteristici ai regimului de referință se iau din literatura de specialitate pentru cuptoarele de o construcție și funcționare similară cu tipul studiat. La aceste cuptoare predomină de obicei transmiterea căldurii prin radiație.

Prin creșterea temperaturii de evacuare de la valoarea $T_{e'}$ la T_e, datorită activării schimbului de căldură prin radiație, la aceeași productivitate G_m, se poate reduce suprafața vetrei, adică se poate micșora investiția în cuptor.

Mărirea temperaturii T_e determină creșterea cantității de căldură cedată aerului preîncălzit, adică, pe de o parte, mărește investiția în recuperatorul de căldură, iar pe de altă parte poate modifica consumul de energie electrică pentru vehicularea fluidelor gazoase.

Situația pentru care suma acestor efecte contradictorii are valoarea minimă corespunde temperaturii T_e^{opt}. Pentru schema în contracurent se poate scrie cu suficientă precizie [7] că

$$\frac{H_r}{H'_r} \approx \frac{\sqrt{(T_f^4 - T_{me}^4)(T_{e'}^4 - T_{mi}^4)}}{\sqrt{(T_f^4 - T_{me}^4)(T_e^4 - T_{mi}^4)}} \approx \left(\frac{T_{e'}}{T_e}\right)^2, \tag{5}$$

unde H'_r și H_r sînt suprafețele de încălzire pentru varianta de referință corespunzătoare temperaturii $T_{e'}$, respectiv varianta corespunzătoare temperaturii T_e, în m², iar T_{me} și T_{mi} sînt temperaturile absolute ale materialului la evacuarea și intrarea în cuptor, în °K.

Se poate scrie astfel relația dintre investițiile specifice în cuptor pentru varianta curentă i_{nv}^c și varianta de referință $i_{nv}^{c'}$:

$$\frac{I_{nv}}{G_m} = i_{nv}^c = i_{nv}^{c'} \cdot \frac{T_{e'}^{2n}}{T_e^{2n}}, \tag{6}$$

unde coeficientul $n < 1$ depinde de tipul constructiv al cuptorului.

Investiţia în recuperator, care este de tipul convectiv, se poate considera ca fiind proporţională cu suprafaţa de încălzire a acestuia S, astfel că se poate lua $I^r_{nv} = I^{r'}_{nv} \cdot \frac{S}{S'}$.

Pentru schema în contracurent care se foloseşte cu precădere la preîncălzitoarele de aer, se poate admite că prin variaţia temperaturii gazelor la intrarea în recuperator, diferenţa medie logaritmică a temperaturilor $\Delta T'$ variază insensibil. Se face ipoteza că vitezele medii ale aerului w_a şi gazelor de ardere w_g în recuperator rămîn aceleaşi la varianta de referinţă şi varianta curentă, astfel încît coeficientul global de transmiterea căldurii al recuperatorului K' se poate considera constant.

$I^r_{nv} = i^{r'}_{nv} \cdot S$, unde $i^{r'}_{nv}$ sînt investiţiile specifice în recuperator, în lei/m^2: Astfel

$$i^r_{nv} = \frac{I^r_{nv}}{G_m} = i^{r'}_{nv} \cdot \frac{Q_a}{G_m \cdot K' \cdot \Delta T'}, \tag{7}$$

unde Q_a este căldura primită în recuperator de aerul preîncălzit la varianta studiată, în kcal/h.

Dacă gazele recirculate trec prin recuperator, se poate deduce că diferenţa dintre entalpiile aerului la temperatura de preîncălzire T_p şi temperatura ambiantă T_a este

$$\delta i'_p = A_0 \cdot T_e - A_1, \tag{8}$$

unde

$$A_0 = \frac{\psi \cdot \xi \cdot c_g \cdot (\nu \cdot P_{ci} - \varphi \cdot V^r_g \cdot i_{ev})}{\alpha_r \cdot L_0 \cdot (i_f - \varphi \cdot i_{ev})} \text{ şi } A_1 = \frac{\psi \cdot i_{ev} \cdot (\nu \cdot P_{ci} - \varphi \cdot V^r_g \cdot i_{ev})}{\alpha_r \cdot L_0 \cdot (i_f - \varphi \cdot i_{ev})}.$$

Notaţiile care apar suplimentar au următoarea semnificaţie:

P_{ci} — puterea calorifică inferioară a combustibilului ars, în kcal/Nm^3;

ν, ψ, ξ — coeficienţii care ţin seama de pierderile de căldură ale cuptorului, recuperatorului şi pe traseul de la evacuarea din cuptor pînă la intrarea în recuperator;

φ — coeficient care ţine seama de căldura pierdută de gazele recirculate de la evacuarea din recuperator pînă la intrarea în focar;

α_r — coeficientul excesului de aer minim la care are loc arderea cu gaze recirculate şi aer preîncălzit;

V^r_g — cantitatea de gaze ce rezultă prin arderea unităţii de combustibil la coeficientul excesului de aer α_r, în Nm^3/Nm^3;

L_0 — cantitatea teoretică de aer pentru ardere, în Nm^3/Nm^3;

c_g — căldura specifică medie a gazelor de ardere între 0°K şi T_e, în kcal/Nm^3 grad;

i_f, i_{ev} — entalpiile gazelor de ardere la temperatura T_f, respectiv temperatura T_{ev}, în kcal/Nm^3.

Se poate deduce că

$$\frac{Q_a}{G_m} = \frac{\psi \cdot (i_{me} - i_{mi})(\nu \cdot P_{ci} - \varphi \cdot V^r_g \cdot i_{ev})(\xi \cdot i_e - i_{ev})}{(\nu \cdot P_{ci} - V^r_g i_{ev})(i_f - \varphi \cdot i_{ev})}. \tag{9}$$

Ținînd seama de relațiile (7) și (9), rezultă

$$i_{nv}^{r} = M_0 \cdot T_e - N_0, \tag{10}$$

unde

$$M_0 = \frac{\psi \cdot \xi \cdot c_g \cdot i_{nv}^{r'} \cdot (i_{me} - i_{mi})(\nu \cdot P_{ci} - \varphi \cdot V_g^r \cdot i_{ev})}{K' \cdot \Delta T' \cdot (\nu \cdot P_{ci} - V_g^r \cdot i_{ev})(i_f - \varphi \cdot i_{ev})},$$

iar

$$N_0 = \frac{\psi \cdot i_{nv}^{r'} \cdot i_{ev} \cdot (i_{me} - i_{mi})(\nu \cdot P_{ci} - \varphi \cdot V_g^r \cdot i_{ev})}{K' \cdot \Delta T' \cdot (\nu \cdot P_{ci} - V_g^r \cdot i_{ev})(i_f - \varphi i_{ev})}.$$

Mărimile i_{me} și i_{mi} reprezintă entalpiile produsului tehnologic la temperaturile T_{me} și T_{mi}, în kcal/kgf.

Debitul gazelor de ardere vehiculate prin recuperator este

$$D_g = G_m \cdot M_1 \cdot T_e + N_1, \tag{11}$$

unde

$$M_1 = \frac{\xi \cdot (i_{me} - i_{mi})(\nu \cdot P_{ci} - \varphi \cdot V_g^r \cdot i_{ev})}{546 \cdot (\nu \cdot P_{ci} - V_g^r \cdot i_{ev})(i_f - \varphi \cdot i_{ev})},$$

iar

$$N_1 = \frac{G_m \cdot T_{ev} \cdot (i_{me} - i_{mi})(\nu \cdot P_{ci} - \varphi \cdot V_g^r \cdot i_{ev})}{546 \cdot (\nu \cdot P_{ci} - V_g^r \cdot i_{ev})(i_f - \varphi \cdot i_{ev})}.$$

Se poate admite că pierderile de presiune pe traseul gazelor de ardere prin cuptor sînt neglijabile în raport cu rezistența gazodinamică [1]) a recuperatorului, care poate fi astfel dimensionat, încît practic să aibă aceeași valoare la varianta optimă și la varianta de referință.

Deoarece gazele de ardere la evacuarea din recuperator nu au o temperatură T_e ridicată, gazele recirculate vor fi vehiculate cu ajutorul unui ventilator. Ținînd seama că pierderea de presiune pe traseul gazelor recirculate, debitul de gaze recirculate și debitul de aer preîncălzit nu depind de temperatura T_e, atunci

$$\frac{dc_e}{dT_e} = \frac{dc_{er}}{dT_e} = \frac{\Delta p_r \cdot \tau_u \cdot M_u \cdot G_m}{3{,}67 \cdot 10^5 \cdot \eta_{ve}}, \tag{12}$$

unde

$$c_{ev} = \frac{(G_m \cdot M_u \cdot T_e + N_1) \cdot \Delta p_r \cdot \tau_u}{3{,}67 \cdot 10^5 \cdot \eta_{ve} \cdot G_m}.$$

Semnificația notațiilor care apar suplimentar este următoarea :

Δp_r — pierderea de presiune pe traseul gazelor de ardere în recuperator, în kgf/m^2 ;

η_{ve} — randamentul ventilatorului.

[1]) Pe traseele aerului și gazelor de ardere.

Plecînd de la relaţiile (6) şi (10), rezultă

$$\frac{di_{nv}}{dT_e} = \frac{di_{nv}^{c}}{dT_e} + \frac{di_{nv}^{r}}{dT_e} = -\frac{2n \cdot i_{nv}^{c'} \cdot T_{e'}^{2n}}{T_e^{2n+1}} + M_0. \tag{13}$$

În ipotezele menţionate anterior, consumul specific de combustibil c_{sc} va avea valoarea minimă atunci cînd mărimea V_g^r va fi minimă, adică atunci cînd arderea va avea loc complet la un exces de aer cît mai redus.

Deoarece

$$c_{sc} = \frac{i_{me} - i_{mi}}{\nu \cdot P_{ci} - V_g^r \cdot i_{ev}}, \tag{14}$$

rezultă că $\frac{dc_{sc}}{dT_e} = 0$, deoarece c_{sc} nu depinde de temperatura T_e.

Ţinînd seama de relaţiile (4), (12) şi (13), rezultă ecuaţia

$$\frac{-2n \cdot i_{nv}^{c'} \cdot T_{e'}^{2n}}{T_e^{2n+1}} + \frac{\Delta p_r \cdot \tau_u \cdot M_1 \cdot G_m \cdot p_e}{3{,}67 \cdot 10^5 \cdot \eta_{ve}} + M_0 = 0,$$

de unde

$$T_e^{opt} = \sqrt[2n+1]{\frac{7{,}34 \cdot 10^5 \cdot \eta_{ve} \cdot n \cdot i_{nv}^{c'} \cdot T_{e'}^{2n}}{\Delta p_r \cdot p_e \cdot \tau_u \cdot M_1 \cdot G_m + 3{,}67 \cdot 10^5 \cdot \eta_{ve} \cdot M_0}}. \tag{15}$$

Din relaţia (15) rezultă că se poate admite că factorul principal care determină valoarea temperaturii optime de evacuare este mărimea n. Cu cît cuptorul are o mecanizare mai complexă, instalaţie de ardere mai costisitoare etc., adică n este mai mic, cu atît T_e^{opt} are o valoare mai mică.

De asemenea se remarcă faptul că T_e^{opt} se măreşte în special datorită creşterii mărimilor $i_{nv}^{c'}$, $T_{e'}$, η_{ve}, T_f şi scăderii productivităţii G_m.

Ţinînd seama de relaţiile (8) şi (15), rezultă valoarea optimă a temperaturii de preîncălzire a aerului:

$$T_e^{opt} = \frac{\psi \cdot \xi \cdot c_g \cdot (\nu \cdot P_{ci} - \varphi \cdot V_g^r \cdot i_{ev})}{\alpha_r \cdot L_0 \cdot c_a \cdot (i_f - \varphi \cdot i_{ev})} \sqrt[2n+1]{\frac{7{,}34 \cdot 10^5 \cdot \eta_{ve} \cdot n \cdot i_{nv}^{c'} \cdot T_{e'}^{2n}}{\Delta p_r \cdot p_e \cdot \tau_u \cdot M_1 \cdot G_m + 3{,}67 \cdot 10^5 \cdot \eta_{ve} \cdot M_0}} -$$

$$- \frac{\psi \cdot i_{ev} \cdot (\nu \cdot P_{ci} - \varphi \cdot V_g^r \cdot i_{ec})}{c_a \cdot \alpha_r \cdot L_0 \cdot (i_f - \varphi \cdot i_{ev})} + \frac{i_a}{c_a}. \tag{16}$$

Semnificaţia noilor notaţii care apar este următoarea:

c_a — căldura specifică medie a aerului între temperaturile 0°K şi T_ν, în kcal/Nm³ grad;

i_a — entalpia aerului la temperatura ambiantă, în kcal/Nm³.

Valoarea optimă a temperaturii T_f se alege astfel ca să nu se producă supraîncălzirea metalului supraîncălzit.

3. CONCLUZII

Parametrii funcționali al cuptoarelor cu recirculație a gazelor prevăzute cu recuperatoare vor avea valorile optime atunci cînd vor permite desfășurarea normală a procesului tehnologic și vor corespunde celei mai avantajoase soluții din punct de vedere tehnic-economic. Metodica de calcul a principalilor parametri funcționali, plecîndu-se de la determinarea temperaturii optime de evacuare a gazelor de ardere din cuptor, se poate aplica și în alte cazuri.

Astfel desfășurarea normală a procesului tehnologic se poate realiza la cuptoarele dotate cu recuperatoare și după procedeele :

— arderea cu aer preîncălzit la exces de aer mărit față de cazul arderii cu aer rece ;

— arderea cu aer preîncălzit la excesul minim de aer, care asigură arderea completă și recirculația gazelor de la evacuarea din cuptor.

Primul procedeu prezintă dezavantajele principale că necesită construirea unui recuperator de căldură excesiv de mare, consumul de combustibil este mărit, atmosfera din cuptor este excesiv de oxidantă, iar instalația de alimentare cu aer de ardere este supradimensionată.

La cel de-al doilea procedeu apare principalul dezavantaj că vehicularea gazelor recirculate este dificilă ; astfel, din cauza temperaturii ridicate, acestea necesită pentru vehicularea spre focar un ejector care are un consum de energie mare, iar reglajul debitului de gaze recirculate nu poate fi realizat totdeauna corespunzător cu necesitățile.

Rezultă de aici că temperatura T_e^{opt} determinată în lucrarea prezentă reprezintă de fapt o soluție pentru cazul de *optimum — optimorum*.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Recirculating system for heating furnace*. United States Patent Office, nr. 2. 991832.
2. * * * *Procedeu și cuptor pentru tratament termic*, brevet suedez nr. 17951.
3. V.V. Ghia, *Asupra cercetărilor experimentale, efectuate pentru aplicarea arderii cu recirculație la un cuptor pentru încălzit neferoase*. St. cerc. energ. *2*, 171—201 (1957).
4. S. Csrnoch, *Anwendungsgebiete der Umwälzheizung*. Neue Hütte, *3*, 157—165, 1958.
5. V.V. Ghia, *Decrease of fuel consuption by applyng of gases in thermal treatment furnaces*. Rev. roum. techn. — electrotechn. energ. *2*, 269—274 (1964).
6. * * * *Norme metodice fundamentale ale calculelor tehnico-economice în energetică*, 8, 92—94, (1959).
7. A. V. Kavaderov, *Teplovaia rabota plamenîh pecei Metallurghizdat*, 1956.

FOLOSIREA AMESTECURILOR DE MOTORINĂ ȘI PETROL ÎN MOTORUL DIESEL. COMPORTAREA PROBABILĂ ÎN MOTOR

DE

S. FAUR

621.436 : 662.68

Articolul reprezintă continuarea unei publicații anterioare a autorului privind evoluția probabilă a principalelor caracteristici ale amestecurilor de motorină și petrol [1]. Pe baza concluziilor se studiază influența pe care o va avea utilizarea unor astfel de combustibili asupra comportării motorului în exploatare (formarea amestecului, procesul de ardere, prețul de cost al energiei produse).

Se deduce că la stabilirea orientativă a procentului optim a celor doi componenți în amestec trebuie să se aibă în vedere, pe de o parte, natura țițeiurilor din care provin cele două fracțiuni și intervalul lor de distilare, iar pe de altă parte caracteristicile motorului. Alegerea soluției definitive necesită verificarea experimentală pe motor a concluziilor teoretice.

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Într-un articol anterior s-a examinat evoluția probabilă a principalelor caracteristici ale amestecurilor de motorină și petrol [1]. Pe baza concluziilor se studiază în continuare influența pe care o va avea utilizarea unor astfel de combustibili asupra funcționării motorului. Se observă însă de la bun început că nu este necesară examinarea tuturor cerințelor privind comportarea motorului în exploatare. Efectul pozitiv asupra satisfacerii unora dintre ele, ca, de pildă, cele legate de alimentarea cu carburant, cele privitoare la agresivitatea acestuia, sau cel negativ, ca în cazul inflamabilității, sînt evidente.

O examinare chiar sumară a modului de variație a proprietăților combustibililor P[1]), privind, de exemplu, comportarea la temperaturi

[1]) Amintim că pentru comoditate de exprimare în [1] s-a dat amestecurilor de motorină cu petrol această denumire convențională.

coborîte, conduce la concluzia, unanim recunoscută în literatura de specialitate, că adăugarea de petrol în compoziţia combustibililor diesel, are urmări în general favorabile.

Influenţa asupra altor procese deosebit de importante pentru performanţele tehnice-economice ale motorului, cum este cel de formare a amestecului sau cel de ardere, este însă mai puţin evidentă. Astfel, într-o lucrare de specialitate (străină) se afirmă că o depăşire de peste 25% petrol nu este permisă, deoarece conduce la un mers dur al motorului şi la mărirea tendinţei acestuia de a produce fum (vezi [2], p. 159).

Cu alte cuvinte, ridicarea conţinutului procentual de petrol peste această valoare are efecte dăunătoare asupra desfăşurării arderii în motorul cu aprindere prin compresiune. Analiza întreprinsă în articolul anterior ne determină să avem încă de pe acum rezerve asupra acestei afirmaţii pe care o considerăm, în măsura în care autorul îi dă o valabilitate generală, prea categorică. Rezultă, în orice caz, că cercetarea sistematică a dependenţei modului în care are loc procesul de formare a amestecului şi de ardere şi prin aceasta a altor fenomene privitoare la buna funcţionare a motorului (depozite cărbunoase, durabilitate etc.), care sînt influenţate de conţinutul procentual de petrol în amestec, este necesară. Concluziile respective pot contribui la formarea unei imagini mai precise asupra acestei influenţe şi să servească, după prealabila lor verificare experimentală, la realizarea — prin amestecarea de motorine cu petroluri — de combustibili diesel cît mai corespunzători unor condiţii de utilizare date.

2. PERIOADA ÎNTÎRZIERII LA AUTOAPRINDERE

Dată fiind importanţa deosebită a duratei perioadei de întîrziere la autoaprindere asupra desfăşurării proceselor amintite, se examinează influenţa creşterii conţinutului procentual de petrol asupra unora dintre principalele fenomene fizico-chimice care au loc în decursul acestora.

Deşi fenomenele respective nu pot fi de fapt despărţite în timp şi nici localizate în spaţiu, între ele existînd o interdependenţă extrem de complexă [2]), evidenţierea rolului pe care îl joacă combustibilul în această fază necesită o prezentare analitică. Se acceptă modul de expunere folosit curent în literatura de specialitate şi care deosebeşte o perioadă de întîrziere datorită fenomenelor fizice τ_{θ_f} şi una produsă de fenomene chimice τ_{θ_c} :

$$\tau_{\theta_i} = \tau_{\theta_f} + \tau_{\theta_c}, \tag{1}$$

în care τ_{θ_i} este durata perioadei de întîrziere la autoaprindere.

Se consideră că mărimea lui τ_{θ_f} este determinată în principal de timpul necesar descompunerii jetului de combustibil în picături $\tau_{\theta_{f_1}}$ şi de

[2]) Din această cauză, consideraţiile care urmează nu au drept scop stabilirea unei noi formule de calcul a perioadei de întîrziere la autoaprindere (asemenea formule sînt bine cunoscute din literatura de specialitate avînd însă toate un caracter mai mult sau mai puţin aproximativ) ci doar acela de a obţine indicaţii asupra sensului în care, lărgirea intervalului de distilare al combustibililor P spre fracţiunile de tip petrol, influenţează această perioadă.

cel consumat pentru vaporizarea acestora $\tau_{\theta f_2}$:

$$\tau_{\theta f} = \tau_{\theta f_1} + \tau_{\theta f_2}. \tag{2}$$

Se apreciază că formula dată în literatura de specialitate pentru $\tau_{\theta f_1}$ şi anume (vezi [3] p. 49)

$$\tau_{\theta f_1} = \ln \frac{a}{\delta}\left(\sqrt{\frac{8\,\rho_m}{\sigma}}\,a^{1,5} + \frac{6\,\eta_m}{\sigma}\,a\right), \tag{3}$$

unde

a este raza jetului în porţiunea cilindrică,
δ — abaterea suprafeţei exterioare a jetului de la forma cilindrică,
ρ_m — masa specifică medie a combustibilului,
σ — tensiunea superficială a combustibilului,
η_m — viscozitatea combustibilului,

nu este satisfăcătoare pentru obiectivul urmărit, deoarece atît a, cît şi δ depind, la rîndul lor, de proprietăţile fizice ale combustibilului.

În continuare vom trece la elaborarea unei expresii pentru $\tau_{\theta f_1}$ mai corespunzătoare din acest punct de vedere. Dacă se pleacă de la relaţiile cunoscute

$$\frac{l_u}{d_j} = \pi\sqrt{2}\sqrt{1+\frac{3\,\eta_m}{\sqrt{\rho_m \sigma d_j}}}, \text{ (vezi [4] p. 195)}, \tag{4}$$

$$\frac{l_u}{d_j} = 2\,\pi^{3}), \tag{5}$$

$$\tau_{\theta f_1} = K_j\, d_j, \quad \text{(vezi [7])}, \tag{6}$$

în care l_u este lungimea de undă a mişcării oscilatorii a jetului, d_j diametrul jetului, K_j o constantă de proporţionalitate, se deduce

$$\tau_{\theta f_1} = 9\,K_j \frac{\eta_m^2}{\rho_m \sigma}, \tag{7}$$

ceea ce arată că timpul necesar descompunerii jetului în picături este determinat în primul rînd de viscozitatea lichidului, crescînd direct proporţional cu puterea a doua a acesteia. El scade pe măsura ridicării masei specifice şi a tensiunii superficiale a combustibilului. Avînd în vedere ponderea deosebită a viscozităţii şi faptul că spre deosebire de aceasta masa specifică şi tensiunea superficială a produselor petroliere variază în limite strînse, se poate afirma că lărgirea intervalului de distilare spre fracţiunile

---

[3]) Rayleigh care a făcut primul o analiză matematică a stabilităţii jeturilor în cazul lichidelor nevîscoase şi căruia îi aparţine de altfel formula (4) a găsit că ruperea are loc cînd lungimea de undă a mişcării ondulatorii a jetului este mai mare decît circumferinţa acestuia $l_u > \pi\, d_j$ (vezi [5] p. 20). Haenlein determină pe cale experimentală lungimea ca fiind egală cu 4,42 d_j, pentru lichide nevîscoase şi, proporţional mai mare cu viscozitatea în cazul lichidelor viscoase [6]. Din motive de simplitate, în lucrare se alege cazul corespunzător unei viscozităţi, pentru care $l_u = 2\pi\, d_j$.

de tip petrol, care conduce, după cum s-a văzut în [1], la micşorarea viscozităţii, va contribui la reducerea lui $\tau_{\theta f_1}$. În cadrul celei de-a doua modalităţi de preparare a combustibililor P, acest efect va fi cu atît mai însemnat, cu cît petrolul va avea o natură mai parafinică.

Pentru a avea o imagine globală a modului de evoluţie a lui $\tau_{\theta f_1}$ cu temperatura medie de fierbere, se înlocuiesc η_m, ρ_m şi σ cu expresii de tipul (1'), (3'), şi (4') date în [1] şi se studiază variaţia funcţiei lg $\tau_{\theta f_1}$:

$$\frac{\mathrm{d}\ (\lg \tau_{\theta f_1})}{\mathrm{d}\ T_{mf}} = \frac{2\alpha_1 T_{mf}^{\beta_1+1} - 2\alpha_2 T_{mf}^{\beta_1} - 2\alpha_3 T_{mf} + \alpha_4}{T_{mf}(\alpha_3 T_{mf} - \alpha_4)}, \tag{8}$$

în care α_1, α_2, α_3, α_4 şi β_1 sînt constante determinate cu ajutorul valorilor date în literatura de specialitate (vezi [8] p. 118—119, tabela 19 şi [3] p. 61).

Înlocuind în fomula (8) valorile constantelor menţionate, se constată că pentru intervalul posibil de variaţie al lui T_{mf} vom avea

$$\frac{\mathrm{d}\ (\lg \tau_{\theta f_1})}{\mathrm{d}\ T_{mf}} > 0.$$

Timpul necesar descompunerii jetului în picături scade pe măsura coborîrii temperaturii medii de fierbere a combustibililor P.

În continuare se examinează evoluţia lui $\tau_{\theta f_2}$.

Pentru aceasta se foloseşte formula

$$d_0^2 - d^2 = K_v \tau \quad \text{(vezi [9] p. 234)}, \tag{9}$$

unde d_0 este diametrul iniţial al picăturii, d diametrul picăturii după o durată de încălzire τ, K_v constanta de vaporizare.

Pentru $d \to 0$, $\tau \to \tau_{\theta f_2}$ şi deci

$$\tau_{\theta f_2} = \frac{d_0^2}{K_v}. \tag{9'}$$

Se consideră un diametru iniţial egal cu cel mediu al picăturilor din jet, d_m. Dintre expresiile date în literatura de specialitate pentru dependenţa diametrului mediu al picăturilor de proprietăţile fluidului, se alege aceea dată de Kuharev (vezi [10], p. 41), valabilă pentru un pulverizator cu ac şi pentru un regim de curgere caracterizat de cifra Reynolds variind între 1 585 şi 30 000 :

$$d_m = \frac{275\ \eta_m^{0,4}\ \sigma^{0,36}}{w^{1,12}\ \rho_m^{0,76}}\ D^{0,24}, \tag{10}$$

în care w este viteza de curgere a jetului, D diametrul pulverizatorului. Avînd în vedere că viteza de curgere a jetului este la rîndul ei invers proporţională cu rădăcina pătrată a masei specifice a lichidului şi considerînd D dat, se poate scrie

$$d_m = K_1 \frac{\eta_m^{b_3}\ \sigma^{b_4}}{\rho_m^{b_3}} \tag{10'}$$

unde K_1 este constanta care reuneşte pe toţi ceilalţi coeficienţi, iar b_1, b_2 şi b_3 sînt egali, respectiv, cu 0,4; 0,36; 1,32. Folosind din nou relaţii de tipul (1'), (3') şi (4'), date în [1], deducem expresia:

$$d_m = K_1' \frac{(\alpha_3 T_{mf} - \alpha_4)^{b_2} \cdot 10^{(A_t' + B_t' T_{mf}^{n_t'})^{b_1}}}{T_{mf}^{b_3}}. \qquad (10'')$$

Cum însă microstructura jetului influenţează şi alte fenomene care au loc în cursul perioadei de întîrziere la autoaprindere (ca, de pildă, cel de turbulenţă care contribuie la formarea amestecului), precum şi direct, întregul proces de ardere, vom studia separat sensul de variaţie al diametrului mediu al picăturii cu temperatura medie de fierbere a combustibililor. Din (10'') se obţine

$$\frac{\mathrm{d}(\lg d_m)}{\mathrm{d}\, T_{mf}} = \frac{\alpha_5 T_{mf}^{\beta_1+1} - \alpha_6 T_{mf}^{\beta_1} + \alpha_7 T_{mf} + \alpha_8}{(\alpha_3 T_{mf} - \alpha_4) T_{mf}}. \qquad (11)$$

Înlocuind constantele cu valorile lor corespunzătoare pentru intervalul posibil de variaţie al lui T_{mf}, se deduce:

$$\frac{\mathrm{d}(\lg d_m)}{\mathrm{d}\, T_{mf}} > 0.$$

Diametrul mediu al picăturilor din jetul pulverizat al combustibililor P se micşorează odată cu coborîrea temperaturii lor medii de fierbere, ceea ce va avea efect favorabil atît asupra vitezei de vaporizare a picăturii, cît şi asupra formării amestecului prin fenomenul de turbulenţă.

Prin definiţie constanta de vaporizare este dată de relaţia:

$$K_e = K_2 \frac{\lambda \ln\left[1 + \frac{c_p}{l}(T_g - T_{mf})\right]}{c_p \rho_m}, \qquad (12)$$

unde

λ este coeficientul de conductibilitate termică al amestecului de aer şi vapori de combustibil,
c_p — căldura specifică la presiune constantă a combustibilului lichid,
l — căldura latentă de vaporizare a combustibilului,
T_g — temperatura mediului,
K_2 — constantă.

Folosind următoarele formule empirice în care λ, c_p şi l ale diverselor produse petroliere sînt funcţii de masa lor specifică şi de temperatura de încălzire t:

$$\lambda = \frac{a_1}{\rho_m} \text{ (vezi [11])}, \qquad (13)$$

$$c_p = \frac{a_2}{\sqrt{\rho_m}} \text{ (vezi [12])}, \qquad (14)$$

$$l = \frac{a_3}{\rho_m} \text{ (vezi [13])}, \qquad (15)$$

— unde $a_1 = 0{,}29\,(1 - 0{,}0054\,t)$, $a_2 = 0{,}388 + 0{,}0045\,t$, $a_3 = 110{,}9 - 0{,}09\,t$ — și o expresie de tipul (3′) din [1], K_v se poate scrie sub forma :

$$K_v = K_2' \frac{\ln\,[1 + \alpha_9\,(T_g - T_{mf})\sqrt{T_{mf}}]}{T_{mf}^{3/2}} \tag{12'}$$

Avînd (10″) și (12′), $\tau_{\theta_{f_2}}$ se poate exprima în funcție de T_{mf} și anume :

$$\tau_{\theta_{f_2}} = K_2'' \frac{(\alpha_3\,T_{mf} - \alpha_4)^{2b_2} \cdot 10^{2(A_i' + B_i' T_{mf}^{n_i'})\,b_1}}{T_{mf}^{2b_3 - 3/2} \ln[1 + \alpha_9\,(T_g - T_{mf})\sqrt{T_{mf}}]}$$

$$\frac{\mathrm{d}(\ln \tau_{\theta_{f_2}})}{\mathrm{d}\,T_{mf}} = \frac{2\alpha_{10}\,T_{mf}^{\beta_1+1} - 2\alpha_{11}\,T_{mf}^{\beta_1} + \alpha_{12}\,T_{mf} + \alpha_{13}}{(\alpha_3\,T_{mf} - \alpha_4)\,T_{mf}} + \tag{9''}$$

$$+ \frac{\alpha_9\,(3\,T_{mf} - T_g)\sqrt{T_{mf}}}{2\,T_{mf}[1 + \alpha_9\,(T_g - T_{mf})\sqrt{T_{mf}}]\,\ln\,[1 + \alpha_9\,(T_g - T_{mf})\sqrt{T_{mf}}]}.$$

Pentru intervalul posibil de variație a lui T_{mf} avem $\mathrm{d}\,(\ln \tau_{\theta_{f_2}})/\mathrm{d}\,T_{mf} > 0$, ceea ce arată că durata de vaporizare a picăturii scade pe măsura coborîrii temperaturii medii de fierbere a combustibililor P.

Avînd în vedere că, după cum se arată și în [1], coeficientul de difuzie al vaporilor de combustibil în aer crește cu lărgirea intervalului de distilare spre fracțiunile de tip petrol, rezultă că formarea amestecului datorită procesului de difuzie este și ea favorizată.

Se poate conchide deci că, în general, efectul măririi conținutului procentual de petrol asupra duratei proceselor fizice din perioada de întîrziere la autoaprindere este pozitiv, conducînd la micșorarea acesteia.

Înainte de a trece la examinarea comportării probabile a combustibililor P în perioada de întîrziere chimică la autoaprindere este util să se studieze influența coborîrii temperaturii medii de fierbere a acestora și asupra altor caracteristici ale jetului ca penetrația și unghiul conului de pulverizare, care, ca și diametrul mediu al picăturilor, joacă un rol important atît la formarea amestecului, cît și direct în procesul de ardere.

O imagine a modului de evoluție a penetrației jetului se poate obține pornind de la expresia penetrației picăturii :

$$l_p = \frac{1}{0{,}33}\,d_m \frac{\rho_m}{\rho_g} \ln\,(1 + 0{,}33 \frac{\rho_g}{\rho_m} \frac{1}{d_m} w_i \tau) \text{ (vezi [5] p. 12)} \tag{17}$$

unde w_i este viteza inițială a picăturii, iar τ timpul după care picătura parcurge distanța l_p.

Avînd în vedere că variațiile lui d_m și ρ_m ale combustibililor P în funcție de T_{mf}, au fost examinate (ele cresc odată cu T_{mf}), se alege drept variabilă independentă produsul $d_m \rho_m$, notat mai jos cu x. Notînd de asemenea $0{,}33\,\rho_g = a_4$ și $w_i \tau = a_5$ expresia (17) devine :

$$l_p = \frac{x}{a_4} \ln\left(1 + \frac{a_4\,a_5}{x}\right), \tag{17'}$$

sau

$$l_p = u \ln \left(1 + \frac{a_5}{u}\right), \tag{17''}$$

unde

$$u = \frac{x}{a_4}.$$

Calculînd derivatele relaţiei (17'') în raport cu variabila u vom avea :

$$\frac{dl_p}{du} = \ln \left(1 + \frac{a_5}{u}\right) - \frac{a_5}{a_5 + u},$$
$$\frac{d^2 l_p}{du^2} = - \frac{a_5}{u^3 \left(1 + \frac{a_5}{u}\right)^2} < 0. \tag{18}$$

Deoarece $\frac{dl_p}{du}$ este monoton descrescătoare iar

$$\lim_{u \to 0} \frac{dl_p}{du} = \infty,$$
$$\lim_{u \to \infty} \frac{dl_p}{du} = 0, \tag{19}$$

rezultă că $\frac{dl_p}{du} > 0$ si deci penetraţia picăturii creşte cu produsul dintre densitatea lichidului şi diametrul picăturii, respectiv scade cu coborîrea temperaturii medii de fierbere a combustibililor P.

În ceea ce priveşte unghiul conului de pulverizare, literatura de specialitate [5] arată că este influenţat mai ales de viscozitatea lichidului, efectul acesteia fiind însă deosebit după tipul pulverizatorului. La pulverizatoarele deschise creşterea viscozităţii, deci a temperaturii medii de fierbere, conduce la micşorarea unghiului de dispersie, în timp ce la cele cu ac se obţine un efect opus.

Drept caracteristică capabilă să dea o imagine asupra variaţiei întîrzierii chimice la autoaprindere în cazul combustibililor P se alege cifra lor cetanică. Pentru a urmări evoluţia probabilă a acesteia în prima variantă de preparare, se recurge la formula empirică (vezi [3] p. 110)

$$\text{C. C.} = \frac{T_{mf} - a_6}{a_7 \rho_m}, \tag{20}$$

unde C. C. este cifra cetanică a combustibililor, iar a_6 şi a_7 constante pozitive.

Folosind relaţia de tip (3') [1], se constată că

$$\frac{d\,(\text{C. C.})}{d\,T_{mf}} > 0$$

şi că deci cifra cetanică a combustibililor P obţinuţi prin micşorarea iniţialului de distilare spre fracţiunile de tip petrol scade. În cazul preparării

combustibililor P prin amestecarea unei motorine cu procente crescînde de petrol, variația cifrei lor cetanice depinde în cea mai mare măsură de natura țițeiurilor din care provin cele două produse. În general, dată fiind parafinicitatea mai ridicată a fracțiunilor de motorină în comparație cu cele de tip petrol, mărirea conținutului procentual al acestora din urmă va înrăutăți cifra cetanică. Se pot obține însă și efecte contrare atunci cînd se folosesc motorine neparafinoase si petroluri foarte alcanice.

3. PROCESUL DE ARDERE

Informațiile privind comportarea probabilă a combustibililor P în perioada de întîrziere la autoaprindere, permit să deducem unele caracteristici ale modului de desfășurare a procesului de ardere. Astfel, de pildă, folosirea unor combustibili P cu temperatura medie de fierbere coborîtă sensibil, deci cu o microstructură a jetului foarte fină si cu calități de vaporizare ridicate, proveniți din distilarea unor țițeiuri neparafinoase sau din motorine cu procente ridicate de petroluri nafteno-aromatice, va conduce, îndeosebi la motoarele cu camere de ardere unitare, la viteze de creștere a presiunii și la presiuni maxime foarte înalte, deci la solicitări mecanice și termice exagerate. Dimpotrivă, folosirea unor petroluri parafinoase va avea în același caz un efect pozitiv, datorită micșorării perioadei de întîrziere la autoaprindere.

În continuare se examinează și evoluția probabilă a cantității de căldură eliberată în procesul de ardere, respectiv a căldurii de ardere și a perfecțiunii arderii.

Din formula empirică a lui Kragoe, care exprimă puterea calorică superioară Q_s (kcal/kg) a combustibilului în funcție de densitate (vezi [14] p. 2104) și din (3′) [1], se deduce ușor o expresie de tipul

$$Q_s = a_8 - a_9 T_{mf}^2, \tag{21}$$

din care rezultă că Q_s crește pe măsură ce temperatura medie de fierbere a combustibilului P scade, fapt confirmat de valorile puterilor calorice ale produselor petroliere uzuale. Cum însă puterile calorice ale amestecurilor carburante diferă foarte puțin între ele pentru diverși combustibili, este de presupus că coborîrea inițialului nu va influența practic puterea calorică a amestecului de combustibil P cu aerul.

Gradul de perfecțiune al arderii depinde, în condiții de dozaj, presiune etc. egale, de finețea de pulverizare, de volatilitatea și de compoziția chimică a combustibilului. Ridicarea gradului de perfecțiune a arderii cu mărirea fineței de pulverizare (vezi [15] p. 236) și cu volatilitatea [16] indică o comportare a combustibililor P din acest punct de vedere cu atît mai bună, cu cît temperatura lor medie de fierbere va fi mai coborîtă. Avînd în vedere și faptul că gradul de perfecțiune al arderii combustibililor parafinoși este mult mai mare ca al celor naftenici, iar al acestora mai ridicat decît al combustibililor de natură aromatică [17], se deduce că în cazul celei de-a doua variante de preparare este de preferat folosirea unor petroluri alcanice.

Amintim că în [1] s-a arătat că tendința combustibililor P de a forma depozite cărbunoase în camera de ardere se va micșora pe măsura coborîrii temperaturii lor medii de fierbere. În cazul celei de-a doua variante de preparare, acest efect va fi cu atît mai accentuat, cu cît petrolurile adăugate în amestec vor fi mai parafinoase.

4. PREȚUL DE COST AL UNITĂȚII DE ENERGIE PRODUSE

Se analizează variația probabilă a unui indice sintetic capabil să ilustreze influența utilizării amestecurilor de motorină și petrol asupra performanțelor tehnice-economice ale motorului. Se consideră un asemenea indice prețul de cost al energiei produse. Se examinează structura acestui preț de cost pe posturi principale, respectiv :

— cheltuieli pentru combustibil :

$$K_c = c_e\, x_c = x_c \frac{632{,}3}{\eta_e Q_i} \left[\frac{\text{lei}}{\text{CPh}}\right], \tag{22}$$

unde

$x_c \left[\frac{\text{lei}}{\text{kg}}\right]$ este prețul combustibilului,

η_e — randamentul termic efectiv al motorului,

$Q_i \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — puterea calorică inferioară a unui kilogram de combustibil ;

— cheltuieli de amortizare :

$$K_{am.} = \frac{y_{am}}{\tau P_e} \left[\frac{\text{lei}}{\text{CPh}}\right], \tag{23}$$

în care

$Y_{am} \left[\frac{\text{lei}}{\text{an}}\right]$ este cota anuală de amortizare,

$\tau \left[\frac{\text{ore}}{\text{an}}\right]$ — numărul de ore de funcționare pe an,

P_e [CP] — puterea efectivă a motorului ;

— cheltuieli pentru reparații :

$$K_r = \frac{y_r}{\tau P_e} \left[\frac{\text{lei}}{\text{CPh}}\right], \tag{24}$$

unde

$y_r \left[\frac{\text{lei}}{\text{an}}\right]$ sînt cheltuielile anuale pentru reparații ;

— cheltuieli de exploatare (salarii, apă, ulei etc., în afară de combustibil) :

$$K_e = \frac{y_e}{\tau P_e} \left[\frac{\text{lei}}{\text{CPh}}\right], \tag{25}$$

în care

$y_e \left[\frac{\text{lei}}{\text{an}}\right]$ sînt cheltuielile anuale de exploatare.

Astfel, costul unității de energie produse este dat de suma

$$K = K_c + K_{am} + K_r + K_e, \tag{26}$$

sau

$$K = x_c \frac{632{,}3}{\eta_e Q_i} + \frac{1}{\tau P_e}(y_{am.} + y_r + y_e). \tag{26'}$$

Se observă că expresia prețului de cost al energiei s-a putut grupa în doi termeni : cheltuieli pentru combustibil, pe de o parte, și cheltuieli de amortizare, reparații și exploatare, pe de altă parte. Diferitele structuri ale prețului de cost al unității de energie produsă în motoare diesel, ca, de pildă [18], arată ponderea deosebită pe care o au cheltuielile pentru combustibil. Se examinează influența utilizării combustibililor P asupra acestor cheltuieli. Se apreciază că, în ceea ce privește prețul de cost al combustibililor P, acesta nu poate fi, indiferent de metoda de preparare, diferit de cel al unor motorine uzuale.

Pînă la limita la care mărirea conținutului de petrol contribuie la îmbunătățirea procesului de formare a amestecului și a organizării autoaprinderii și arderii combustibililor P, randamentul efectiv al motorului, îndeosebi în motoarele cu injecție directă, va crește, micșorînd consumul specific de combustibil și deci cheltuielile aferente acestuia, fapt oglindit în determinările experimentale (vezi [3] p. 124, fig. 46). În ceea ce privește puterea calorică, deși după cum s-a arătat combustibilii P vor avea valori mai ridicate pe măsura creșterii conținutului procentual de petroluri, faptul că puterea calorică a amestecului carburant este aproape aceeași pentru toate produsele petroliere conduce la concluzia că nu este de așteptat un efect sensibil asupra reducerii cheltuielilor pentru combustibil.

Se analizează influența utilizării combustibililor P asupra factorului $\frac{1}{\tau \cdot P_e}$, component al celui de-al doilea termen al prețului unității de energie. Se amintește că, întîrzierea la autoaprindere scăzînd în general cu turația, folosirea unor combustibili P cu conținut mărit de fracțiuni ușoare este deosebit de adecvată la motoarele diesel rapide. Combustibilii P sînt de asemenea indicați în cazul motoarelor supraalimentate. Într-adevăr, în asemenea motoare modificîndu-se efectul de micșorare a perioadei de întîrziere la autoaprindere datorită creșterii densității aerului în cilindru, nu sînt necesare cifre cetanice prea mari ; de asemenea, arderea fiind voluntar împinsă înspre injecție (ca urmare a micșorării avansului la injecție și a măririi cantității de combustibil ce arde într-un volum dat), este utilă folosirea unui combustibil cu calități de vaporizare cît mai bune, ceea ce

îmbunătăţeşte arderea şi compensează efectul nedorit al volumelor mărite din evoluţia de destindere (vezi [9] p. 78—79). Aceste considerente, la care s-ar putea adăuga şi altele : conţinut redus de sulf, viscozitate şi punct de congelare coborît etc., care, în afară de importanţa generală pe care o posedă pentru buna funcţionare a tuturor tipurilor de motoare diesel, capătă la motoarele rapide ca şi la cele supraalimentate o însemnătate deosebită, permiţînd să se deducă că utilizarea combustibililor P cu procente de petroluri ridicate este cu atît mai recomandabilă, cu cît turaţia motorului sau supraalimentarea sînt mai înalte. Dar, mărirea turaţiei şi supraalimentarea conduc la ridicarea puterii efective a motorului şi deci la scăderea factorului amintit.

Folosirea combustibililor P este favorabilă şi din punctul de vedere al numărului orelor de funcţionare, mărind în general durabilitatea motorului şi micşorînd timpul de indisponibilitate al acestuia din cauza avariilor şi a reparaţiilor. Se aminteşte însă că coborîrea temperaturii medii de fierbere a combustibililor P sub o anumită valoare poate provoca, în anumite cazuri menţionate mai sus, o ridicare bruscă a vitezei de creştere a presiunii, ceea ce are efecte negative asupra durabilităţii motorului. Rezultă că din acest punct de vedere conţinutul de petroluri a combustibililor P trebuie să fie limitat la o anumită valoare maximă, determinată experimental în funcţie de tipul motorului în care urmează să fie folosiţi. Această valoare va depinde şi de natura ţiţeiurilor din care provine combustibilul P sau de cei doi componenţi ai săi. În cazul variantei 1 de preparare, de pildă, coborîrea punctului iniţial de distilare va putea fi dusă în cazul unui ţiţei parafinos pînă la o valoare inferioară celei posibile în cazul unui ţiţei nafteno-aromatic. De asemenea conţinutul de petroluri parafinoase adăugate motorinei poate fi mai mare decît cel de petroluri de natură nafteno-aromatică.

Se examinează în continuare cele trei categorii de cheltuieli anuale aflate în paranteza celui de-al doilea termen.

Cheltuielile de amortizare depind în primul rînd de costul iniţial al motorului, asupra mărimii căruia o orientare globală ne-o poate da greutatea sa specifică (kg/CP). Aceasta, la rîndul ei, este funcţie de raportul de compresiune, a cărui alegere trebuie să ţină seama, pe de o parte, de menţinerea unui randament şi a unor calităţi de pornire cît mai ridicate (rapoarte de compresiune cît mai mari), iar pe de altă parte de menţinerea ţinutei mecanice a motorului (presiuni maxime şi viteze de ridicare a presiunii nu prea înalte). Utilizarea combustibililor P reprezintă, în general, una dintre posibilităţile de a realiza un compromis favorabil între aceste două cerinţe contradictorii.

În ceea ce priveşte cheltuielile pentru reparaţii, ca şi, în mai mică măsură, cele de exploatare, apare evident că ele sînt influenţate de aceleaşi elemente şi în acelaşi sens ca şi cele care acţionează asupra duratei de funcţionare a motorului. Rezultă că mărirea conţinutului de petroluri pînă la o anumită limită va influenţa pozitiv aceste cheltuieli.

Utilizarea în viitor a combustibililor P în motoarele cu aprindere prin compresiune va conduce, în general, la reducerea preţului de cost al unităţii de energie produsă în aceste motoare, şi în care se oglindeşte efectul global favorabil asupra performanţelor lor tehnice-economice.

5. CONCLUZII

În concluzie se deduce că este necesar ca stabilirea orientativă a procentului în care cei doi componenți (motorină și petrol) trebuie să se găsească într-un combustibil de tip P pentru a se obține performanțe tehnice-economice cît mai bune să aibă în vedere, pe de o parte, natura țițeiurilor din care provin cele două produse și intervalul lor de distilare, iar pe de altă parte caracteristicile motorului pe care urmează să-l alimenteze. Alegerea soluției definitive nu poate fi făcută însă decît pe baza unor minuțioase experiențe privind comportarea combustibililor P în motor.

BIBLIOGRAFIE

1. S. Faur, *Folosirea amestecurilor de motorină și petrol în motorul diesel. Stabilirea evoluției probabile a principalelor proprietăți fizico-chimice.* St. și cerc. energ. și electr., **III**, *3* (1966).
2. А. С. Ирисов, Н. Ж. Итинская, *Топливо и смазочные материалы*, Селхозгиз, Москва, 1959.
3. Н. Г. Пучиков, *Дизельные топлива*, Гостоптехиздат, Москва—Ленинград, 1953.
4. Т. М. Мелкумов, *Теория быстроходного двигателя с самовоспламенением*, Оборонгиз, Москва, 1953.
5. E. Giffen, A. Muraszev, *The Atomisation of Liquid Fuels*, London, 1953.
6. A. Haenlein, *Über den Zerfall eines Flüssigkeitsstrahles*, Forsch. Geb. Ingenierwesens A., **2**, *4*, April 1931.
7. C. Weber, *Zum Zerfall eines Flüssigkeitsstrahles*, Zeitschrift für angenwandte Mathematik und Mechanik, **11**, *2*, April, 1931.
8. G.A. Rădulescu, *Proprietățile țițeiurilor românești*, Ed. Acad. R.P.R., București, 1961.
9. V. Pimsner, C. A. Vasilescu, G. A. Rădulescu, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, Edit. Acad. R.P.R., București, 1964, p. 234.
10. M.N. Kuharev, *Cercetarea pulverizării combustibilului în motoarele diesel rapide în „Studiul pulverizării și arderii motorinei*, Traducere I.D.T., București, 1961, p. 41 (5).
11. E.S.L. Beale, *Thermal conductivity of gases, vapours and liquids in „The science of petroleum"*, vol. II, Oxford University-Press, Londra, New York, Toronto, 1938, p. 1261.
12. D.W. Gould, *Specific heat and heat content of petroleum products in „The science of petroleum"* vol. II, Oxford University-Press, Londra, New York, Toronto, 1938, p. 1249.
13. E.S.L. Beale, *Latent heat data for hydrocarbons, petroleum products and miscellaneus substances in „The science of Petroleum"*, vol. II, Oxford Univ.-Press, London, New-York, Toronto, 1938, p. 1256.
14. * * * *Manualul chimistului*, vol. II, Ed. AGIR, București, 1948.
15. * * * *Combustion processes* (*High speed aerodynamics and jet propulsion*, vol. II), Editors B. Lewis, R.N. Pease, H.S. Taylor, London, Geoffrey Cumberlege, Oxford University — Press, 1956.
16. W.T. Olson, H.J. Childs, E.R. Jonash, *The combustion eficiency problem of the turbojet at high altitude*, Trans. Am. Soc. Mech. Engin,. *77*, (1955).
17. M.D. Scott, R. Stannsfield, T. Tait, *Fuels for aviation and industrial gas-turbines.* J. Inst. of Petroleum, *37* (1951).
18. R.G. Bond, *A commentary on the change from steam traction on Great Britains railways and some thought on the future oil*, Engine and Gas Turbine, dec. 1963.
19. C.A. Vasilescu, V. Pimsner, *Supraalimentarea motoarelor diesel.* Edit. tehnică, București, 1965.

STUDIUL COMPARATIV AL UNOR METODE OPTICE DE DETERMINARE A TEMPERATURII FLĂCĂRILOR

DE

ATH. TRUȚIA, EL. GUȚU și EL. COMĂNESCU

536.52 : 636.45

Se prezintă principiul metodelor optice de măsurare a temperaturii flăcărilor, montajele experimentale utilizate precum și erorile care apar datorită particularităților flăcărilor, metodei și aparaturii folosite.

1. INTRODUCERE

Metodele și mijloacele de determinare a temperaturii sînt împărțite în domenii limitate de anumite valori ale acesteia. Peste aproximativ 1 800°C, metodele bazate pe termometre materiale nu mai pot fi utilizate, întrucît toate substanțele folosite uzual în acest scop se distrug sau perturbă (dacă au căldură specifică și conductibilitate termică mare) prea mult sistemul supus măsurării ca să se mai poată executa o determinare corectă a temperaturii lui reale.

Temperaturile flăcărilor uzuale, care au aproape totdeauna peste 1 800°C, se pot determina însă prin metode optice, bazate pe măsurarea radiațiilor emise sau absorbite de ele. Evident, flăcările a căror temperatură se determină pe această cale trebuie să fie parțial transparente. Radiația care se măsoară poate fi continuă sau discretă (de linii).

2. METODA STRĂLUCIRII

a) *Radiația continuă.* În primul dintre cele două cazuri amintite mai sus este vorba exclusiv de flăcări în care se formează particule de carbon.

De exemplu, dacă ne referim la flăcările cu combustibili gazoși în exces, particulele solide de carbon au diametrele distribuite în jurul a 10 mμ [1]. Acestea, fiind foarte mici, iau rapid temperatura flăcării în care

se formează, adică pot fi întotdeauna considerate în echilibru termic cu flacăra. Ele emit o radiație continuă caracteristică temperaturii acesteia. Existența echilibrului termic în flacără este absolut indispensabilă determinării temperaturii lui, întrucît fenomenele elementare și relațiile matematice corespunzătoare sînt relativ simple și bine cunoscute numai în acest caz. Metoda strălucirii se bazează pe legea de distribuție a lui Planck și pe legea radiației termice a lui Kirchhoff.

Conform legii stabilite de către Planck, intensitatea I a radiației de echilibru a corpului negru, la o lungime de undă λ și temperatura T date, este

$$I(\lambda, T) = C_1 \lambda^{-5} [\exp(C_2/\lambda T) - 1]^{-1}, \quad (1)$$

în care $I(\lambda, T)$ este energia radiantă emisă în unitatea de timp și în unitatea de interval spectral, $c_1 = 2 h c^2 = 1{,}19 \times 10^{-5}$ erg cm^2 s^{-1}; în sistemul CGS, $c_2 = ch/k = 1{,}44$ cm°K (aici c, h, k sînt, respectiv, viteza luminii, constanta lui Planck și constanta lui Boltzmann).

Pentru valori mici ale produsului λT (mai mici de 0,3 cm°K), cum este cazul la toate flăcările pînă la 3 000°K, și dacă lucrăm în domeniu vizibil, se poate folosi o formă simplificată, dată de Wien, a relației (1), rezultată din dezvoltarea în serie a acesteia :

$$I(\lambda, T) = C_1 \lambda^{-5} \exp(-C_2/\lambda T), \quad (2)$$

caz în care realitatea este apreciată cu o eroare mai mică de 1 % [2].

Dacă acum ne referim la un corp oarecare c, relația (2) devine, conform legii lui Kirchhoff,

$$I_c(\lambda, T_c) = [C_1 \lambda^{-5} \exp(-C_2/\lambda T_c)]\, \varepsilon(\lambda, T_c), \quad (3)$$

în care $\varepsilon(\lambda, T_c)$ este puterea emisivă a corpului la echilibru termic (egală cu puterea lui absorbantă $\alpha(\lambda, T_c)$.

Evident, dacă corpul negru și cel de măsurat ar avea aceleași temperaturi reale, egalitatea $I(\lambda, T) = I_c(\lambda, T_c)$ poate exista numai în cazul banal. Prin urmare, la temperaturi reale egale ale celor două corpuri, intensitățile radiante diferă, cea a corpului de măsurat fiind cu atît mai mică, cu cît $\varepsilon(\lambda, T_c)$ corespunzător este mai mic. Adică, în general, la egalitatea de intensitate, temperaturile reale a două corpuri diferă dacă puterile de emisie corespunzătoare sînt diferite.

În pirometria optică nu se lucrează cu intensitățile radiațiilor, ci cu strălucirile L ale corpurilor care le emit [1]).

Temperatura unui corp determinată pe această cale nu este cea reală, ci aceea de strălucire, care este ceva mai mică decît cea reală. Relațiile (2) și (3) fac legătura între temperatura reală T_c și temperatura de strălucire T ale unui corp prin relația :

$$\frac{1}{T} - \frac{1}{T_c} = \frac{\lambda}{C_2} \ln \frac{1}{\varepsilon(\lambda, T_c)}, \quad (4)$$

[1]) Strălucirea unui corp este proporțională cu intensitatea radiației emise corespunzătoare, cum se poate vedea și din relația :

$$L = \frac{dI}{dA \cos \varepsilon},$$

unde dA este aria suprafeței elementare a corpului radiant, iar ε unghiul între normala la suprafață și direcția de observare.

adică

$$T_c = \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{C_2} T \ln \varepsilon (\lambda, T_c)}. \tag{5}$$

La efectuarea măsurătorii trebuie avut în vedere că în relațiile (2) și (3) în loc de c apare o constantă A, care depinde nu numai de c_1, ci și de o serie de parametri caracteristici montajului, ca : aria suprafețelor comparate, unghiurile solide corespunzătoare, pierderile suplimentare de flux pentru radiația corpului negru în sistemul de proiecție, precum și de domeniul spectral în care se lucrează. Dacă corpul etalon nu este negru, cum este aproape întotdeauna cazul, temperatura sa trebuie corelată cu aceea a corpului negru prin valoarea ei corespunzătoare. De obicei temperatura filamentului pirometrelor este gradată în temperaturi „negre".

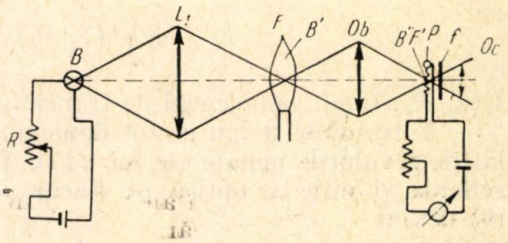


Fig. 1. — Montajul experimental pentru metoda Kurlbaum.

Revenind la flacăra a cărei temperatură vrem s-o determinăm, amintim că, dacă aceasta nu este opacă temperatura ei nu se poate determina direct folosind exclusiv pirometrul optic. Proiectînd însă flacăra pe un plan paralel cu ea și perpendicular pe raza de observare, urmele particulelor solide incandescente nu acoperă complet suprafața, ci lasă locuri goale, adică strălucirea flăcării este diluată în comparație cu aceea a filamentului becului pirometrului, care este compactă.

Determinarea temperaturii unei astfel de flăcări se face printr-un artificiu folosit de Kurlbaum [1], care elimină neajunsul amintit.

Dispozitivul de măsurare este prezentat în figura 1.

Panglica incandescentă a unui bec electric B este așezată la dublul distanței focale [2]) a unei lentile L_1.

Imaginea sa B' se formează de cealaltă parte a lentilei L_1 și la aceeași distanță. În acest loc se plasează flacăra F a cărei temperatură vrem s-o măsurăm. Obiectivul Ob al unui pirometru optic formează imaginea flăcării F'' (și a imaginii panglicii B'') peste filamentul pirometrului P. Cu ocularul Oc se pot vedea în acest mod suprapuse simultan panglica, flacăra și filamentul pirometrului. Pirometrul este prevăzut cu un filtru optic, aproximativ monocromatic, caracterizat prin coeficientul său de transmisie $\tau(\lambda)$ cu maximul de obicei în roșu, precum și cu un sistem electric de alimentare a filamentului becului și de măsurare a temperaturii lui.

Dacă flacăra are temperatura T_F, mai mică decît aceea a panglicii incandescente T_B, aceasta va apare mai luminoasă decît în absența flăcării, iar dacă temperatura flăcării este mai mare decît a panglicii, panglica apare mai puțin luminoasă cînd este observată prin flacără.

---

[2]) Se poate folosi și o altă distanță între panglică și lentilă, care să asigure formarea unei imagini, dar în condițiile impuse mai sus montajul prezintă unele avantaje.

Variind curentul electric prin panglică, deci temperatura ei T_B, se poate realiza o strălucire a ei care să nu se schimbe la introducerea sau la scoaterea flăcării în sau din drumul razei vizuale. În aceste condiții se poate scrie că strălucirea $L(\lambda, T_B)$ a panglicii văzute prin filtru (fără flacără) este egală cu suma strălucirilor panglicii văzute prin flacără și filtru și a strălucirii flăcării $l(\lambda, T_F)$ văzute prin filtru:

$$\int L(\lambda, T_B)\,\tau(\lambda)\,d\lambda = \int L(\lambda, T_B)\,\theta(\lambda, T_F)\,\tau(\lambda)\,d\lambda + \int l(\lambda, T_F)\,\tau(\lambda)\,d\lambda, \tag{6}$$

$\theta(\lambda, T_F)$ fiind coeficientul de transmisie al flăcării.

Integralele se iau pe tot domeniul de transparență al filtrului, adică la toate valorile nenule ale lui $\tau(\lambda)$. Ținînd seama că, dacă se neglijează reflexia și difuzia optică pe flacără, $C(\lambda, T_F) = 1 - \alpha(\lambda, T_F)$, relația (6) devine

$$\int L(\lambda, T_B)\,\alpha(\lambda, T_F)\,\tau(\lambda)\,d\lambda = \int l(\lambda, T_F)\,\tau(\lambda)\,d\lambda, \tag{7}$$

relație care rămîne aceeași chiar atunci cînd se măsoară vizual. Sensibilitatea spectrală a ochiului (V_λ) nu intervine în relație, întrucît observația este simultană și deci ambii membri sînt proporționali cu ea.

Ținînd seama de legea lui Kirchhoff, rezultă

$$\int L(\lambda, T_B)\,\alpha(\lambda, T_F)\,\tau(\lambda)\,d\lambda = \int L(\lambda, T_F)\,\alpha(\lambda, T_F)\,\tau(\lambda)\,d\lambda, \tag{8}$$

adică

$$L(\lambda, T_B) = L(\lambda, T_F). \tag{9}$$

Temperatura de strălucire a panglicii este egală cu temperatura reală a flăcării. Relația (5) dă temperatura $T_F(T_c)$ dacă B este un corp oarecare caracterizat printr-un coeficient de emisie ε_B.

Flăcărilor complet opace li se poate măsura temperatura direct cu ajutorul pirometrului optic prin dispariția filamentului acestuia pe fondul continuu al flăcării.

Trebuie avut în vedere că valoarea determinată este o temperatură medie ponderată a straturilor exterioare ale flăcării. Grosimea acestui strat și ponderea substraturilor lui depind de opacitatea flăcării. Cu cît este mai mare valoarea acestui parametru, cu atît temperatura determinată caracterizează un strat mai subțire și mai superifcial, avînd o temperatură mult inferioară centrului flăcării. Evident, și în aceste determinări trebuie să ținem seama de diferența dintre temperatura reală și cea de strălucire.

b) *Radiația discretă.* Cum s-a spus la început, metoda descrisă pînă aici se poate aplica numai în cazul flăcărilor luminoase radiante. Ea a fost extinsă însă de către C. R. Féry [3] și la flăcările neluminoase. Pentru aceasta flacăra se colorează prin introducerea unei sări de NaCl sau LiCl. Emisia ei va fi de această dată discretă (de linii). În locul pirometrului optic se așază un spectroscop, iar panglica incandescentă a becului trebuie

să fie etalonată în temperaturi vizibile pe scala ampermetrului introdus în circuitul său de alimentare.

Ca și în cazul precedent, o primă lentilă L_1 (fig. 2) proiectează imaginea panglicii B pe o flacără F, iar a doua lentilă L_2 transmite această imagine precum și imaginea flăcării prin fanta spectroscopului Sp reglat pentru observarea clară a liniei de rezonanță emisă de flacăra elementului cu care se lucrează.

Astfel, în cîmpul spectroscopului, apare un spectru continuu al panglicii și o linie aparținînd elementului alcalin ales pentru colorarea flăcării. Principiul pe care se bazează determinarea temperaturii este același. În general, strălucirea plajei iluminate de linie diferă de aceea corespunzătoare spectrului continuu, deci linia va apare mai luminoasă sau mai întunecată pe fondul continuu al spectrului.

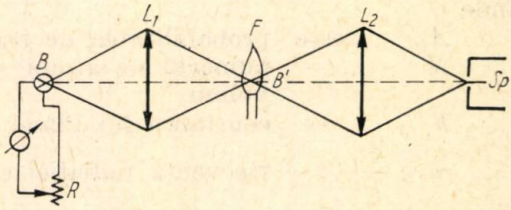


Fig. 2. — Montajul experimental pentru determinarea temperaturii flăcărilor prin metoda inversiei liniilor spectrale.

Curentul electric care trece prin panglică se poate însă modifica cu ajutorul reostatului R și astfel se pot aduce cele două corpuri la egalitate de strălucire, ceea ce se observă prin dispariția completă a liniei pe fondul spectrului continuu.

În aceste condiții, analog cu cazul precedent, se poate scrie

$$L(\lambda, T_B) = L(\lambda, T_B) \cdot \theta(\lambda, T_F) + l(\lambda, T_F), \tag{10}$$

iar dacă înlocuind pe $\theta(\lambda, T_F)$ prin $1 - \alpha(\lambda, T_F)$, relația (10) devine:

$$\frac{l(\lambda, T_F)}{\alpha(\lambda, T_F)} = L(\lambda, T_B). \tag{11}$$

După legea lui Kirchhoff, primul membru al ecuației este egal cu $L(\lambda, T_F)$, deci

$$L(\lambda, T_F) = L(\lambda, T_B), \tag{12}$$

duce prin relația (5) la temperatura reală T_F. Prin egalizarea strălucirilor liniei spectrale emise de flacără și ale fondului continuu al panglicii nu se obține egalitatea temperaturilor reale ale celor două corpuri decît în cazul că B este corp negru. Aici, ca și în cazul precedent, se presupune existența echilibrului termic în flacără ca o condiție determinantă.

Precizia măsurătorilor este de circa 3% în cazul flăcărilor de aer-metan sau de aer-acetilenă.

Aceste metode se aplică între (aproximativ) 1 800°C, limita la care se mai observă o radiație măsurabilă a flăcării, și (aproximativ) 2 800°C, reprezentînd temperatura maximă la care se mai poate lucra cu un bec cu panglică.

3. METODA RAPORTULUI DE INTENSITATE

Distribuția intensității radiante în spectrul discret emis de flacără poate, de asemenea, furniza valori precise ale temperaturii acesteia.

Intensitatea unei radiații rezultate din tranziția spontană între două nivele energetice atomice sau moleculare poate fi exprimată, conform mecanicii cuantice, sub forma

$$I = A_{ij} N h \nu_{ij} a_i Q e^{-E_i/KT}, \tag{13}$$

unde

A_{ij} este probabilitatea de tranziție,

N — numărul de atomi sau de molecule din unitatea de volum,

h — constanta lui Plank,

$\nu = \frac{c}{\lambda}$ — frecvența radiației emise,

a — un termen reprezentînd greutatea statistică g în cazul egal cu 2 k + 1 atomilor, (unde k este numărul cuantic de rotație la spectrele de rotație) sau egal cu 1 în cazul spectrelor de vibrație ale moleculelor,

$Q = \frac{1}{\sum_j a_j e^{-Ej/KT}}$ — suma de stare, unde K este constanta lui Boltzmann iar T temperatura sursei,

ΔE — energia de excitare a nivelului superior.

Cunoașterea acestor mărimi și particularizarea formulei date (care este forma generală) permit determinarea temperaturii atît în cazul spectrelor de linii, cît și în cazul spectrelor de bandă, dar numai dacă există o distribuție boltzmaniană pe diferitele nivele de energie [4].

a) *Linii atomice.* Temperatura flăcării se poate determina din raportul intensităților a două linii spectrale care aparțin aceluiași element chimic și aceleiași serii [5].

Considerînd ecuația (13) scrisă pentru fiecare dintre cele două linii spectrale și făcînd raportul lor, obținem relația

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{g_1}{g_2} \cdot \frac{\nu_1}{\nu_2} \cdot e^{-\frac{E_1 - E_2}{KT}}. \tag{14}$$

Logaritmînd această relație, obținem

$$\ln \frac{I_1}{I_2} = \ln \frac{A_1 \nu_1 g_1}{A_2 \nu_2 g_2} - \frac{\Delta E}{KT}. \tag{15}$$

Din relația (15) putem afla însă expresia temperaturii flăcării

$$T = \frac{\Delta E}{K\left[\ln \frac{A_1 \nu_1 g_1}{A_2 \nu_2 g_2} - \ln \frac{I_1}{I_2}\right]}, \tag{16}$$

unde

A_1, A_2 sînt probabilităţile de tranziţie,
ν_1, ν_2 — frecvenţele corespunzătoare,
g_1, g_2 — ponderile statistice ale nivelelor cu intensităţile I_1 respectiv I_2,
K este constanta lui Boltzmann ($= 1{,}3803 \cdot 10^{-16}$ erg.grad^{-1}),
E — diferenţa dintre energiile de excitaţie ale liniilor respective.

Pentru a putea determina foarte precis temperatura prin această metodă este necesar ca între cele două nivele superioare din care provin liniile să existe o diferenţă de energie de aproximativ 1 eV.

În cazul general cînd liniile cu care se lucrează nu prezintă dificultăţi, măsurarea temperaturii pe această cale constă în determinarea raportului intensităţilor celor două linii, toate celelalte mărimi care intră în relaţia (16) fiind cunoscute din literatură cu mare precizie, cu excepţia probabilităţilor de tranziţie A_{ij}, pentru care datele sînt foarte sărace şi destul de neprecise (ele pot fi însă verificate sau chiar determinate prin măsurători de intensitate ale liniilor spectrale cu care se va lucra în izvoarele cu temperatura cunoscută).

Metoda aceasta se aplică cu mult succes izvoarelor cu temperatură ridicată peste 5 000°K, în care se excită usor multe dintre nivelele energetice superioare ale atomilor şi apar linii al căror nivel inferior nu este cel fundamental. Acest fapt este esenţial, deoarece liniile provenite din tranziţiile pe nivelul fundamental al atomilor prezintă reabsorbţii şi deci îşi modifică necontrolat intensităţile reale corespunzătoare, ducînd la determinări eronate de temperaturi. Flăcările uzuale au însă temperaturi mici, pînă la 3 500°K. În ele nu se excită decît liniile provenite din tranziţii pe nivelul fundamental, deci linii care sînt reabsorbite. Chiar mai mult, în flăcările reci abia apar două linii ale unei serii (de obicei ale metalelor alcaline, uşor excitabile), dintre care prima, deci cea mai mică, este cea mai afectată de reabsorbţie.

Prin urmare, slaba capacitate de excitare a atomilor în flăcări, precum şi reabsorbţia care însoţeşte liniile spectrale ce apar totuşi în aceste izvoare au făcut ca metoda rapoartelor de intensitate a liniilor spectrale să nu se aplice flăcărilor.

Noi am cercetat condiţiile în care această metodă [6] s-ar putea folosi totuşi şi în cazul flăcărilor, avînd în vedere că precizia determinărilor este bună în general şi că determinările sînt mai puţin laborioase decît în cazul altor metode.

Astfel am stabilit mai întîi concentraţiile soluţiilor de alcaline la care reabsorbţia devine neglijabilă [7]. Ele sînt în domeniul încă măsurabil al spectrelor corespunzătoare.

În vederea determinării temperaturii flăcărilor celor mai reci, pînă la 2 500°K, este nevoie să se lucreze cu soluţii de CsCl (elementul cel mai uşor excitabil), folosindu-se tranziţiile $6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2}$ şi $6^2S_{1/2} \rightarrow 7^2P_{3/2}$, care corespund liniilor de Cs cu lungimea de undă $\lambda_1 = 8\,521$ Å şi $\lambda_2 = 4\,555$ Å, situate după cum se vede în două domenii spectrale diferite în infraroşu, respectiv în vizibil la o distanţă de aproximativ 4 000 Å (adică o diferenţă de energie de circa 1,27 eV).

Pentru acest caz, mărimile care intervin în relația (16) sînt date în tabela 1.

Tabela 1

λ (Å)	ν [cm^{-1}]	E [erg]	A
8 521,1 Å	11 735,57	$2{,}3229 \cdot 10^{-12}$	$3{,}07 \cdot 10^{7}$
4 555,4 Å	21 951,9	$4{,}362 \cdot 10^{-12}$	$1{,}92 \cdot 10^{7}$

Valorile lui A au fost calculate [8] după formula

$$A_{ij} = \frac{f_{ij}}{a\lambda^2} \cdot \frac{g_i}{g_j}, \tag{17}$$

unde

f_{ij} este tăria oscilatorului,
a — o constantă ($= 1{,}51$ cm^{-2} s),
$g_i = 2$,
$g_j = 4$,
$f_{ij} = 0{,}335$ pentru $\lambda_1 = 8\,521{,}1$ Å,
$f_{ij} = 0{,}006$ pentru $\lambda_2 = 4\,555{,}4$ Å.

Principiul metodei este simplu, cum s-a și văzut, dar determinarea corectă a rapoartelor de intensitate ale liniilor spectrale cu care se lucrează este relativ dificilă. Lungimile de undă ale liniilor spectrale fiind foarte mult diferite, circa 4 000 Å, este nevoie să se cunoască precis sensibilitatea spectrală a receptorului sau a receptorilor cînd nu dispunem de un receptor sensibil în domeniul ambelor linii. Pentru aceasta este nevoie, în cazul că nu sînt date curbele de sensibilitate, să avem o sursă de radiații,

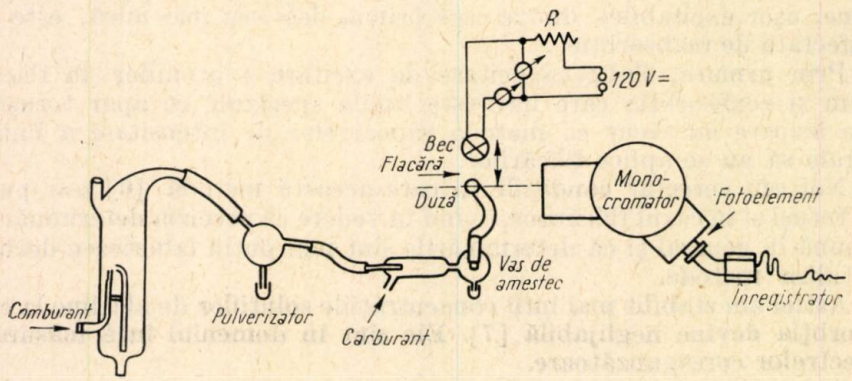


Fig. 3. — Montajul experimental pentru metoda raportului intensităților a două linii spectrale atomice.

cu spectru continuu și cu distribuție spectrală cunoscută și să cunoaștem banda pasantă a monocromatorului cu care se lucrează. Montajul folosit la determinarea sensibilității receptorilor, cu care se determină și intensitatea liniilor, este dat în figura 3.

Drept sursă de radiații continue s-a folosit un bec cu panglică de wolfram, avînd temperatura cunoscută. Distribuția spectrală a radiației becului pentru diverse temperaturi este dată în literatură [9]. Se măsoară intensitatea semnalului în regiunile celor două linii spectrale, cu care vom lucra. Ținînd seama de distribuția de intensitate în spectrul becului și de lărgimea bandei pasante în monocromator în cele două locuri, se determină sensibilitatea spectrală a receptorului cu care se lucrează. Se plasează apoi în locul becului flacăra și se introduc în ea, prin pulverizare, soluții apoase conținînd o sare a unui element alcalin ales pentru determinări (în cazul nostru cesiu). Se măsoară semnalele liniilor spectrale corespunzătoare pentru mai multe soluții, avînd concentrații variabile. Se face apoi calculul intensităților I_1 și I_2 ale liniilor spectrale (ținînd seama de sensibilitatea receptorului și lărgimea bandei pasante a monocromatorului).

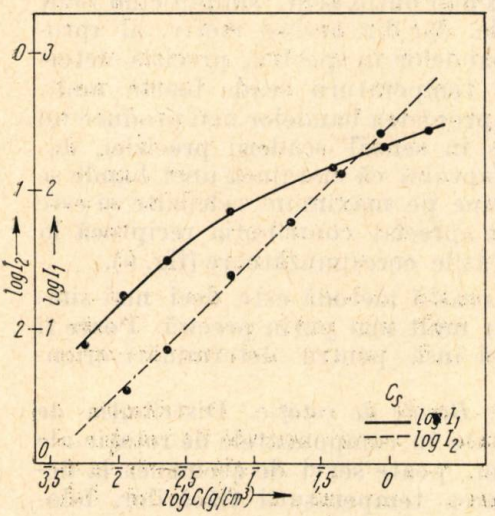


Fig. 4. — Intensitățile I_1 și I_2 pentru cesiu funcție de concentrație.

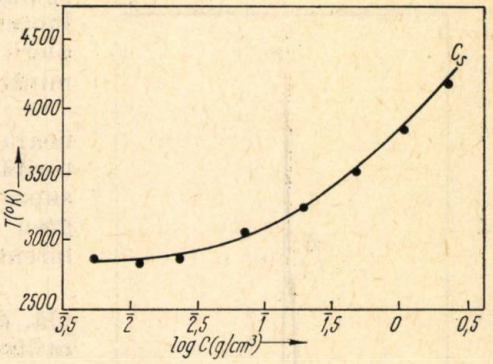


Fig. 5. — Temperatura flăcării funcție de concentrație.

Valorile I_1 și I_2 astfel obținute se introduc în relația (16) de unde se obține temperatura. Soluțiile de concentrații mari vor da temperaturi mai mari decît cele adevărate, din cauză că fenomenul de reabsorbție care are loc la aceste concentrații creează impresia că raportul populărilor celor două nivele excitate se modifică în sensul creșterii populării nivelului de energie mai mare, datorită pierderilor mai mari de intensitate prin reabsorbție în cazul tranziției de energie mai mică.

Cu cît scade concentrația soluției, cu atît reabsorbția se diminuează iar temperatura determinată se apropie mai mult de cea adevărată. La concentrații mici, temperatura determinată nu mai depinde de concentrația soluției (reabsorbția dispare) și reprezintă temperatura reală a flăcării.

Cu această metodă se pot determina temperaturi de la circa 2 200°K în sus.

b) *Bande de vibrații.* Principiul metodei precedente este valabil și în cazul în care cele două radiații care se compară sînt capete de bandă

de vibrație [10]. Se pot folosi în acest scop, de pildă, bandele $\lambda_1 = 5\,165{,}2$ Å și $\lambda_2 = 5\,129{,}3$ Å ale lui C_2 (tranzițiile 0 —0, respectiv 1 —1), în care caz $A_1/A_2 = 2$, iar raportul frecvențelor poate fi luat egal cu 1.

Pentru determinarea temperaturii, se aplică aceeași formulă schimbînd numai valorile corespunzătoare ale parametrilor.

O ușurare în acest caz provine din faptul că, bandele fiind apropiate în spectru, problema cunoașterii foarte exacte a sensibilității receptorului se pune mai puțin acut, simplificînd mult lucrurile, dar din același motiv, al apropierii bandelor în spectru, precizia determinării temperaturii scade foarte mult.

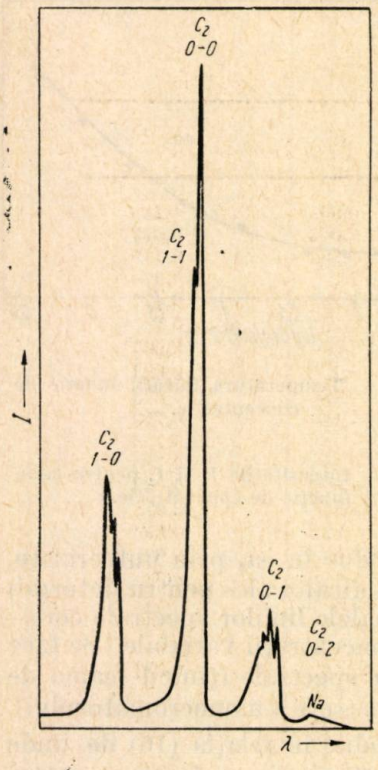


Fig. 6.— Intensitățile I_1 și I_2 ale bandelor.

Apropierea bandelor mai produce un neajuns în sensul scăderii preciziei, datorită faptului că marginea unei bande se suprapune pe maximum celeilalte și este greu de apreciat contribuția reciprocă la intensitățile corespunzătoare (fig. 6).

Această metodă este deci mai simplă, dar mult mai puțin precisă. Poate fi utilizată însă pentru determinări orientative.

c) *Bande de rotație.* Distribuția de intensitate în componentele de rotație ale bandelor, poate servi de asemenea la determinarea temperaturii flăcărilor, folosind același formalism ca în cazurile descrise la punctele *a* și *b*.

Întrucît în acest caz intervine energia de rotație $E = Bk(k+1)$, unde B este constanta de rotație și k numărul cuantic de rotație, expresia intensității I a unei linii din banda emisă își modifică forma inițială (13). Ea va fi dată de una din relațiile

$$I = A_{k'k''} N h \nu_{k'k''} (2k+1) Q e^{-\frac{Bk(k+1)}{KT}}, \quad (18)$$

sau

$$I = Ci\, e^{-\frac{B}{KT}k(k+1)}, \quad (18')$$

unde i este factorul de tranziție ($= (2k+1) A_{k'k''}$), iar C o constantă de proporționalitate ($= Nh \nu_{k'k''} Q$).

Valoarea i funcție de k este stabilită teoretic pentru diverse tipuri de nivele electronice între care au loc tranzițiile și pentru diversele ramuri ale bandelor [11].

Logaritmînd expresia (18'), obținem

$$\ln \frac{I}{i} = \ln C - \frac{B}{KT} k(k+1). \quad (19)$$

Reprezentînd grafic $\ln \frac{I}{i}$ funcție de $k(k+1)$, obținem o dreaptă a cărei pantă ne dă $\frac{1}{T}$ (vezi (4)).

Dacă se lucrează cu banda $^2\Sigma - {}^2\Pi$ a radicalului OH de la 3 064 Å (banda $0-0$), alegîndu-se ramura Q_1, deoarece liniile din această ramură sînt izolate în spectru și permit deci o măsurare mai exactă a temperaturilor, valorile necesare calculării intensităților liniilor corespunzătoare sînt cele date în tabela 2.

Tabela 2

k	$k(k+1)$	λ	i	log i
1	2	3078,43	0,563	−0,249
2	6	79,962	1,065	0,027
3	12	81,526	1,582	0,119
4	20	83,262	2,1	0,324
5	30	85,182	2,64	0,421
6	42	87,326	3,16	0,5
7	56	89,720	3,69	0,567
8	72	92,383	4,2	0,623
9	90	95,329	4,73	0,673
10	110	98,575	5,16	0,712
11	132	102,132	5,74	0,758
12	156	106,009	6,29	0,798
13	182	110,212	6,803	0,833
14	210	114,759	7,31	0,863
15	240	119,663	7,822	0,893
16	272	124,916	8,334	0,92
17	306	130,542	8,751	0,942
18	342	136,567	9,351	0,971
19	380	142,987	9,8	0,991
20	420	149,851	10,363	1,015
21	462	154,643	10,889	1,037
22	506	164,833	11,375	1,056
23	552	172,99	11,881	1,074
24	600	181,643	12,385	1,093
25	650	190,849	12,888	1,111
26	702	3200,469	13,392	1,27

Mai degajate în spectru sînt componentele cu $k = 4, 6, 8, 9, 10, 13, 14, 15, 16, 19$ (fig. 7).

Spectrele flăcărilor a căror temperatură se determină trebuie să fie înregistrate, de obicei fotografic, utilizîndu-se un spectrograf cu rezoluție și dispersie mare.

Pentru determinarea intensităților liniilor ramurii Q_1 este necesară trasarea curbei de calibrare a înnegririi fiecărei plăci fotografice, datele necesare obținîndu-se cu ajutorul unui filtru neutru în trepte, ale căror transmisii sînt cunoscute. Curba de calibrare se obține avînd în vedere intensitățile transmise de trepte pentru trei linii spectrale ale fierului ($\lambda_1 = 3\,093{,}2$ Å, $\lambda_2 = 3\,083$ Å, $\lambda_3 = 3\,075{,}45$ Å), situate în același domeniu de frecvență ca și liniile ramurii Q_1. Reprezentînd grafic înnegririle produse pe placa fotografică funcție de log τ (τ fiind coeficientul de

transmisie al penei), se obține cîte o curbă pentru fiecare linie spectrală. Efectuînd o operație de translație a liniilor către una dintre ele, rezultă o curbă de calibrare medie.

Pentru determinarea intensităților liniilor din ramura Q_1 se folosesc curbele de calibrare, știut fiind că $\log \tau = C \log I$ (unde C este o constantă).

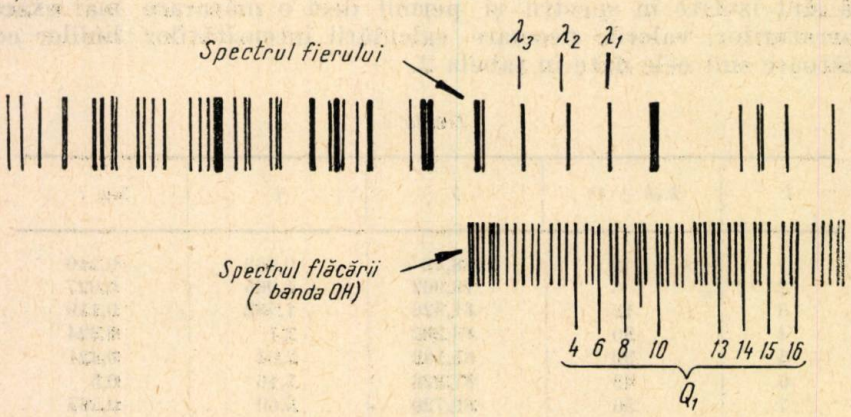


Fig. 7. — Spectrul bandei.

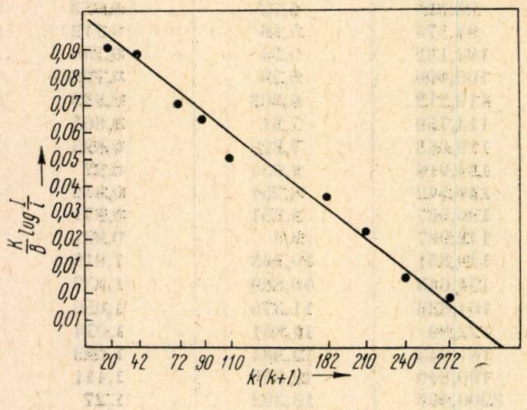


Fig. 8. — Valorile $\frac{K}{B} \log \frac{I}{i}$ funcție de $K\,(K+1)$.

O curbă caracteristică pentru determinarea temperaturii prin această metodă este dată în figura 8.

Panta dreptei dă valoarea $\frac{1}{T}$.

Două metode mai rapide, dar mai puțin precise, de determinare a temperaturii flăcărilor, folosind distribuția de intensitate într-o bandă de rotație se bazează pe poziția maximului de intensitate, respectiv a două componente egale ca intensitate.

În primul caz, considerînd intensitatea unei componente de rotație (18) și atribuind o variație continuă lui k, avem

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}k} = \left[2 - (2k+1)^2 \frac{B}{KT}\right] \mathrm{e}^{-\frac{B}{KT} k(k+1)} = 0, \qquad (20)$$

de unde rezultă

$$(2k+1)^2 \frac{B}{KT} - 2 = 0, \tag{21}$$

sau

$$T = \frac{(2k_m+1)^2 B}{2K}, \tag{22}$$

şi, introducînd expresia lui B,

$$B = \frac{h^2}{8\pi^2 I}, \tag{23}$$

relaţia (22) devine

$$T = \frac{(2k_m+1)^2 h^2}{16\pi^2 I' K}, \tag{24}$$

unde k_m este valoarea lui k pentru componentele de intensitate maximă, iar I' momentul de inerţie al moleculei diatomice. S-a considerat aici că $A_{k'k''}$ şi $\nu_{k'k''}$ nu variază apreciabil cu k.

Determinarea temperaturii se rezumă la găsirea pe cale experimentală a valorii k_m, adică în stabilirea valorii lui k pentru componenta cea mai intensă. Introdusă în (24), se obţine temperatura flăcării, dat fiind că momentele de inerţie sînt cunoscute.

În cel de-al doilea caz, al izointensităţii a două componente de o parte şi de alta a maximului, dacă se consideră că A şi ν variază puţin, iar variaţia lui $2k+1$ e mică în comparaţie cu exponenţiala, se poate scrie egalitatea

$$\frac{A_{k'}}{A_{k''}} = e^{-\frac{E_{k'}-E_{k''}}{KT}} \tag{25}$$

sau

$$\ln \frac{A_{k'}}{A_{k''}} = -\frac{E_{k'}-E_{k''}}{KT}. \tag{26}$$

Reprezentînd grafic această relaţie aplicată mai multor perechi izointense, se capătă, dacă există echilibru termic, o dreaptă ce trece prin origine avînd panta egală cu $\frac{1}{T}$.

4. METODA IONIZĂRII

În sfîrşit, cunoaşterea gradului de ionizare al atomilor unui metal alcalin în flacără la diverse concentraţii ale acestuia permite de asemenea determinarea temperaturii ei.

Se ştie că metalele alcaline introduse într-o flacără, la presiune atmosferică, prezintă un grad de ionizare cu atît mai mare, cu cît concentraţia lor este mai mică. Calculul gradului de ionizare se poate face

folosindu-ne de legea acțiunii maselor pentru reacția dintre atomi (M), ioni (M^+) și electroni (e^-), $M \rightleftarrows M^+ + e^-$:

$$\frac{P_{M^+} \cdot P_{e^-}}{P_M} = K , \tag{27}$$

unde P_i sînt presiunile parțiale corespunzătoare, iar K are expresia

$$\log K = -5\,040 \frac{\chi}{T} + \frac{5}{2} \log T + \log g_i - \log g_a - 6{,}1818 , \tag{28}$$

în care χ este energia de ionizare a atomilor considerați, T temperatura izvorului, iar g ponderea statistică a ionului, respectiv a atomului considerat. Se mai folosesc încă două condiții care exprimă legea conservării :

$$P_M + P_{M^+} = P'_M , \tag{29}$$

unde P'_M este presiunea parțială inițială a atomilor neutri precum și condiția de lucru în aer liber :

$$P_M + 2P_{M^+} + P_G = 1 \text{ (atm)} , \tag{30}$$

în care P_G este presiunea gazului-tampon (neutru pentru reacția de mai sus), avînd presiunea parțială inițială P'_M dată prin alegerea condițiilor experimentale. Evident, trebuie ținut seama în aceste calcule de faptul că $P_{M^+} = P_{e^-}$.

Rezultatul acestor calcule pentru Cs funcție de temperatură este reprezentat în figura 9 [12].

Valorile au fost înmulțite cu factorii de diluție (de exemplu la presiunea parțială inițială 10^{-8} atm au fost înmulțite cu 10^8 atm) spre a aduce originile în același punct. Se vede ușor că gradul de ionizare crește pe măsură ce presiunea parțială inițială a alcalinului scade.

Luînd în considerare intensitatea I a liniei spectrale a atomului neutru, se vede că tendința de creștere datorită funcției de excitare poate fi echilibrată de cea de scădere, datorită scăderii populației P_M a atomilor neutri cu creșterea temperaturii. Pentru I vom avea relația :

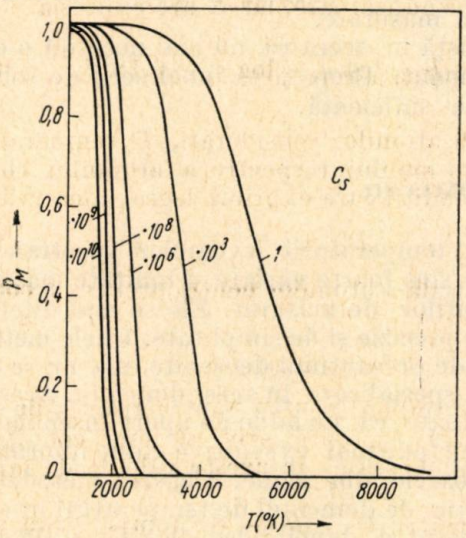
$$I = A_{ij} \frac{P_M}{KT} h\nu \frac{g_i}{g_0} e^{-E_i/KT} , \tag{31}$$

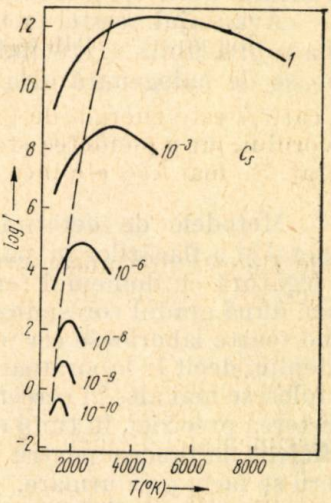
de unde rezultă apariția unui maxim de intensitate în scara temperaturilor la o concentrație dată a soluției de CsCl (P' fiind dat, vezi [12]).

Acest maxim se produce totdeauna în jurul și foarte aproape de valoarea de 50 % a gradului de ionizare.

Să presupunem acum că avem o flacără cu temperatura de 1 800°K. La stînga curbei punctate din figura 10, toate curbele $I = f(T)$ sînt paralele între ele, paralelism care în partea dreaptă nu se mai menține. Introducînd în flacără, prin pulverizare, soluții apoase de concentrații cunoscute de CsCl și reprezentînd grafic intensitatea unei linii a Cs neutru funcție de concentrație, vom obține o dreaptă. Reprezentarea grafică este o dreaptă numai dacă neglijăm reabsorbția la toate concentrațiile, pornind de la cele mari spre cele mici pînă la întretăierea cu curba punctată. Panta dreptei, dacă se folosește un sistem dat de unități pe cele

două axe, este de 45°. La concentrații mici panta crește, ca și cum ar avea loc o scădere a concentrației atomilor neutri față de aceea rezultată din cantitatea introdusă. Aceste pierderi se datoresc creșterii rapide a gradului de ionizare (de menționat că panta nu poate fi astfel mai mare de 45°). Evident, valoarea lui P_M la care se produce „ruptura" dreptei de





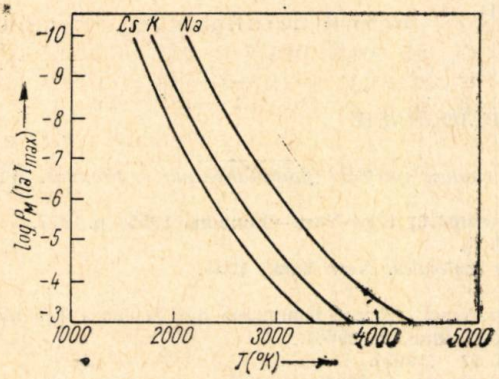


Fig. 9. — Presiunea parțială P_M pentru cesiu funcție de temperatură.

Fig. 10. — Intensitatea liniei de cesiu funcție de temperatura T la diferite presiuni parțiale.

Fig. 11. — Presiunea parțială funcție de temperatura pentru I max.

dozare depinde de temperatura izvorului. Figura 11 dă o legătură directă între locul unde trebuie să se producă o creștere a pantei dreptei de dozare și temperatura izvorului.

Prin urmare, determinarea temperaturii, odată calculele făcute [7], constă în introducerea în flacără a unor soluții apoase de sare alcalină cu concentrații variabile bine cunoscute și în măsurarea intensității emisiei radiante în dreptul unei linii spectrale a atomului neutru folosit. Locul unde curba trece la o pantă peste 45° dă o valoare a presiunii parțiale a atomilor neutri P_M, care, dusă în figura 11, dă temperatura izvorului. De menționat faptul că la concentrații mari, cînd se lucrează cu liniile de rezonanță, apare fenomenul de reabsorbție care micșorează panta curbei

de dozare. Spre locul unde gradul de ionizare crește brusc, în flăcările nu prea calde, acest fenomen dispare, așa încît metoda poate fi aplicată întotdeauna fără precauții speciale.

Folosind clorurile metalelor alcaline, se pot determina astfel temperaturile unor flăcări care sînt cuprinse, între circa 1 800 și 3 200 °K, cu o precizie de aproximativ $\pm 30°$ K, cu condiția să nu existe în flacără alt alcalin decît cel introdus pentru măsurare.

Avantajul acestei metode constă în aceea că nu mai necesită o etalonare prealabilă a vreunui instrument. Prepararea unei serii de soluții apoase de halogenură alcalină este suficientă.

5. CONCLUZII

Metodele de determinare a temperaturii izvoarelor spectrale în general și a flăcărilor în particular sînt foarte variate și limitate mai ales în legătură cu domeniul temperaturilor de măsurat. Ele se mai diferențiază după gradul corespunzător de precizie și de simplitate. Unele metode fiind foarte laborioase cer o serie de precauțiuni deosebite care nu se pot îndeplini decît în laboratoare bine specializate în acest domeniu. Acestea se folosesc mai ales în cercetare cu toate că nu aduc un aport însemnat în creșterea preciziei, în timp ce alte metode mai expeditive aduc informații suficient de precise pentru laboratoarele din uzine. Alegerea metodei de lucru se face, prin urmare, în funcție de domeniul de temperaturi în care se lucrează, de gradul de precizie cerut și, bineînțeles, de mijloacele care stau la dispoziția cercetătorului.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Mavrodineanu, N. Boiteaux, *L'Analyse spectrale Quantitative par la Flamme*. Masson et C-ie Paris, 1954, p. 18.
2. H.C. Wolfe, *Temperature*. Vol. 2 Reinhold, New-York—London, 1955, p. 277.
3. C.R. Féry, Acad. Sci., **137**, 909 (1903).
4. H.G. Hertzberg, *Spectra of diatomic molecules*. New York, 1955.
5. R.C. Mason, Physica, **5**, 777 (1938).
6. Ath. Truția, El. Guțu, El. Comănescu, Revue Roumaine des Sciences Techniques série Electrotehnique et énergetique, *2* (1966).
7. Ath. Truția, Revue de Physique, **8**, *21* (1963).
8. Landolt-Bornstein, *Atom und molecular physik*. Berlin, p. 265.
9. F.G. Adams, W.F. Forsythe, J. opt. Soc., **35**, 108 (1945).
10. Horst-Krigsmann, Physica, **1**, 114 (1934).
11. M.V. Mihailevski Procofieva, Jurn. exp. i teor. Fiziki, vol. **20**, 484 (1950).
12. Ath. Truția, Studii și cercetări de fizică, **13**, 559 (1962).

APLICAREA PREZENTĂRII MAXWELLIENE ÎN TEORIA CURENŢILOR TURBIONARI ÎN PLĂCI SUBŢIRI

DE

Acad. R. RĂDULEŢ şi A. IFRIM

Utilizînd reprezentarea Maxwelliană a cîmpurilor de vectori bidimensionale şi relaţiile valabile în astfel de cîmpuri electromagnetice stabilite în plăci subţiri, autorii determină expresia cuplului frînelor de inducţie cu disc neferomagnetic subţire.

Referindu-se la lucrările lor anterioare autorii mai prezintă un criteriu nou pentru limitarea termenilor unor dezvoltări în serie a cîmpului magnetic de excitaţie în astfel de frîne cu poli aparenţi, verificînd aplicabilitatea lui cu ajutorul datelor experimentale.

Teoria curenţilor turbionari în plăcile subţiri prezintă interes în problemele de aparate, maşini şi de frîne electrice, cum şi în probleme de mişcare a pînzelor conductoare în cîmpul magnetic. Autorii lucrării de faţă au abordat aceste probleme folosind în calcule mărimile „directe" de stare ale cîmpului electromagnetic : intensităţile de cîmp şi inducţiile electrică şi magnetică. Maxwell a dezvoltat o prezentare specială a mărimilor „directe" de stare ale cîmpului cu ajutorul unui scalar de cîmp pentru cazul cîmpurilor în două dimensiuni, care a început să fie folosită din nou de cercetători ca Smythe şi Blevitch. În lucrarea de faţă examinăm mărimea în care prezentarea maxwelliană este adecvată pentru rezolvarea unor probleme de curenţi turbionari în pînze conductoare în mişcare în cîmpul magnetic, asemănătoare cu cele abordate de autori cu alte mijloace matematice.

Considerăm o placă subţire sau o pînză conductoare, de grosime g, pe care o reprezentăm printr-o suprafaţă S, presupusă orientabilă şi de ecuaţie

$$u_3(x, y, z) = \text{const}, \tag{1}$$

şi studiem fenomenele din ea cu ajutorul a două coordonate curbilinii ortogonale u_1 şi u_2 :

$$u_1 = u_1(x, y, z); \quad u_2 = u_2(x, y, z), \tag{2}$$

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 329–339, Bucureşti, 1967

în care pătratul lungimii elementului de arc în suprafață are expresia

$$ds^2 = g_1^2\, du_1^2 + g_2^2\, du_2^2, \tag{3}$$

unde g_1 și g_2 sînt parametrii Lamé ai sistemului bidimensional de coordonate u_1 și u_2. Se poate considera că s-a folosit un sistem tridimensional de coordonate u_1, u_2, u_3, cu coordonata u_3 astfel aleasă încît $g_3 = 1$ și cu limitarea la cazul $u_3 = \text{const}$. Divergența bidimensională a unui vector cîmp bidimensional $\overline{G}\ (u_1, u_2)$, definit pe suprafața $u_3 = \text{const}$, are expresia

$$\operatorname{div} b\overline{G} = -\frac{1}{g_1 g_2}\left[\frac{\partial (g_2 G_1)}{\partial u_1} + \frac{\partial (g_1 G_2)}{\partial u_2}\right], \tag{4}$$

iar componenta scalară 3 a rotorului său expresia

$$\operatorname{rot}\ b_3\overline{G} = \frac{1}{g_1 g_2}\left[\frac{\partial (g_2 G_2)}{\partial u_1} - \frac{\partial (g_1 G_1)}{\partial u_2}\right]. \tag{5}$$

Gradientul bidimensional, tangent la suprafață, al unui scalar cîmp bidimensional $V(u_1, u_2)$, definit pe suprafața $u_3 = \text{const}$, devine

$$\operatorname{grad} bV = \frac{\overline{e}_1}{g_1}\frac{\partial V}{\partial u_1} + \frac{\overline{e}_2}{g_2}\frac{\partial V}{\partial u_2}, \tag{6}$$

unde $\overline{e}_1$ și $\overline{e}_2$ sînt versorii locali ai liniilor de coordonate de-a lungul cărora variază numai coordonatele u_1, respectiv u_2.

Dacă pînza de permitivitate uniformă și constantă și de rezistivitate ρ, cu n orificii sau ochiuri izolante, de conture Γ_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$, este situată într-un cîmp de inducție magnetică alternativă de origine externă, reprezentată în complex sub forma

$$\underline{\overline{B}}_\delta = \overline{B}_\delta\ (u_1, u_2)\, e^{j\omega t}, \tag{7}$$

inducția magnetică ce se stabilește efectiv este egală cu suma dintre inducția magnetică de origine externă și inducția magnetică de reacțiune de indus

$$\underline{\overline{B}}_r = \overline{B}_r\, (u_1, u_2)\, e^{j(\omega t + \beta_r)}. \tag{7'}$$

adică are forma

$$\underline{\overline{B}} = \overline{B}\, (u_1, u_2)\, e^{j(\omega t + \beta)} = \underline{\overline{B}}_\delta + \underline{\overline{B}}_r. \tag{7''}$$

Din forma corespunzătoare a legii conducției electrice

$$\underline{\overline{J}} = \frac{1}{\rho}\,\underline{\overline{E}} \tag{8}$$

și din relația valabilă în regim cvasistaționar

$$\operatorname{div} b\underline{\overline{J}} = 0, \tag{9}$$

rezultă

$$\operatorname{div} b\underline{\overline{E}} = 0, \tag{10}$$

adică $\overline{E}$ poate fi derivat, conform unei idei a lui Maxwell, dintr-o mărime $\underline{\varphi}\ (u_1, u_2)$ despre care el a arătat că e proporțională cu funcțiunea de curent, ale cărei valori într-un punct oarecare sînt, pînă la o constantă aditivă arbitrară, proporționale cu curentul bidimensional dintre un punct arbitrar dat și punctul pentru care se calculează curentul. Derivarea se poate face după relațiile

$$g_2 \underline{E}_1 = -j\omega \frac{\partial \underline{\varphi}}{\partial u_2} \; ; \quad g_1 \underline{E}_2 = +j\omega \frac{\partial \underline{\varphi}}{\partial u_1}, \tag{11}$$

astfel încît relația (10) să fie satisfăcută identic, cum rezultă din expresia (4) a divergenței bidimensionale.

Dacă se aleg deci, în două direcții ortogonale în sens drept din suprafață, elementele de arc ds_t și ds_n, se pot alege coordonatele u_1 și u_2 în așa fel, încît ds_t și ds_n să fie dirijate respectiv după curbele de coordonate de-a lungul cărora variază numai u_1, respectiv numai u_2, și deci $ds_t = g_1\, du_1$ și $ds_n = g_2\, du_2$, iar $\underline{E}_1$ devine $\underline{E}_t$ și $\underline{E}_2$ devine $\underline{E}_n$. Relațiile (11) se pot pune deci și sub forma

$$\underline{E}_t = -j\omega \frac{\partial \underline{\varphi}}{\partial s_n} \; ; \quad \underline{E}_n = +j\omega \frac{\partial \underline{\varphi}}{\partial s_t}. \tag{11'}$$

Conform legii inducției electromagnetice, intensitatea $\overline{\underline{E}}$ a cîmpului electric în pînză satisface pe conturele orificiilor condițiile la limită

$$\oint_{\Gamma_i} \underline{E}_t\, ds_t = -j\omega \int_{S_i} \underline{B}_n\, dA \equiv -j\omega\, \underline{\Phi}_i \qquad (u = 1, 2, \ldots, n), \tag{12}$$

unde $\underline{E}_t$ sînt componente tangențiale la Γ_i, $\underline{B}_n$ sînt componente normale pe porțiunile S_i, determinate de Γ_i pe suprafața S (sau pe orice alte suprafețe deschise care se sprijină pe conturele Γ_i), iar $\underline{\Phi}_i$ sînt fluxurile magnetice ce trec prin ochiuri. Ea mai satisface pe aceste conture, conform legii lui Ohm, condițiile de limită

$$(\underline{E}_n)_{\Gamma_i} = 0, \tag{13}$$

care pot fi exprimate cu ajutorul mărimii $\underline{\varphi}$ și sub forma :

$$(\underline{\varphi})_{\Gamma_i} = \underline{\varphi}_i = \text{const}, \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{13'}$$

Sînt de asemenea satisfăcute și condițiile la limită (12) puse sub forma :

$$\oint_{\Gamma_i} \frac{\partial \underline{\varphi}}{\partial s_n}\, ds_t = \int_{S_i} \underline{B}_n\, dA = \underline{\Phi}_i \; ; \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{12'}$$

Pe de altă parte, legea inducției electromagnetice dă pentru orice punct din interiorul pînzei conductoare ecuația

$$\text{rot}\ b_3\, \overline{\underline{E}} = -j\omega\, \underline{B}_3, \tag{14}$$

unde $\underline{B}_3$ este componenta perpendiculară pe suprafața $u_3 = \text{const}$ a inducției magnetice. Cu ajutorul funcțiunii scalare auxiliare $\underline{\varphi}$, legea

inducției electromagnetice (14) poate fi prezentată în coordonatele u_1, u_2 sub forma

$$\frac{1}{g_1 g_2}\left[\frac{\partial}{\partial u_1}\left(\frac{g_2}{g_1}\frac{\partial \underline{\varphi}}{\partial u_1}\right)+\frac{\partial}{\partial u_2}\left(\frac{g_1}{g_2}\frac{\partial \underline{\varphi}}{\partial u_2}\right)\right]=-\underline{B}_3, \tag{15}$$

unde membrul din stînga reprezintă laplaceanul bidimensional $\Delta\underline{\varphi}$ al mărimii $\underline{\varphi}$.

Ultima ecuație poate fi scrisă și sub forma

$$\Delta\underline{\varphi}=-\underline{B}_{\delta 3}-\underline{B}_{r3}, \tag{15'}$$

conform relației (7''). Inducția magnetică de reacțiune $\overline{\underline{B}}_r$ poate fi, de asemenea, exprimată în funcțiune de $\underline{\varphi}$. Într-adevăr, conform legii circuitului magnetic, se obține

$$\operatorname{rot} b\overline{\underline{B}}_r=\varkappa\mu_0\,\underline{\overline{J}}, \tag{16}$$

unde $\varkappa$ este coeficientul de raționalizare. Pe de altă parte, din (10) și (13) rezultă relația

$$\underline{\overline{J}}=\frac{1}{\rho}\left[\overline{e}_1\left(-j\omega\frac{\partial\underline{\varphi}}{g_2\partial u_2}\right)+\overline{e}_2\left(-j\omega\frac{\partial\underline{\varphi}}{g_1\partial u_1}\right)\right]=j\omega\frac{1}{\rho}\,\overline{e}_3\times$$

$$\times\left[\frac{\overline{e}_1}{g_1}\frac{\partial\underline{\varphi}}{\partial u_1}+\frac{\overline{e}_2}{g_2}\frac{\partial\underline{\varphi}}{\partial u_2}\right],$$

în care $\overline{e}_3=\overline{e}_1\times\overline{e}_2$ este versorul local normal pe suprafața S și care, ținînd seama de (6), poate fi scrisă și sub forma

$$\underline{\overline{J}}=\frac{j\omega}{\rho}\,\overline{e}_3\times\operatorname{grad} b\underline{\varphi}. \tag{17}$$

Dacă se înlocuiește $\underline{\overline{J}}$ din ecuația (16) prin expresia sa din (17) și se ține seama că rot $b\overline{e}_3=0$ și deci

$$\overline{e}_3\times\operatorname{grad} b\underline{\varphi}=-\operatorname{rot} b\,(\overline{e}_3\,\underline{\varphi}),$$

se obține egalitatea

$$\overline{\underline{B}}_r=-\overline{e}_3\,j\omega\frac{\varkappa\mu_0}{\rho}\,\underline{\varphi}-j\omega\operatorname{grad} b\underline{\psi}, \tag{18}$$

unde $\underline{\psi}$ este reprezentarea în complex a unei funcțiuni scalare arbitrare.

Înlocuind pe $\overline{\underline{B}}_r$ din (18) în (15'), se obține ecuația

$$\Delta\underline{\varphi}-j\omega\frac{\varkappa\mu_0}{\rho}\,\underline{\varphi}=-\overline{\underline{B}}_{\delta_3},\quad \operatorname{grad} b_3\,\underline{\psi}=0. \tag{15''}$$

Problema determinării curenților turbionari în pînză se reduce deci la rezolvarea ecuației cu derivate parțiale (15'') în condițiile la limită (13') și (12'). Curentul turbionar care trece prin tubul de curent deter-

minat de două puncte oarecare P_1 și P_2 de pe placă are expresia

$$\underline{i}_{P_1P_2} = \frac{g}{\rho}\int_{P_1}^{P_2} \underline{E}_t \, ds_n = -\frac{g}{\rho} j\omega \int_{P_1}^{P_2} \frac{\partial \underline{\varphi}}{\partial s_n} ds_n = \frac{g}{\rho} j\omega \, [\underline{\varphi}(P_1) - \underline{\varphi}(P_2)], \tag{19}$$

ceea ce demonstrează că mărimea $\underline{\varphi}$ este într-adevăr proporțională cu funcțiunea de curent. În particular, diferența dintre valorile $\underline{\varphi}_i$ și $\underline{\varphi}_k$ ale mărimii $\underline{\varphi}$ pe două conture Γ_i și Γ_k ale orificiilor i și k este proporțională cu intensitatea totală a curentului care trece printre ele.

Se mai observă că satisfacerea condițiilor (12), respectiv (12′), pentru $n-1$ din cele n ochiuri izolante ale plăcii implică satisfacerea ei și pentru ultimul ochi dintre ele, fiindcă vectorul cîmp al inducției magnetice $\underline{B}$ și vectorul intensitate al cîmpului magnetic $\underline{H}$ sînt solenoidali și fiindcă e valabilă relația (14).

Puterea disipată în placă prin efect Joule-Lenz ia, în funcție de scalarul cîmp $\underline{\varphi}$, expresia

$$P_j = \frac{1}{2}\frac{g}{\rho}\int_S (\underline{E}_1 \underline{E}_1^* + \underline{E}_2 \underline{E}_2^*) \, dA = \frac{g}{2\rho}\int_S \left|\left[\left(\frac{\partial \underline{\varphi}}{\partial s_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \underline{\varphi}}{\partial s_2}\right)^2\right]\right| dA =$$

$$= \frac{g}{2\rho}\omega^2 \int_S |\operatorname{grad}^2 \underline{\varphi}| \, dA,$$

unde integralele se extind asupra plăcii, exclusiv ochiurile.

În conformitate cu teorema lui Green există însă în orice cîmp de scalari V relația generală

$$\int_S \operatorname{grad}^2 V \, dA = \sum_i \oint_{\Gamma_i} V \frac{\partial V}{\partial s_n} ds_t - \int_S V \Delta V \, dA.$$

Dacă se observă condițiile (12′) și (13′), pentru transformarea primului termen din membrul drept al acestei relații, și ecuația (15) sau $\Delta\underline{\varphi} = -\underline{B}_3$, pentru transformarea celui de-al doilea termen, se vede că puterea disipată prin efect Joule-Lenz se obține în mărimi reale

$$P_j = \frac{g}{2\rho}\omega^2 \left[\sum_i \varphi_i \Phi_i + \int_S \varphi B_3 \, dA\right] = \frac{g}{2\rho}\omega^2 \left[\sum_i \varphi_i \Phi_i + \int_S \varphi \overline{B} \, \overline{dA}\right]. \tag{20}$$

În cazul particular al cîmpurilor magnetice externe omogene, această expresie ia următoarea formă (Belevitch):

$$P_j = \frac{g}{2\rho}\omega^2 \left[\sum_i \varphi_i \Phi_i + B_\delta \int_S \varphi \, dA_B + \int_S \varphi \overline{B}_r \, \overline{dA}\right], \tag{20′}$$

unde dA_B este aria proiecțiilor elementelor de suprafață ale suprafeței S pe un plan normal pe inducția magnetică externă uniformă $\overline{B}_\delta$.

Reprezentarea maxwelliană permite deci ca principalele probleme ale curenților turbionari în plăcile subțiri să se reducă la integrarea ecua-

ției cu derivate parțiale (15″) cu condițiile la limită (13′) și (12′) și la calculul valorilor corespunzătoare ale pierderilor din expresiile (20), respectiv (20′).

Aplicăm rezultatele obținute mai sus la calculul forței de frînare care se exercită asupra discului neferomagnetic al unei frîne de inducție, problemă abordată de autori, pe alte căi, și în lucrările [1] — [4].

Dacă discul frînei este suficient de subțire pentru ca refularea curentului în direcția perpendiculară pe disc să se poată neglija, se poate asimila discul cu o pînză subțire plană și se pot aplica relațiile obținute mai sus.

Ipotezele de calcul simplificatoare referitoare la repartiția inducției magnetice de excitație $\bar{B}_\delta$ din întrefier și la asimilarea părții active a discului cu o bandă rectilinie care se mișcă cu viteza constantă $\bar{v}$ printre un șir de poli magnetici dispuși eteropolar care au lățimea mai mică decît a benzii sînt acelea indicate în lucrarea [1]. Viteza $\bar{v}$ a benzii se consideră în raport cu polii magnetici și orientată în sensul pozitiv al axei Ox. Ca și în [1], se operează cu un întrefier uniform, a cărui lărgime echivalentă δ se calculează cu formula (1) din [1]:

$$\delta = \frac{2\tau l}{P}, \tag{21}$$

cu dimensiunile indicate în figura 1.

În acest caz este avantajos să se folosească un referențial cartezian $Oxyz$ imobil în raport cu polii magnetici (fig. 2) și avînd axa Oz normală pe planul benzii, iar axa Ox orientată în sensul vitezei $\bar{v}$. În relațiile de mai sus se iau deci $\bar{e}_1 = \bar{j}$, $\bar{e}_2 = \bar{i}$, $\bar{e}_3 = \bar{k}$, $u_1 = x$, $u_2 = y$, $u_3 = z$, $g_1 = g_2 = g_3 = 1$.

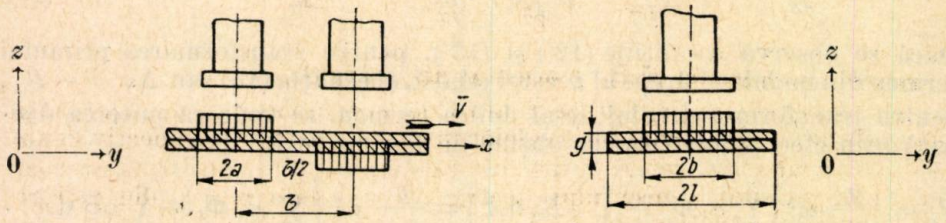


Fig. 1

Dezvoltînd inducția magnetică de excitație $\bar{B}_\delta$ în serie Fourier în raport cu coordinata x (ca în [1], § 5), se obține

$$B_\delta = \frac{4B_0}{\pi} \sum_{m}^{1,3,5,\dots} \frac{\sin \alpha_m a}{m} \cos \alpha_m x, \tag{22}$$

în care

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{\tau}. \tag{23}$$

Expresia inducției magnetice de excitație B_δ din (22) este valabilă numai în intervalul $-b < y < b$, deoarece în intervalele $-l < y < -b$ și $b < y < l$, situate în afara polilor, se consideră $B_\delta = 0$.

Reținînd provizoriu numai armonica de ordinul m (oarecare) din (22), se obține

$$B_{\delta m} = \frac{4B_0}{\pi} \frac{\sin \alpha_m a}{m} \cos \alpha_m x. \tag{24}$$

În raport cu referențialul $Oxyz$, imobil față de polii magnetici, mărimile nu variază însă în timp (în regimurile staționare, pe care le considerăm realizate), dar banda se mișcă cu viteza $\bar{v}$. În legea inducției electromagnetice trebuie deci înlocuită derivata în raport cu timpul prin derivata în raport cu $\left(\frac{x}{v}\right)$, adică $\frac{\partial}{\partial t} \to v \frac{\partial}{\partial x}$, respectiv, în complex, $j\omega \to v \frac{\partial}{\partial x}$.

De asemenea, ținînd seama de aplicarea legii circuitului magnetic pe un contur care se sprijină pe polii magnetici, rezultă că relația (16) trebuie scrisă sub forma

$$\text{rot } b\underline{\bar{B}}_r = \varkappa\mu_0 \frac{g}{\delta} \underline{\bar{J}}$$

(vezi [1], relațiile (9) și (9′)); de aceea se va înlocui în relațiile de mai sus mărimea $\varkappa$ prin $\frac{\varkappa g}{\delta}$.

Ținînd seama de aceste observații, rezultă că ecuația (15″) se poate scrie sub forma următoare:

$$\Delta \underline{\varphi}_m - \frac{\varkappa\mu_0 g v}{\rho\delta} \frac{\partial \underline{\varphi}_m}{\partial x} = - \underline{B}_{\delta m} \tag{25}$$

în care s-a ținut seama că $\bar{B}_\delta$ e orientat după axa Oz.

Integrarea ecuației (25) se poate face în complex, ca în [1], § 5, pe porțiunile corespunzătoare intervalelor în care B_δ este nul, respectiv nenul. Condițiile la limită se referă la următoarele limitări: a) continuitatea componentelor densității curentului electric pe suprafața $y = b$, din care rezultă, conform relațiilor (8) și (11),

$$\left.\frac{\partial \underline{\varphi}'_m}{\partial y}\right|_{y=b} = \left.\frac{\partial \underline{\varphi}''_m}{\partial y}\right|_{y=b} \text{ și } \left.\frac{\partial \underline{\varphi}'_m}{\partial x}\right|_{y=b} = \left.\frac{\partial \underline{\varphi}''_m}{\partial x}\right|_{y=b}; \tag{26}$$

dacă $\underline{\varphi}'_m$ e definită în intervalul $0 < y < b$, iar $\underline{\varphi}''_m$ în intervalul $b < y < l$; b) din motive de simetrie, funcțiunea $\underline{\varphi}'_m$ trebuie să fie pară și c) condiția ca pe suprafața $y = l$ componenta normală a densității de curent să fie nulă, adică

$$\left.\frac{\partial \underline{\varphi}''_m}{\partial x}\right|_{y=l} = 0. \tag{27}$$

Se obține în complex următoarea soluție, singura care interesează mai departe :

$$\underline{\varphi}'_m = -\frac{\underline{B}_{\delta m}}{\alpha_m^2 (1 + jk_m)} \left[\frac{\operatorname{ch} \underline{\gamma}_m (l - b)}{\operatorname{ch} \underline{\gamma}_m l} \operatorname{ch} \underline{\gamma}_m y - 1 \right], \tag{28}$$

în care

$$\left.\begin{aligned} k_m &= \frac{\varkappa \mu_0 \tau g v}{m \pi \rho \delta} \\ \text{și} \quad \underline{\gamma}_m^2 &= \alpha_m^2 + j\nu_m^2 \\ \text{dacă} \quad \nu_m^2 &= \alpha_m^2 k_m \quad (m = 1, 3, 5, \ldots). \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

Calculul forței de frînare pentru un pol corespunzătoare armonicii m se poate face cu ajutorul formulei

$$F_m = \operatorname{Re} \left\{ \int_V \frac{\underline{J}_m \underline{B}^*_{\delta m}}{2} \, \mathrm{d}V \right\}, \tag{30}$$

în care V este volumul ocupat de porțiunea de bandă situată direct sub polii magnetici. Dacă se efectuează calculele, se constată că forța de frînare se obține în funcție numai de valorile mărimii $\underline{\varphi}'_m$ de pe suprafețele $x = \pm a$. Acest rezultat se obține și direct din expresia $\overline{F} = \operatorname{Re} \int_V \frac{1}{2} \underline{J}' \times$ $\times \overline{\underline{B}}^*_\delta \, \mathrm{d}V$, în care, în conformitate cu (17),

$$-\frac{\rho}{j\omega} \int_V \underline{J}' \times \overline{\underline{B}}^*_\delta \, \mathrm{d}V = \int_V (\operatorname{grad} b\underline{\varphi}' \times \overline{k}) \times \overline{\underline{B}}^*_\delta \, \mathrm{d}V = \overline{k} \times \left[\overline{\underline{B}}^*_\delta \times \right.$$

$$\left. \times \int_V \operatorname{grad} b\underline{\varphi}' \, \mathrm{d}V \right] = \overline{k} \times \left[\overline{\underline{B}}^*_\delta \times \int_\Sigma \underline{\varphi}' \, \mathrm{d}\overline{A} \right] = \underline{B}^*_\delta \overline{k} \times \left[\overline{k} \times \int_{S_1 + S_2} i\underline{\varphi}' \, g \, \mathrm{d}y \right] = \tag{31}$$

$$= g\underline{B}^*_\delta \left\{ \overline{k} \times \left[\overline{k} \times \overline{i} \int_{-b}^{b} \underline{\varphi}'(a, y) \, \mathrm{d}y \right] - \overline{k} \times \left[\overline{k} \times \overline{i} \int_{-b}^{b} \underline{\varphi}'(-a, y) \, \mathrm{d}y \right] \right\} =$$

$$= \overline{i} \, g \underline{B}^*_\delta \int_{-b}^{b} [\underline{\varphi}'(-a, y) - \underline{\varphi}'(a, y)] \, \mathrm{d}y.$$

În ultima relație, Σ este suprafața închisă care mărginește volumul V, iar S_1 și S_2 sînt, respectiv, suprafețele $x = \pm a$.

Rezultă că în calculul forței F intervin numai valorile de pe suprafețele $x = \pm a$ ale funcției $\underline{\varphi}'$.

După efectuarea calculelor se obține

$$F_m = \frac{g}{\rho} v \frac{16 B_0^2}{\pi^2} \frac{\sin^2 \alpha_m a}{m^2} \tau \, . \, L_m , \tag{32}$$

în care factorul L_m depinde de viteză și de dimensiunile frînei, conform expresiilor (40) din lucrarea [1].

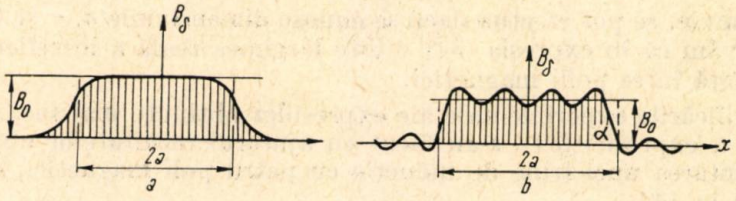


Fig. 2

Forța rezultantă pentru un pol are deci expresia următoare :

$$F = \frac{16}{\pi^2} B_0^2 \frac{gv\tau}{\rho} \sum_m^{1,3,5,\cdots} \frac{\sin^2 \alpha_m a}{m^2} L_m . \tag{33}$$

Ultima expresie prezintă inconvenientul că în ea intervine o serie, fapt care îngreuiază efectuarea calculelor. Se poate calcula însă cu un număr finit de termeni dacă se ține seamă de faptul că în realitate inducția magnetică de excitație nu are o repartiție în dreptunghi în zona $-a < x < a$, ci una ale cărei colțuri sînt rotunjite (fig. 2 *a*). O curbă mai apropiată de cea reală, în special în porțiunile ei de pantă mare, se poate obține dacă în (22) se reține numai un număr finit n de termeni spre a se obține o curbă ca în figura 2 *b*.

Pentru a determina numărul n de armonice ce trebuie reținut în sumă pentru a avea o aproximație cît mai bună, observăm că în inducerea curenților electrici din bandă prezintă importanță deosebită tocmai porțiunile înclinate față de axa Ox ale curbei $B_\delta = B_\delta(x)$ în punctele $x = \pm a$. Punem deci condiția ca unghiul α' (fig. 2 *b*) să fie cît mai apropiat de acela al curbei de repartiție reală a mărimii B_δ. Dacă se măsoară unghiul α' pe curba reală (vezi [7], p. 177, fig. 179), se găsește

$$\operatorname{tg} \alpha' \cong - K \frac{B_0}{\delta} ,$$

în care K depinde de scările folosite. Punînd deci condiția

$$\operatorname{tg} \alpha' \simeq - K \frac{B_0}{\delta} \simeq K \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{4 B_0}{\pi} \sum_m^{1,3,5,\cdots} \frac{\sin \alpha_m a}{m} \cos \alpha_m x \right\}_{x=a} =$$

$$= - K \frac{4 B_0}{\pi} \sum_m^{1,3,5,\cdots} \alpha_m \frac{\sin^2 \alpha_m a}{m} = - K \frac{4 B_0}{\pi} \sum_m^{1,3,5,\cdots} \sin^2 \alpha_m a ,$$

rezultă relația

$$\sum_{m}^{1,3,5,\ldots} \left(\sin \frac{m\,\pi\,a}{\tau}\right)^2 \simeq \frac{\tau}{4\delta}. \tag{34}$$

Din ultima relație rezultă că trebuie reținute acele prime n armonice din (22) a căror sumă este aproximativ egală cu $\frac{\tau}{4\delta}$. Calculele necesare, relativ simple, se pot efectua dacă se cunosc dimensiunile a, τ și δ ale frînei. Relevăm că în expresia (34) δ este lărgimea reală a întrefierului din zona situată între polii magnetici.

Verificările experimentale ale expresiilor obținute mai sus, și în primul rînd a expresiei (34), s-au făcut cu ajutorul rezultatelor obținute la experimentarea unei frîne de inducție cu patru poli magnetici, rezultate publicate în [4].

Pentru aplicarea formulei (34), folosim datele trecute în tabela 1, corespunzătoare frînei utilizate în experimente și pentru care se mai obține

$$\frac{\tau}{4\delta} = \frac{5}{4.0{,}5} = 2{,}5.$$

Din formula (34) rezultă că trebuie reținute armonicele 1, 3, 7, 9 ale inducției magnetice de excitație, pentru care suma termenilor membrului stîng din (34) este egală cu $2{,}49 \simeq \frac{\tau}{4\delta} = 2{,}5$.

În acest caz se obțin pentru valorile calculate F ale forței de frînare și pentru cele obținute experimental F_e datele trecute în tabela 2.

Tabela 1

m	$\left(\sin \frac{m\pi a}{\tau}\right)^2$
1	0,345
3	0,9
5	0
7	0,9
9	0,345
11	0,345
13	0,9

Tabela 2

n (rot/min)	F (gf)	F_e (gf)	$F_e : F$
600	151	146	0,967
1700	267	260	0,975
2500	285	276	0,97

Dacă nu se aplică formula (34), ci se oprește calculul armonicelor abia cînd ele devin neglijabile față de suma celor precedente, raportul $F_e : F$ este mai departe de unitate, așa cum rezultă din [4]; se obțin în acest caz valorile $F_e : F = 0{,}84$ pentru $n = 600$ rot/min, $F_e : F = 0{,}813$ pentru $n = 1\,700$ rot/min și $F_e : F = 0{,}785$ pentru $n = 2\,500$ rot/min.

Aplicarea formulei (34) conduce deci la rezultate mai bune, fiindcă permite să se aprecieze numărul de armonice care trebuie să intervină în calcul.

BIBLIOGRAFIE

1. R. RĂDULEȚ, A. IFRIM, *Contribuții la teoria frînelor de inducție (electromagnetice) cu disc neferomagnetic*, St. cerc. energ. electr., **11**, *1* (1961).
2. A. IFRIM, *Ein neuer Ausdruck für die Bremskraft der (elektromagnetischen) Induktionsbremsen mit nichtferromagnetischer Scheibe*, Rev. roum. sci. techn.-Electrotechn. Energ., Seria A **7**, *2*, 237 (1962).
3. R. RĂDULEȚ, A. IFRIM, *Bremskraft der nichtferromagnetischen Induktionsbremsen-Scheiben mit massiven Mittelteil*, Rev. roum. sci. techn.-Electrotech. Energ., Seria A, **8**, *1*, 67, (1963).
4. A. IFRIM, *Forța de frînare dezvoltată de frînele de inducție cu disc neferomagnetic*, Autoreferat, București, 1963.
5. J.C. MAXWELL, *Traité d'électricité et de magnétisme*, II. Bd. Ed. Gauthier-Villars, Paris, 1889.
6. SMYTHE, *Static and Dynamic Electricity*, McGraw-Hill, New York, 1960.
7. R. RICHTER, *Mașini electrice*, I. Ed. tehnică, București, 1963.

DETERMINAREA PERMEANȚEI MAGNETICE A ÎNTREFIERULUI UNOR ARMĂTURI CU CRESTĂTURI SEMICIRCULARE

DE

ANDREI ȚUGULEA și CORNELIA IONESCU

538.212 : 538.26 : 621.313.001.10

În lucrare se determină analitic permeanța unui întrefier cu crestături semicirculare. Rezultatele teoretice sînt verificate experimental pe modele electrocinetice, realizate în cuvă electrolitică sau din hîrtie electroconductoare.

1. INTRODUCERE

Calculul circuitului magnetic al unor tipuri de mașini cu destinație specială, cum sînt micromotoarele reductoare, generatoarele de frecvență ridicată cu reluctanță variabilă, necesită și cunoașterea permeanței întrefierului lor.

În multe cazuri, crestăturile acestor mașini sînt de formă semicirculară sau foarte apropiată de aceasta.

Lucrarea de față are drept scop determinarea teoretică și experimentală a acestor permeanțe în ipoteza că una dintre armături are crestături semicirculare, iar cealaltă este netedă.

Pentru determinarea teoretică se utilizează metoda încadrării [1], [2], iar verificarea experimentală se face pe modele electrocinetice continue, realizate în cuvă electrolitică sau din hîrtie electroconductoare.

2. CALCULUL PERMEANȚEI PRIN METODA ÎNCADRĂRII

Metoda încadrării consistă în determinarea a două expresii care conduc la valori ce încadrează superior și inferior valoarea exactă a permeanței, astfel încît diferența valorilor de încadrare și deci diferența dintre ele și valoarea exactă a permeanței să fie mică în raport cu fiecare dintre valorile

lor. În aceste condiţii, fiecare dintre valorile obţinute cu aceste expresii sau o medie aritmetică a lor aproximează, cu o eroare ce nu depăşeşte diferenţa lor, valoarea exactă a permeanţei. Spre deosebire de alte metode de aproximaţie, metoda încadrării permite întotdeauna evaluarea erorilor de aproximare, fiind în acelaşi timp suficient de generală, expresiile care dau valorile de încadrare ale permeanţei obţinîndu-se sub formă analitică.

În cazul studiat, expresiile de încadrare se obţin prin separarea domeniului de determinare a cîmpului magnetic în subdomenii şi integrarea ecuaţiei lui Laplace în subdomeniile obţinute prin metoda separării variabilelor. Prezentarea detaliată a metodei a fost expusă în lucrări anterioare [3], [4].

Pe scurt, se procedează în felul următor. Se utilizează definiţia energetică a permeanţei

$$\Lambda = \frac{2W_m}{(V_{m1} - V_{m2})^2}, \tag{1}$$

în care Λ e permeanţa magnetică, W_m — energia magnetică acumulată în întrefier şi $V_{m1} - V_{m2}$ diferenţa de potenţial magnetic.

Dacă se cunoaşte potenţialul magnetic scalar $V_m(\bar{r})$ în domeniul pentru care se determină permeanţa, care reprezintă soluţia ecuaţiei lui Laplace pentru acest domeniu, energia magnetică se calculează cu relaţia

$$W_m = \frac{1}{2}\mu_0 \int_{\mathcal{D}} (\text{grad } V_m)^2 \, dv, \tag{2}$$

care, introdusă în relaţia (1), determină exact expresia permeanţei.

Dacă ecuaţia lui Laplace se integrează pe subdomenii, cu respectarea condiţiilor la limită pe armăturile care mărginesc domeniul, se obţine o funcţiune $V(\bar{r})$, care satisface condiţiile la limită, dar nu satisface ecuaţia lui Laplace. Introducînd această funcţie în locul potenţialului $V_m(\bar{r})$ în expresia energiei (2), conform unei teoreme cunoscute [5] se obţine o expresie W_{ms} care conduce întotdeauna la valori mai mari decît W_m. Cu această expresie, permeanţa se încadrează prin valorile superioare :

$$\Lambda_s = \frac{2\,W_{ms}}{(V_{m1} - V_{m2})^2}. \tag{3}$$

Aceeaşi funcţie permite şi calculul unei expresii W_{mi} de încadrare inferioară a valorilor permeanţei [3] :

$$\Lambda_i = \frac{2\,W_{mi}}{(V_{m1} - V_{m2})^2}. \tag{4}$$

n cele ce urmează presupunem maşina suficient de lungă în raport cu dimensiunile transversale ale întrefierului, astfel încît cîmpul magnetic să se poată considera plan-paralel. Se neglijează, ca de obicei, curbura maşinii. Pentru calcul ne limităm la intervalul unui pas dentar τ (fig. 1) şi la permeanţa lineică (pentru unitatea de lungime în sens axial).

Fie C_1 și C_2 contururile armăturilor care limitează transversal tubul de flux a cărui permeanță se determină. Fie $V_{m1} = V_0$ și $V_{m2} = 0$ potențialele acestor armături presupuse echipotențiale și deci nesaturate.

Liniile de cîmp C_3 și C_4 limitează lateral tubul de flux. Centrul semicercului se află pe armătura C_2. Fie C_5 și C_6 prelungirile (punctate pe figură) ale conturului semicircular C_1 care împart domeniul tubului de flux în sub-

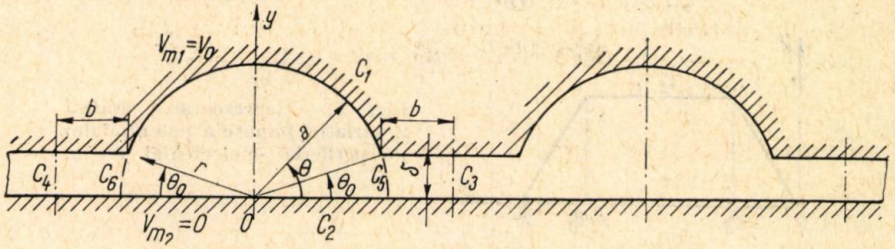


Fig. 1. — Întrefier cu crestături semicirculare : a — raza semicercului ; δ — lărgimea întrefierului ; $2b$ — lungimea porțiunii necrestate ; $\tau = 2\,(a + b)$, pasul dentar.

domeniile (1), (2) și (3). Presupunem întrefierul δ suficient de mic pentru ca aceste arce de cerc să se confunde cu coardele care le subîntind pentru ca subdomeniile (2) și (3) să se poată considera dreptunghiulare. Fie a raza semicercului și $2b$ lungimea porțiunii drepte a conturului C_1. De asemenea notăm cu $\theta_0 \simeq \dfrac{\delta}{a}$ deschiderea unghiulară a întrefierului.

Pentru a completa condițiile la limită pe frontierele de separare C_5 și C_6, admitem o variație liniară a potențialului magnetic :

$$V_5 = \frac{V_0}{\theta_0}\,\theta \cong \frac{V_0 y}{\delta} \tag{5}$$

și

$$V_6 = \frac{V_0}{\theta_0}\,(\pi - \theta) \cong \frac{V_0\, y}{\delta}. \tag{6}$$

Integrăm ecuația lui Laplace pentru subdomeniul semicircular (1) în următoarele condiții de frontieră :

$$V_1 = \begin{cases} V_0 & \text{pentru } r = a,\ \theta_0 \leqslant \theta \leqslant \pi - \theta_0 \\ \dfrac{V_0\theta}{\theta_0} & \text{pentru } r = a,\ 0 < \theta \leqslant \theta_0 \\ \dfrac{V_0}{\theta_0}(\pi - \theta) & \text{pentru } r = a,\ \pi \leqslant \theta \leqslant \pi - \theta_0 \\ 0 & \text{pentru } \theta = 0 \text{ și } \theta = \pi\,;\ 0 \leqslant r \leqslant a. \end{cases} \tag{7}$$

Ecuația lui Laplace în coordonate cilindrice plane este

$$\frac{\partial^2 V_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial V_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 V_1}{\partial \theta^2} = 0. \tag{8}$$

Căutăm o soluție de forma

$$V_1(r, \theta) = F(r) \cdot G(\theta), \tag{9}$$

care, introdusă în ecuația (8), conduce la ecuațiile ordinare

$$\frac{d^2G}{d\theta^2} + \lambda^2 G = 0 \tag{10}$$

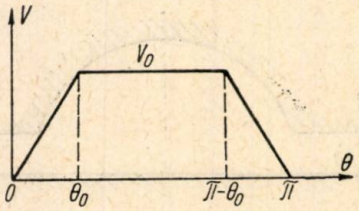


Fig. 2. — Reprezentarea grafică a variației impuse a potențialului pe periferia semicercului $r = a$.

și

$$r^2 \frac{d^2F}{dr^2} + r \frac{dF}{dr} - \lambda^2 F = 0, \tag{11}$$

ale căror soluții sînt

$$G_\lambda = A_\lambda \cos \lambda\, \theta + B_\lambda \sin \lambda\, \theta \tag{12}$$

și

$$F_\lambda = G_\lambda\, r^\lambda + D_\lambda\, r^{-\lambda}. \tag{13}$$

Deoarece soluția e periodică în θ, λ trebuie să fie un număr întreg n, $\lambda = n$. Soluția trebuind să fie finită în întregul domeniu, inclusiv în punctul $r = 0$, rezultă $D_\lambda = 0$. Din condiția de frontieră $\theta = 0$; $\theta = \pi$; $V_1 = 0$, mai rezultă $A_\lambda = 0$.

După aceste precizări, expresia generală a soluției obținute prin superpoziția soluțiilor elementare devine

$$V_1(r, \theta) = \sum_n E_n\, r^n \sin n\, \theta, \tag{14}$$

în care coeficienții E_n se determină din condiția de pe frontiera $r = a$.

Dezvoltînd în serie Fourier de sin $n\theta$ variația potențialului pe frontiera semicirculară, variație reprezentată în figura 2, obținem

$$V_1(a\, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n \sin n\, \theta = \sum_{n=1}^{\infty} E_n\, a^n \sin n\, \theta, \tag{15}$$

de unde rezultă

$$E_n = V_n\, a^{-n}, \tag{16}$$

unde

$$V_n = V_{ni} = \frac{4}{\pi}\left[\int_0^{\theta_0} \frac{V_0}{\theta_0}\, \theta \sin n_i\, \theta\, d\theta + \int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} V_0 \sin n_i\, \theta\, d\theta\right] = \frac{4V_0}{\pi\theta_0} \frac{\sin n_i \theta_0}{n_i^2} \quad \text{cu} \quad n_i = 2m+1, \tag{17}$$

armonicele pare fiind nule.

Forma finală a soluției este

$$V_1(r, \theta) = \frac{4V_0}{\pi\theta_0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(2m+1)\theta_0}{(2m+1)^2} \left(\frac{r}{a}\right)^{2m+1} \cdot \sin(2m+1)\theta. \quad (18)$$

În subdomeniile (2) și (3) mărginite de liniile de cîmp constant aproximînd coarda cu arcul de cerc, soluțiile se scriu fără dificultate :

$$V_2 = V_3 = \frac{V_0}{\delta} y. \quad (19)$$

Ele verifică atît condițiile pe frontiere, cît și ecuația lui Laplace.

Expresia de încadrare superioară a energiei magnetice este

$$W_{ms} = W_{ms1} + W_{ms2} + W_{ms3}, \quad (20)$$

în care cei trei termeni se calculează introducînd respectiv funcțiile $V_1(r, \theta)$, $V_2(y)$ și $V_3(y)$ în expresia energiei (2).

În acest scop observăm că pentru fiecare dintre subdomenii e valabilă identitatea

$$W_m = \frac{\mu_0}{2} \int_{\mathcal{D}} (\text{grad } V_m)^2 \, d\tau = \frac{\mu_0}{2} \cdot 1 \cdot \oint_{\Gamma} V_m \frac{\partial V_m}{\partial n} ds \quad (21)$$

pe conturul Γ al subdomeniului, în care $\frac{\partial V_m}{\partial n}$ e derivata după normala exterioară la conturul subdomeniului.

Efectuînd integrările, obținem

$$W_{ms} = \mu_0 \frac{b}{\delta} V_0^2 + \frac{4\mu_0 V_0^2}{\pi\theta_0^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin^2(2m+1)\theta_0}{(2m+1)^3} \quad (22)$$

și deci

$$\Lambda_s = \frac{2W_{ms}}{V_0^2} = \mu_0 \frac{2b}{\delta} + \frac{8\mu_0}{\pi\theta_0^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin^2(2m+1)\theta_0}{(2m+1)^3}. \quad (23)$$

Deoarece derivata după normala exterioară pe arcele de cerc C_5 și C_6 e nulă sau pozitivă, ceea ce se poate verifica și direct, expresia pentru calculul valorilor inferioare de încadrare ale energiei se poate calcula efectuînd integrala de contur din (21) numai pe frontierele care mărginesc întregul domeniu [3], [4] :

$$W_{mi} = \frac{\mu_0}{2} \cdot 1 \cdot \int_{C_1+C_2+C_3+C_4} V_1 \frac{\partial V_1}{\partial n} ds = W_{mi1} + W_{mi2} + W_{mi3}. \quad (24)$$

Se obține

$$W_{mi1} = \frac{\mu_0}{2} \cdot 1 \cdot \int_{\theta_0}^{\pi-\theta_0} V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} a \, d\theta = \frac{2\mu_0 V_0^2}{\pi\theta_0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin 2(2m+1)\theta_0}{(2m+1)^2} \quad (25)$$

și

$$W_{mi2} = W_{mi3} = \frac{\mu_0 b}{2\delta} V_0^2. \quad (26)$$

Expresia definitivă rezultă

$$W_{mi} = \mu_0 \frac{b}{\delta} V_0^2 + \frac{2\mu_0 V_0^2}{\pi\theta_0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin 2(2m+1)\theta_0}{(2m+1)^2}, \tag{27}$$

iar expresia pentru calculul valorilor de încadrare inferioară este

$$\Lambda_i = \frac{2W_{mi}}{V_0^2} = \mu_0 \frac{2b}{\delta} + \frac{4\mu_0}{\pi\theta_0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin 2(2m+1)\theta_0}{(2m+1)^2}. \tag{28}$$

Pentru valori $\frac{2\theta_0}{\pi} \ll 1$ care corespund cazurilor ce prezintă interes practic sînt valabile formule de sumare asimptotică a seriilor care intervin în expresiile (23) şi (28), şi anume (anexa 1)

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin^2(2m+1)\theta_0}{(2m+1)^3} \cong \frac{\theta_0^2}{2}[1{,}5 - \ln\theta_0] + \ldots \tag{29}$$

şi

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin 2(2m+1)\theta_0}{(2m+1)^2} \cong \theta_0[-\ln\theta_0 + 1) + \ldots \tag{30}$$

Utilizînd aceste formule de sumare, expresiile de încadrare ale permeanţei devin

$$\Lambda_s \cong \mu_0\left[\frac{2b}{\delta} + \frac{4}{\pi}(1{,}5 - \ln\theta_0)\right] = \mu_0\left[\frac{2b}{\delta} + \frac{4}{\pi}\ln\frac{a}{\delta} + \frac{6}{\pi}\right] \tag{31}$$

şi

$$\Lambda_i \cong \mu_0\left[\frac{2b}{\delta} + \frac{4}{\pi}(1 - \ln\theta_0)\right] = \mu_0\left[\frac{2b}{\delta} + \frac{4}{\pi}\ln\frac{a}{\delta} + \frac{4}{\pi}\right]. \tag{32}$$

Media aritmetică a acestor expresii este

$$\Lambda_m = \frac{\Lambda_s + \Lambda_i}{2} = \mu_0\left[\frac{2b}{\delta} + \frac{4}{\pi}\ln\frac{a}{\delta} + \frac{5}{\pi}\right] \tag{33}$$

sau încă

$$\Lambda_m = \mu_0\left[\frac{2b}{\delta} + \frac{4}{\pi}\ln\frac{a}{\delta} + 1{,}59\right]. \tag{34}$$

Coeficientul lui Carter egal cu raportul dintre permeanţa întrefierului necrestat şi permeanţa întrefierului real poate fi aproximat cu relaţia

$$k_{cm} = \frac{\Lambda_0}{\Lambda_m} = \frac{\mu_0 \frac{\tau}{\delta}}{\Lambda_m} = \frac{1}{\frac{2b}{\tau} + \frac{4}{\pi}\cdot\frac{\delta}{\tau}\ln\frac{a}{\delta} + 1{,}59\frac{\delta}{\tau}}. \tag{35}$$

Utilizînd expresiile de aproximare superioară și inferioară a permeanței, se mai pot defini :

$$k_{cs} = \frac{\Lambda_0}{\Lambda_s} = \frac{1}{\frac{2b}{\tau} + \frac{4}{\pi}\frac{\delta}{\tau}\ln\frac{a}{\delta} + \frac{6}{\pi}\frac{\delta}{\tau}} \tag{36}$$

și

$$k_{ci} = \frac{\Lambda_0}{\Lambda_i} = \frac{1}{\frac{2b}{\tau} + \frac{4}{\pi}\cdot\frac{\delta}{\tau}\ln\frac{a}{\delta} + \frac{4}{\pi}\frac{\delta}{\tau}}. \tag{37}$$

În aceste relații s-a notat cu $\tau = 2(a + b)$ pasul dentar al întrefierului.

Factorul lui Carter k_c va fi cuprins între valorile extreme

$$k_{cs} < k_c < k_{ci}, \tag{38}$$

iar eroarea în aproximarea acestuia nu va depăși în valoare relativă

$$\varepsilon = \frac{k_{ci} - k_{cs}}{k_{cs}} 100\ \%. \tag{39}$$

În relația (39) s-a raportat eroarea absolută la valoarea de încadrare inferioară a coeficientului lui Carter (obținută cu expresia de încadrare superioară a permeanței) pentru a se obține o valoare de încadrare superioară a erorii.

În curbele din figura 3 sînt reprezentate valorile coeficienților definiți mai sus pentru diferite valori ale rapoartelor $\frac{b}{a}$ și $\frac{\delta}{a}$ care caracterizează întrefierul. Se observă că diferența dintre valorile de încadrare și deci eroarea în determinarea permeanței scad o dată cu scăderea raportului $\frac{\delta}{a}$ $\left(\text{și deci } \frac{\delta}{\tau}\right)$.

3. STUDIUL EXPERIMENTAL AL PERMEANȚELOR PE MODELE ELECTROCINETICE CONTINUE

Pentru verificarea experimentală a rezultatelor obținute s-au utilizat modele electrocinetice realizate din hîrtie electroconductoare și în baie electrolitică.

Modelizarea electrocinetică a cîmpurilor magnetice cvasistaționare în domenii lipsite de curenți de conducție se bazează pe analogia dintre ecuațiile cîmpului magnetic cvasistaționar și ecuațiile cîmpului electromagnetic staționar.

Aceste grupuri de ecuații sînt [6], [7]

$$\text{rot } \boldsymbol{H} = 0\,;\quad \boldsymbol{H} = -\text{grad } V_m\,;\quad \text{div } \boldsymbol{B} = 0\,;\quad \boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H}, \tag{40}$$

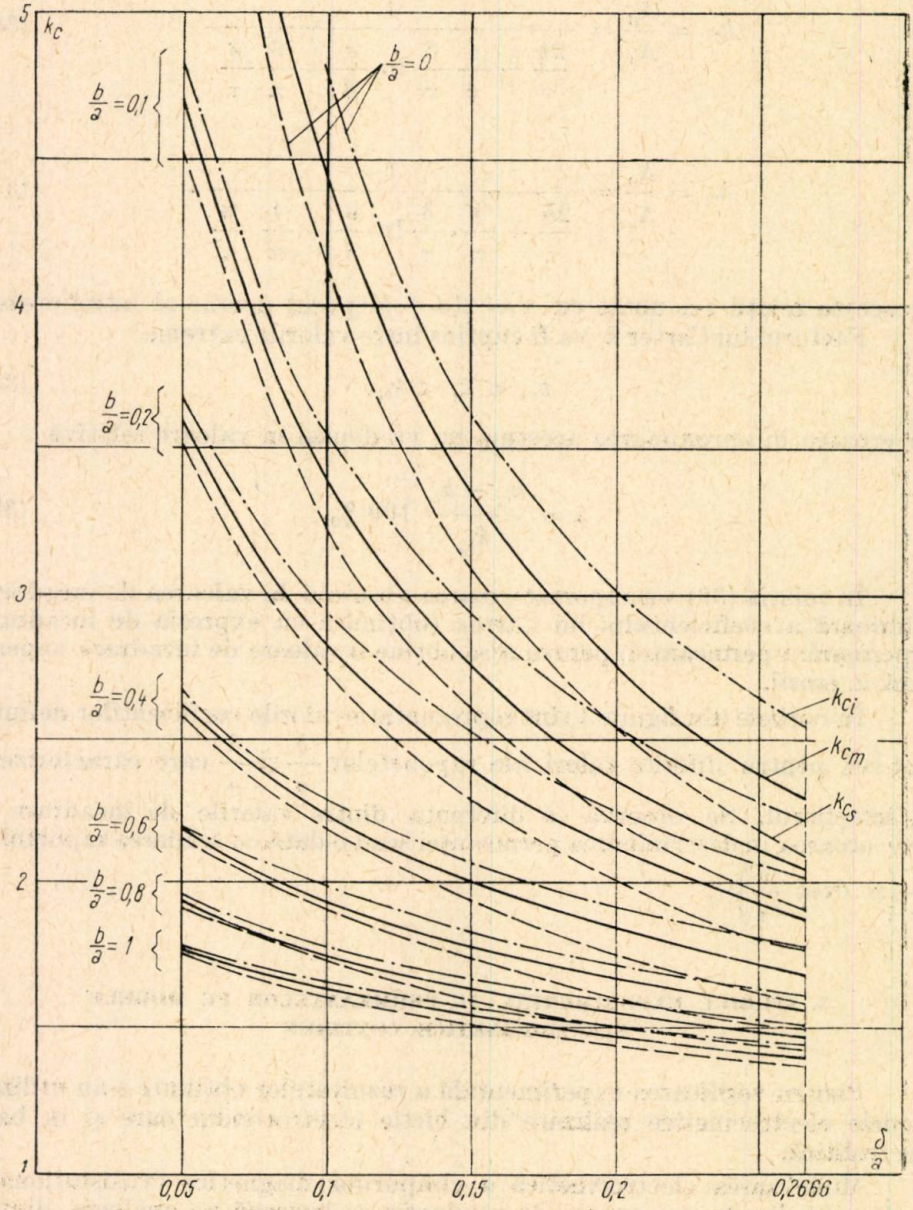


Fig. 3. — Curbe pentru calculul coeficienţilor lui Carter.

pentru cîmpul magnetic, și

$$\text{rot } \boldsymbol{E} = 0\,; \quad \boldsymbol{E} = -\text{grad } V\,; \quad \text{div } \boldsymbol{J} = 0\,; \quad \boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E}, \tag{41}$$

pentru cîmpul electrocinetic.

Corespondența mărimilor obținută prin această analogie este

$$\boldsymbol{H} \rightleftarrows \boldsymbol{E}\,; \quad V_m \rightleftarrows V\,; \quad \boldsymbol{B} \rightleftarrows \boldsymbol{J}\,; \quad \mu \rightleftarrows \sigma. \tag{42}$$

Din această analogie mai rezultă că, dacă se consideră un domeniu conductor identic din punct de vedere geometric cu domeniul în care se determină cîmpul magnetic, dacă în puncte omologe din interiorul domeniului μ și σ sînt proporționale și dacă în punctele omologe de pe frontiera domeniului mărimile care intervin în condițiile la limită sînt proporționale, atunci spectrul cîmpului magnetic (liniile de cîmp și suprafețele echipotențiale) coincide cu spectrul cîmpului electrocinetic.

În particular, dacă ne referim la un tub de flux magnetic și la un tub de curent de conducție omolog cu el, permeanța tubului de flux va fi proporțională cu conductanța tubului de curent.

În medii omogene, această proporționalitate se exprimă prin relația [3]

$$\Lambda = \frac{\mu}{\sigma} G = \frac{\mu}{\sigma} \frac{1}{R}. \tag{43}$$

Relația (43) ne conduce la concluzia că permeanța unui tub de flux magnetic se poate determina experimental determinînd conductanța (rezistența) unui tub analog de curent. Această ultimă determinare e cu mult mai comodă și în condițiile tehnice actuale se poate face cu mare precizie.

Coincidența dintre spectrele celor două cîmpuri în condițiile de analogie e utilizată în modelizarea cu modele construite în cuva electrolitică, iar proporționalitatea dintre conductanță și permeanța (43) e utilizată în modelizarea cu modele construite din hîrtie electroconductoare.

Observăm că este posibilă și o analogie a acestor cîmpuri, în care liniilor de cîmp magnetic le corespund linii echipotențiale, iar liniilor echipotențiale magnetice le corespund linii de curent electric.

Această analogie o vom numi încrucișată. Ea va fi utilizată în această lucrare pentru modelizarea pe hîrtie electroconductoare.

Modelizarea cu modele din hîrtie electroconductoare. Modelele din hîrtie electroconductoare se realizează prin decuparea la o scară convenabilă a unui model avînd forma întrefierului (fig. 4).

Dacă se alimentează pe la capete în curent continuu un astfel de model, se constată că marginile modelului sînt linii de curent. Prin urmare, liniile de curent din model coincid cu liniile echipotențiale din întrefier, iar liniile echipotențiale din model coincid cu liniile de cîmp din întrefier (fig. 5).

Dacă notăm cu V_1 și V_2 potențialele liniilor care mărginesc modelul (fig. 5) și cu U_1 și U_2 valorile la limită ale funcției de curent, rezistența modelului va fi

$$R = \frac{1}{d} \frac{V_1 - V_2}{U_1 - U_2}, \tag{44}$$

d fiind grosimea hîrtiei.

Dacă notăm cu V_{m1} şi V_{m2} potenţialele magnetice ale armăturilor şi cu U_{m1} şi U_{m2} valorile la limită ale funcţiei de flux, permeanţa tubului de grosime d va fi

$$\Lambda = \frac{U_{m1} - U_{m2}}{V_{m1} - V_{m2}} d. \tag{45}$$

Fig. 4. — Model decupat din hîrtie electroconductoare.

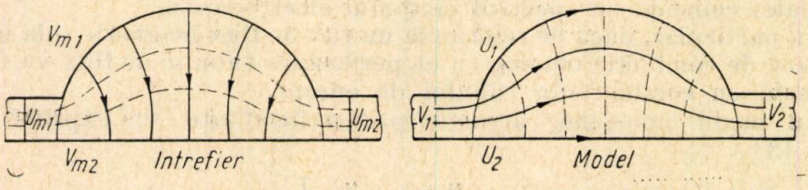


Fig. 5. — Spectrul cîmpului magnetic din întrefier (a) şi al cîmpului electrocinetic din model (b).

Datorită analogiei încrucişate, cîmpului scalar $V(x, y)$ îi va corespunde cîmpul scalar $U_m(x, y)$, iar cîmpului scalar $U(x, y)$ îi va corespunde cîmpul scalar $V_m(x, y)$, în aşa fel încît în puncte omologe să existe relaţiile de proporţionalitate

$$V(x, y) = k' U_m(x, y) \quad \text{şi} \quad U(x, y) = k'' V_m(x, y), \tag{46}$$

unde constantele de proporţionalitate sînt mărimi cu dimensiuni care depind de sistemul de unităţi. Ţinînd seama de relaţiile (44), (45) şi (46), obţinem

$$R = \frac{1}{d^2} \frac{k'}{k''} \Lambda. \tag{47}$$

Considerînd $d = 1$ între valorile lineice R şi Λ ale rezistenţei modelului şi permeanţei crestăturii, rezultă

$$R = \frac{k'}{k''} \Lambda, \tag{48}$$

unde

$$\frac{k'}{k''} = \frac{1}{\mu\sigma}.$$

De fapt cunoaşterea acestui raport nici nu e necesară, deoarece se poate determina direct factorul lui Carter. Într-adevăr, conform relaţiei (48),

$$k_c = \frac{\Lambda_0}{\Lambda} = \frac{R_0}{R} = \frac{V_{10} - V_{20}}{V_1 - V_2} = \frac{U_{012}}{U_{12}}, \tag{49}$$

unde R_0 e rezistenţa unui model care corespunde întrefierului necrestat.

Schema de măsură e reprezentată în figura 6 iar măsurarea se reduce la măsurarea tensiunilor U_{12}, respectiv U_{012} la bornele modelului crestat, respectiv la bornele modelului necrestat de lungime egală cu primul. Se presupune, evident, că modelele sînt confecționate din același material (aceeași foaie de hîrtie electroconductoare).

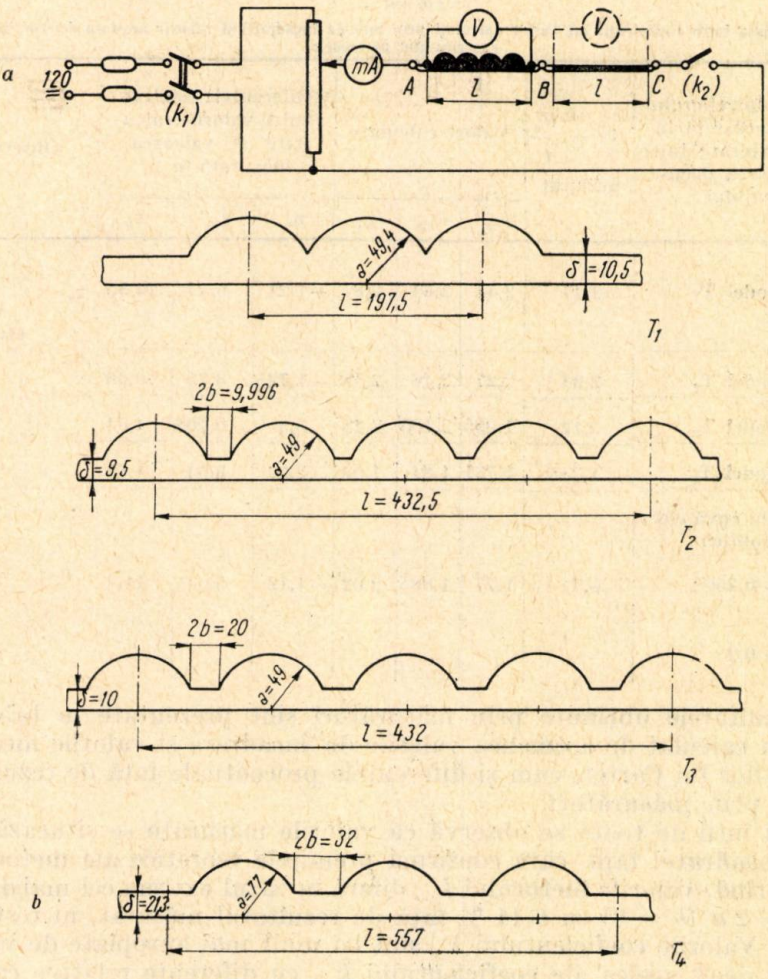


Fig. 6. — Schema circuitului pentru măsurarea directă a coeficientului lui Carter.

Pentru experimentare au fost efectuate patru tipuri ($T_1 \ldots_4$ fig. 6) de modele cu diferite dimensiuni. Pentru a micșora eventualele erori de decupaj sau neomogenitate ale hîrtiei, modelul s-a realizat cu 3 pînă la 5 crestături.

Măsurătorile au fost efectuate pentru mai multe valori ale curentului de alimentare a modelului, constatîndu-se o proporționalitate între tensiuni și curenți în limitele de eroare ale aparatelor de măsură (instrumente

de măsură magnetoelectrice de clasă 0,5). Deși rezistențele modelelor sînt relativ mari (de ordinul 1 000 Ω), iar măsurătoarea s-a făcut cu montaj aval, nu s-au făcut corecțiile de eroare de metodă, deoarece voltmetrul utilizat pe scara de 120 V are o rezistență internă de 5 000 Ω/V, eroarea de metodă fiind sub limitele erorii de precizie.

Tabela 1

Comparația între coeficienții lui Carter calculați prin metoda încadrării și valorile acestora determinate experimental pe modele

Nr. crt.	Forma întrefierului cu dimensiuni în mm măsurate după efectuarea decupajului	$k_c = \frac{U_0}{U}$ măsurat	Valori calculate			Diferențele relative dintre valorile calculate și valoarea măsurată în %			Observații
			k_{cs}	k_{cm}	k_{ci}	ε_s	ε_m	ε_i	
1	Model T_1	2,47	2,44	2,64	2,87	−1,21	6,44	14,55	$\varepsilon_s = \frac{k_{cs} - k_c}{k_c} 100$ etc.
2	Model T_2	2,31	2,27	2,40	2,58	−1,725	3,75	10,46	
3	Model T_3	2,12	1,995	2,105	2,23	−5,9	−0,708	4,94	
4	Model T_4	1,785	1,731	1,84	1,98	−3,02	3,04	1,85	
5	Model în cuvă electrolitică $\frac{\delta}{a} = 0{,}266$; $\frac{b}{a} = 0{,}2$	1,79	1,77	1,885	2,02	−1,12	5,04	11,4	

Rezultatele obținute prin măsurători sînt prezentate în tabela 1, unde s-au calculat de asemenea valorile de încadrare și valorile medii ale coeficienților lui Carter, cum și diferențele procentuale față de rezultatele obținute prin măsurători.

Mai întîi de toate se observă că valorile măsurate se situează între cele de încadrare, fapt care confirmă premisele teoretice ale metodei. În al doilea rînd, valorile factorului k_{cm} diferă în cazul extrem cel mai defavorabil $\tau = 2\,a$ $(b = 0)$ cu 6,44 % față de rezultatul măsurat, în rest fiind sub 5 %. Valorile coeficientului k_{cs} sînt cu mult mai apropiate de valorile măsurate decît acelea ale coeficientului k_{ci}, cu diferențe relative care nu întrec în valoare absolută 6 %, adică de același ordin de mărime cu cele calculate pentru coeficientul k_{cm}. De aceea expresia de încadrare superioară a permeanței e mai recomandabilă pentru calcule decît aceea pentru încadrarea inferioară.

Concordanța dintre rezultatele experimentale și cele teoretice e satisfăcătoare dacă ținem seama că erori de ordinul 5—10 % în calculul circuitelor magnetice sînt considerate mulțumitoare în proiectarea mașinilor electrice.

Modelizarea în cuva electrolitică. Cîmpul și permeanța întrefierului considerat au fost studiate experimental și cu ajutorul cuvei electrolitice,

utilizînd o modelizare directă în care liniilor de cîmp magnetic le corespund linii de curent, iar liniilor echipotențiale magnetice le corespund linii echipotențiale electrice.

În acest scop s-a utilizat o cuvă dreptunghiulară (realizată după proiectul I.C.E.T.), avînd dimensiunile (8 × 63 × 108) cm³, cu electrolit

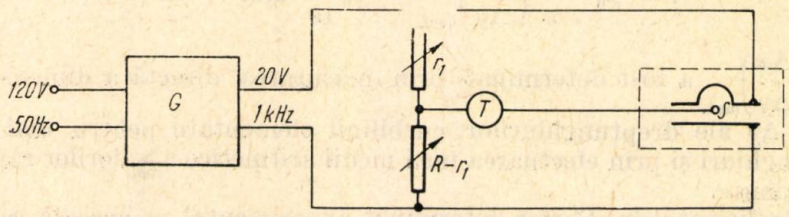


Fig. 7. — Cuva electrolitică și schema circuitului de măsurare.

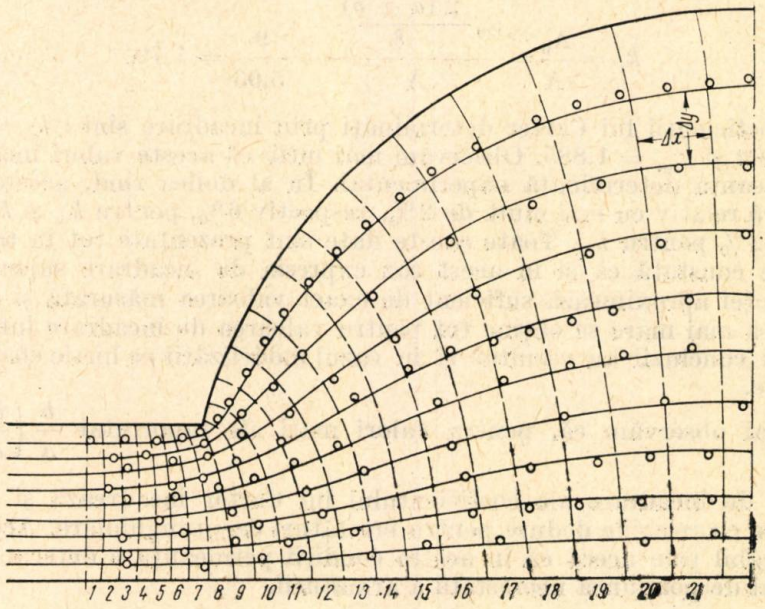


Fig. 8. — Spectrul cîmpului electrocinetic obținut pe modelul din cuva electrolitică.

apă potabilă obișnuită. Modelul a fost construit din electrozi de aluminiu. Schema și frecvența de alimentare sînt indicate în figura 7.

Ca instrument de nul s-a utilizat o simplă cască telefonică, iar ca sondă un ac de argint, *S*.

S-au ridicat experimental nouă linii echipotențiale cu diferențe de potențial egale între ele.

Utilizîndu-se procedeele cunoscute, s-au trasat liniile de cîmp, ortogonale familiei de curbe echipotențiale, în așa fel încît dreptunghiurile curbilinii obținute să fie asemenea între ele. Astfel s-au obținut $n = 10$ intervale între liniile echipotențiale și $m = 43$ tuburi de flux între liniile echipotențiale extreme care marchează electrozii. Spectrul obținut pe această cale este reprezentat în figura 8.

Pentru modelul studiat, avînd dimensiunile $a = 150$ mm, $b = 30$ mm și $\delta = 10$ mm și deci $\theta_0 \cong \frac{\delta}{a} = 0{,}266$, s-a obținut

$$\Lambda = \mu_0 \cdot \frac{m}{n}\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)_{\text{med.}} = \mu_0 \frac{43}{10} \cdot 1{,}17 = 5{,}03, \tag{50}$$

unde $\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)_{\text{med.}}$ a fost determinat prin măsurarea directă a dimensiunilor Δx și Δy ale dreptunghiurilor curbilinii elementare pentru mai multe dreptunghiuri și prin efectuarea unei medii aritmetice a valorilor rapoartelor obținute.

Coeficientul lui Carter determinat experimental pe această cale este

$$k_c = \frac{\Lambda_0}{\Lambda} = \frac{\mu_0 \frac{2(a+b)}{\delta}}{\Lambda} = \frac{9}{5{,}03} = 1{,}79. \tag{51}$$

Coeficienții lui Carter determinați prin încadrare sînt : $k_{cs} = 1{,}77$; $k_{ci} = 2{,}02$ și $k_{cm} = 1{,}885$. Observăm mai întîi că aceste valori încadrează și permeanța determinată experimental. În al doilea rînd, aceste valori nu diferă relativ cu mai mult de 2%, respectiv 6%, pentru k_{cs} și k_{cm} și nu întrec 12% pentru k_{ci}. Toate aceste date sînt prezentate tot în tabela 1.

Se constată că și în acest caz expresia de încadrare superioară a permeanței aproximează suficient de exact valoarea măsurată și că diferența cea mai mare se obține tot pentru valoarea de încadrare inferioară. Aceleași concluzii au rezultat și în cazul modelizării pe hîrtie electroconductoare.

Mai observăm că, pentru valori mari ale raportului $\frac{b}{a}\left(\frac{b}{a} \geqslant 1\right)$, valorile de încadrare ale coeficientului lui Carter încadrează și valorile calculate cu relațiile deduse pentru crestături dreptunghiulare. Acest fapt e explicabil prin aceea că în aceste condiții permeanța e determinată în principal de porțiunea necrestată a armăturii.

4. CONCLUZII

Metoda încadrării permeanțelor reprezintă un mijloc important de studiu al acestora, care permite obținerea unor relații analitice de calcul cu aplicabilitate largă. Spre deosebire de alte metode de aproximație, această metodă permite aprecierea erorilor de calcul. Determinările experimentale pe modele electrocinetice verifică rezultatele obținute analitic.

În același timp, modelele electrocinetice, și mai ales cele pe hîrtie electroconductoare, constituie mijloace eficace de cercetare experimentală a permeanțelor, mai ales în cazul cîmpurilor plan-paralele.

Modelele din hîrtie electroconductoare sînt ușor de realizat, sînt extrem de ieftine și necesită mijloace de măsurare obișnuite la îndemîna oricărui laborator.

În același timp, precizia măsurătorilor (măsurători de rezistențe) poate fi foarte mare.

Eventualele erori ale acestor modele rezultă mai ales datorită decupajului și a eventualelor neomogenități și anizotropii ale hîrtiei.

Confruntarea datelor teoretice cu cele experimentale arată că valorile de încadrare superioară a permeanței, ca și cele medii, nu diferă cu mai mult de 3—6 % din cele măsurate. Asemenea precizii sînt suficiente în calculul și proiectarea circuitelor magnetice.

O apropiere mai strînsă între valorile de încadrare se poate face dacă în locul distribuției liniare a potențialului pe frontierele de separație în subdomenii se consideră distribuții compatibile cu condițiile pe frontieră, dar conținînd puteri superioare ale raportului $\frac{\theta}{\theta_0}$, adică

$$V_5 = V_6 = V_0 \left[c_1 \frac{\theta}{\theta_0} + c_3 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^3 + c_5 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^5 + \dots \right],$$

coeficienții c_1, c_3, c_5 etc. urmînd a fi determinați prin metode variaționale directe, cum ar fi, de exemplu, metoda lui Ritz. Potrivit acesteia, se calculează funcția W_m (V) în funcție de acești coeficienți necunoscuți și apoi valorile lor se determină din condiția ca valoarea W_m (V) să fie minimă, adică se anulează derivatele parțiale $\frac{\partial W_m}{\partial c_1}$, $\frac{\partial W_m}{\partial c_2}$ etc. Un asemenea procedeu nu implică dificultăți principiale, dar necesită un volum mare de calcule, conduce la formule mai complicate și nu e justificat pentru calculul permeanțelor, avînd în vedere precizia necesară. El poate fi justificat însă în cazul în care e necesar să se determine și cîmpul mai ales în zona suprafețelor C_5 și C_6, adică în zona de neuniformitate maximă.

ANEXĂ

CALCULUL EXPRESIILOR ASIMPTOTICE ALE SUMELOR SERIILOR (29) ȘI (30)

$$(A_1) \qquad \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin^2 (2m+1)\,\theta_0}{(2m+1)^3} = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1 - \cos (2m+1)\,2\,\theta_0}{(2m+1)^3} =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^3} - \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos (2m+1)\,2\,\theta_0}{(2m+1)^3}.$$

Conform [8],

$$(A_2) \qquad \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos (2m+1)\,x}{(2m+1)^3} = \frac{1}{2} \int_0^x dx \int_0^x \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}\, dx + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^3}.$$

Dezvoltînd în serie $\ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}$, obţinem [9]

$$(A_3) \qquad \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} \cong \ln\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{7}{90}\left(\frac{x}{2}\right)^4 + \dots$$

Efectuînd integrarea, obţinem

$$(A_4) \qquad \int_0^x dx \int_0^x \left(\ln \frac{x}{2} + \frac{1}{8} x + \dots\right) dx =$$

$$= \int_0^x \left(x \ln x - x - x \ln 2 + \frac{1}{16} x^2 + \dots\right) dx =$$

$$= x^2\left(\frac{\ln x}{2} - \frac{1}{4}\right) - \frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{2} \ln 2 + \frac{x^3}{48} + \dots$$

Observînd că în cazul nostru $x = 2\theta_0 < \frac{\pi}{2}$ şi ţinînd seama de relaţiile (A_2) şi (A_4), din (A_1) obţinem în definitiv (cu neglijarea termenilor în x^3)

$$(A_5) \qquad \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin^2 (2m+1)\,\theta_0}{(2m+1)^3} \cong \frac{\theta_0^2}{2}(1{,}5 - \ln \theta_0) + \dots$$

În mod analog, conform [8],

$$(A_6) \qquad \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin (2m+1)\,x}{(2m+1)^2} = -\frac{1}{2}\int_0^x \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}\, dx \cong -\frac{1}{2}\, x\,(\ln x - 1 - \ln 2) + \dots$$

Făcînd $x = 2\theta_0$, obţinem

$$(A_7) \qquad \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin (2m+1)\, 2\theta_0}{(2m+1)^2} \cong \theta_0\,[1 - \ln \theta_0] + \dots$$

Aceste formule asimptotice sînt valabile pentru $|x| < \frac{\pi}{2}$, adică $\theta_0 < \frac{\pi}{4}$ [9], deci practic pentru toată gama de valori uzuale ale acestui unghi.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Ţugulea, *Calculul prin încadrare al permeanţelor în cîmpuri cu simetrie.* Lucrare de dizertaţie, Institutul politehnic, Bucureşti, 1957.
2. — *Calculul prin încadrare al permeanţelor în cîmpuri cu simetrie.* Autoreferat al lucrării de dizertaţie — Lit. şi Tip. Învăţămîntului, 1958, Bucureşti.
3. — *Calculul prin aproximaţie al permeanţelor.* Electrotehnica, **6**, 5, 164—172 (1958).
4. — *Încadrarea funcţionalei de energie pentru ecuaţia lui Laplace cu aplicaţii în electrotehnică.* St. cerc. matematică (Cluj) Probleme de teorie şi practică a calculului, **XIII** (fasciculă anexă) 211—218 (1962).
5. J. c. Maxwell, *Traité d'electricité et de magnétisme.* Gauthier Villars Paris, **1**, 129—162 şi 473—489 (1885).
6. R. Răduleţ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii.* Curs litografiat, vol. I şi II (1965).
7. Al. Timotin, V. Hortopan, *Lecţii de bazele electrotehnicii*, vol. I. Edit. didactică şi pedagogică, Buc. 1964.
8. G. P. Tolstov, *Serii Fourier.* Edit. tehnică, Bucureşti, 1956.
9. I. M. Rijic, I. S. Gradştein, *Tabele de integrale sume, serii şi produse.* Edit. tehnică, Bucureşti, 1955, p. 59, formula 1518—3.

INFLUENȚA REȚELEI ASUPRA PUTERII DE RUPERE A ÎNTRERUPTOARELOR LA DECONECTAREA SCURTCIRCUITELOR TRIFAZATE

DE

Acad. M. BERCOVICI și G. IACOBESCU

621.3.064.3 ; 621.316.5.064.3

În lucrare se consideră cazul unui întreruptor care leagă două rețele de alimentare trifazate și se studiază curenții întrerupți și tensiunile de restabilire la polii acestui întreruptor în timpul întreruperii scurtcircuitelor. Din studiu rezultă că două scurtcircuite bifazate în cele două rețele provoacă, într-unul din polii întreruptorului, un curent mai mare decît curentul de scurtcircuit trifazat al unei singure rețele, însă mai mic decît curentul de scurtcircuit trifazat al celor două rețele interconectate.

În rețelele cu neutru izolat, un scurtcircuit bifazat, însoțit de două puneri la pămînt de o parte și de alta a întreruptorului, provoacă în unul din polii întreruptorului, o tensiune de restabilire ridicată egală cu 2,3 E. Două scurtcircuite trifazate, formate fiecare dintr-un scurtcircuit bifazat și o punere la pămînt, provoacă într-unul din polii întreruptorului o tensiune de restabilire ridicată, egală cu 2,6 E. Apariția acestei combinații de scurtcircuite este probabilă de a se produce numai cînd scurtcircuitele sînt de natură metalică sau cînd se produce scurtcircuit după ce unul dintre polii întreruptorului a deconectat.

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Pentru caracterizarea capacității de rupere a întreruptoarelor este folosită noțiunea de putere de rupere S_R, exprimată convențional prin produsul

$$S_R = m\ I_R\ U_R,$$

unde

I_R este intensitatea curentului de rupere,
U_R — tensiunea de restabilire pe fază de frecvență industrială,
m — factor care depinde de numărul de faze deconectate.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 357–378 București 1967

Expresia puterii de rupere definită mai sus este convenţională deoarece ea reprezintă un produs de valori ale unor mărimi nesimultane. Tensiunea de restabilire de frecvenţă industrială apare între contactele deschise ale polilor întreruptorului numai după stingerea arcului electric, adică după dispariţia curentului. În timpul ruperii, întreruptoarele sînt solicitate de energia dezvoltată în arcul electric, la tensiuni cu mult mai mici decît tensiunea reţelei.

De aceea recomandările I.E.C. [1] definesc capacitatea de rupere ca fiind „curentul pe care întreruptorul este capabil să-l întrerupă sub o tensiune de restabilire de frecvenţă industrială şi o tensiune tranzitorie de restabilire de referinţă, determinate în condiţii prescrise de întrebuinţare şi funcţionare".

Conform acestei definiţii, capacitatea de rupere a întreruptorului trebuie deci caracterizată prin :

— curentul de rupere I_R ;

— tensiunea de restabilire de frecvenţă industrială U_R [1]) ;

— tensiunea tranzitorie de restabilire, care este definită prin viteza ei de creştere şi factorul de amplitudine.

În cele ce urmează se studiază numai mărimile care definesc puterea de rupere, adică intensitatea curentului de rupere şi tensiunea de restabilire care solicită polii întreruptorului la deconectarea unor scurtcircuite trifazate complexe [2]). Valoarea acestor mărimi variază în funcţie de structura reţelei considerate, complexitatea scurtcircuitului trifazat şi de etapa în care arcul electric dintre contactele polilor întreruptorului este stins.

2. CALCULUL CURENTULUI DE RUPERE ŞI TENSIUNII DE RESTABILIRE LA DECONECTAREA SCURTCIRCUITELOR TRIFAZATE COMPLEXE

Pentru calculele care s-au efectuat, s-a presupus că generatoarele electrice din reţele sînt de putere infinită, factorul de putere este nul (regim de scurtcircuit), iar puterea de rupere totală a fost identificată cu puterea de rupere simetrică.

Condiţiile cele mai grele au loc, în general, pentru polul în care arcul electric se stinge primul. Totuşi, în unele cazuri studiate în lucrare apar eforturi mai mari la polii în care arcul electric se stinge în etapa a doua sau a treia a deconectării.

Intensităţile curenţilor de rupere pentru polul cel mai solicitat sînt egale cu cele ale curenţilor de scurtcircuit trifazat, iar tensiunile de restabilire ating valoarea de 1,5 ori tensiunea pe fază. Uneori însă aceste valori cresc cu pînă la 73%.

---

[1]) Se va utiliza prescurtat „tensiune de restabilire".

[2]) Scurtcircuitul trifazat complex, în sensul înţeles în lucrare, reprezintă defectul rezultat din producerea simultană, de o parte şi de alta a întreruptorului, a unor puneri la pămînt şi scurtcircuite mono- şi bifazate.

2.1. Scurtcircuit trifazat într-o rețea electrică care alimentează un sector de distribuție

Considerăm rețeaua dată în figura 1, în care la bornele întreruptorului s-a produs un scurtcircuit trifazat. Deconectarea se va efectua în două etape, ceea ce corespunde unei realități fizice bine determinate [2], [3] și [4].

La timpul t_1, indicat în figura 2, începe deschiderea contactelor întreruptorului. La timpul t_2, curentul din faza 1 devine nul și tensiunea de

Fig. 1. — Deconectarea scurtcircuitului trifazat într-o rețea cu neutrul izolat. (Poz. 1)

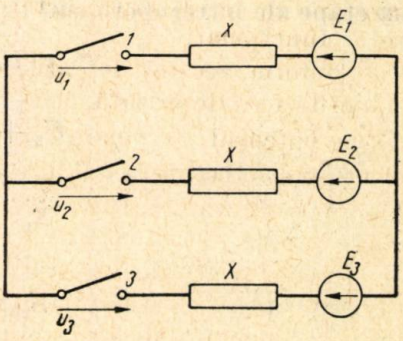
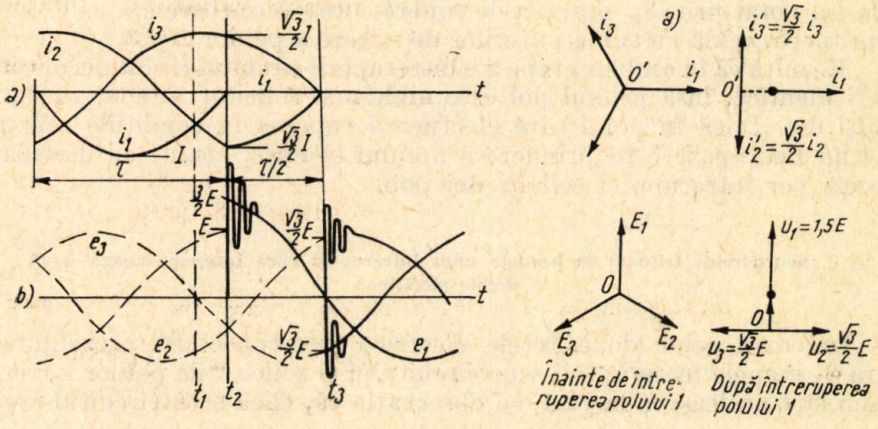


Fig. 2. — Variația curenților de rupere și a tensiunilor de restabilire la deconectarea scurtcircuitului trifazat.



restabilire a acestei faze variază, crescînd de la tensiunea de linie E a rețelei pînă la o valoare mai mare egală cu $\frac{3}{2}E$. În celelalte două faze circulă același curent, însă în sensuri contrare; intensitatea acestui curent este de $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ori mai mică în comparație cu valoarea inițială. Arcul electric va fi stins la timpul t_3, simultan în aceste faze, iar tensiunea de restabilire la bornele polilor respectivi atinge valoarea de $\frac{\sqrt{3}}{2}E$.

Conform diagramelor date în figura 2 și a calculelor efectuate, rezultă că primul pol va rupe curentul

$$I_1 = \frac{E}{X}, \tag{1}$$

iar ceilalți doi poli vor rupe simultan curenții egali și de semn opus,

$$I_2 = I_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{E}{X}. \tag{2}$$

Tensiunea de restabilire și puterile de rupere corespunzătoare celor două etape ale întreruperii sînt

$$U_1 = \frac{3}{2}E, \tag{3}$$

$$U_2 + U_3 = \sqrt{3}\,E \tag{4}$$

și

$$S_1 = \frac{3}{2}\frac{E^2}{X}, \qquad S_{23} = \frac{3}{2}\frac{E^2}{X}, \tag{5}$$

unde s-a notat prin S_{23} puterea de rupere corespunzătoare etapei a doua a întreruperii, egală cu suma puterilor de rupere a polilor 2 și 3.

Rezultă că în ambele etape ale întreruperii circuitului sînt deconectate puteri identice, însă primul pol este mult mai solicitat în comparație cu ceilalți doi. Dacă în polul care efectuează ruperea în condițiile cele mai grele nu mai apare o reaprindere a arcului electric, atunci cu destulă siguranță vor întrerupe și ceilalți doi poli.

2.2. Scurtcircuit trifazat la bornele unui întreruptor care interconectează două rețele electrice

În cazul celor două rețele electrice interconectate prezentate în figura 3, etapele întreruperii scurtcircuitului și solicitările polilor întreruptorului sînt aceleași ca la § 2.1, cu observația că, dacă scurtcircuitul are loc

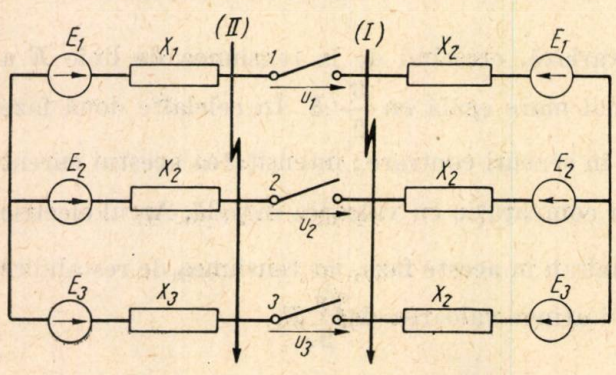


Fig. 3. — Deconectarea scurtcircuitului trifazat în rețele interconectate (Poz. 2).

în poziția (I), întreruptorul este solicitat de rețeaua din stînga, iar dacă scurtcircuitul este cel din poziția (II), acesta va fi solicitat de rețeaua din dreapta. Rețelele de alimentare s-au presupus diferite, iar la deconectarea defectului ele sînt în sincronism.

Dacă rețelele electrice interconectate au punctele neutre legate la pămînt, iar scurtcircuitul trifazat corespunde unei situații înscrise în figura 3, solicitările polilor întreruptorului diferă. În acest caz, stingerea arcului electric se poate efectua în trei etape. Dacă întreruperea polilor se face în ordinea 1, 2, 3, solicitările acestora sînt

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}}{X_1}, \qquad \bar{U}_1 = 3\bar{E}\,\frac{X_1 + X_2}{3X_1 + 2X_2},$$

$$\bar{I}_2 = \bar{E}\,\frac{3a^2X_1 + (2a^2 + 1)\,X_2}{X_1(3X_1 + 2X_2)}, \qquad \bar{U}_2 = \bar{E}\,\frac{3a^2X_1 + (a^2 - a)\,X_2}{3X_1 + X_2}, \tag{6}$$

$$\bar{I}_3 = \frac{3\,a\bar{E}}{3X_1 + X_2}, \qquad \bar{U}_3 = a\,\bar{E}$$

sau în valori efective

$$I_1 = \frac{E}{X_1}, \qquad U_1 = 3E\,\frac{X_1 + X_2}{3X_1 + 2X_2},$$

$$I_2 = \frac{\sqrt{3}E}{X_1}\,\frac{\sqrt{3X_1^2 + X_2^2 + 3X_1X_2}}{3X_1 + 2X_2}, \qquad U_2 = \frac{\sqrt{3}E\,\sqrt{3X_1^2 + X_2^2 + 3X_1X_2}}{3X_1 + X_2}, \tag{6'}$$

$$I_3 = \frac{3E}{3X_1 + X_2}, \qquad U_3 = E.$$

Se observă ușor că, în cazul în care cele două rețele sînt identice puterile de rupere ale celor trei poli sînt

$$S_1 = 1{,}2\,\frac{E^2}{X},\ S_2 = 1{,}05\,\frac{E^2}{X} \text{ și } S_3 = 0{,}75\,\frac{E^2}{X},$$

iar suma lor este egală cu puterea de scurtcircuit trifazată a uneia dintre rețelele de alimentare.

2.3. Scurtcircuit trifazat format din două scurtcircuite bifazate de o parte și de alta a întreruptorului

Pentru defectul trifazat arătat în figura 4, polul 2 este cel mai solicitat. Dacă acesta stinge primul arcul electric, el va fi solicitat de curentul

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}}{X_1X_2}(X_1 - aX_2) \tag{7}$$

a cărui valoare efectivă este

$$I_2 = \frac{E}{X_1X_2}\sqrt{X_1^2 + X_2^2 + X_1X_2}. \tag{7'}$$

Tensiunea de restabilire corespunzătoare polului respectiv este

$$\overline{U}_2 = \frac{3}{2}\,\overline{E}\,\frac{X_1 - aX_2}{X_1 + X_2}, \tag{8}$$

iar valoarea efectivă

$$U_2 = \frac{3}{2}\,E\,\frac{\sqrt{X_1^2 + X_2^2 + X_1X_2}}{X_1 + X_2}. \tag{9}$$

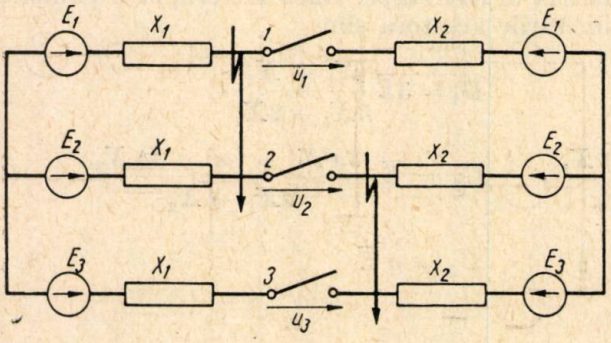


Fig. 4. — Scurtcircuit trifazat compus din două scurtcircuite bifazate. (Poz. 4)

Dacă scurtcircuitul bifazat din rețeaua din dreapta a figurii 4 are loc între faza 1 și 3, iar polul în care arcul electric se stinge primul este polul 1, atunci el va fi solicitat de curentul de rupere

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{E}}{X_1X_2}(a^2X_1 - aX_2) \tag{10}$$

și de tensiunea de restabilire

$$\overline{U}_1 = \frac{3}{2}\,\overline{E}\,\frac{a^2X_1 - aX_2}{X_2 + X_1}, \tag{11}$$

ale căror valori efective sînt exprimate de expresii identice cu (7) și (9). Polii care întrerup în etapa a doua se află, în ambele cazuri, în condiții identice. Ei întrerup simultan. Puterea de rupere a polului cel mai solicitat are valoarea

$$S_{max} = \frac{3}{2}\,E^2\left[\frac{X_1 + X_2}{X_1X_2} - \frac{1}{X_1 + X_2}\right]. \tag{12}$$

Cînd cele două rețele sînt identice, puterea de rupere corespunzătoare acestui pol devine egală cu 75% din puterea de scurtcircuit trifazat a uneia dintre rețelele interconectate.

Dacă cele două scurtcircuite bifazate sînt însoțite și de puneri la pămînt, ca în figura 5, ruperea se poate efectua în trei etape. Polul 2 nu este solicitat, în timp ce polii 1 și 3 sînt solicitați de curenții de rupere și de tensiunile de restabilire următoare :

$$\begin{aligned} \overline{I}_1 &= \frac{\overline{E}}{X_2}; & \overline{U}_1 &= \frac{3}{2}\,\overline{E}, \\ \overline{I}_3 &= \frac{a\overline{E}}{X_1}; & \overline{U}_3 &= \frac{3}{2}\,\overline{E} \end{aligned} \tag{13}$$

sau în valori efective

$$I_1 = \frac{E}{X_2}; \qquad U_1 = \frac{3}{2}E,$$
$$I_3 = \frac{E}{X_1}; \qquad U_3 = \frac{3}{2}E. \tag{13'}$$

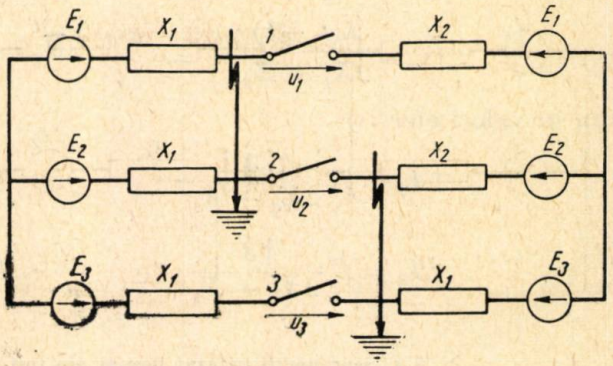


Fig. 5. — Scurtcircuit trifazat compus din două scurtcircuite bifazate cu punere la pămînt. (Poz. 5)

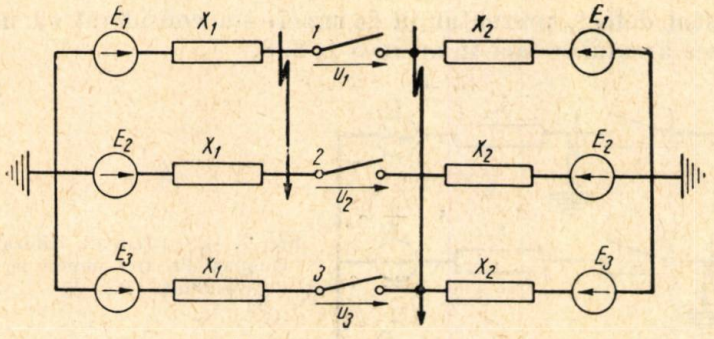


Fig. 6. — Scurtcircuit trifazat compus din două scurtcircuite bifazate (neutrul legat la pămînt). (Poz. 6)

Cînd rețelele electrice au punctele neutre legate la pămînt, iar scurtcircuitul trifazat este cel prezentat în figura 6, atunci polul 1 va fi cel mai solicitat. Curentul de întrerupere și tensiunea de restabilire sînt

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}}{X_1 X_2}(a^2 X_1 - aX_2) \tag{14}$$

și

$$\bar{U}_1 = \frac{3\bar{E}(X_1 + X_2)}{(2X_1 + X_2)(2X_2 + X_1)}[a^2 X_1 - aX_2] \tag{15}$$

sau în valori efective

$$I_1 = E\frac{\sqrt{X_1^2 + X_2^2 + X_1 X_2}}{X_1 X_2}, \tag{14'}$$

$$U_1 = \frac{3E\,(X_1 + X_2)}{(2X_1 + X_2)\,(2X_2 + X_1)} \sqrt{X_1^2 + X^2{}_2 + X_1 X_2}\,. \qquad (15')$$

Ceilalţi doi poli, indiferent de ordinea deconectării lor, sînt solicitaţi astfel :

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}(a^2 - 1)}{2X_2 + X_1}, \qquad \bar{U}_2 = \frac{E(a^2 - 1)}{2},$$
$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{E}(a - 1)}{2X_1 + X_2}, \qquad \bar{U}_3 = \frac{E(a - 1)}{2} \qquad (16)$$

sau în valori efective

$$I_2 = E\frac{\sqrt{3}}{2X_2 + X_1}, \qquad U_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}E,$$
$$I_3 = E\frac{\sqrt{3}}{2X_2 + X_1}, \qquad U_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}E. \qquad (16')$$

2.4. Scurtcircuit trifazat format din trei puneri la pămînt

În cazul acestui defect, prezentat în figura 7, s-a considerat că în cei trei poli stingerea arcului se face în ordinea 1, 2, 3.

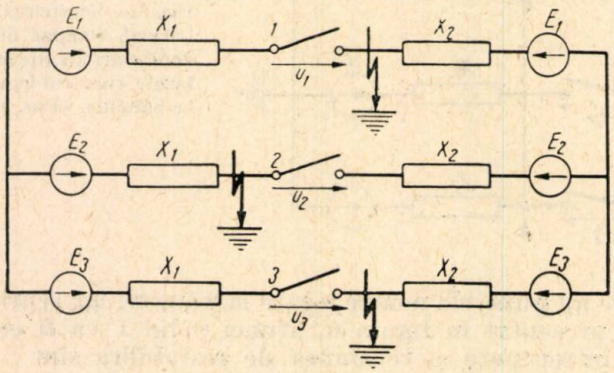


Fig. 7. — Scurtcircuit trifazat compus din trei puneri la pămînt. (Poz. 7)

La întreruperea primului pol, acesta va fi solicitat de curentul

$$I_1 = \frac{E}{X_1} \qquad (17)$$

şi de tensiunea de restabilire

$$U_1 = \frac{3}{2}E. \qquad (18)$$

Dacă după primul pol întrerupe polul 2, acesta este solicitat de aceleaşi valori efective (17) şi (18) ale curentului şi tensiunii de restabilire, cu observaţia că curentul este determinat de reţeaua din dreapta.

Polul 3 va fi solicitat deci de curentul

$$\bar{I}_3 = \frac{(a - a^2)}{2X_1}\bar{E} \tag{19}$$

și de tensiunea de restabilire

$$\bar{U}_3 = (a - a^2)\,\bar{E} \tag{20}$$

sau în valori efective

$$I_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{E}{X_1}, \tag{19'}$$

$$U_3 = \sqrt{3}\,E. \tag{20'}$$

Solicitările ultimilor doi poli rămîn aceleași indiferent de ordinea lor de deconectare, iar puterile de rupere corespunzătoare polilor au aceeași valoare numai dacă cele două rețele sînt identice.

2.5. Scurtcircuit trifazat din două puneri la pămînt și un scurtcircuit bifazat

Pentru defectul trifazat prevăzut în figura 8, dacă stingerea arcului se face în ordinea 1, 2, 3, atunci polii întreruptorului vor întrerupe în următoarele

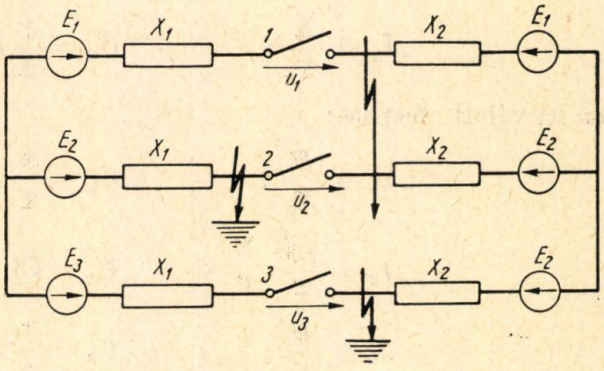


Fig. 8. — Scurtcircuit trifazat compus din două puneri la pămînt și un scurtcircuit bifazat. (Poz. 8)

condiții (valori efective):

$$I_1 = \frac{E}{X_1}; \qquad U_1 = \frac{3}{2}E,$$

$$I_2 = \frac{E}{X_2}; \qquad U_2 = \frac{3}{2}E, \tag{21}$$

$$I_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{E}{X_1}; \qquad U_3 = \sqrt{3}\,E,$$

care indică faptul că, în cazul cînd cele două rețele sînt identice, polii întrerup aceeași putere de rupere. Solicitările polilor vor rămîne aceleași chiar dacă succesiunea stingerii arcului electric devine 1, 3, 2.

Dacă scurtcircuitul trifazat este cel indicat în figura 9, atunci, pentru aceeaşi ordine de întrerupere 1, 2, 3, polii vor fi solicitaţi

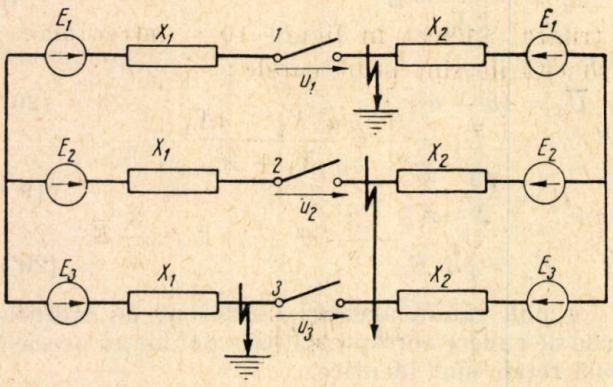


Fig. 9. — Scurtcircuit trifazat compus din două puneri la pământ şi un scurtcircuit bifazat. (Poz. 9)

astfel :

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}}{X_1}; \qquad \bar{U}_1 = \frac{3}{2}\bar{E},$$

$$\bar{I}_2 = \frac{a^2 - a}{2X_1}\bar{E}; \qquad \bar{U}_2 = (a^2 - a)\,\bar{E}, \tag{22}$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{E}}{X_2}; \qquad \bar{U}_3 = \frac{3}{2}\bar{E}$$

sau în valori efective :

$$I_1 = \frac{E}{X_1}; \qquad U_1 = \frac{3}{2}E,$$

$$I_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{E}{X_1}; \qquad U_2 = \sqrt{3}\,E, \tag{22'}$$

$$I_3 = \frac{E}{X_2}; \qquad U_3 = \frac{3}{2}E.$$

Solicitările polilor 2 şi 3 se schimbă în cazul cînd ordinea de întrerupere a lor se inversează. În acest caz se obţine

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}\,[2(a^2 - a) + 3]}{4X_1 + 3X_2}, \qquad \bar{U}_2 = \frac{\bar{E}}{2}\,[2(a^2 - a) + 3],$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{E}}{2}\left[\frac{(a - a^2)\,X_2 + 2X_1}{X_1X_2}\right], \quad \bar{U}_3 = 3\bar{E}\left[\frac{(a - a^2)\,X_2 + 2X_1}{4X_1 + 3X_2}\right], \tag{23}$$

sau în valofi efective

$$I_2 = \frac{\sqrt{21}\,E}{4X_1 + 3X_2}, \qquad U_2 = \frac{\sqrt{21}}{2}E, \tag{23'}$$

$$I_3 = \frac{E}{2}\frac{\sqrt{4X_1^2 + 3X_2^2}}{X_1X_2}; \qquad U_3 = 3E\frac{\sqrt{4X_1^2 + 3X_2^2}}{4X_1 + 3X_2}. \tag{23''}$$

Pentru scurtcircuitul trifazat indicat în figura 10 și întreruperea polilor în ordinea 1, 2, 3, solicitările sînt următoarele :

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \frac{\bar{E}(a^2X_2 - aX_1)}{X_1X_2}, & \bar{U}_1 &= \frac{3}{2}\bar{E}\frac{a^2X_2 - aX_1}{X_1 + X_2}, \\ \bar{I}_2 &= -\frac{a^2 + a}{X_1 + X_2}\bar{E}, & \bar{U}_2 &= -\frac{3}{2}(a^2 + a)\bar{E} = \frac{3}{2}\bar{E}, \\ \bar{I}_3 &= \frac{(a-1)\bar{E}}{2X_1}, & \bar{U}_3 &= (a-1)\bar{E}, \end{aligned} \tag{24}$$

sau în valori efective

$$\begin{aligned} I_1 &= E\frac{\sqrt{X_1^2 + X_2^2 + X_1X_2}}{X_1X_2}, & U_1 &= \frac{3}{2}E\frac{\sqrt{X_1^2 + X_2^2 + X_1X_2}}{X_1 + X_2}, \\ I_2 &= \frac{E}{X_1 + X_2}, & U_2 &= \frac{3}{2}E, \\ I_3 &= \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{E}{X_1}, & U_3 &= \sqrt{3}\,E. \end{aligned} \tag{24'}$$

Dacă succesiunea întreruperii polilor 2 și 3 se inversează, eforturile acestora se modifică astfel :

$$\begin{aligned} \bar{I}_2 &= \frac{2(a^2 - 1) + 3a}{4X_1 + 3X_2}\bar{E}, & \bar{U}_2 &= \frac{2(a^2 - 1) + 3a}{2}\bar{E}, \\ \bar{I}_3 &= \frac{3X_2(1 - a) - 3aX_1}{6X_1(X_1 + X_2)}\bar{E}, & \bar{U}_3 &= \frac{3X_2(1 - a) - 3aX_1}{4X_1 + 3X_2}\bar{E} \end{aligned} \tag{25}$$

sau în valori efective

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{\sqrt{21}\,E}{4X_1 + 3X_2}, & U_2 &= \frac{\sqrt{21}}{2}E, \\ I_3 &= \frac{\sqrt{X_1^2 + 3X_1X_2 + 3X_2^2}}{2X_1(X_1 + X_2)}E, & U_3 &= 3E\frac{\sqrt{X_1^2 + 3X_2^2 + 3X_1X_2}}{4X_1 + 3X_2}. \end{aligned} \tag{25'}$$

Se poate constata ușor că polul 1 din figura 10 este cel solicitat, pentru care puterea de rupere este dată de relația (12).

Aceeași putere de rupere ar afecta polul 3 din figura 9 sau polul 2 din figura 8 în cazul cînd aceștia ar întrerupe primii.

Dacă defectul deconectat este cel din figura 11 și întreruperea se face în ordinea 1, 2, 3, solicitările polilor nu vor depăși pe cele reieșite la deconectarea circuitelor prezentate în figurile 8, 9 și 10, însă se vor schimba

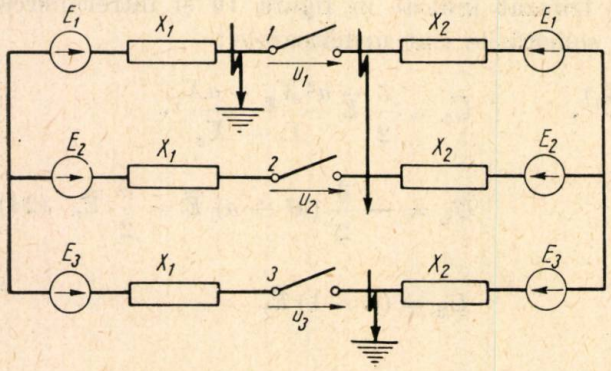


Fig. 10. — Scurtcircuit trifazat compus din două puneri la pământ și un scurtcircuit bifazat. (Poz. 10)

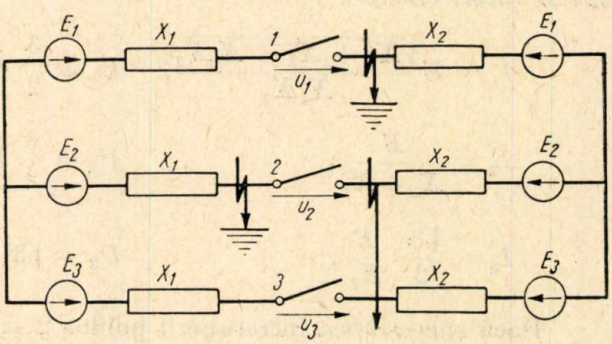


Fig. 11. — Scurtcircuit trifazat compus din două puneri la pământ și un scurtcircuit bifazat. (Poz. 11)

după cum urmează :

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}}{X_1}, \qquad \bar{U}_1 = \frac{3}{2}\bar{E},$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}}{2}\left[\frac{(a-a^2)\ X_2 - 2X_1}{X_1 X_2}\right], \qquad \bar{U}_2 = 3\bar{E}\left[\frac{(a-a^2)\ X_2 - 2X_1}{4X_1 + 3X_2}\right], \tag{26}$$

$$\bar{I}_3 = \left[\frac{2\,(a-a^2)+3}{4X_1+3X_2}\right]\bar{E}, \qquad \bar{U}_3 = \frac{\bar{E}}{2}\,[2\,(a-a^2)+3],$$

sau în valori efective

$$I_1 = \frac{E}{X_1}; \qquad U_1 = \frac{3}{2}E,$$

$$I_2 = \frac{E}{2}\,\frac{\sqrt{4X_1^2 + 3X_2^2}}{X_1 X_2}, \qquad U_2 = 3E\,\frac{\sqrt{4X_1^2 + 3X_2^2}}{4X_1 + 3X_2}, \tag{26'}$$

$$I_3 = \frac{\sqrt{21}\ E}{4X_1 + 3X_2}, \qquad U_3 = \frac{\sqrt{21}\,E}{2}.$$

2.6. Scurtcircuite trifazate de o parte și de alta a întreruptorului

Nu totdeauna polul care întrerupe primul este cel mai solicitat. Uneori, în cazul unor scurtcircuite complexe, este posibil ca polii care întrerup ulterior să fie mai solicitați. Ca exemplu, în figura 12 s-au presupus de o parte și de alta a întreruptorului două scurtcircuite trifazate, realizate fiecare din cîte o punere la pămînt și un scurtcircuit bifazat.

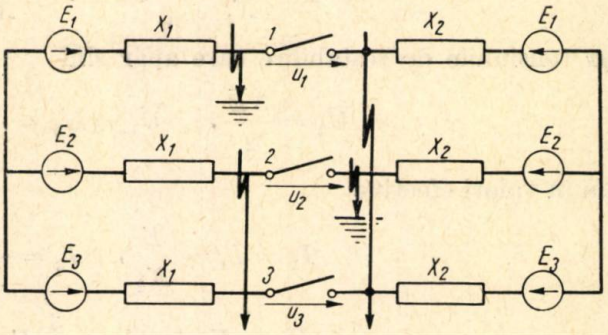


Fig. 12. — Două scurtcircuite trifazate compuse dintr-o punere la pămînt și un scurtcircuit bifazat. (Poz. 12)

Dacă întreruperea se face în ordinea 1, 2, 3, atunci cel mai puțin solicitat este polul 2 și cel mai solicitat este polul 3. Valorile curenților întrerupți și tensiunile de restabilire corespunzătoare sînt

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \frac{a^2\bar{E}}{X_2}; & \bar{U}_1 &= \frac{3}{2}a^2\bar{E}, \\ \bar{I}_2 &= \bar{E}\frac{X_2 + a^2X_1}{X_1X_2}; & \bar{U}_2 &= \frac{3}{2}\bar{E}\frac{X_2 + a^2X_1}{X_1 + X_2}, \\ \bar{I}_3 &= \bar{E}\frac{1 - a^2}{X_1 + X_2}; & \bar{U}_3 &= \frac{3}{2}\bar{E}(1 - a^2) \end{aligned} \tag{27}$$

sau în valori efective

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{E}{X_2}, & U_1 &= \frac{3}{2}E, \\ I_2 &= \frac{E}{X_1X_2}\sqrt{X_1^2 + X_2^2 - X_1X_2}, & U_2 &= \frac{3}{2}E\frac{\sqrt{X_1^2 + X_2^2 - X_1X_2}}{X_1 + X_2}, \\ I_3 &= \frac{\sqrt{3}\,E}{X_1 + X_2}, & U_3 &= \frac{3\sqrt{3}}{2}E. \end{aligned} \tag{27'}$$

Puterile de rupere corespunzătoare celor trei poli sînt

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{3}{2}\frac{E^2}{X_2}, \\ S_2 &= \frac{3}{2}E^2\left[\frac{X_1 + X_2}{X_1X_2} - \frac{3}{X_1 + X_2}\right], \\ S_3 &= \frac{9E^2}{2(X_1 + X_2)} = S_{max}. \end{aligned} \tag{28}$$

Dacă cele două reţele sînt identice, puterea de rupere maximă corespunzătoare polului 3 este identică cu cea exprimată prin ecuaţia (12) în aceleaşi condiţii.

Solicitarea polului 3 scade în cazul în care întreruperea polilor se face în ordinea 1, 3, 2. Pentru această situaţie se întrerup curenţii

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}}{X_1}, \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_3 = \frac{a^2 \bar{E}}{X_2}, \tag{29}$$

iar tensiunile de restabilire care apar sînt

$$\bar{U}_2 = \frac{3\bar{E}}{2}, \quad \bar{U}_1 = \bar{U}_3 = \frac{3a^2\bar{E}}{2} \tag{30}$$

sau în valori efective

$$I_1 = I_3 = \frac{E}{X_2}, \quad I_2 = \frac{E}{X_1},$$
$$U_1 = U_3 = U_2 = \frac{3}{2}E. \tag{31}$$

Se observă că, dacă reţelele sînt identice şi ruperea se face în ordinea amintită, puterile de rupere ale celor trei poli sînt egale, iar puterea totală de rupere a întreruptorului reprezintă 75% din puterea de scurtcircuit a celor două reţele.

3. SOLICITĂRILE MAXIME ALE ÎNTRERUPTOARELOR

În tabelă sînt redate intensităţile curenţilor de rupere, tensiunile de restabilire şi puterile de rupere corespunzătoare polilor întreruptorului pentru cazul în care cele două reţele electrice sînt identice ($X_1 = X_2$) sau diferite. Cînd reţelele au fost presupuse identice, valorile mărimilor amintite s-au dat în unităţi relative, considerînd E, $\frac{E}{X}$ şi $\frac{E^2}{X}$ egale cu unitatea.

Dacă se analizează rezultatele obţinute se constată că, în general, mărimile calculate se pot pune sub forma

$$I_R = \frac{E}{X}, \; U_R = \frac{3}{2}E \text{ şi } S_R = \frac{3}{2}\frac{E^2}{X},$$

adică puterea de rupere a polului cel mai solicitat este egală cu jumătate din puterea de scurtcircuit trifazat a uneia dintre reţelele electrice.

Există însă şi cazuri în care această putere de rupere poate fi depăşită. Astfel, dacă se analizează rezultatele înscrise la poziţiile 4, 9 şi 12, se observă că puterea de rupere a polului cel mai solicitat poate fi egală cu 75% din puterea de scurtcircuit trifazat a uneia dintre reţelele interconectate, presupuse identice. Este de remarcat faptul că în aceste cazuri se întîlnesc şi cele mai mari intensităţi ale curentului de rupere, care depăşesc cu 73% curentul de scurtcircuit trifazat al uneia dintre reţelele electrice.

Tensiunea de restabilire a polilor mai des întîlnită are o valoare cu 50% mai mare decît tensiunea de fază a rețelelor. În unele cazuri însă, această valoare este depășită. Astfel, din rezultatele înscrise în pozițiile 7 —10, se observă că aceasta atinge o valoare care variază în limitele de 1,73 și 2,6 E. Valoarea maximă a tensiunii de restabilire s-a determinat în cazul unor combinații de defecte puțin probabile, care pot avea loc numai cînd scurtcircuitele sînt de natură metalică sau cînd unul dintre scurtcircuite se produce după ce a deconectat primul pol al întreruptorului.

4. CONCLUZII

Analiza efectuată asupra deconectării scurtcircuitului trifazat permite să se tragă următoarele concluzii generale :

1. La deconectarea unui scurtcircuit într-o rețea trifazată, solicitarea polilor întreruptorului depinde de timpul la care aceștia sting arcul electric. Într-o rețea trifazată simplă, polul care stinge primul arcul electric este cel mai solicitat. În acest caz, curentul de rupere este egal cu curentul de scurtcircuit trifazat al rețelei, iar tensiunea de restabilire este 1,5 E.

2. Dacă întreruptorul interconectează două rețele electrice de alimentare, la deconectarea unor scurtcircuite trifazate complexe solicitările polilor pot fi mult mai mari. Astfel, dacă rețelele sînt afectate de scurtcircuite bifazate, intensitățile curenților de rupere ale polului cel mai solicitat cresc cu 73% față de curentul de scurtcircuit trifazat corespunzător uneia dintre rețele. Tensiunile de restabilire de asemenea cresc, atingînd o valoare maximă egală cu 2,6 ori tensiunea pe fază, iar puterea de rupere corespunzătoare polului reprezintă 75% din puterea de scurtcircuit trifazat a uneia dintre rețele.

3. În general, condițiile de întrerupere cele mai grele apar pentru polul care stinge primul arcul electric. Uneori însă solicitarea maximă corespunde polului care stinge ultimul arcul electric.

4. Solicitările polilor unui întreruptor sînt mai mari dacă rețelele electrice au neutrul izolat. În acest caz, intensitatea maximă a curentului de rupere pentru polul cel mai solicitat este de 1,73 ori curentul de scurtcircuit trifazat al uneia din rețele. Tensiunea de restabilire maximă corespunde polului care stinge ultimul arcul electric în cazul deconectării unor scurtcircuite trifazate cu puneri la pămînt. Puterea de rupere a polului cel mai solicitat nu depășește 75% din puterea totală de scurtcircuit trifazat a uneia dintre rețelele electrice conectate.

5. Solicitările polilor întreruptorului sînt mai mici dacă rețelele au neutrul legat direct la pămînt. În acest caz, intensitatea maximă a curentului de rupere este de 1,73 ori curentul de scurtcircuit trifazat, iar puterea de rupere corespunzătoare polului cel mai solicitat reprezintă 67% din puterea de scurtcircuit trifazat a uneia dintre rețelele electrice.

Intensităţile curenţilor de rupere, tensiunile de restabilire şi puterile de rupere la

Poziţia	Defectul trifazat şi schema reţelei echivalente	Ordinea deconectării polilor	Reţele electrice identice		
			Intensitatea curentului întrerupt (în unităţi relative) I_R	Tensiunea de restabilire a polului (în unităţi relative) U_R	Puterea de rupere a polului (în unităţi relative) S_R
1	2	3	4	5	6
1	(Comf. fig. 1)	1	1	1,5	1,5
		2,3	0,865	1,73	1,5
2	(Comf. fig. 3)	1	1	1,5	1,5
		2,3	0,865	1,73	1,5
3	(Comf. fig. 3, cu neutrele surselor legate la pământ)	1	1	1,2	1,2
		2	$\frac{\sqrt{21}}{5}$	$\frac{\sqrt{21}}{4}$	1,05
		3	0,75	1	0,75
4	(Comf. fig. 4)	2	1,73	1,3	2,25
		1,3	0,5	1,5	0,75
5	(Comf. fig. 5)	2	—	—	—
		1	1	1,5	1,5
		3	1	1,5	1,5
6	(Comf. fig. 6)	1	1,73	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2
		2	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0,865	0,5
		3	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0,865	0,5

deconectarea scurtcircuitului trifazat în cazul a două rețele electrice interconectate

Rețele electrice diferite		
Intensitatea curentului de rupere (valoarea efectivă) I_R	Tensiunea de restabilire a polului (valoarea efectivă) U_R	Puterea de rupere a polului S_R
7	8	9
$\frac{E}{X}$ $0{,}865\,\frac{E}{X}$	$1{,}5\ E$ $U_2+U_3=\sqrt{3}\,E$	$1{,}5\,\frac{E^2}{X}$ $1{,}5\,\frac{E^2}{X}$
$\frac{E}{X_1}\ ;\ \frac{E}{X_2}$ $0{,}865\,\frac{E}{X_1}\ ;\ 0{,}865\,\frac{E}{X_2}$	$1{,}5\ E$ $U_2+U_3=\sqrt{3}\,E$	$1{,}5\,\frac{E^2}{X_1}\ ;\ 1{,}5\,\frac{E^2}{X_2}$ $1{,}5\,\frac{E^2}{X_1}\ ;\ 1{,}5\,\frac{E^2}{X_2}$
$\frac{E}{X_1}$ $\frac{\sqrt{3}E}{X_1}\,\frac{\sqrt{3X_1^2+X_2^2+3X_1X_2}}{3X_1+2X_2}$ $\frac{3E}{3X_1+X_2}$	$3E\,\frac{X_1+X_2}{3X_1+2X_2}$ $\sqrt{3}E\,\frac{\sqrt{3X_1^2+X_2^2+3X_1X_2}}{3X_1+X_2}$ E	$3E^2\,\frac{X_1+X_2}{X_1(3X_1+2X_2)}$ $3E^2\,\frac{3X_1^2+X_2^2+3X_1X_2}{X_1(3X_1+2X_2)(3X_1+X_2)}$ $\frac{3E^2}{3X_1+X_2}$
$E\,\frac{\sqrt{X_1^2+X_2^2+X_1X_2}}{X_1X_2}$ $\frac{E}{X_1+X_2}$	$1{,}5\,E\,\frac{\sqrt{X_1^2+X_2^2+X_1X_2}}{X_1+X_2}$ $U_1+U_3=1{,}5E$	$1{,}5\,E^2\left[\frac{X_1+X_2}{X_1\ X_2}-\frac{1}{X_1+X_2}\right]$ $1{,}5\,\frac{E^2}{X_1+X_2}$
— $\frac{E}{X_2}$ $\frac{E}{X_1}$	— $1{,}5\ E$ $1{,}5\ E$	— $1{,}5\,\frac{E^2}{X_2}$ $1{,}5\,\frac{E^2}{X_1}$
$E\,\frac{\sqrt{X_1^2+X_2^2+X_1X_2}}{X_1X_2}$ $E\,\frac{\sqrt{3}}{2X_2+X_1}$ $E\,\frac{\sqrt{3}}{2X_1+X_2}$	$3E\,\frac{(X_1+X_2)\sqrt{(X_1^2+X_2^2+X_1X_2)}}{(2X_1+X_2)(2X_2+X_1)}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}\,E$ $\frac{\sqrt{3}}{2}\,E$	$3E^2\,\frac{(X_1+X_2)(X_1^2+X_2^2+X_1X_2)}{X_1X_2(2X_1+X_2)(2X_2+X_1)}$ $\frac{3}{2}\,E^2\left[\frac{1}{2X_2+X_1}\right]$ $\frac{3}{2}\,E^2\left[\frac{1}{2X_1+X_2}\right]$

Poziția	Defectul trifazat și schema rețelei echivalente	Ordinea deconectării polilor	Rețele electrice identice		
			Intensitatea curentului întrerupt (în unități relative) I_R	Tensiunea de restabilire a polului (în unități relative) U_R	Puterea de rupere a polului (în unități relative) S_R
1	2	3	4	5	6
7	(Comf. fig. 7)	1	1	1,5	1,5
		2	1	1,5	1,5
		3	0,865	1,73	1,5
8	(Comf. fig. 8)	1	1	1,5	1,5
		2	1	1,5	1,5
		3	0,865	1,73	1,5
9	(Comf. fig. 9)	1	1	1,5	1,5
		2	0,865	1,73	1,5
		3	1	1,5	1,5
		1	1	1,5	1,5
		3	$\frac{\sqrt{7}}{2}$	$\frac{3}{\sqrt{7}}$	1,5
		2	$\frac{\sqrt{21}}{7}$	$\sqrt{5,25} \simeq$ $\simeq 2,3$	1,5

(continuare)

Rețele electrice diferite		
Intensitatea curentului de rupere (valoarea efectivă) I_R	Tensiunea de restabilire a polului (valoarea efectivă) U_R	Puterea de rupere a polului S_R
7	8	9
$\frac{E}{X_1}$	$1{,}5\ E$	$1{,}5\ \frac{E^2}{X_1}$
$\frac{E}{X_2}$	$1{,}5\ E$	$1{,}5\ \frac{E^2}{X_2}$
$\frac{\sqrt{3}}{2}\ \frac{E}{X_1}$	$\sqrt{3}\,E$	$1{,}5\ \frac{E^2}{X_1}$
$\frac{E}{X_1}$	$1{,}5\ E$	$1{,}5\ \frac{E^2}{X_1}$
$\frac{E}{X_2}$	$1{,}5\ E$	$1{,}5\ \frac{E^2}{X_2}$
$\frac{\sqrt{3}}{2}\ \frac{E}{X_1}$	$\sqrt{3}\,E$	$1{,}5\ \frac{E^2}{X_1}$
$\frac{E}{X_1}$	$1{,}5\ E$	$1{,}5\ \frac{E^2}{X_1}$
$0{,}865\ \frac{E}{X_1}$	$1{,}73\ E$	$1{,}5\ \frac{E^2}{X_1}$
$\frac{E}{X_2}$	$1{,}5\ E$	$1{,}5\ \frac{E^2}{X_2}$
$\frac{E}{X_1}$	$1{,}5\ E$	$1{,}5\ \frac{E^2}{X_1}$
$\frac{E}{2}\ \frac{\sqrt{4X_1^2+3X_2^2}}{X_1X_2}$	$3E\ \frac{\sqrt{4X_1^2+3X_2^2}}{4X_1+3X_2}$	$1{,}5\ E^2\ \frac{4X_1^2+3X_2^2}{X_1X_2(4X_1+3X_2)}$
$\frac{\sqrt{21}\,E}{4X_1+3X_2}$	$\frac{\sqrt{21}}{2}\,E$	$10{,}5\ E^2\ \frac{1}{4X_1^2+3X_2^2}$

Poziția	Defectul trifazat și schema rețelei echivalente	Ordinea deconectării polilor	Rețele electrice identice		
			Intensitatea curentului întrerupt (în unități relative) I_R	Tensiunea de restabilire a polului (în unități relative) U_R	Puterea de rupere a polului (în unități relative) S_R
1	2	3	4	5	6
10	(Comf. fig. 10)	1	1,73	1,3	2,25
		2	0,5	1,5	0,75
		3	0,865	1,73	1,5
		1	1,73	1,3	2,25
		3	$\frac{\sqrt{7}}{4}$	$\frac{3}{\sqrt{7}}$	0,75
		2	$\frac{\sqrt{21}}{7}$	$\sqrt{5,25} \simeq \simeq 2,3$	1,5
11	(Comf. fig. 11)	1	1	1,5	1,5
		2	$\frac{\sqrt{7}}{2}$	$\frac{3}{\sqrt{7}}$	1,5
		3	$\frac{\sqrt{21}}{7}$	$\sqrt{5,25} \simeq \simeq 2,3$	1,5
12	(Comf. fig. 12)	1	1	1,5	1,5
		2	1	0,75	0,75
		3	0,865	$1,5\sqrt{3} \simeq \simeq 2,6$	2,25
		1	1	1,5	1,5
		3	1	1,5	1,5
		2	1	1,5	1,5

(continuare)

Rețele electrice diferite		
Intensitatea curentului de rupere (valoarea efectivă) I_R	Tensiunea de restabilire a polului (valoarea efectivă) U_R	Puterea de rupere a polului S_R
7	8	9
$E\,\frac{\sqrt{X_1^2+X_2^2+X_1X_2}}{X_1X_2}$	$1{,}5\,E\,\frac{\sqrt{X_1^2+X_2^2+X_1X_2}}{X_1+X_2}$	$1{,}5\,E^2\left[\frac{X_1+X_2}{X_1X_2}-\frac{1}{X_1+X_2}\right]$
$\frac{E}{X_1+X_2}$	$1{,}5\,E$	$\frac{1{,}5E^2}{X_1+X_2}$
$0{,}865\,\frac{E}{X_1}$	$1{,}73\,E$	$1{,}5\,\frac{E^2}{X_1}$
$\frac{\sqrt{X_1^2+X_2^2+X_1X_2}}{X_1X_2}$	$1{,}5\,E\,\frac{\sqrt{X_1^2+X_2^2+X_1X_2}}{X_1+X_2}$	$1{,}5E^2\left[\frac{X_1+X_2}{X_1X_2}-\frac{1}{X_1+X_2}\right]$
$\frac{\sqrt{X_1^2+3X_1X_2+3X_2^2}}{2X_1(X_1+X_2)}\,E$	$3E\,\frac{\sqrt{X_1^2+3X_2^2+3X_1X_2}}{4X_1+3X_2}$	$1{,}5E^2\left[\frac{X_1^2+3X_2^2+3X_1X_2}{X_1(X_1+X_2)(4X_1+3X_2)}\right]$
$\frac{\sqrt{21}\,E}{4X_1+3X_2}$	$\frac{\sqrt{21}}{2}\,E$	$\frac{10{,}5\,E^2}{4X_1+3X_2}$
$\frac{E}{X_1}$	$1{,}5\,E$	$1{,}5\,\frac{E^2}{X_1}$
$\frac{E}{2}\,\frac{\sqrt{4X_1^2+3X_2^2}}{X_1X_2}$	$3E\,\frac{\sqrt{4X_1^2+3X_2^2}}{4X_1+3X_2}$	$1{,}5E^2\,\frac{4X_1^2+3X_2^2}{X_2X_2(4X_2+3X_2)}$
$\frac{\sqrt{21}\,E}{4X_1+3X_2}$	$\frac{\sqrt{21}}{2}\,E$	$\frac{10{,}5\,E^2}{4X_1+3X_2}$
$\frac{E}{X_2}$	$1{,}5\,E$	$1{,}5\,\frac{E^2}{X_2}$
$E\,\frac{\sqrt{X_1^2+X_2^2-X_1X_2}}{X_1X_2}$	$1{,}5\,E\,\frac{\sqrt{X_1^2+X_2^2-X_1X_2}}{X_1+X_2}$	$1{,}5\,E^2\left[\frac{X_1+X_2}{X_1X_2}-\frac{3}{X_1+X_2}\right]$
$\frac{\sqrt{3}\,E}{X_1+X_2}$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}\,E$	$\frac{4{,}5\,E^2}{X_1+X_2}$
$\frac{E}{X_2}$	$1{,}5\,E$	$1{,}5\,\frac{E^2}{X_2}$
$\frac{E}{X_2}$	$1{,}5\,E$	$1{,}5\,\frac{E^2}{X_1}$
$\frac{E}{X_1}$	$1{,}5\,E$	$1{,}5\,\frac{E^2}{X_2}$

BIBLIOGRAFIE

1. *Règles de la C.E.I. pour les disjoncteurs lors de court-circuit*, Publication 56—1/1954 şi 56—1 B/1962, Génève.
2. R. RÜDENBERG, *Fenomene tranzitorii în sistemele electromagnetice*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1959, cap. 41, p. 489—494.
3. A. MAUDUIT, *Installations électriques à haute et basse tension*, Paris, Edit. Dunod, 1950, p. 497—507.
4. E. VOGELSANGER, *Untersuchung der grössten Ströme und Spannungen, die einen Leitungsschalter in einem Einphasen oder Mehrphasennetz bei der Ausschaltung von Kurzschlüssen beanspruchen können*, CIGRÉ, 1946, Rapp. 119.

„GRAFURILE BIDIRECȚIONALE" ȘI DE CORESPONDENȚĂ BIUNIVOCĂ ALE SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

DE

PAUL DIMO

MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

621.311 : 621.315 : 621.316

Se arată înrudirea apropiată a „analizei nodale" cu grafurile de fluență pentru studiul direct al rețelelor electrice. Echivalenții REI de sistem sau schemele REI pentru un nod pot fi considerați și grafuri reziduale de tip N bidirecționale și de corespondență biunivocă cu un sistem de ecuații de o anumită formă, care se poate deduce din ecuațiile „nodale".

Aceste grafuri, completate cu al doilea concept al analizei nodale (imagine nodală) pot contribui la evoluția relațiilor cercetător — calculator cifric.

NOTAȚII UTILIZATE

y_{mn} — admitanța ce leagă nodurile m cu n;

y_{mm} — „admitanța nodală" egală cu suma admitanțelor legate la nod (în cazul grafurilor „normalizate" acest termen reprezintă „Factorul de normalizare");

I_m — curentul injectat în nodul m;

E_m — tensiunea nodului m față de un nod de referință (în general neutru în cazul rețelelor trifazate, figurate cu scheme monofilare);

y_m — admitanță introdusă între nodul m și neutru în locul unui curent injectat în ipoteza dependenței liniare dintre tensiunea E_m și I_m;

$[I]$, $[E]$ — matricele unicolone conținînd mărimile I_m și E_m de mai sus.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 379–397 București 1967

1. EVOLUȚII RECENTE ÎN RELAȚIILE OM-CALCULATOR ELECTRONIC

Să examinăm evoluția actuală a cercetărilor întreprinse cu ajutorul mașinilor cifrice.

De la numeroasele coli cu coloane de cifre ce trebuiau citite ca rezultat al studiilor, evoluția se îndreaptă către situații simple prin redarea directă a rezultatelor sub formă de curbe, diagrame și grafice de către calculator.

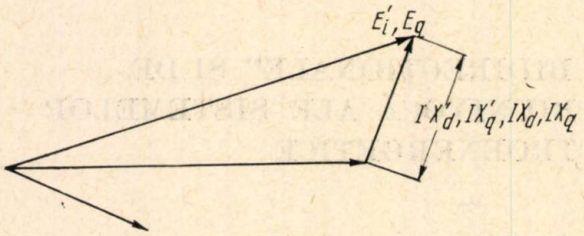


Fig. 1. — Reprezentarea unui generator plasat într-un sistem electroenergetic complex. Tot sistemul este redus la o tensiune aplicată la extremitatea unei reactanțe echivalente.

Dialogul om-calculator în diverse studii se poate face prin consultări de către cercetători a desenelor întocmite direct de mașină; cercetarea acestor desene obținute pe ecrane poate fi suficientă pentru dirijarea operațiilor întreprinse de mașină și deci a organizării „dialogului". În această nouă evoluție sînt utile în special „concepte figurative" simple, reprezentative, a stărilor fizice ce pot fi obținute direct pe ecrane de la calculator.

În domeniul rețelelor sistemelor electroenergetice, „conceptele figurative" clasice, deja încetățenite, par în prezent depășite. Totuși, cercetătorii, în nevoia legitimă de reprezentare instituitivă a stărilor, recurg mai departe la vechile concepte. Fazorii, reprezentînd tensiuni sau curenți, figurați cu unghiul dintre ei, alcătuiesc „conceptul figurativ" central al reprezentărilor. În studiile recente (cu calculatoare digitale) privind fenomenele din generatoarele sincrone, plasate în sisteme complexe, conceptul figurativ utilizat rămîne cel clasic, arătat în figura 1, în care, adesea, întreg sistemul apare reprezentat în final printr-un singur fazor tensiune (vezi fig. 1, extrasă dintr-un studiu recent [1]).

2. APARIȚIA GRAFURILOR

Studiul sistemelor fizice cu parametri localizați, cărora aparțin sistemele electroenergetice, sînt alcătuite dintr-un ansamblu de elemente definite prin parametri constanți sau variabili. Inginerul figurează azi aceste sisteme prin diagrame schematice (rețele), care alcătuiesc un prim concept figurativ.

O astfel de rețea liniară (sau liniarizată) poate fi rezolvată prin calcul matriceal (prima sistematizare completă trebuie socotită cea dată de G. Kron [2], care a deschis drumurile acestei noi tehnici de calcul).

Numeroase lucrări ulterioare [5] au stabilit însă procedeele de aplicare a analizei matriceale în cazul rețelelor electrice. Ecuațiile de echi-

libru ale unui sistem rămîn însă mai departe relații cantitative între variabile și nu pot arăta în general în mod explicit structura sistemului și stările lui. Un pas important către un sistem nou general și reprezentativ poate fi socotit cel al grafurilor de fluență (*signal flow graphs*) al lui Mason [3]. În conceptele lui Mason, nodul și ramura sînt pure reprezentări ale variabilei și ale relației funcționale; transformărilor topologice ale grafurilor liniare le corespund operații algebrice efectuate asupra sistemului de ecuații. Astfel se poate reduce graful direct, obținîndu-se un „graf rezidual", în care să apară numai nodurile reprezentative ale variabilelor dorite cu ramurile ce sînt asociate funcțiilor de intrare sau de transfer ale sistemului.

Astfel a apărut un nou concept figurativ general sub formă schematică simplă, cu toate că elementele grafurilor nu sînt neapărat asociate elementelor fizice pentru a permite și o intuire paralelă a cercetărilor asociate direct unui anumit sistem fizic.

Cercetări ulterioare datorite lui L. Robichaud [4] au adăugat în scopul studiului direct al rețelelor un tip nou de grafuri, care păstrează o corespondență biunivocă cu sistemul de ecuații și sînt bidirecționale. Aceste grafuri conduc la o reprezentare asociată direct sistemului fizic real în cazul rețelelor electrice și chiar la o reprezentare riguroasă a geometriei rețelei și permit un pas și mai departe în asocierea conceptelor figurative. Vom reveni cu explicații după o încercare de caracterizare a rețelelor sistemelor electroenergetice.

3. CARACTERELE SPECIALE ALE REȚELELOR SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

Rețelele actuale trifazate ale sistemelor electroenergetice prezintă o serie de particularități, și anume:

3.1. *Rețelele*, cu structură generalizată trifazată, pot fi întotdeauna examinate pe *rețele monofazate* (monofilare), considerînd simetriile existente între cele trei faze. Chiar în cazul apariției disimetriilor pe cele trei faze, prin utilizarea coordonatelor simetrice (șuntul echivalent în punctul de defect, de exemplu) păstrăm aceeași reprezentare simplă.

3.2. Ramurile rețelelor astfel reprezentate *nu au influență mutuală între ele*. Cazurile particulare în care este necesar să se examineze influența mutuală între două linii paralele sînt limitate la porțiuni din sistem și nu sînt introduse în studiile de ansamblu ale stărilor sistemului (de exemplu influența asupra unei anumite linii telefonice a liniei paralele de forță).

3.3. Rețeaua propriu-zisă care leagă generatorii cu sarcinile este alcătuită întotdeauna *din ramuri liniare*, (admitanțe) sau *liniarizabile*. Transformatorii cu reglajul lor pot fi întotdeauna reduși la o schemă echivalentă în π în care reglajul schimbă valoarea admitanțelor.

Un ansamblu de rețele cu diverse tensiuni se pot reprezenta întotdeauna prin o rețea formată din admitanțe ce leagă nodurile sistemului figurată cu suprafața L în figura 2. Generatorii și sarcinile sînt plasați întotdeauna în ramurile neliniare, cu un cap legate la rețeaua liniară.

3.4. *Existența unui nod comun* („pămînt" sau „neutru") pentru toate subrețelele sistemului ce conțin un generator sau o sarcină, astfel :

— *generatoarele sistemului producătoare de energie sînt așezate invariant în ramuri* care au un capăt legat la nodul comun „neutru", iar al doilea capăt la un nod al rețelei liniare. Aceste ramuri au fost figurate ca o ramură punctată pe figura 2 (ramura $O - G$) ;

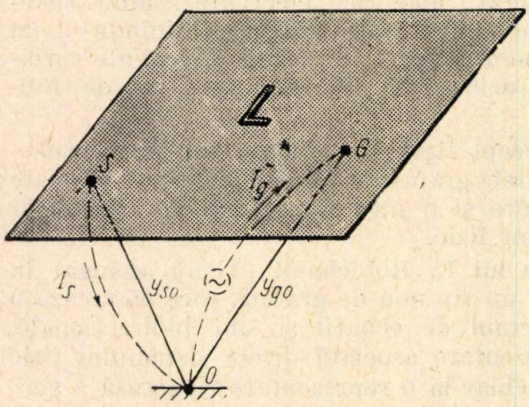


Fig. 2. — Structura tip a sistemului electroenergetic L — rețeaua liniară formată din noduri (G și S) și din admitanțe de legătură dintre ele ; Y_{go} sau Y_{so} — admitanțele transversale care leagă nodurile din partea liniară (G și S) la nodul comun neutru (pămînt).
Ramurile cu generatori (G) și sarcini (S) sînt invariant așezate între unul din nodurile rețelei liniare și nodul comun neutru (linii întrerupte pe figură).

— *sarcinile sistemului sînt, la rîndul lor, așezate în ramuri cu aceeași poziție cu ale generatoarelor*, adică cu un capăt în nodul comun „neutru". Au fost figurate tot cu o ramură punctată în figura 2 (ramura $0\ I_s S$).

3.5. În fine, există o a treia serie de ramuri pasive și liniare, legate cu un cap la nodul neutru și al doilea cap la un nod al rețelei liniare, de natură identică cu cele ale rețelei liniare. Ele reprezintă *admitanțele transversale ale diverselor părți* componente ale rețelei, ca, de exemplu, capacitățile către neutru ale liniilor considerate concentrate la capetele liniei, picioarele schemelor echivalente π reprezentînd transformatorii (sau autotransformatori) etc. Aceste ramuri au fost figurate cu liniile pline SO și GO în figura 2 și sînt legate la aceleași noduri sau nu cu ramurile neliniare (generatori sau sarcini).

3.6. *Transferul energiei în și din rețeaua sistemului* către partea mecanică se face prin ramurile neliniare legate cu un capăt la nodul „pămînt" din categoria 3.4. Acest transfer impune mărimilor din aceste ramuri, tensiuni și curenți, unele condiții în plus :

3.6.1. Astfel, pentru ramurile în care sînt plasați generatori sau sarcinile (desenate punctat în fig. 2) există o relație complementară între tensiunea și curentul ramurii respective corespunzătoare puterilor transferate. Această relație e neliniară în general. În foarte multe cazuri (de exemplu pentru sarcini), poate fi considerată o dependență liniară, tensiunile fiind considerate cu nod de referință „neutru" ($I = yE$). În acest din urmă caz, ramura respectivă poate fi considerată, la rîndul ei, *o admitanță legată la nodul comun neutru*, din categoria 3.5.

3.6.2. Fazorii tensiunii generatorilor sînt de multe ori considerați *solidari* (sau într-o relație de dependență) cu *rotoarele mașinilor rotative* producătoare de energie. Variația lor unghiulară în regimuri dinamice se calculează considerînd și inerția pieselor rotative în mișcare.

3.7. *Toate nodurile sistemelor electroenergetice conțin în general generatoare sau sarcini* (ramurile punctate din fig. 2); în cazul existenței unor noduri de conexiuni fără sarcini sau generatoare, ele pot fi reduse prin transformări simple de tipul stea-triunghi.

3.8. *Natura variației variabilelor prezintă, de asemenea, caracteristici speciale.* Dacă considerăm ca origine a tensiunilor nodul neutru, atunci în regimurile staționare, *valorile tensiunilor în noduri* (denumite tensiuni nodale), *se menține într-o bandă îngustă* ($\pm 10\%$ în jurul unei valori mijlocii). Argumentul fazorului respectiv capătă de asemenea variații unghiulare relative mici. Numai în regimuri de avarie aceste mărimi ies din limitele de variație indicate mai sus. În schimb, *curenții injectați* pot căpăta valori foarte variate atît ca modul, cît și ca argument.

Deosebirea esențială indicată mai sus între curenții injectați și tensiunile nodale conferă posibilități diferite pentru scopuri practice ecuațiilor ce mențin ca variabile independente una sau cealaltă familie de mărimi (tensiuni sau curenți).

3.9. În ceea ce privește injecțiile de curent corespunzătoare sarcinilor, mai trebuie adăugat că ele pot fi considerate în foarte multe cazuri ca depinzînd liniar de tensiunea ramurii respective ($I = yE$). Acest lucru se face întotdeauna în studiul regimurilor dinamice și poate fi făcut în general, dînd rezultate practic suficiente. În plus, legile de variație a sarcinilor apropiate de legea simplă indicată mai sus nu sînt niciodată cunoscute exact.

4. GRAFURILE DE FLUENȚĂ N (NODAL) PENTRU STUDIUL DIRECT AL REȚELELOR ELECTRICE

4.1. Lucrările relativ recente (vezi [4], cap. 3) datorite lui P. Robichaud, M. Boisvert și J. Robert au condus la noi dezvoltări ale grafurilor de fluență pentru studiul direct al rețelelor electrice. S-au stabilit două tipuri de grafuri, denumite „normalizate" de tip N (Nod) și de tip M (Maille). Dintre aceste două tipuri, primul tip N, (vezi, fig. 3 *a*), respectă în total geometria rețelei respective, nodurile grafurilor corespunzînd nodurilor rețelei, deci transmitanțele ramurilor corespund admitanțelor reale ale ramurilor respective. Cele de tip M pot poseda numai o geometrie dualistică cu cea reală a rețelei (vezi fig. 3 *b*). Nodurile acestor grafuri nu corespund însă nodurilor rețelei (vezi [4]).

Corespondența biunivocă dintre ecuațiile respective și grafuri permite stabilirea grafului pornind de la ecuații și invers. În cazul grafurilor de tip N, care respectă geometria rețelei (fig. 3 *a*), reducerea ecuațiilor respective va permite, cu anumite precauții, stabilirea unor grafuri reziduale de un tip identic cu graful inițial, grafurile reziduale păstrînd aceleași caractere topologice. Această constatare e de o deosebită importanță în cazul special al rețelelor sistemului electroenergetic, dînd astfel posibilitatea stabilirii unor grafuri reduse la esențial, care reține numai o parte din *nodurile reale*, și anume pe acelea ce corespund unei anumite probleme (vezi [4]).

Stările și căile de cercetare se vor putea asocia mai departe unui raționament direct pe asemenea grafuri reziduale, ceea ce nu este posibil

în cazul utilizării schemelor reale a întregului sistem. Din consideraţiile generale de mai sus rezultă interesul deosebit pe care îl prezintă grafurile de tip N, în special în scopul asocierii lor cu noi concepte figurative, utile în reintroducerea raţionamentului direct în analiza pe cale digitală.

4.2. Reamintim cîteva principii esenţiale ale grafurilor de fluenţă:

4.2.1. Nodurile reprezintă variabilele sistemului de ecuaţii, iar ramurile sînt asociate coeficienţilor (transmitanţe).

4.2.2. Fiecare ecuaţie este reprezentată de un graf care are o structură-tip (o schemă radială) în care variabila „izolată" în primul membru al ecuaţiei e reprezentată de nodul central al schemei.

4.2.3. Graful întregului sistem se stabileşte prin suprapunerea grafurilor, unind nodurile care reprezintă aceeaşi variabilă.

4.2.4. Graful este în general „unidirecţional", adică transmitanţele au o valoare anumită, legată de direcţia în care sînt considerate. Între două noduri există deci două direcţii pentru transmitanţe. În grafurile elementare, corespunzătoare unei ecuaţii, direcţia este întotdeauna către nodul central.

4.2.5. Nu există în general o corespondenţă „biunivocă" între graf şi sistemul de ecuaţii, graful rezultînd diferit după ordinea în care sînt utilizate ecuaţiile pentru definirea variabilelor izolate.

4.2.6. Reducerea unui graf constă în eliminarea anumitor noduri ale grafului iniţial pentru obţinerea unui „graf rezidual", în care s-au reţinut numai variabilele interesante într-o anumită problemă. Există o mare supleţe în reducerea algebrică a grafurilor liniare.

4.3. Grafurile N reamintite anterior, care corespund geometriei reţelei, au următoarele caracteristici esenţiale, în special interesante în cazul de care ne ocupăm:

4.3.1. Ele sînt *biunivoce*, dacă ecuaţiile reţelei respective sînt scrise în continuare sub formă specifică, cu un factor de normalizare (ecuaţia (1)), variabilele izolate fiind tensiunile nodurilor.

4.3.2. Ele sînt *bidirecţionale*, dacă se elimină din notaţiile grafului factorul de normalizare (de care ne vom ocupa în cele ce urmează). În acest caz, ramurile lui corespund identic admitanţelor reţelei reale.

4.4. Grafurile N corespund ecuaţiilor de tipul formal ce urmează:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1/y_{11} \\ I_2/y_{22} \\ \vdots \\ I_n/y_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & y_{12}/y_{11} \cdots & y_{1n}/y_{11} \\ y_{21}/y_{22} & 0 \cdots\cdots & y_{2n}/y_{22} \\ \vdots & & \vdots \\ y_{n1}/y_{nn} & \cdots\cdots\cdots & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix}. \qquad (1)$$

În aceste ecuaţii se găsesc izolate întotdeauna tensiunile nodurilor. În cazul reţelelor sistemelor electroenergetice, admitanţele reciproce sînt egale $y_{mk} = y_{km}$ (vezi 3,2).

După cum se observă, la grafurile normalizate transmitanţele conţin la numitor un „factor de normalizare", acelaşi pentru toţi coeficienţii corespunzători transmitanţelor legate la un nod (y_{mm} pentru nodul m). Acest factor de normalizare este admitanţa nodală, adică suma tuturor admitanţelor legate la nodul respectiv.

4.4.1. L. Robichaud observă că graful poate fi trasat fără scrierea transmitanței pe graf cu ajutorul coeficientului de normalizare, existent de fapt în graf, deoarece aceasta rezultă prin adunarea admitanțelor ramurilor. În acest caz, graful va conține ca ramuri chiar admitanțele rețelei și devine „bidirecțional". Transmitanțele, de rîndul acesta notate ca simple

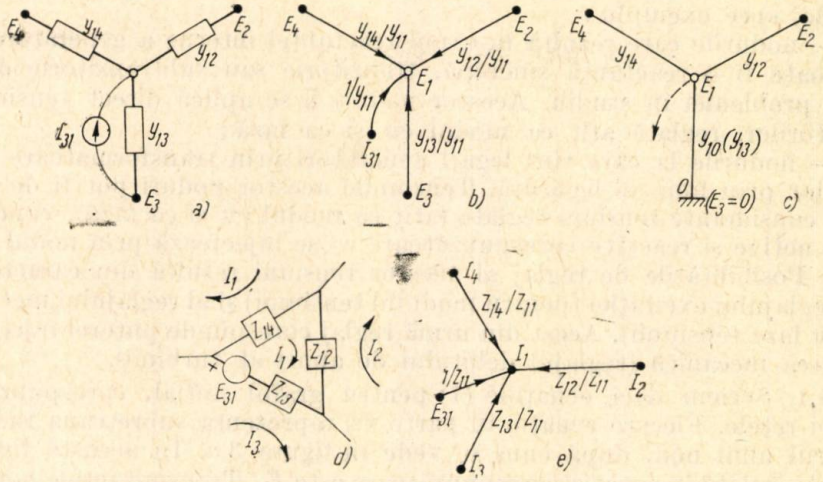


Fig. 3 *a*) Schema tip a unei subrețele elementare în care este plasat un nod; *b*) graful *N* normalizat; *c*) graful *N* „bidirecțional" cu introducerea unor aspecte specifice rețelelor sistemelor electroenergetice; *d*) și *e*) grafurile normalizate de tip $M \div$ graful arătat în *e* corespunzător subrețelei (buclei) din *d* nu corespunde geometriei rețelei reale.

Observații:
- se suprimă săgețile transmitanțelor care nu mai sînt necesare dacă nu se notează factorul de normalizare;
- se suprimă și nodul „curent" care are transmitanță unu și nu mai are nici o legătură cu alt nod dacă ne limităm la ecuațiile (1) (curentul nodului nu mai apare în altă ecuație). Nodul se înlocuiește cu o săgeată care arată natura injecției (sarcină sau generator);
- nodul neutru se simbolizează ca „pămînt". El e comun tuturor grafurilor corespunzătoare unei ecuații (subrețeaua radială a nodului respectiv).

admitanțe, rămînînd aceleași în ambele direcții pe graf, în cazul rețelelor electrice în care $y_{mn} = y_{nm}$.

4.4.2. Se mai poate observa corespondența *biunivocă* între ecuațiile (1) și grafurile corespunzătoare. Astfel, prin inspectarea rețelei reale, după o prealabilă numerotare a nodurilor, se pot scrie direct ecuațiile *N* după modelul formal al ecuațiilor (1).

5. REDUCEREA GRAFULUI. GRAFURILE REZIDUALE DE TIP N CE REZULTĂ ÎN CAZUL REȚELELOR SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

Să utilizăm acum caracterele specifice arătate anterior (vezi fig. 2) în cazul special al rețelelor sistemului electroenergetic pentru reducerea grafului inițial. Scopul reducerii rămîne, bineînțeles, cel obișnuit în teoria generală a grafurilor de fluență și anume obținerea unui graf rezidual în

care s-au reținut numai o parte din variabile necesare studiului întreprins. În cazul cel mai general, studiul poate fi întreprins pentru fiecare nod al rețelei, nod pe care îl vom denumi „nodul în studiu" și care deci trebuie să fie păstrat în graful rezidual. În acest caz urmează să figureze și variabilele independente sau sursele comandate. „Sursele comandate" pot fi considerate nodurile generatoare ale rețelei în care sînt aplicate tensiuni reglabile, spre exemplu :

— nodurile care rezultă în capul reactanței interne a generatorului, care poate fi o reactanță sincronă, tranzitorie sau subtranzitorie după natura problemei în studiu. Acestor noduri li se aplică direct tensiunea generatorilor, reglată atît ca modul cît și ca fază ;

— nodurile la care sînt legați generatori prin transformatoare-bloc sau chiar prin linii de legătură. Tensiunile acestor noduri pot fi de asemenea considerate tensiuni reglate (atît ca modul cît și ca fază), conform puterii active și reactive corespunzătoare ce se injectează prin nodul respectiv. Posibilitățile de reglaj al acestor tensiuni rezultă din caracteristicile reglajului excitației (pentru modulul tensiunii) și al reglajului mecanic (pentru faza tensiunii). Acest din urmă reglaj corespunde puterei injectate de partea mecanică (reglajul debitului de aburi al turbinii).

5.1. Scriem deci ecuațiile (1) pentru graful inițial, corespunzător întregei rețele. Fiecare ecuație în parte va reprezenta subrețeaua radială din jurul unui nod, după cum se vede în figura 3 *a*. În această figură, variabila izolată în ecuația corespunzătoare este E_1. Transmitanțele normalizate unidirecționale sînt y_{12}/y_{11}, y_{14}/y_{11} și y_{13}/y_{11}, după cum se vede și în figura 3 *b*, cu direcția către E_1 în graful subrețelei nodului 1. Factorul de normalizare este y_{11}, egal cu suma $y_{14} + y_{13} + y_{12}$.

Dacă am fi întocmit graful nodului 2, transmitanța normalizată a ramurii 1 —2 ar fi fost y_{21}/y_{22}. Dar $y_{12} = y_{21}$, deoarece este chiar admitanța laturii 1 —2, iar y_{22}, la rîndul lui, se obține însumînd toate admitanțele care converg spre nodul 2 și care se găsesc pe graf. Se observă deci că graful poate fi simplificat și prezentat sub forma din figura 3 *c*, în care figurează numai valoarea admitanțelor fără săgeata de direcție, avînd grijă ca în ecuații să introducem factorii de normalizare pentru fiecare ecuație în parte, după cum rezultă și din cele anterioare.

În figura 3 *c* s-au mai introdus două aspecte noi, specifice cazului sistemelor electroenergetice, și anume :

5.1.1. Toate nodurile au ramurile de legătură către neutru, rezultate fie din ramurile în care figurează injecții de curent (generatori sau sarcini), cum este I_{31} din figura 3 *a*, fie din ramuri liniare, rezultînd din capacitățile la pămînt ale liniilor, cum este y_{13} din figura 3 *a*. De aceea nodul pămînt s-a figurat într-un mod distinct în figura 3 *c*, el fiind nodul 3 din figurile 3*a* și 3*b*.

5.1.2. Cum nodul corespunzător curentului I_{31} nu este un nod real al rețelei, ci reprezintă o simplă injecție de curent, e posibil ca această variabilă să fie păstrată pe graf printr-o notație simplă de săgeată, ca în figura 3*c*. În acest mod prin indicarea direcției săgeții se mai adaugă pe graf *o informație în plus* și anume : dacă săgeata pleacă de la nod este vorba de o sarcină, (figura 3 *c*), iar cînd aceasta vine către nod, este vorba de un nod „generator".

5.2. Vom considera din nou graful unidirecțional în care apar transmitanțele cu factorii de normalizare respectivi, diferiți în cele două direcții *) (fig. 4). Să scriem și relația complementară cu variabila izolată I_1, care

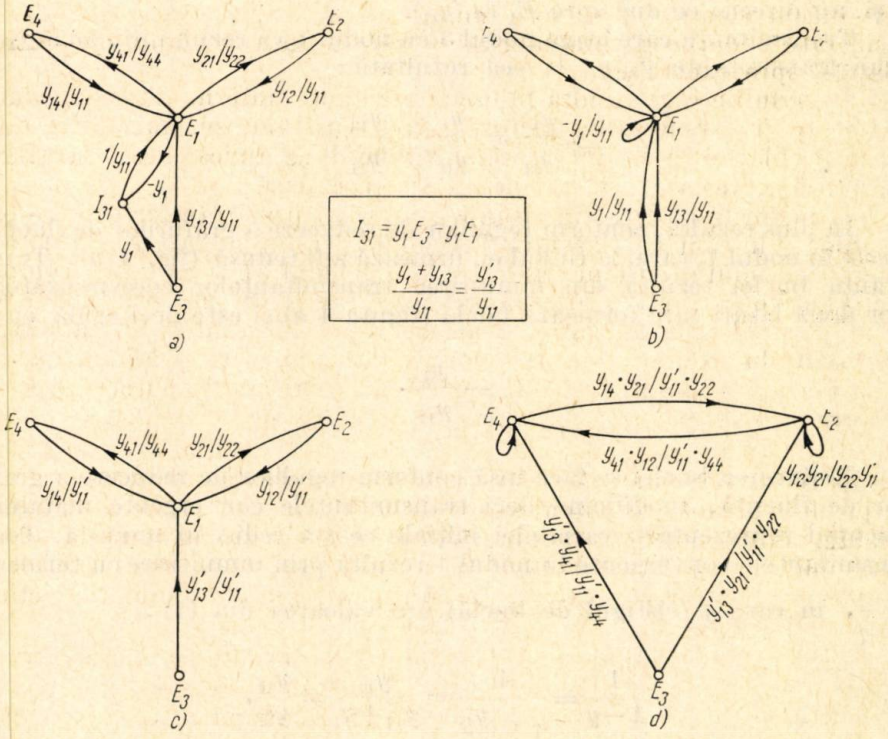


Fig. 4 — Reducerea grafului N normalizat.

poate fi considerată numai în cazul în care injecția de curent corespunde legii de variație a unei sarcini (vezi 3.9.) plasate între nodurile 1 și 3 :

$$I_{31} = y_1 E_3 - y_1 E_1 . \tag{2}$$

Stabilind graful elementar al acestei ecuații îl vom uni cu graful nodului 1, ca în figura 4 *a*. Acest graf a fost completat în prealabil și cu ramurile unidirecționale ce rezultă din normalizarea ecuațiilor care exprimă pe E_4, respectiv pe E_2, ca variabile izolate (ramurile cu transmitanțele y_{41}/y_{44} și y_{21}/y_{22} din figura 4 *a*).

Vom reduce acum pe rînd nodurile I_{31} și E_1, aplicînd regulile elementare de reducere a grafurilor de fluență. Transmitanțele reziduale vor fi găsite, în cazul *reducerii nodului corespunzător lui* I_{31}, după cum urmează.

*) Pentru nodul 3, s-a făcut o excepție în scopul simplificării figurii notîndu-se numai transmitanța cu direcția 3—1, care de altfel intervine în reducerea ce se face pentru exemplificare, la stabilirea ramurilor 2—4.

5.2.1. Transmitanța care se adaugă celei existente a ramurii 3 —1 rezultă din înmulțirea celor două transmitanțe y_1 și $\frac{1}{y_{11}}$ care leagă nodul I_{31} și, au direcții ce duc spre E_1 (y_1/y_{11}).

Transmitanța care leagă nodul 3 cu nodul 1 va rezulta din adăugarea vechii transmitanțe y_{13}/y_{11} la cea rezultată :

$$\frac{y'_{13}}{y_{11}} = \frac{y_1}{y_{11}} + \frac{y_{13}}{y_{11}}. \tag{3}$$

În plus rezultă, conform regulilor de reducere a grafurilor de fluență, o *buclă* în nodul 1, care, la rîndul ei, urmează a fi redusă (fig. 4 *b*). Transmitanța buclei rezultă din înmulțirea transmitanțelor corespunzătoare celor două laturi care formează bucla (figura 4 *a*) și este deci egală cu

$$-\frac{y_1}{y_{11}}. \tag{4}$$

Reducerea buclei se face însă conform regulilor de reducere a grafurilor de fluență, modificînd deci transmitanțele convergente nodului 1 în scopul reprezentării variabilei inițiale ce s-a redus în nodul 1. Toate transmitanțele convergente în nodul 1 rezultă prin înmulțirea cu termenul $\frac{1}{1-g}$, în care g (cîștigul de buclă) are valoarea din (4) :

$$\frac{1}{1-g} = \frac{1}{1+\frac{y_1}{y_{11}}} = \frac{y_{11}}{y_{11}+y_1} = \frac{y_{11}}{y'_{11}}, \tag{5}$$

y'_{11} fiind de fapt noua admitanță nodală a nodului 1, egală cu suma tuturor admitanțelor inițiale y_{11}, la care se mai adaugă și y_1. De asemenea corespunde factorului de normalizare a noului graf ce se obține după reducerea nodului I_{31}.

Înmulțind deci toate transmitanțele convergente nodului 1 cu $\frac{y_{11}}{y'_{11}}$, se obțin transmitanțele reziduale din figura 4 *c*, si deci nodul I_{31} este astfel eliminat complet.

5.2.2. *Reducerea nodului* 1 se operează mai departe în mod identic. Transmitanțele reziduale vor rezulta din înmulțirea transmitanțelor parcurse în același sens care trec prin nodul 1 (vezi fig. 4 *d*). În plus mai rezultă două bucle în nodurile 4 și 2, provenite din buclele 4 —1 și 2 —1, bucle formate din transmitanțele unidirecționale dintre nodurile 4 —1 și 2 —1 (fig. 4 *e*). Reducerea celor două bucle va conduce si aci, ca și în cazul reducerii buclei din nodul 1, la o nouă admitanță nodală, atît pentru nodul 4, cît și pentru nodul 2 ; noile admitanțe nodale corespund, evident, modificării circuitelor după reducerea nodului 2 și devin noii „factori de normalizare" în ecuațiile de tip 1 după *eliminare* (pentru ecuațiile în care s-au

izolat variabilele E_4 și E_2). Într-adevăr, pentru nodul 2 (analog și pentru nodul 4), transmitanța buclei ce apare are valoarea rezultată din înmulțirea celor două ramuri unidirecționale :

$$g = y_{21}y_{12}/y_{22}y'_{11}. \tag{6}$$

Pentru reducerea buclei conform regulilor de reducere, ramurile ce converg la nodul 2 vor trebui înmulțite cu :

$$\frac{1}{1-g} = \frac{1}{1-\dfrac{y_{21}y_{12}}{y_{22}y'_{11}}} = \frac{y_{22}y'_{11}}{y_{22}y'_{11}-y_{21}y_{12}}. \tag{7}$$

Dînd factor comun la numitor pe y'_{11} și înlocuind pe y_{12} cu $y'_{11}-y'_{13}-y_{14}$, obținem

$$\frac{y_{22}y'_{11}}{y_{22}y'_{11}-y_{21}y_{12}} = \frac{y_{22}}{y'_{22}}, \tag{8}$$

în care y'_{22} este noua admitanță nodală a nodului 2, adică

$$y'_{22} = y_{22} - y_{21} + \frac{y'_{13}y_{21}}{y'_{11}} + \frac{y_{14}y_{21}}{y'_{11}},$$

care corespunde, după cum se vede din figura 4 *d* comparată cu 4 *c*, dispariției admitanței y_{21} din admitanța nodală a nodului 2 și adăugării admitanțelor

$$\frac{y'_{13}y_{21}}{y'_{11}} \text{ și } \frac{y_{14}y_{21}}{y'_{11}}.$$

Noul factor de normalizare în ecuația în care s-a izolat variabila E_2 devine y'_{22}, acesta luînd locul lui y_{22} din ecuațiile inițiale după înmulțirea laturilor cu termenul rezultat din eliminarea buclei.

5.3. Din cele anterioare se poate observa că :

5.3.1. Aplicînd regulile de reducere a grafurilor de fluență, *reducerea buclelor corespunde cu reducerea ecuațiilor la recalcularea „factorului de normalizare"* (admitanța nodală).

5.3.2. Din aplicarea acelorași reguli, *laturile noi apar din reducerea „parcursurilor" și corespund noilor coeficienți din ecuațiile grafului rezidual.*

5.3.3. Odată ajunși în urma reducerii nodului 1 la graful rezidual unidirecțional fără bucle, putem să-l denormalizăm. Denormalizarea constă din înmulțirea laturilor cu factorii de normalizare respectivi, corespunzători nodului către care sînt dirijate laturile, și conform notării admitanțelor (vezi fig. 3 *c*). Astfel, graful devine bidirecțional atîta timp, bineînțeles, cît admitanțele reciproce sînt egale ($y_{mn} = y_{nm}$), cum se întîmplă în general în cazul sistemelor electroenergetice.

5.4. În urma reducerii curentului care se injectează în nod, apoi a reducerii acestui nod și denormalizării, se ajunge la noi admitanțe între nodurile reținute, și anume:

$$y_{24} = y_{42} = \frac{y_{14}y_{12}}{y'_{11}} = \frac{y_{41}y_{21}}{y_{11}+y_1}, \tag{9}$$

deoarece $y_{14} = y_{41}$ și $y_{12} = y_{21}$. Graful devine „bidirecțional", cu notația simplă a acestor admitanțe. Termenul general al noilor admitanțe în cazul reducerii nodului i (fig. 5 c) este :

$$y_{mk} = y_{km} = \frac{y_{ik} y_{im}}{y'_{ii}} = \frac{y_{ik} y_{im}}{y_{ii} + y_i}, \tag{10}$$

unde y_i este admitanța ce rezultă din relația (2).

Relația (2) este valabilă însă numai în cazul în care nodul 3 (respectiv 0 în fig. 5), corespunde nodului „neutru", în cazul sistemelor electroenergetice.

Grafurile reziduale „bidirecționale" pentru nodurile 2 și 4 (în cazul general m și n) păstrează *o geometrie identică* (schemă radială) cu cea din figura 5 a, în care însă se va adăuga și noile admitanțe. „Factorii de normalizare" ce trebuie introduși (în urma reducerii) în ecuațiile cu variabilele izolate E_2 și E_4 (respectiv E_m și E_n) rezultă egali cu suma tuturor admitanțelor ce apar acum legate la nodurile respective.

6. REDUCEREA ECUAȚIILOR DE TIP N

6.1. Dacă reducem variabila I_i, din ecuația cu variabila izolată E_i utilizînd relația 2 și apoi înlocuind noua valoare a lui E_i în rest, obținem în final coeficienți identici cu cei rezultați anterior în urma corespondenței dintre graful rezidual și ecuațiile de tip N. Admitanțele respective apar la numărătorul coeficienților, iar „factorul de normalizare" se obține identificînd noul termen ce apare la numitorul tuturor coeficienților, adică noua admitanță nodală.

6.2. Se observă ușor corespondența biunivocă dintre ecuațiile reduse și graful rezidual, ecuațiile reduse putînd fi găsite după reducerea directă a grafului aplicînd regulile de reducere a grafurilor de fluență, și invers, graful rezidual poate fi identificat, după reducerea ecuațiilor, prin identificarea termenilor.

6.3. Considerînd structura specifică a rețelelor sistemului electroenergetic (vezi 3.4), nodul comun „neutru" apare în toate grafurile reziduale corespunzătoare unei ecuații cu variabila izolată (fig. 3 a). O simplificare în plus se obține luînd originea tensiunilor în acest nod comun.

Corespondența biunivocă se păstrează însă și grafurile elementare pot fi figurate cu structura tip reprezentată în figurile 5 a sau 3 c.

6.4. Se mai poate observa că, utilizînd grafurile de tip bidirecțional care respectă identic geometria rețelei și în care laturile corespund chiar admitanțelor reale de legătură ca în figurile 3 c și 5 a, reducerea nodului central (din fig. 5) în cazul arătat anterior corespunde cu găsirea directă a schemei echivalente folosind una din căile cu care sînt familiarizați electricienii specialiști în rețele (vezi fig. 5). Prima operație (eliminarea nodului I_{31} din fig. 4 a) corespunde înlocuirii ramurii traversate de curentul I_i cu o admitanță (y_i din fig. 5 b), și este urmată de eliminarea nodului central i care se face prin calcularea ramurilor ce leagă nodurile păstrate

folosind aceeași formulă (10). Reducerea revine la găsirea schemei echivalente printr-o transformare de tip stea-triunghi (am spus de tip, deoarece formula generală (10) se aplică indiferent de numărul nodurilor păstrate din cele ce figurau la capul ramurilor radiale în schema ce se reduce).

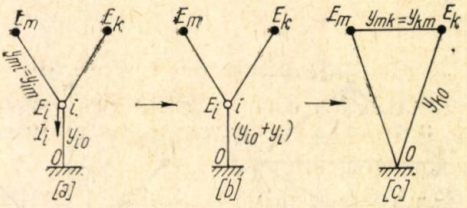


Fig. 5. — Reducerea nodului după „liniarizarea" ramurii corespunzătoare unei injecții de curent prin transformare de tip stea-triunghi.

Am arătat corespondența dintre reducerea grafurilor, aplicînd regulile generale ale grafurilor de fluență si procedeele deja încetățenite în practica rețelelor pentru deducerea schemelor echivalente, pentru a fixa în mod clar *natura grafurilor reziduale bidirecționale.* Acestea din urmă sînt astfel adevărate scheme echivalente, avînd o natură fizică identică cu cea a circuitelor inițiale care au fost reduse. Trebuie însă observat că procedeele generale stabilite pentru grafurile de fluență unidirecționale vor permite lărgirea domeniului cercetării atunci cînd este nevoie pentru cazurile cele mai generale.

7. GRAFURI N REZIDUALE DE DIVERSE TIPURI, CARE POT ARĂTA RELAȚIILE FUNDAMENTALE ÎN DIFERITELE PROBLEME TIPICE ALE SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

7.1. Vom rezuma cîteva dispoziții speciale ce apar potrivite în stabilirea grafurilor pentru studiul rețelelor sistemelor electroenergetice :

7.1.1. Nodul de referință va fi ales întotdeauna „neutrul" rețelei. Graful este astfel determinat, iar ecuațiile respective de tip 1 nu mai conțin ca variabilă izolată tensiunea nodului „neutru". Graful ar putea fi deci trasat fără acest nod.

7.1.2. Vom păstra mai departe în graf nodul neutru construind graful „nedeterminat" pentru a avea o reproducere fidelă a geometriei rețelei. Acest lucru poate fi făcut, corespondența biunivocă dintre ecuații și graf păstrîndu-se mai departe, deoarece :

— admitanța nodală „corespunde" factorului de normalizare, avînd însumată și admitanța de legătură cu nodul neutru ;

— scăzînd suma admitanțelor ce apar la numărătorii coeficienților ecuației (1) din admitanța nodală, ce apare la numitorul coeficienților, obținem valoarea admitanței de legătură între nodul corespunzător variabilei izolate și nodul neutru.

7.1.3. Nodul neutru va căpăta o notație mai sugestivă (0 din fig. 6) pentru a marca importanța lui deosebită precum și natura lui.

7.1.4. Injecțiile de curent se pot figura prin simple săgeți dirijate după caz (generator sau sarcini).

7.2. *Graf rezidual de tip N care reţine un nod în studiu şi noduri avînd tensiuni „aplicate"*.

După cum am văzut în cele anterioare fiecare dintre ecuaţiile matriceale de tipul 1 corespund unui graf care poate fi figurat întotdeauna ca în figurile 3*c*, 5*a* sau 6*b*, graf ce corespunde întru totul, ca geometrie,

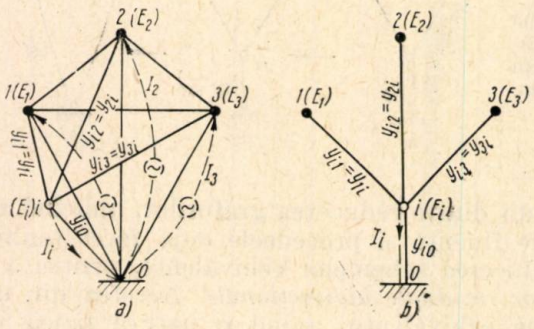


Fig. 6 *a*. — Graf rezidual de tip *N* al sistemului în care s-au păstrat patru noduri, şi anume trei corespund tensiunilor nodurilor „generatoare" (surselor), notate 1, 2, 3, şi unul corespunzînd „nodului în studiu", notat *i*. În analiza nodală este denumit echivalent REI al sistemului pentru un nod în studiu ; *b* — graful rezidual corespunzător nodului *i*, care poate fi considerat extras din graful rezidual al sistemului şi corespunde ecuaţiei cu variabilă izolată : tensiunea E_i. În analiza nodală este denumit „schema REI a nodului *i*".

subreţelei respective. Obţinerea unui asemenea graf pentru un nod oarecare al reţelei, „nodul în studiu", în care în afară de acesta din urmă să se figureze numai nodurile cu tensiuni aplicate sau cu tensiuni reglabile (sursele sistemului), va permite stabilirea clară, pe o cale intensivă şi simplă, a dependenţei nodului în studiu direct de fiecare sursă în parte precum şi interdependenţa dintre „surse" în decizia stărilor din nodul în studiu.

7.2.1. Tensiunile aplicate ce se vor reţine în cazul sistemului electroenergetic pot fi (după caz):

a) tensiunile interne ale generatorilor, aplicate la capul unei reactanţe (sincrone, tranzitorii etc.);

b) tensiunile reglate pe unele bare de centrale etc. Se ştie (vezi 3.8) că aceste tensiuni variază în limite relativ mici în regimuri normale şi felul variaţiei lor poate fi uşor apreciat. Modulul lor capătă valori în jurul valorii nominale şi este plafonat de posibilităţile excitaţiei generatorului (sau a prizelor transformatorilor). Variaţia argumentului poate fi de asemenea uşor apreciată din consideraţii generale asupra variaţiei puterii active debitată în nodul respectiv.

7.2.2. Prin procedeele de reducere arătate se pot reduce fie ecuaţiile (1), fie grafurile, pînă cînd se elimină toate nodurile, cu excepţia celor arătate anterior. În figura 6 se arată graful rezidual pentru un sistem în care s-au păstrat nodul *i* în studiu şi nodurile 1, 2 şi 3 cu tensiuni aplicate.

Ecuaţia de tip 1, cu variabila izolată E_i, corespunde, după reducere, grafului rezidual bidirecţional din figura 6 *b*, graf ce poate fi la rîndul lui considerat ca extras din graful rezidual bidirecţional al sistemului de ecuaţii reprodus în figura 6 *a*.

7.2.3. Trebuie observat că, dacă reţeaua este foarte vastă, cu „multe tensiuni aplicate", unele noduri depărtate de „nodul în studiu" pot dispărea din graful rezidual prin faptul că apar la capul unei admitanţe neglijabile. Admitanţa neglijabilă este un indiciu cert de neparticipare la starea

„nodului în studiu", a acelor tensiuni aplicate. Aceste tensiuni, care variază practic în limite mici, nu pot influența nodul în studiu decît dacă admitanța directă din graful rezidual are o oarecare valoare.

Vedem deci că o primă informație interesantă pe care o obținem direct de la graful rezidual constă în selecția nodurilor, în care sînt de consi-

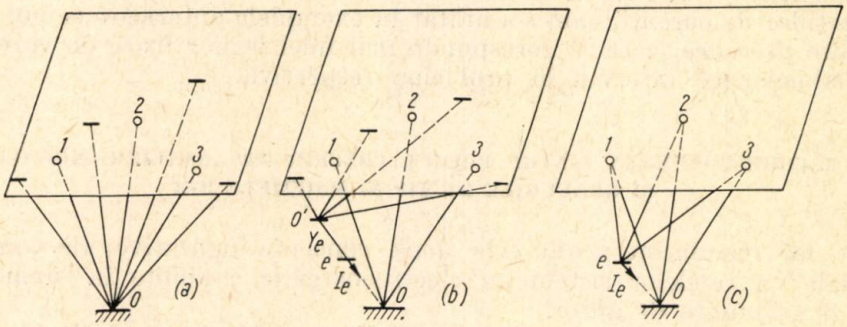


Fig. 7. — Determinarea grafului rezidual cu un mod fictiv în care se însumează toate sarcinile (vezi [15]). În analiza nodală este denumit echivalent REI al sistemului cu sarcină unică.

derat tensiunile aplicate ce pot influența nodul în studiu. Graful rezidual poate fi de asemenea utilizat în studiile foarte variate de reglaj, sau de stabilitate [6], [13], [14] și [15].

7.3. *Graf rezidual de tip N în care se reține „noduri" fictive constituite în scopul unui anumit studiu.*

O altă serie de grafuri reziduale pot fi deduse în scopul anumitor studii. Astfel, de exemplu, se poate stabili un graf rezidual cu un singur nod de sarcină, în care să fie concentrată întreaga sarcină a sistemului. Pentru aceasta toate sarcinile așezate în diverse noduri vor fi figurate prin admitanțe nod-pămînt pentru un anumit regim cunoscut, așa cum s-a făcut în cazul curentului I_{31} din exemplul arătat. Deci o primă operație constă din reducerea curenților de sarcină. Adăugăm apoi două noduri grafului astfel obținut (vezi fig. 7) și anume:

a) un prim nod la extremitatea admitanțelor adăugate corespunzătoare sarcinilor, admitanțe care astfel au fost desfăcute cu un cap al lor de nodul comun pămînt (fig. 7 *b*, nodul 0').

b) un al doilea nod, notat cu *e* în figura 7, este legat de cel de mai sus printr-o admitanță y_e negativă, care dacă este traversată de curentul total al sarcinii (suma curenților traversînd admitanțele adăugate) trebuie să producă o putere egală și de semn contrar cu puterea adunată a tuturor sarcinilor (pierderile adunate din toate admitanțele adăugate).

Scriind ecuațiile de tip 1 pentru nodurile 0' și *e* (curentul injectat fiind nul în aceste noduri) vom reduce apoi toate nodurile cu sarcini, plus nodul 0, după procedeul arătat (fie reducînd ecuațiile, fie transformînd grafurile).

În final se obține un graf rezidual cu un singur nod de sarcină *e* (fig. 7 *c*), graf ce poate fi folosit în multe studii specifice ale anumitor

probleme cum ar fi stabilirea unor formule de pierderi pe bază de coeficienți constanți B, studiile de structură etc. (vezi [14]).

7.4. Alte tipuri de grafuri, în care o parte din noduri să fie grupate și înlocuite de un singur nod, pot fi constituite într-un anumit scop. Constituirea nodului echivalent se poate face în felurite moduri (adaptate însă problemei) și anume, în afară de „liniarizarea" ramurilor ce corespund injecțiilor de curenți, cum s-a arătat în exemplele anterioare se pot folosi și alte procedee, care să corespundă mai fidel legilor fizice de variație a variabilelor ce intervin în problema respectivă.

8. CORESPONDENȚA DINTRE PRIMUL CONCEPT AL „ANALIZEI NODALE" ȘI GRAFURILE DE TIP N. SCHEMELE REI

Să reamintim acum cele două concepte figurative ale „analizei nodale" a rețelelor sistemului electroenergetic stabilite în numeroase studii elaborate de autor.

8.1. *Primul concept*: *schemele REI și echivalenții REI de sistem.* Analiza unui sistem electroenergetic poate fi făcută cu ajutorul unor scheme radiale (R), echivalente (E) pentru un nod cu întregul sistem și independente (I) de ce se întîmplă în restul sistemului, dacă la capul ramurilor radiale se introduc tensiunile „aplicate" sistemului (tensiunile interne ale generatorilor sau, după caz, alte tensiuni reglate). Aceste scheme REI, pentru un nod, sînt extrase din echivalenții REI ai întregului sistem.

Denumirea de echivalenți REI ai sistemului a fost adoptată pentru unificarea terminologiei și cuprinde schema generală redusă și standardizată a întregului sistem [6], [8], [14] și [15]. Se pot stabili diferite tipuri

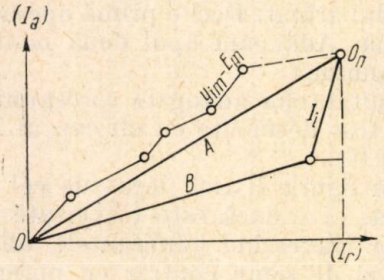


Fig. 8. — Imaginea nodală a nodului *i* la care e legat generatorul *m* prin admitanța y_{im}. Se obțin informații asupra efectului:
— *variației tensiunii interne* E_m a generatorului în studiu, prin efectul variației fazorului reprezentativ $y_m E_m$;
— *variației tensiunii celorlalți* generatori reținuți în schema REI a nodului *0* prin efectul variației fazorilor corespunzători din lanțul de fazori 00_n, lanț ce reprezintă generatorii;
— *variației tensiunii nodului i* prin efectul variației fazorului *A* sau *B* (după ipoteza făcută asupra naturei sarcinii din nodul *i* (vezi [14]);
— *variația curentului din nodul i* prin efectul asupra fazorului I_i care reprezintă curentul injectat din „nodul în studiu".
Asimilarea acestei diagrame standardizate permite cercetătorului raționarea directă a problemelor în care intervine independența dintre variabilele reținute (reglaj, stabilitate etc.).

de echivalenți REI ai sistemului în funcție de natura problemelor în studiu, toți acești echivalenți avînd însă aceeași geometrie specifică, din care pot fi extrase schemele REI.

8.2. *Al doilea concept*: *pentru orice schemă REI se poate stabili o diagramă standardizată, denumită „imaginea nodală"*, care arată supra-

punerea efectelor în „nodul în studiu". Această diagramă standardizată s-a dovedit de o mare eficacitate practică în analiza stărilor sistemului electroenergetic [7], [13], [14] etc.

Expunerea de mai sus s-a făcut în scopul semnalării corespondenței dintre schemele REI și echivalenții REI ai sistemului cu grafurile reziduale de tip N bidirecționale.

Astfel:

8.3. *Schema REI a unui nod* corespunde grafului rezidual arătat la punctul 7.2., care reține în nod în studiu și noduri cu tensiuni aplicate. Ele corespund uneia dintre ecuațiile extrase din sistemele 1 după reducere.

8.4. *Echivalenții REI ai sistemului* corespund grafului rezidual N bidirecțional, de corespondență biunivocă cu ecuații de tip 1 reduse, unde s-au reținut o parte din noduri (de exemplu numai nodurile cu tensiuni aplicate, în care caz poartă denumirea de „echivalent REI final" (vezi [14] și [15]).

8.5. *Echivalenții REI cu sarcină unică sau de alt tip* corespund grafurilor ce pot fi obținute prin procedeele indicate la punctul 7.3, în care se introduce un nod fictiv în locul unei părți a nodurilor reale [15].

8.6. Din orice echivalent REI de sistem se pot extrage mai departe schemele REI pentru nodurile reținute în scopul reprezentării unui anumit nod în studiu.

9. MODELUL MATEMATIC AL „ANALIZEI NODALE". CORESPONDENȚA BIUNIVOCĂ DINTRE ECUAȚIILE NODALE ȘI SCHEMELE DE TIP REI

În analiza nodală s-au utilizat generalizat ecuațiile așa-zise nodale

$$[I] = [Y] \cdot [E]. \tag{11}$$

9.1. Reducerea acestor ecuații se face printr-un procedeu de eliminare (Gauss) [6], [14] și [15]. Termenii nediagonali ai matricei $[Y]$ corespund admitanțelor rețelei, iar termenul diagonal admitanței nodale (suma admitanțelor din jurul unui nod) [1]). Termenul diagonal corespunde deci „factorului de normalizare" al grafurilor N normalizate, iar cel nediagonal coeficienților grafului N, după „denormalizare".

9.2. Corespondența biunivocă dintre ecuațiile nodale și schemele echivalente respective permite și în cazul analizei nodale stabilirea ecuațiilor după o prealabilă inspecție a schemei rețelei sau stabilirea schemei echivalente pe baza ecuațiilor reduse obținute [8], [14], [15].

9.3. În „analiza nodală" s-a utilizat în general în procesul de eliminare „liniarizarea" sarcinilor (reducerea curenților injectați pe baza relației (2). Acest lucru, posibil în cazul sistemului electroenergetic, comportă un avantaj esențial în afară de simplificarea calculelor și anume:

— schemele REI pot da și informații directe asupra curenților de scurtcircuit, așa cum sînt calculați azi folosindu-se metoda cea mai exactă din practica actuală, considerîndu-se tensiunile real aplicate și sarcinile reale ale sistemului (considerate admitanțe). Componentele curenților de scurtcircuit datorite diverselor tensiuni aplicate servesc la întocmirea

[1]) Cu semn schimbat față de termeni nediagonali.

„imaginii nodale" care, la rîndul ei, conduce la o serie nouă de informații și raționamente directe în legătură cu interdependența dintre variabilele reținute în schemă (vezi fig. 8, comparată cu fig. 1).

Pentru cazurile speciale [8], în care relația (2) nu ar mai putea fi considerată, au fost indicate și alte căi pentru rezolvarea acestora, una din ele fiind „liniarizarea". Aceeași „liniarizare" a fost utilizată în anumite cazuri și pentru reducerea nodurilor „generatoare" deci pentru stabilirea unor noduri fictive corespunzînd unui anumit grup de generatoare [15], cu toate că aceasta presupune o anumită corelare în ceea ce privește funcționarea generatoarelor înlocuite, care nu corespunde niciodată realității. Totuși, în foarte multe cazuri se pot căpăta indicații prețioase atunci cînd se caută efectul unor mărimi exterioare nodului echivalent format și acesta din urmă nu comportă variații mari de stare în problema studiată.

10. GENERALITATEA CONCEPȚIEI GRAFURILOR DE FLUENȚĂ ȘI POSIBILITĂȚILE NOI REZULTATE DIN ASOCIEREA CONCEPTELOR „ANALIZEI NODALE"

10.1. Din relatările anterioare se observă ușor că „analiza nodală" a rețelelor sistemului electroenergetic si „grafurile de fluență" aparțin aceleiași discipline. Analiza nodală s-a dezvoltat după o primă serie de studii care au dovedit posibilitățile și avantajele schemei radiale în studiile specifice întreprinse în cadrul sistemelor electroenergetice, studii legate de stabilitatea statică și dinamică, pierderi etc. [13], [14], [15] și [16]. Dezvoltările ulterioare au extins însă domeniul. Astfel unele probleme, în cazul cel mai general (rețea complexă buclată etc.), au fost reduse la probleme soluționabile pe scheme radiale echivalente. Acest lucru a putut fi făcut numai după stabilirea unor procedee asociate calculatoarelor numerice. Cercetătorii, familiarizați la început cu stările posibile în cazul schemei radiale simple sînt puși acum în fața aceluiași caz simplu pe care îl cunosc, de către calculatoarele numerice indiferent de complexitatea cazului real. Cele două concepte figurative noi, schemele REI și imaginile nodale, trebuie bine asimilate în prealabil pentru a se putea trage tot profitul din aceste noi căi de cercetare.

10.2. *Grafurile de fluență de tip N normalizate bidirecționale și de corespondență biunivocă*, spre deosebire de „analiza nodală", sînt o dezvoltare prețioasă a grafurilor de fluență și au fost găsite pornind de la conceptele generale ale acestor din urmă grafuri. Întîlnirea în final a acelorași concepte rămîne semnificativă. Mai mult, credem, că această corespondență de concepte poate fi fertilizată. Trebuie recunoscut că utilizarea grafului de fluență va permite atacarea problemelor în cazuri și mai generale, putînd fi de un deosebit interes în studiile speciale. Procedeele și căile utilizate în teoria grafurilor de fluență își pot găsi mai departe utilitatea în „analiza nodală" în anumite situații, asupra cărora nu este cazul să ne ocupăm aci.

10.3. Pe de altă parte se poate pune întrebarea dacă și cel de al doilea concept figurativ al analizei nodale „imaginile nodale" specifice sistemelor electroenergetice, nu ar putea fi și el dezvoltat, în cazuri mai generale și adaptat schemelor radiale specifice grafurilor de fluență în anumite probleme?

10.4. Revenind acum la constatările făcute la început asupra evoluției relațiilor om-calculator electronic, ne putem pune întrebarea dacă asemenea concepte figurative simple alcătuite din scheme standardizate și diagrame tip nu ar putea fi introduse în evoluțiile viitoare ale cercetărilor cu ajutorul calculatoarelor cifrice. Stările fizice ar putea fi astfel examinate direct, pe ecrane, graficele respective fiind formate direct de calculator.

Din drumul și experiența parcursă cu „analiza nodală" a sistemelor electroenergetice, răspunsul pare să fie afirmativ [12]—[16].

BIBLIOGRAFIE

1. A. T. Edwarde, J. M. Bolger, *Effect of Turbine-Generator Representation in System Stability Studies-Power Apparatus and Systems* (IEEEE). October, *10*, 924 (1965).
2. G. Kron, *Tensor Analysis of Networks*, J. Wiley and Sons, 1939.
3. S. J. Mason, *Feed-back Theory-Proc.*, Ins. Radio Engres. U.S.A. Sept. 1953; July, 1954.
4. L. Robichaud, M. Boisvert, J. Robert, *Signal Flow, Graphs and Applications*, Prentice-Hall-International-London.
5. Von Weiss, *Matrix analysis for electrical engineer*, Van Nostrand, 1964.
6. Paul Dimo, *Simplification of network problems through The introduction of a new Concepts-Paper* 318, CIGRE, Paris, 1964.
7. — *The graphic analyser* 302, GIGRE, Paris 1958.
8. — *Total standardisation of the study of networks by means of the Nodal Analysis*, Rev. roum. sci. techn.-Electrotechn. Energ. **9**, *4*. (1964).
9. — *Solution of Power-System load-flow problems by iteration of short-circuit, currents*, Rev. roum. sci. tehn.-Electrotechn. Energ. **10**, *3* (1964).
10. Paul Dimo, G. Moraite and S. Hückert, *The „REI" Schema and the nodal images, obtained without calculation by determining the short circuit currents with digitals computers.* Rev. roum. sci. techn.-Electrotechn.-Energ. **10**, *1*, p. 115—137 (1965).
11. R. B. Shiplex, D. Coleman, W. L. Nason, *Short-circuit, comparison study Power Apparatus and Systems* Febr. (1962).
12. G. Moraite, S. Ionescu, S. Feldman, I. Chensbraum, *Problem Raised by the Stability of Looped Systems*, CIGRE, Rapport 332 (1968).
13. Paul Dimo, *Etude de la stabilité statique et du réglage de la tension d'un point de jonction d'un réseau*, Rev. *Générale de l'Electricité* **70**, *11*, p. 552—556; Paris (1961); **71**, *3*, p. 151—175 (1962).
14. — *Une seule structure physique type pour l'étude des réseaux. L'équivalent Radial (REI).* Rev. roum. sci. techn.-Electrotechn. Energ. **9**, *1* (1964).
15. — *Les solutions des „Equivalents REI" du réseau entier* Rev. roum. sci. techn.-Electrotechn. Energ. **9**, *2*, (1964).
16. — *Analiza sistemelor electroenergetice.* Edit. tehnică — București 1959.

UN NOU ALGORITM DE CALCUL PENTRU DETERMINAREA REGIMURILOR STAȚIONARE DE FUNCȚIONARE A SISTEMULUI ENERGETIC CU AJUTORUL CALCULATOARELOR ELECTRONICE CIFRICE

DE

S. IONESCU, B. UNGUREANU, P. VASILESCU și M. STAADECKER

621.316.11

În lucrare se prezintă o nouă metodă de calcul a regimurilor staționare a rețelelor complexe, care se încadrează în categoria metodelor hibride. Sînt descrise algoritmul general de rezolvare cu ajutorul calculatoarelor electronice cifrice, precum și performanțele metodei.

1. INTRODUCERE

Dintre calculele care se efectuează în cadrul lucrărilor de proiectare și exploatare a rețelelor electrice, cele mai frecvente și în același timp foarte laborioase sînt calculele de regimuri staționare.

Deși metode de calcul a regimurilor staționare de funcționare a rețelelor electrice sînt cunoscute de un timp relativ lung, totuși aplicarea acestor metode la cazul real al rețelelor complexe s-a putut face numai o dată cu introducerea si cu dezvoltarea tehnicii electronice de calcul, primele articole care au atacat această problemă fiind considerate cele apărute în 1956 [1], [2].

În perioada următoare, o literatură deosebit de bogată a fost consacrată acestui subiect [3]—[5] și [7]—[11], literatură care continuă să fie publicată și în prezent [12]—[15], ceea ce arată că, în cadrul acestei importante probleme, se depun încă eforturi pentru perfecționarea

metodelor însăşi şi a găsirii unor algoritme de calcul rapide, economice şi sigure.

★

Aplicarea teoremei tensiunilor nodale şi definirea puterilor aparente în complex la cazul unei reţele electrice cu $N+1$ noduri (0, 1, 2, ..., N, 0 fiind nodul pămînt) conduce la următorul sistem de ecuaţii neliniare:

$$[\underline{Y}]\cdot[\underline{U}] = \left[\frac{\underline{S}^*}{\underline{U}^*}\right], \tag{1}$$

în care

$[\underline{Y}]$ este matricea de ordinul N a admitanţelor reţelei, ai cărei termeni sînt

$$-\underline{Y}_{ij} = -(G_{ij} + jB_{ij}), \text{ termeni nediagonali,}$$

$$\underline{Y}_{ii} = \underline{Y}_{io} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} (G_{ij} + jB_{ij}), \text{ termeni diagonali } i, j = 1,2, \ldots, N,$$

$[\underline{U}]$ — vectorul tensiunilor nodurilor (1, 2, ..., N) faţă de nodul 0: $\underline{U}_i = U_i' + jU_i''$,

$\left[\frac{\underline{S}^*}{\underline{U}^*}\right] = [\underline{I}]$ — vectorul curenţilor injectaţi în cele N noduri ale reţelei, corespunzînd puterilor aparente $\underline{S}_i = P_i + jQ_i$.

În cazul reţelelor sistemelor energetice, matricea $[\underline{Y}]$ are următoarele proprietăţi deosebit de importante pentru modul de alcătuire a algoritmului de calcul:

— este simetrică ($\underline{Y}_{ij} = \underline{Y}_{ji}$)[1];

— conţine foarte multe elemente nule.

Sistemul de ecuaţii (1) fiind neliniar, soluţia se poate obţine numai printr-o metodă iterativă de calcul. Prin alegerea nodului 1 ca nod de echilibru al puterilor active şi reactive, adică impunînd tensiunea $\underline{U}_1$ rezultă că sistemul de ecuaţii (1) va conţine 2 ($N-1$) necunoscute:

$$U_i',\ U_i'' \ (i = 2, 3, \ldots, N).$$

Pentru rezolvarea acestui sistem de ecuaţii, metodele cele mai folosite la întocmirea algoritmelor de calcul pentru calculatoarele cifrice sînt următoarele:

1) Metode care utilizează matricea $[\underline{Y}]$ şi procedeul de rezolvare iterativ Seidel-Gauss;

2) Metode care utilizează matricea inversă $[\underline{Z}] = [\underline{Y}]^{-1}$;

3) Metode care utilizează matricea $[\underline{Y}_r]$, obţinută prin triangularizarea matricei $[\underline{Y}]$;

4) Metode care utilizează o matrice hibridă, obţinută de asemenea din $[\underline{Y}]$;

[1] Cu excepţia cazului cînd în reţea sînt autotransformatoare cu raport de transformare complex (autotransformatoare cu reglaj longo-transversal).

5) Metoda lui Newton de rezolvare a sistemelor de ecuații neliniare.

În lucrare se prezintă o nouă metodă de calcul a regimurilor staționare de funcționare a rețelei sistemului energetic, metodă care îmbină avantajele categoriilor de metode 1 și 3 de mai sus.

Așa cum rezultă din capitolul următor, noua metodă utilizează o parte din matricea $[\underline{Y}]$ nemodificată și o alta sub formă triangularizată; ca atare, ea se poate încadra în categoria metodelor hibride.

Utilizarea matricelor hibride sub forma unor submatrice $[\underline{Y}]$ și $[\underline{Z}]$ a făcut obiectul unor preocupări anterioare [5], [11], iar o lucrare recentă a evidențiat avantajele ce s-ar obține prin înlocuirea submatricei $[\underline{Z}]$ cu o submatrice $[\underline{Y}]$ triangularizată [15].

Plecînd de la aceste premise, autorii au adus contribuții originale la elaborarea metodei de calcul, au experimentat-o cu ajutorul algoritmelor și programelor întocmite pentru calculatoarele electronice cifrice CIFA—102 și ELLIOTT—803 B, concluziile privind eficiența metodei fiind prezentate în paragraful 4 al lucrării.

2. PREZENTAREA NOII METODE PRIVIND CALCULUL REGIMURILOR STAȚIONARE DE FUNCȚIONARE A REȚELEI SISTEMULUI ENERGETIC

În general, într-o rețea electrică se consideră, în afara nodului de echilibru (numerotat 1) de tensiune impusă $\underline{U}_1$, două tipuri de noduri:

— de tip generator (g), în care se impune puterea activă injectată (P_g) și modulul tensiunii nodului ($|\underline{U}_g|$);

— de tip consumator (c), în care sînt impuse puterea activă (P_c) și reactivă (Q_c).

Numerotînd nodurile rețelei în ordinea: nodul de echilibru (1), noduri de tip generator ($g = 2, 3, \ldots, G$) și noduri de tip consumator ($c = G + 1, \ldots, N$), prin eliminarea ecuației 1, din sistemul de ecuații (1) se obține:

$$\left|\begin{array}{c|c} \underline{Y}_{gg} & -\underline{Y}_{gc} \\ \hline -\underline{Y}_{cg} & \underline{Y}_{cc} \end{array}\right| \cdot \left|\begin{array}{c} \underline{U}_g \\ \hline \underline{U}_c \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c} \underline{I}_g + \underline{U}_1\ \underline{Y}_{g1} \\ \hline \underline{I}_c + \underline{U}_1\ \underline{Y}_{c1} \end{array}\right|, \tag{2}$$

care se poate scrie sub forma

$$[\underline{Y}_{gg}]\cdot[\underline{U}_g] = [\underline{I}_g + \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq g}}^{N} \underline{U}_i \cdot \underline{Y}_{gi}] = [\underline{J}_g] \qquad g = 2, 3, \ldots, G, \tag{3}$$

$$[\underline{Y}_{cc}] \cdot [\underline{U}_c] = [\underline{I}_c + \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq c}}^{N} \underline{U}_i \cdot \underline{Y}_{ci}] = [\underline{J}_c] \qquad c = G + 1, \ldots, N, \tag{4}$$

în care

$[\underline{Y}_{gg}]$; $[\underline{Y}_{cc}]$ sînt submatrice pătrate din matricea $[\underline{Y}]$,

$[\underline{U}_g]$; $[\underline{U}_c]$ — submatrice din matricea-coloană $[\underline{U}]$,

cu $g = 2, 3, \ldots, G$; $c = G + 1, \ldots, N$.

Relaţiilor (3) şi (4) li se adaugă condiţia de modul constant a tensiunii în nodurile de tip g:

$$|\underline{U}_g|^2 = U_g'^2 + U_g''^2 \qquad g = 2, 3, \ldots, G. \tag{5}$$

Sistemul de ecuaţii dat de relaţiile (3), (4) şi (5) se rezolvă printr-un procedeu iterativ în felul următor:

— se presupun cunoscute valorile iniţiale ale tensiunilor în toate nodurile reţelei: $\underline{U}_g^{(0)}$ şi $\underline{U}_c^{(0)}$;

— se utilizează relaţiile (3) şi (5) pentru a obţine tensiunile în nodurile tip generator la iteraţia 1: $\underline{U}_g^{(1)}$;

— aceste tensiuni se introduc în relaţia (4), care se rezolvă în raport cu tensiunile nodurilor de tip consumator, rezultînd deci $\underline{U}_c^{(1)}$;

— mărimile $\underline{U}_c^{(1)}$ se folosesc din nou în ecuaţiile (3) şi (5) pentru a obţine $\underline{U}_g^{(2)}$ etc.

Procesul iterativ încetează cînd se îndeplineşte un anumit criteriu de convergenţă. Se consideră că acest criteriu este $\Delta\underline{S}_1 \leqslant \varepsilon$, în care $\Delta\underline{S}_1$ este diferenţa dintre puterile aparente complexe rezultate în nodul de echilibru 1 între două iteraţii succesive, diferenţă ce se fixează în funcţie de scopul pentru care sînt întocmite calculele.

Subsistemul de ecuaţii (4) se rezolvă printr-o metodă bazată pe algoritmul de eliminare Gauss. Metoda comportă:

a) obţinerea unei matrice triunghiulare $[\underline{Y}_{cc}]_r$ din matricea $[\underline{Y}_{cc}]$;

b) calculul soluţiilor $[\underline{U}_c]$ utilizînd termenii din partea dreaptă a relaţiei (4) modificaţi succesiv cu ajutorul elementelor din matricea $[\underline{Y}_{cc}]_r$.

Această metodă de calcul se va dezvolta în paragraful 2.2. din lucrare.

Încercările autorilor de a rezolva şi subsistemele de ecuaţii (3) şi (5) printr-o metodă similară au condus la obţinerea unor oscilaţii mari ale soluţiei, în special la calculul puterilor reactive Q_g, atunci cînd limitele impuse acestor puteri delimitau o zonă relativ îngustă.

A rezultat de asemenea că o metodă practică de rezolvare a ecuaţiilor (3) şi (5) este cea bazată pe procedeul Seidel-Gauss.

În consecinţă, rezolvarea problemei în ansamblu se face printr-o metodă hibridă:

— subsistemele de ecuaţii (3) şi (5) se rezolvă prin procedeul Seidel-Gauss, păstrînd nemodificată matricea $[\underline{Y}_{gg}]$;

— subsistemul de ecuaţii (4) se rezolvă printr-un procedeu de eliminare, care utilizează o matrice triangularizată $[\underline{Y}_{cc}]_r$.

2. 1. Metoda de rezolvare a subsistemelor de ecuaţii (3) şi (5) caracteristice nodurilor de tip generator

Deoarece procedeul de rezolvare Seidel-Gauss a fost aplicat deseori în rezolvarea acestei probleme [4], [8], [9], [11], se vor da în continuare numai relaţiile principale de calcul:

a) Se calculează puterea reactivă $Q_g^{(p)}$, la iterația p, folosind relația

$$Q_g^{(p)} = -B_{gg} \cdot |\underline{U}_g|^2 + \left(\sum_{\substack{i=1 \\ j \neq g}}^{N} \underline{Y}_{gi} \cdot \underline{U}_i^{(p-1)} \right)'' \cdot \underline{U}_g'^{(p-1)} - \left(\sum_{\substack{i=1 \\ 1 \neq g}}^{N} \underline{Y}_{gi} \cdot \underline{U}_i^{(p-1)} \right)' \cdot U_g''^{(p-1)}$$

$$g = 2, 3, \ldots, G, \tag{6}$$

unde s-a notat cu indicele „prim" partea reală a mărimilor complexe, iar cu „secund" cea imaginară;

b) Se verifică încadrarea puterii reactive calculate $Q_g^{(p)}$ în limitele impuse: $Q_{g\,\min} \leqslant Q_g^{(p)} \leqslant Q_{g\,\max}$. În cazul depășirii limitelor se reține în calcul limita superioară (dacă $Q_g^{(p)} > Q_{g\,\max}$) sau cea inferioară (dacă $Q_g^{(p)} < Q_{g\,\min}$);

c) se calculează curentul electric injectat în nod:

$$\underline{I}_g^{(p)} = \frac{\underline{S}_g^{*(p)}}{\underline{U}_g^{*(p-1)}} = \frac{P_g - j\, Q_g^{(p)}}{U_g'^{(p-1)} - j U_g''^{(p-1)}}; \tag{7}$$

d) Se calculează tensiunea nodului g la iterația în curs (p):

$$\dot{\underline{U}}_g^{(p)} = \frac{\underline{I}_g^{(p)} + \sum_{i=1}^{G-1} \underline{Y}_{gi} \cdot \underline{U}_i^{(p)} + \sum_{i=G+1}^{N} \underline{Y}_{gi} \cdot \underline{U}_i^{(p-1)}}{\underline{Y}_{gg}}; \tag{8}$$

e) În calculele ce urmează se va considera o tensiune $\underline{U}_g^{(p)}$, dată de relația

$$\underline{U}_g^{(p)} = \underline{U}_g^{(p-1)} + \omega \cdot (\dot{\underline{U}}_g^{(p)} - \underline{U}_g^{(p-1)}),$$

unde coeficientul de accelerare ω este $1{,}5 \div 1{,}7$;

f) Dacă puterea reactivă calculată $Q_g^{(p)}$ nu depășește limitele admise, tensiunea accelerată se corectează cu raportul $|\underline{U}_g|$ impus $/ |\underline{U}_g^{(p)}|$, pentru ca tensiunea nodului să respecte condiția de modul impus.

Calculul se reia de la faza (*a*) pentru fiecare nod următor de tip generator ($g = 2, 3, \ldots, G$).

2.2. Metoda de rezolvare a subsistemului de ecuații (4)

Aplicarea unui algoritm general de calcul pentru metoda de eliminare Gauss, valabil cînd în matricea coeficienților se consideră că toate elementele sînt diferite de zero, conduce, în cazul sistemelor de ecuații corespunzătoare rețelelor electrice, la un volum mare de calcul, dintre care calculele utile sînt în raport de circa 1/6.

Pe baza proprietăților matricei $[\underline{Y}]$ (în particular ale matricei $[\underline{Y}_{cc}]$) s-a elaborat un algoritm de calcul care elimină complet calculele inutile și care constă în principal din următoarele:

a) În memoria calculatorului se introduc numai elementele diferite de zero ale matricei de admitanțe, fiecărui element nediagonal fiindu-i afectat o pereche de indici $(i; j)$ care arată locul elementului în matrice

(linia i, coloana j). Datorită proprietăţii de simetrie, în memoria calculatorului se introduc numai elementele cu $i < j$ (matricea triunghiulară superioară).

b) Se transformă matricea $[\underline{Y}_{cc}]$ într-o matrice triunghiulară propriu-zisă $[\underline{Y}_{cc}]_r$ prin eliminări succesive [6], [10], folosind formula

$$\underline{Y}_{jk}^{(i)} = \underline{Y}_{jk}^{(i-1)} - \frac{\underline{Y}_{ik}^{(i-1)} \cdot \underline{Y}_{ij}^{(i-1)}}{\underline{Y}_{ii}^{(i-1)}}, \tag{9}$$

în care i corespunde indicelui necunoscutei care se elimină din ecuaţiile următoare.

Dacă se presupune că în linia i a matricei $[\underline{Y}_{cc}]$ există elementele cu indicii $(i\,;\,j)$, $(i\,;\,k)$ şi $(i\,;\,l)$, atunci eliminarea de ordinul i va determina, conform relaţiei (9), modificarea termenilor diagonali ai liniilor j, k şi l şi modificarea sau apariţia numai a termenilor nediagonali cu indicii $(j\,;\,k)$, $(j\,;\,l)$ şi $(k\,;\,l)$.

Calculul efectiv al noilor elemente ale matricei se efectuează astfel: se depun elementele liniei i în blocul D_i şi împărţite la elementul diagonal (pivot) în blocul D_i', iar apoi se înmulţesc conform săgeţilor din figura 1:

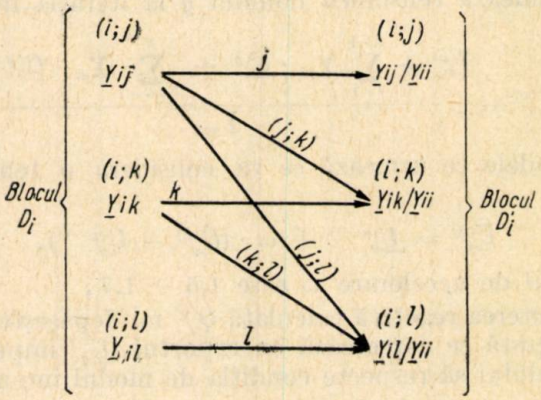


Fig. 1. — Modul de formare a elementelor matricei $[\underline{Y}_{cc}]_r$ conform relaţiilor (9).

La eliminarea de ordinul i, apariţia unui element de forma $(j\,;\,k)$ poate conduce la una din următoarele situaţii:

— dacă în matrice există acest element, el este uşor identificat şi modificat conform relaţiei (9);

— dacă elementul nu există în matrice, acest termen, împreună cu indicele corespunzător, trebuie creat în procesul de eliminare.

Perechile de indici noi formate, împreună cu cele existente, se aranjează astfel ca $i < j$ $(i,\ j = G + 1,\ \ldots,\ N)$, formîndu-se un tablou ordonat al elementelor strict necesare în procesul de eliminare.

Ordinea de eliminare influenţează volumul de calcule. În principiu este utilă determinarea indicelui i, astfel încît efectuarea eliminării de ordinul i să conducă la apariţia unui număr minim de elemente noi în matrice (eliminări ordonate [12]). Acest mod de eliminare păstrează în

general și în matricea $[\underline{Y}_{cc}]_r$ proprietatea că foarte multe elemente rămîn nule. În numeroase calcule efectuate s-a obținut un raport nu mai mare de 2,5 între numărul de elemente nediagonale din matricea $[\underline{Y}_{cc}]_r$ și cel corespunzător din matricea $[\underline{Y}_{cc}]$, cu toate că numerotarea nodurilor rețelei nu s-a efectuat strict după criteriul eliminărilor ordonate. În anexa 1 sînt date unele relații necesare aplicării metodei eliminărilor ordonate, precum și indicații practice pentru determinarea ordinii de numerotare a nodurilor de tip consumator (c).

c) Rezolvarea sistemului de ecuații (4) se face prin modificări succesive ale elementelor vectorului $[\underline{J}_c]$ cu ajutorul elementelor matricei triangularizate $[\underline{Y}_{cc}]_r$. Formulele de calcul, care se obțin prin aplicarea procedeului de eliminare Gauss [10] la rezolvarea unui sistem de ecuații, sînt următoarele:

— *Etapa 1*: transformarea elementelor vectorului $[\underline{J}_c]$ cu relația

$$\underline{J}'_j = \underline{J}_j - \frac{\underline{Y}_{ij}}{\underline{Y}_{ii}} \cdot \underline{J}_i . \tag{10}$$

Operațiile se efectuează în funcție de sistemul de indici ai elementelor nediagonale, perechea de indici (i; j) arătînd că elementul corespunzător $\underline{Y}_{ij}$, împărțit la pivotul $\underline{Y}_{ii}$, se multiplică cu elementul $\underline{J}_i$, rezultatul scăzîndu-se din $\underline{J}_j$. După ce s-au parcurs toate perechile de indici (i; j) din matricea $[\underline{Y}_{cc}]_r$, aplicînd de tot atîtea ori formula (10), se continuă cu etapa următoare;

— *Etapa 2*: elementele vectorului modificat $[\underline{J}'_c]$ se împart la elementele diagonale din matricea $[\underline{Y}_{cc}]_r$, obținîndu-se vectorul $[\underline{U}'_c]$:

$$\underline{U}'_k = \frac{\underline{J}''_k}{\underline{Y}_{kk}} \qquad k = G + 1, \ldots, N; \tag{11}$$

— *Etapa 3*: se transformă elementele vectorului $[\underline{U}'_c]$ în vectorul soluție $[\underline{U}_c]$ cu ajutorul relației

$$\underline{U}_i = \underline{U}'_i - \frac{\underline{Y}_{ij}}{\underline{Y}_{ii}} \cdot \underline{U}_j . \tag{12}$$

Calculul se efectuează de asemenea cu ajutorul indicilor, coordonata j arătînd că elementul corespunzător $\underline{Y}_{ij}$, împărțit la pivotul $\underline{Y}_{ii}$, multiplică elementul $\underline{U}_j$, coordonata i indicînd că rezultatul se scade din elementul $\underline{U}'_i$. Ordinea de parcurgere a perechilor de indici este inversă celei de la etapa 1, adică se pornește de la ultima pereche ($N-1$, N) către prima.

d) Presupunînd că matricea $[\underline{Y}_{cc}]$ a fost triangularizată, operațiile necesare rezolvării sistemului de ecuații (4) se succed în ordinea următoare:

— se calculează curentul electric injectat în nod:

$$\underline{I}_c = \frac{\underline{S}^*_c}{\underline{U}^*_c} = \frac{P_c - j\,Q_c}{\underline{U}'_c - j\,U''_c}; \tag{13}$$

— se determină curenţii echivalenţi :

$$\underline{J}_c = \underline{I}_c + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq c}}^{N} \underline{U}_i \cdot \underline{Y}_{ci} \qquad c = G+1, \ldots, N; \tag{14}$$

— se parcurg etapele 1, 2 şi 3 pentru rezolvarea sistemului de ecuaţii, aplicînd formulele (10), (11) şi (12).

3. ALGORITMUL DE CALCUL

Algoritmul general de calcul necesar pentru programarea noii metode la calculatorul cifric este dat în figura 2. Date iniţiale ale problemei sînt următoarele :

— admitanţele corespunzătoare legăturilor fiecărui nod la nodul 0 : $\underline{Y}_{i0}$, respectiv G_{i0} şi B_{i0}, cu $i = 1, 2, \ldots, N$ (capacităţile liniilor, admitanţe echivalente ale consumatorilor, legături la pămînt datorită schemei echivalente în π ale autotransformatoarelor) ;

— admitanţele $\underline{Y}_{ij}$ ($i, j = 1, 2, \ldots, N$ şi $i < j$) corespunzătoare legăturilor dintre noduri, însoţite de coordonatele (i ; j) respective, adică (i ; j) ; G_{ij} ; B_{ij} ; se consideră numai termenii diferiţi de zero din matricea triunghiulară superioară ($i < j$) ;

— puterea activă şi modulul tensiunii în nodurile g ($g = 2, 3, \ldots, G$) ;

— puterea activă şi reactivă în nodurile c ($c = G + 1, \ldots, N$) ;

— valorile admise iniţial pentru tensiunile nodurilor ($U_i'^{(0)}$, $U_i''^{(0)}$; $i = 1, 2, \ldots, N$).

Algoritmul din figura 2 este compus din blocurile de calcul a, b,..., l, ale căror funcţii sînt date în continuare :

— *Blocul a* : calculul termenilor diagonali $\underline{Y}_{ii}$ utilizînd relaţiile :

$$\underline{Y}_{ii} = \underline{Y}_{i0} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} \underline{Y}_{ij}$$

se face cu ajutorul perechilor de indici (i ; j) prin sumarea admitanţelor corespunzătoare ($\underline{Y}_{ij}$) în termeni diagonali $\underline{Y}_{ii}$ şi $\underline{Y}_{jj}$, adăugînd ulterior termenii $\underline{Y}_{i0}$;

— *Blocul l* : aranjarea perechilor de indici (i ; j) din matricea $[\underline{Y}_{cc}]$ se face conform schemei logice din figura 3. Se efectuează în prealabil o selecţie dintre toţi indicii (i ; j) a indicilor (i ; j) din matricea $[\underline{Y}_{cc}]$, adică indicii cu $i \geqslant G + 1$ ($i < j$). Aceştia se depun în blocurile de calcul B_i, unde se fac operaţiile logice necesare pentru determinarea perechilor de indici noi care vor apărea în procesul de eliminare. Noii indici (j, k) se depun ordonat în blocurile B_j, astfel că la terminarea procesului de aranjare ($i = N$) în blocurile B_i se vor afla ordonaţi toţi indicii necesari ;

— *Blocul c* : din blocurile B_i se efectuează un transport al indicilor într-un bloc de lucru C. Apoi în blocul C se transportă cu semn schimbat admitanţele $\underline{Y}_{ij}$ din datele iniţiale, corespunzător cu perechile de indici (i ; j) (fig. 3) ;

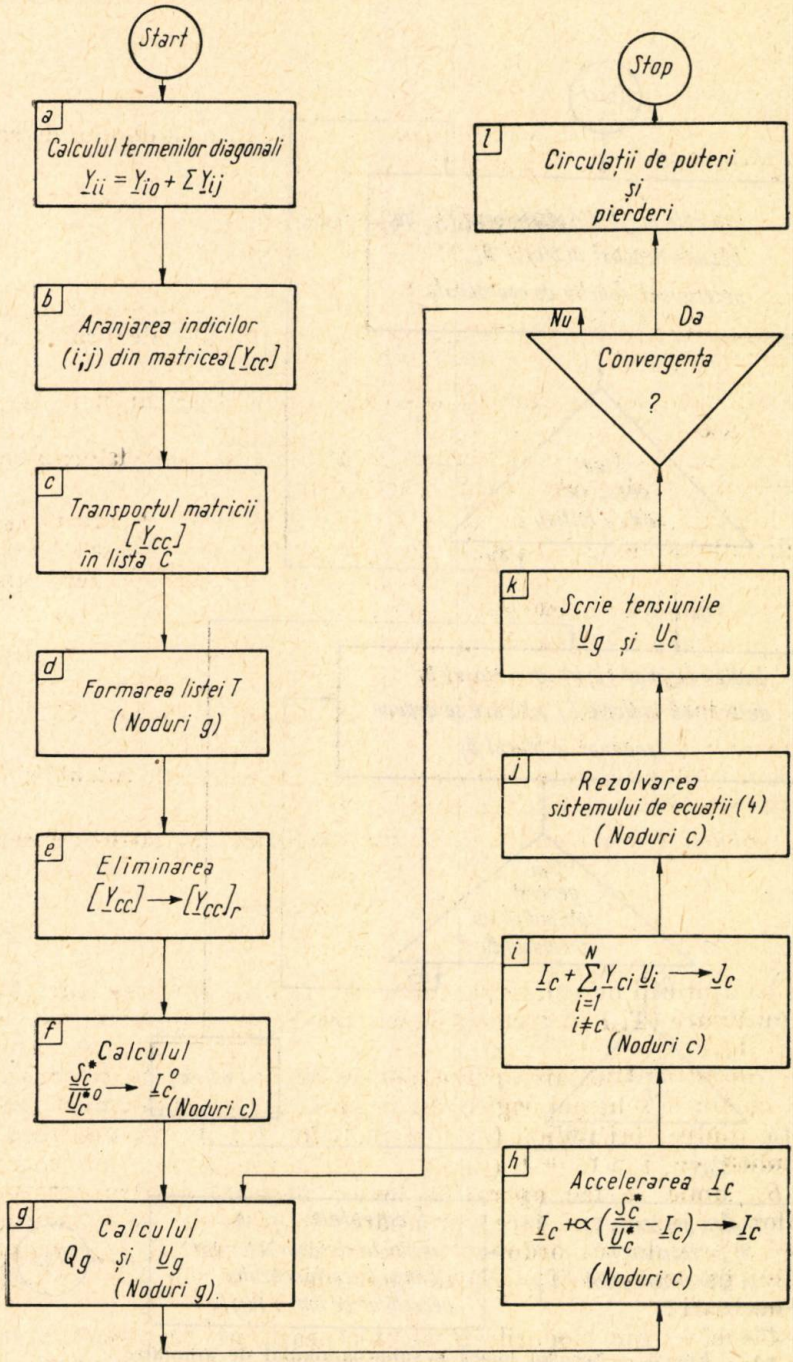


Fig. 2. — Schema-bloc a programului de calcul corespunzătoare noii metode propuse.

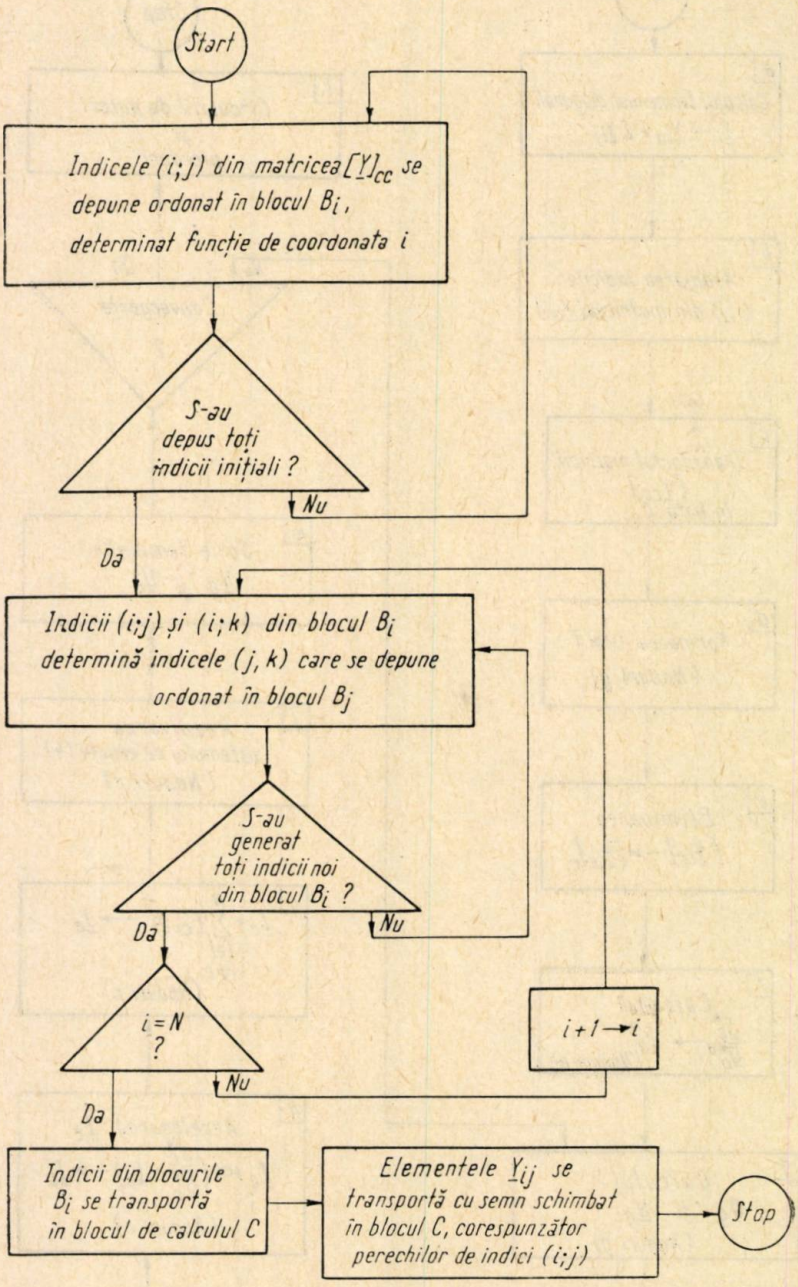


Fig. 3. — Schema logică a subprogramului de aranjare.

— *Blocul d* : pentru reducerea timpului de calcul din partea iterativă a algoritmului se formează o listă T în care se explicitează legăturile fiecărui nod de tip g ($g = 2, 3, ..., G$) cu nodurile vecine. În acest fel, expresiile $\sum_{i=1\neq g}^{N} \underline{Y}_{gi} \cdot \underline{U}_i$, necesare la calculul mărimilor Q_g și $\underline{U}_g$ cu formulele (6) și (7), se calculează într-un timp minim. Lista T se formează folosind indicii (i ; j) din datele inițiale ;

— *Blocul e* : se transformă matricea $[\underline{Y}_{cc}]$, compusă din termenii diagonali $\underline{Y}_{ii}$ cu $i = G + 1, \ldots, N$ (calculați în blocul a) și din termenii nediagonali transportați în lista C (blocul c), în matricea $[\underline{Y}_{cc}]_r$, conform schemei logice din figura 4. Calculele propriu-zise sînt precedate de „normalizarea" elementelor matricei, operație specifică calculatoarelor cu virgulă fixă existente în țară, necesară pentru îmbunătățirea preciziei rezultatelor.[2] Deoarece, în general, în rețelele electrice de înaltă tensiune $G_{ij} \leqslant B_{ij}$, operația de normalizare se efectuează astfel. La fiecare etapă i a procesului de eliminare se determină valoarea maximă a susceptanței B_{ij} din matricea reziduală (care începe cu linia i și se termină cu linia N) :

$$M_i = \max |B_{ij}| ; \qquad i = i, j, \ldots\ldots N, \quad j = i, j, \ldots\ldots N.$$

Se determină un număr întreg $r_i \geqslant 0$, astfel ca

$$0{,}1 \leqslant \frac{0{,}3 \cdot Mi}{10^{-r_i}} < 1. \tag{15}$$

Relația (15) este justificată de faptul că în expresia (9) intervine o sumă de trei termeni (ținînd seama că elementele matricei sînt numere complexe), sumă care nu trebuie să depășească unitatea. Urmează că cel mai mare număr care poate fi admis în matrice este 0,3333 . . . După determinarea lui r_i, elementele matricei reziduale ar putea fi multiplicate cu $10^{r_i - 1}$.

Deoarece în relația (9) intervine raportul $\frac{\underline{Y}_{ik}^{(i-1)}}{\underline{Y}_{ii}^{(i-1)}}$, se determină suplimentar un număr întreg $u_i \geqslant 0$, astfel ca

$$\frac{10^{-u_i} \cdot m_i}{|B_{ii}|} < 1, \tag{16}$$

în care m_i este valoarea maximă a elementului pe linia i :

$$m_i = \max |B_{ij}| \qquad j = i, j, \ldots, N.$$

[2]) Algoritmul de normalizare a matricei folosește indicații conținute într-o lucrare nepublicată a mat. B. Cîrstoiu de la I.F.A.

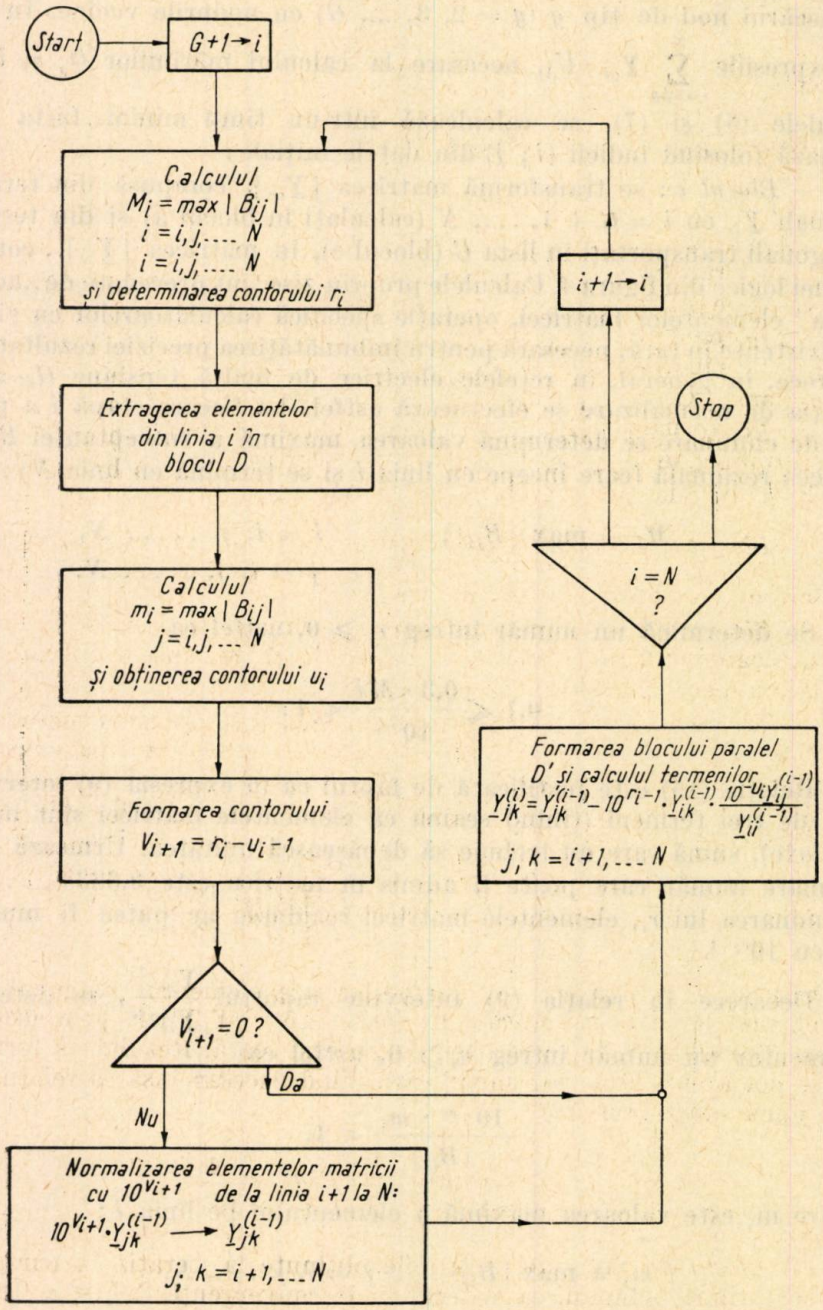


Fig. 4. — Schema logică a subprogramului de eliminare.

Rezultă în ansamblu un coeficient $10^{v_{i+1}}$ cu $^{v_{i+1}} = r_i - u_i - 1$, care multiplică toate elementele matricei de la linia (i+1) înainte. Cu aceste considerații asupra normalizării elementelor matricii, expresia (9) devine

$$\underline{Y}_{jk}^{(i)} = 10^{v_{i+1}} \cdot \underline{Y}_{jk}^{(i-1)} - 10^{r_i - 1} \cdot \underline{Y}_{ik}^{(i-1)} \cdot \frac{(10^{-u_i} \cdot \underline{Y}_{ij}^{(i-1)})}{\underline{Y}_{ii}^{(i-1)}}. \qquad (17)$$

În același timp se reține în memoria calculatorului mărimile

$$\frac{10^{-u_i} \cdot \underline{Y}_{ij}^{(i-1)}}{\underline{Y}_{ii}^{(i-1)}}; \quad 10^{-u_i} \text{ și } v_{i+1},$$

care se vor utiliza în blocul de rezolvare (j);

— *Blocul f*: se efectuează calculul curenților injectați în nodurile de tip c cu ajutorul formulei (13), în care se introduc valorile inițiale ale tensiunilor $\underline{U}_c^{(0)}$.

— *Blocul g*: cu acest bloc începe partea iterativă a algoritmului. Se determină puterile reactive Q_g și tensiunile $\underline{U}_g$ în nodurile de tip g ($g = 2, 3, ..., G$), așa cum s-a arătat în § 2.1;

— *Blocul h*: se calculează mărimile $\frac{\underline{S}_c^*}{\underline{U}_c^*}$ și se accelerează curenții $\underline{I}_c$, folosind un coeficient de accelerare α;

— *Blocul i*: Se calculează curenții echivalenți J_c folosind relațiile (14) și alegînd dintre perechile de indici (i; j) din datele inițiale pe cei care îndeplinesc condițiile $i \leqslant G$ și $j > G$;

— *Blocul j*: Se rezolvă sistemul de ecuații (4) folosind metoda dată în § 2.2. (fig. 5). La fiecare linie i se controlează valoarea controlului v_{i+1} determinată în blocul de eliminare e. Dacă $v_{i+1} \neq 0$, se multiplică curenții echivalenți de la linia $i + 1$ înainte cu $10^{v_{i+1}}$. Relația (10) capătă deci forma modificată (18)

$$\underline{J}'_j = 10^{v_{i+1}} \cdot \underline{J}_j - \left(10^{-u_i} \cdot \frac{\underline{Y}_{ij}}{\underline{Y}_{ii}}\right) \underline{J}_i \frac{10^{v_{i+1}}}{10^{-u_i}}. \qquad (18)$$

Se observă că în procesul de triangularizare elementul diagonal $\underline{Y}_{ii}$ a fost obținut la scara v_i (adică sub forma $10^{v_i} \cdot \underline{Y}_{ii}$) iar prin utilizarea relației (18) elementele J'_i se obțin la aceeași scară. Rezultă că formulele (11) se pot aplica fără vreo modificare, fiind necesar însă ca relațiile (12) să se pună sub forma (19)

$$\underline{U}_i = \underline{U}'_i - \left(10^{-u_i} \cdot \frac{\underline{Y}_{ij}}{\underline{Y}_{ii}}\right) \cdot \underline{U}_j \cdot \frac{1}{10^{-u_i}}; \qquad (19)$$

— *Blocul k*: Se scriu tensiunile obținute la iterația în curs, după care se verifică îndeplinirea criteriului de convergență $\Delta \underline{S}_1 \leqslant \varepsilon$. În cazul în care criteriul nu este îndeplinit, se face o nouă iterație prin transfer la blocul g;

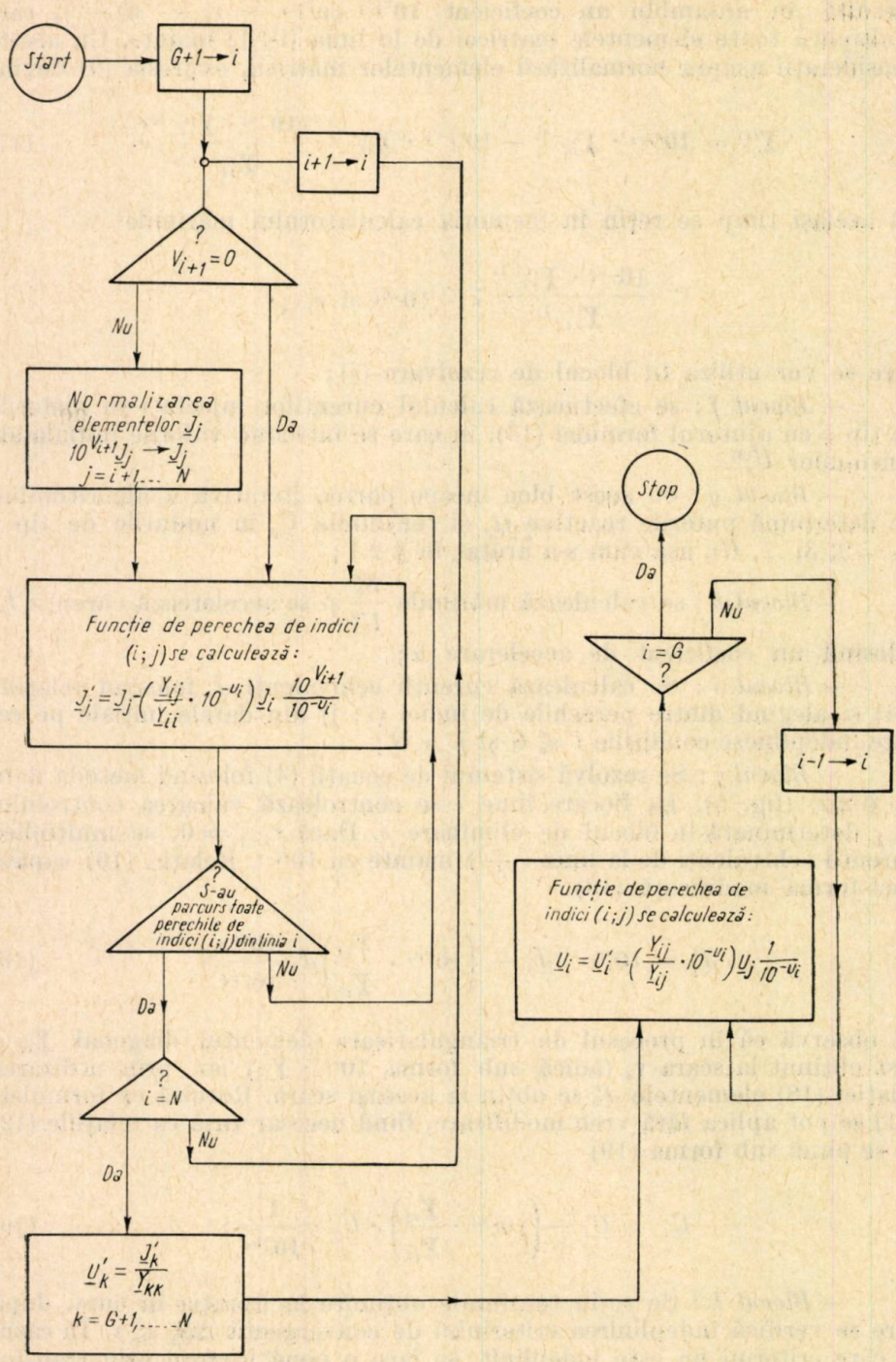


Fig. 5. — Schema logică a subprogramului de rezolvare.

— *Blocul l* : După îndeplinirea criteriului de convergență, se calculează circulațiile de puteri pe linii, precum și pierderile de putere activă și reactivă, folosind relațiile :

$$\underline{S}_{ij} = P_{ij} + j\,Q_{ij} = [(\underline{U}_i - \underline{U}_j) \cdot \underline{Y}_{ij}]^* \cdot \underline{U}_i,$$

$$\underline{S}_{ji} = P_{ji} + j\,Q_{ji} = [(\underline{U}_j - \underline{U}_i) \cdot \underline{Y}_{ij}]^* \cdot \underline{U}_j,$$

$$\underline{S}_{i0} = U_i^2 \cdot \underline{Y}_{i0}^*,$$

$$\underline{S}_i = \sum_{j=1\neq i}^{N} \underline{S}_{ij} + \underline{S}_{i0} = P_i + jQ_i, \tag{20}$$

$$\Delta P_i = \sum_{i=1}^{N} P_i,$$

$$\Delta Q_i = \sum_{i=1}^{N} Q_i.$$

4. REZULTATE OBȚINUTE

Metoda propusă (RCA) a fost larg experimentată pe o serie de rețele concrete ale sistemului energetic național, cu 20÷60 noduri, cu ajutorul calculatoarelor electronice CIFA-102 și Elliott-803 B.

Comparativ cu metoda iterativă Seidel-Gauss, larg utilizată în prezent pe plan mondial [3], [4], [8], [9], [11], [14], rezultatele obținute sînt următoarele :

a) *dacă toate nodurile rețelei considerate sînt de tip* P, Q : metoda propusă este de circa 2,5 ori mai rapidă, obținîndu-se în același timp o precizie mai bună la puterile reactive și o precizie practic echivalentă la puterile active ;

b) *dacă nodurile rețelei considerate sînt atît de tip* P, Q, *cît și de tip* P, $|\underline{U}|$:

— coeficientul cu care se reduce durata calculului prin metoda RCA depinde de proporția dintre cele două tipuri de noduri ; pentru rețelele întîlnite în mod curent în practică, unde numărul de noduri de tip P, $|\underline{U}|$ nu depășește 1/3 din numărul total de noduri, rezultatele au arătat că timpul de calcul se reduce de circa două ori ;

— este oportun să se ia în considerare coeficienții de accelerare, respectiv de frînare a componentelor curenților din nodurile de tip c. Din încercările efectuate a rezultat că valorile indicate a fi utilizate sînt 0,9 pentru frînarea componentei reale a curenților și 1,4 pentru accelerarea componentei imaginare, stabilirea valorilor optime ale acestora urmînd a fi făcută după o perioadă mai lungă de aplicare a metodei.

În concluzie, noua metodă de calcul a regimurilor staționare de funcționare a rețelei sistemului energetic, prezentată în lucrare, oferă avantaje importante cu privire la durata calculelor, în special cînd rețelele examinate au majoritatea nodurilor de tip c (P_c și Q_c impuse).

De asemenea un avantaj deosebit al metodei RCA constă în posibilitatea de a se determina regimul reţelelor buclate care conţin şi ramuri radiale, ceea ce nu este posibil de obţinut totdeauna cu metoda iterativă Seidel-Gauss.

Trebuie menţionat faptul că acelaşi algoritm RCA poate fi utilizat şi pentru calculul regimurilor apropiate de limita de stabilitate statică şi deci poate constitui o metodă de studiu a acestei probleme.

ANEXA 1

ORDONAREA MATRICEI [Y] ÎN VEDEREA REDUCERII TIMPULUI DE CALCUL

S-a arătat în lucrare că eliminarea necunoscutei avînd indicele i în ecuaţiile următoare conduce la modificarea şi, în general, la apariţia unor termeni noi în matricea reziduală. Existenţa a n_i termeni nediagonali într-o linie i va determina, la eliminarea de ordinul i, modificarea sau apariţia în matricea reziduală (vezi figura 1 din lucrare) a :

$-\ n_i$ termeni diagonali ;

$-\ \sum_{j=1}^{n_i} (n_i - j)$ termeni nediagonali.

Rezultă : $N_i = n_i + \sum_{i=1}^{n_i} (n_i - j) = \dfrac{n_i \cdot (n_i + 1)}{2}$.

Numărul de termeni noi care apar în matricea reziduală (P_i) se obţine scăzînd din N_i numărul termenilor diagonali afectaţi de eliminarea de ordinul i (acest număr este egal cu numărul legăturilor nodului i cu nodurile vecine adică n_i) şi numărul elementelor nediagonale care reprezintă legăturile care existau între vecinii nodului i (C_i) :

$$P_i = N_i - n_i - C_i = \frac{1}{2} n_i (n_i - 1) - C_i.$$

De exemplu, dacă în linia i există termenii nediagonali $(i\,;\,j)$, $(i\,;\,k)$, $(i\,;\,l)$, deci $n_i = 3$, şi se presupune că nodul k era legat cu nodul l, deci exista elementul $(k\,;\,l)$, adică $C_i = 1$, va rezulta $P_i = 2$, adică vor apărea doi termeni noi : $(j\,;\,k)$ şi $(j\,;\,l)$.

Pentru ca procesul de eliminare să se efectueze cît mai rapid, trebuie ca ordinea de eliminare să fie astfel determinată, ca la fiecare eliminare de ordin i numărul termenilor noi apăruţi în matricea reziduală să fie minim (P_i = minim).

Acest criteriu s-a formulat iniţial pentru programarea liniară şi a fost ulterior extins în probleme de sisteme energetice sub denumirea de eliminări ordonate [12].

Determinarea ordinii de eliminare se face printr-un calcul prealabil, după care rezultă numerotarea nodurilor în ordinea în care acestea trebuie eliminate.

Acest calcul exact se poate înlocui printr-o numerotare bazată pe vizualizarea schemei, numerotînd la început nodurile cu o singură legătură, apoi nodurile cu două legături etc., urmărind modificările succesive ale schemei. Se obține astfel o ordine de numerotare diferită de cea optimă, dar care conduce la rezultate acceptabile pentru practică în cazul rețelelor avînd un număr mediu de noduri și legături (de exemplu $N \leqslant 100$).

BIBLIOGRAFIE

1. J. B. Ward, H. W. Hale, *Digital Computer Solution of Power Flow Problems.* Transactions AIEE, III, iunie 1956, p. 398—404.
2. M. J. Carteron, *Calcul aritmetique des réseaux mailles et de leurs pertes.* Bul. Soc. Franc. d'Electr. iulie 1956, p. 465—473.
3. A. F. Glimm, G. W. Stagg, *Automatic Calculation of Load Flows.* Transactions AIEE, III, oct. 1957, p. 817—828.
4. R. J. Brown, W. F. Tinney, *Digital Solutions for Large Power Network.* Transactions AIEE, III, iunie, p. 347—351.
5. W. Hale, M. Goodrich, *Digital Computation of Power Flows. Some New Aspects.* Transactions AIEE, III (Power Apparatus and Systems) octombrie 1959, p. 919—924.
6. L. J. Rindt, R. W. Long, R. T. Byerly, *Transient stability studies-Part. III Improved Computational Techniques.* Power Apparatus and Systems — febr. 1960, p. 1673—1677.
7. J. Van Ness, J. Griffin, *Elimination Methods for Load-Flow Studies.* Power Apparatus and Systems, iunie 1961, p. 299—304.
8. R. Van Mele, *Méthode utilisée en Belgique pour l'etude des réseaux éléctriques au moyen d'un calculateur numerique.* Raport CIGRE — 316, 1962.
9. N. A. Kaceanova, V. V. Umedian, *Uskorenie shodimosti iteraționovo proțesa reșenia zadaci electricescovo rasciota ustanovivșevosia rejima slojnih energosistem.* Voprosî primenenia vîcislitelnoi tehniki v energeticeskih sistemax — Kiev 1962, p. 45—53.
10. N. Sato, W. F. Tinney, *Techniques for exploiting the sparsity of the network admittance matrix.* Power Apparatus and Systems — dec. 1963, p. 944—950.
11. A. Petroianu, V. Romert, B. Ungureanu, I. Zamfirescu, *Rezultate obținute în R.P.R. privind calculul regimurilor staționare de funcționare a sistemului energetic, cu ajutorul calculatoarelor electronice numerice.* Studii și cercetări de energetică și electrotehnică, **14**, *1* (1964), p. 85—98.
12. P. Gaussens, J. M. Pardigon, J. Carpentier, P. Auges, C. Mestres, P. Siroux, *Application des calculatrices aritmétiques a l'etude et a l'éxploitation des réseaux de transport d'énergie électrique.* Rap. 327; CIGRE 1964.
13. M. A. Laughton, W. H. Davies, *Numerical techniques in the solution of power system load flow problems.* Proc. IEE — sept. 1964, p. 1575—1588.
14. N. A. Kaceanova, *Resciotî ustanovivșihsea elektriceskih regimov energosistem.* Energetika i elektrotehnica promîșlenosti, *2*; 1965; p. 6—8.
15. H. Edelmann, *Most rapid load-flow computation.* Material intern CIGRE — 1965.

DISCRIMINATOR DE BANDĂ LARGĂ REALIZAT CU AMPLIFICATOR OPERAȚIONAL

DE

E. RODEANU

621.316.11.001

Folosirea reacției negative globale permite realizarea unui discriminator de joasă frecvență, avînd neliniarități reduse într-o bandă foarte largă. Dependența liniară între tensiunea de la ieșire și frecvența semnalului de la intrare pentru o tensiune la intrare constantă se poate obține în anumite limite prin folosirea unui amplificator operațional într-un sistem cu reacție la care rețeaua de reacție este un simplu circuit RC de integrare. Discriminatorul astfel realizat este simplu, iar reglajul relativ ușor. În lucrare, urmărindu-se ca funcționarea discriminatorului, cu neliniarități ale caracteristicii impuse, să aibă loc la frecvență de centru cît mai ridicată și în benzi cît mai largi, se stabilesc criteriile de proiectare. Verificările experimentale au arătat o bună concordanță cu calculele teoretice.

1. INTRODUCERE

Dezvoltarea pe care o cunosc în ultimii ani sistemele cu modulație de frecvență avînd mari deviații de frecvență, folosite atît în transmiterea informațiilor (tehnica subpurtătorilor aplicată în telefonia multicăi, transmiterea de date, transmiterea facsimilelor, telemetrie, radiorelee pentru transmiterea semnalelor de televiziune sau telefonice, înregistrarea semnalelor de televiziune pe bandă magnetică), cît și în aparatajul de măsură de laborator (vobulatori, măsurători de frecvență și de fază), impune, printre altele, extinderea studiului discriminatorilor de bandă largă.

Prin discriminatori de bandă largă se înțeleg acei discriminatori care asigură distorsiuni impuse la demodularea semnalelor M.F. avînd raportul între partea variabilă a frecvenței și frecvența în jurul căreia aceasta variază, de ordinul zecilor de procente.

Analiza condițiilor de nedistorsiune a arătat [1] că discriminatorul ideal trebuie să aibă o funcție de transfer liniar dependentă de frecvență în întreg domeniul de variație al acesteia, adică între zero și infinit. Deoarece

St. cerc. energ. electr. Tom 17 Nr. 2 p. 417—427 București 1967

o asemenea dependență de frecvență nu poate fi realizată, în practică se pune problema ca abaterile caracteristicii reale de discriminare față de cea ideală să fie inferioare unor valori maxime admise într-un domeniu de frecvență dat, ceea ce va corespunde unor distorsiuni date ale semnalului de ieșire.

Realizarea unor discriminatori de bandă largă avînd performanțe ridicate impune îndeplinirea unor cerințe. Astfel, raportul dintre tensiunea de la ieșire și deviația relativă de frecvență la o tensiune de intrare dată trebuie să fie cît mai mare. În scopul demodulării unor semnale avînd deviații de frecvență mari se impune ca frecvența de centru a discriminatorului să fie cît mai ridicată. Numărul grupurilor de elemente care pun în evidență variația frecvenței semnalului trebuie să fie cît mai mic, de preferință unul singur. Simplitatea schemelor și a reglajului discriminatorilor sînt obiective importante în realizarea acestora.

Descrieri ale unor discriminatori de bandă largă au apărut în literatură la o dată relativ recentă, numărul acestora sporind simțitor doar în ultimii ani, o dată cu creșterea interesului pentru folosirea modulației de frecvență cu mare deviație [2] — [6].

Folosirea reacției prezintă o nouă cale, alta decît cele descrise anterior în literatură, de realizare a discriminatorilor de joasă frecvență și bandă largă, avînd performanțe ridicate. Dependența liniară dintre tensiunea de la ieșire și frecvența semnalului de la intrare pentru o tensiune la intrare constantă se poate obține, în anumite limite, prin asigurarea unor caracteristici de frecvență convenabile pentru funcția de transfer, bucla de reacție sau pentru amîndouă.

Urmînd acest principiu, au fost realizați discriminatori de bandă largă cu reacție pozitivă [7], cu reacție negativă de curent [8], [9] și cu reacție negativă de tensiune [10]. În lucrarea de față va fi prezentată, într-o formă generală, teoria funcționării discriminatorului de joasă frecvență și bandă largă cu reacție negativă realizat cu amplificator operațional, precum și performanțele sale obținute experimental.

2. CONSIDERAȚII TEORETICE

Funcția de transfer a unui discriminator de bandă largă pentru o demodulare fără distorsiuni va trebui, așa cum s-a menționat deja, să depindă liniar de frecvență:

$$T_d(j\omega_n) = j\omega_n, \tag{1}$$

unde ω_n este frecvența normată.

Expresia funcției de transfer a discriminatorului, avînd dependența de frecvență dată de relație (1), și folosind, ca la sinteza filtrelor active [11], [12], un polinom auxiliar $Q(j\omega_n)$, poate fi pusă sub forma

$$T_d(j\omega_n) = \frac{T_d(j\omega_n)}{P(j\omega_n)} Q(j\omega_n) = P(j\omega_n)\, Q(j\omega_n). \tag{2}$$

Rezultă deci că, legînd în cascadă doi cvadripoli avînd fiecare dependență de frecvență convenabilă, se poate obține funcția de transfer dorită.

Alegerea polinoamelor $P(j\omega_n)$ și $Q(j\omega_n)$ trebuie astfel făcută, încît să corespundă unor rețele fizic realizabile. Dacă se admite că unul dintre cvadripoli este o simplă rețea RC de diferențiere, avînd funcția de transfer

$$P(j\omega_n) = \frac{j\omega_n}{1 + j\omega_n}, \tag{3}$$

rezultă că al doilea cvadripol va trebui să aibă o funcție de transfer de forma

$$Q(j\omega_n) = 1 + j\omega_n . \tag{4}$$

O asemenea dependență de frecvență poate fi obținută cu un amplificator cu reacție negativă de tensiune, cu factor de reacție mare și rețeaua de reacție un simplu circuit RC de integrare. Într-adevăr, considerînd expresia funcției de transfer a unui amplificator cu reacție de tensiune [13]

$$T_t(j\omega_n) = \frac{T(j\omega_n)}{1 - \beta(j\omega_n)\, T(j\omega_n)} = Q(j\omega_n), \tag{5}$$

dacă

$$|\beta(j\omega_n)\, T(j\omega_n)| \gg 1, \tag{6}$$

rezultă

$$\beta(j\omega_n) = -\frac{1}{1 + j\omega_n}. \tag{7}$$

Semnul minus din relația (7) indică faptul că reacția este negativă.

Un discriminator astfel realizat are dezavantajul că necesită două rețele RC independente. Acest dezavantaj se elimină utilizînd un amplificator operațional. Ținînd seama de faptul că un amplificator operațional ideal are impedanța de intrare infinită, impedanța de ieșire zero, factorul de transmisie directă mult mai mare decît unu, iar factorul de transmisie inversă nul, dacă se admite că excitarea montajului se face de către un generator de tensiune constantă, rezultă că într-un montaj ca cel din figura 1 funcția de transfer are expresia

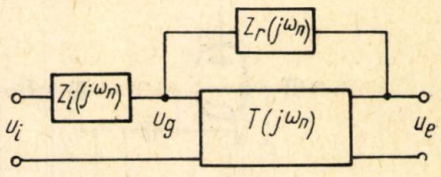


Fig. 1. — Schema-bloc a discriminatorului.

$$T_d(j\omega_n) = -\frac{u_e}{u_i} = \frac{Z_r(j\omega)}{Z_r(j\omega) + Z_i(j\omega)} \times$$

$$\times \frac{T(j\omega)}{1 - \dfrac{Z_i(j\omega)}{Z_i(j\omega) + Z_r(j\omega)}\, T(j\omega)} \simeq -\frac{Z_r(j\omega)}{Z_i(j\omega)}. \tag{8}$$

Dacă

$$\begin{cases} Z_r(j\omega) = R, \\ Z_i(j\omega) = \dfrac{1}{j\omega C}, \end{cases} \tag{9}$$

rezultă

$$T_d(j\omega_n) = -j\omega CR, \tag{10}$$

deci tocmai dependența de frecvență dorită. Caracteristica de frecvență va depinde, în soluția considerată, de o singură constantă de timp.

Un discriminator astfel realizat, avînd o funcție de transfer de tipul celei date de relația (10), prezintă inconvenientul că este neechilibrat. Acest inconvenient poate fi ușor înlăturat considerînd o referință convenabil aleasă, și anume obținută prin detectarea semnalului de la intrare, ceea ce va conduce și la stabilirea punctului static de funcționare. În aceste condiții, caracteristica de discriminare va fi

$$T_D(\omega_n) = T_d(\omega_n) - 1. \tag{11}$$

Din relația (11) se vede că pentru analiza funcționării discriminatorului va fi suficient să se urmărească dependența de frecvență a modulului funcției de transfer a sistemului cu reacție.

În calculele făcute mai sus nu s-a ținut seama de elementele parazite ale montajului și deci acestea sînt valabile numai într-o primă aproximație, și anume în domeniul frecvențelor joase. La frecvențe ridicate, și acesta este unul din cazurile interesante, trebuie să se țină seama și de prezența elementelor parazite, întrucît mărimea acestora limitează frecvența maximă la care discriminatorul mai poate funcționa satisfăcător.

3. CALCULUL FUNCȚIEI DE TRANSFER

Pornind de la analiza făcută în paragraful precedent, se pot concepe diferite soluții electronice care să îndeplinească condițiile menționate. Urmînd schema bloc din figura 1 și urmărind simplitatea, apare ca fiind corespunzătoare schema electrică din figura 2.

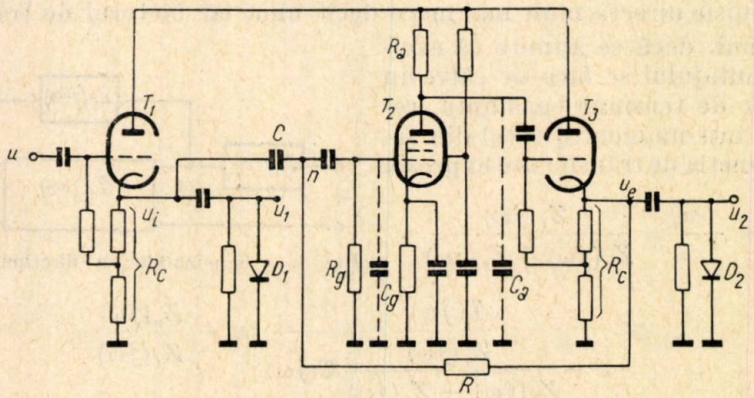


Fig. 2. — Schema de principiu a discriminatorului.

În această schemă, T_1 și T_3 sînt etaje de separare menite să asigure impedanță ridicată la intrare și impedanțe reduse la ieșire. Ele pot fi realizate utilizînd o dublă triodă de pantă mare. Etajul T_2, reali-

zat cu o pentodă pentru a se asigura o impedanță de intrare ridicată și o bună separare între anod și grilă, împreună cu etajul T_3 și impedanțele R și $\frac{1}{j\omega C}$ alcătuiesc amplificatorul operațional. D_1 și D_2 sînt detectori de vîrf. Pentru simplificare se va considera randamentul detecției $\eta_i = 1$. În schemă sînt indicate și capacitățile parazite ale montajului, iar în calculele ce urmează se va ține seama de prezența lor.

Funcția de transfer $T_d(j\omega_n)$ se poate calcula [14] scriind curenții în nodul n:

$$\frac{u_i - u_g}{Z_i(j\omega)} = \frac{u_g}{Z_g(j\omega)} + \frac{u_g - u_e}{Z_r(j\omega)}. \tag{12}$$

Notînd prin $T_{23}(j\omega_n)$ amplificarea ultimelor două etaje,

$$T_{23}(j\omega_n) = -\frac{u_e}{u_g} = T_2(j\omega_n)\, T_3(j\omega_n), \tag{13}$$

rezultă

$$T_d(j\omega_n) = \frac{\dfrac{Z_r(j\omega)}{Z_i(j\omega)}}{1 + \dfrac{1}{T_{23}(j\omega_n)}\left\{1 + \dfrac{Z_r(j\omega)}{Z_i(j\omega)}\left[1 + \dfrac{Z_i(j\omega)}{Z_g(j\omega)}\right]\right\}}. \tag{14}$$

Ținînd seama de relațiile (9) și că

$$Z_g(j\omega) = \frac{R_g}{1 + j\omega C_g R_g}, \tag{15}$$

cu notațiile

$$x = \omega CR \tag{16}$$

și

$$\alpha = 1 + \frac{C_g}{C} \tag{17}$$

funcția de transfer va avea expresia

$$T_d(jx) = \frac{jx}{1 + \dfrac{1 + j\alpha x}{T_{23}(jx)}}. \tag{18}$$

La efectuarea acestui calcul s-a impus condiția

$$R_g \gg R. \tag{19}$$

Dacă se realizează o amplificare $T_{23}(jx)$ suficient de mare, se constată că, în primă aproximație, $T_d(jx)$ depinde liniar de frecvență.

Pentru calculul amplificării $T_{23}(jx)$ trebuie să se cunoască amplificările celor trei etaje ale schemei.

Dacă se admite că

$$T_3(jx) \simeq T_3 \simeq 1, \tag{20}$$

impunînd condiția

$$SR \gg 1, \tag{21}$$

unde S este panta tubului T_1 (egală în cazul considerat cu a tubului T_3), amplificarea primului etaj va fi

$$T_1(jx) = \frac{T_1}{1 + \frac{T_1}{SR}\frac{x^2}{1+\alpha^2x^2} + j\frac{T_1}{SR}\left(1 - \frac{\alpha x^2}{1+\alpha^2x^2}\right)x} \simeq T_1 \tag{22}$$

În această relație, T_1 are expresia

$$T_1 = \frac{1}{1 + \frac{1 + \frac{R_i}{R_c}}{\mu}} \simeq 1. \tag{23}$$

Amplificarea celui de-al treilea etaj, calculată ținînd seama de valoarea lui T_1 și fără introducerea unor condiții suplimentare, va fi

$$T_3(jx) = \frac{T_3}{1+\frac{T_3}{SR}\left[1-\frac{1-4\alpha\alpha_1x^2}{(1-2\alpha\alpha_1x^2)^2+\alpha^2x^2}\right]+j\frac{T_3}{SR}\frac{\alpha x}{(1-2\alpha\alpha_1x^2)^2+\alpha^2x^2}} \simeq$$

$$\simeq T_3, \tag{24}$$

unde

$$T_3 = T_1,$$

iar

$$\alpha_1 = \frac{T_1}{SR}\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \ll 1. \tag{25}$$

Analizînd expresia (24), rezultă că într-adevăr ipoteza cuprinsă în relația (20) este justificată.

În sfîrșit, amplificarea etajului al doilea va fi

$$T_2(jx) = \frac{S_2R_a}{1 + j\omega C_aR_a} = \frac{S_2R\beta}{1 + j(\alpha - 1)\beta x}, \tag{26}$$

unde

$$\beta = \frac{R_a}{R}. \tag{27}$$

Din relația (16) se vede că frecvența de centru a discriminatorului va fi cu atît mai ridicată, cu cît C va avea o valoare mai redusă. Valoarea condensatorului C nu este indicat să fie coborîtă sub valoarea capacităților parazite ale montajului. Ținînd seama de aceste considerente, în cele ce urmează se va admite că toate cele trei capacități ce intervin în calcul sînt egale între ele, deci

$$\begin{cases} C = C_g = C_a, \\ \alpha = 2. \end{cases} \tag{28}$$

Dacă egalitatea dintre C_g și C_a nu este asigurată, aceasta se va putea realiza punînd în paralel cu cea mai mică dintre ele un condensator suplimentar.

Ținînd seama de expresiile amplificărilor și făcînd notațiile

$$T = S_2 R\, T_3, \tag{29}$$

$$\backslash = \frac{x}{1 + \frac{1}{\beta T}}, \tag{30}$$

se obține următoarea expresie a funcției de transfer :

$$T_d(j\omega_n) = \frac{j\omega_n}{1 - \left(1 + \frac{1}{\beta T}\right)\frac{2}{T}\omega_n^2 + j\,\frac{2+\beta}{2\beta}\,\frac{2}{T}\,\omega_n}. \tag{31}$$

Întrucît se lucrează cu reacție, trebuie să se vadă dacă sistemul este stabil. Notînd $p = j\omega_n$, ecuația (31) ia forma

$$T_d(p) = \frac{p}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2}. \tag{32}$$

Deoarece funcția $T_d(p)$ este o funcție rațională de p, pentru ca sistemul să fie stabil, condiția necesară și suficientă este ca polii funcției $T_d(p)$ să se găsească în semiplanul din stînga. În cele ce urmează, fiind mai comod, se vor examina nulurile funcției inverse ale funcției $\frac{1}{T_d(p)}$, deci ale ecuației

$$a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0. \tag{33}$$

Conform criteriului de stabilitate al lui Hurwitz, condiția necesară și suficientă ca toate rădăcinile ecuației (33) să aibe partea reală negativă este ca toți determinanții minori în diagonală ai determinantului format din coeficienții ecuației să fie pozitivi. Aceasta revine la a verifica dacă toți coeficienții ecuației sînt pozitivi :

$$\begin{cases} \left(1 + \frac{1}{\beta T}\right)\frac{2}{T} > 0, \\ \frac{2+\beta}{2\beta}\,\frac{2}{T} > 0, \\ 1 > 0. \end{cases} \tag{34}$$

Relațiile (34) sînt, evident, îndeplinite ținînd seama că atît T, cît și β sînt mărimi pozitive. Așadar, sistemul este stabil.

În cazul de față, ceea ce interesează este modulul funcției de transfer, care are expresia

$$T_d(\omega_n) = \frac{\omega_n}{\left\{1 - \left[\left(1 + \frac{1}{\beta T}\right)T - \left(\frac{2+\beta}{2\beta}\right)^2 - \left(1 + \frac{1}{\beta T}\right)^2 \omega_n^2\right]\left(\frac{2}{T}\right)^2 \omega_n^2\right\}^{1/2}}. \tag{35}$$

Modul în care $T_d(\omega_n)$ variază depinde de doi parametri independenți T și β. Alegerea valorilor acestora va trebui astfel făcută, încît funcționarea discriminatorului să se facă cu distorsiuni cît mai mici la o frecvență de centru cît mai mare. Ținînd seama că a doua armonică introduce distorsiuni mari și că acestea sînt proporționale cu derivata a doua a caracteristicii de discriminare, este natural să se impună condiția ca această derivată să fie nulă la frecvența de centru a discriminatorului.

Impunînd deci condiția

$$\left.\frac{d^2 T_d(\omega_n)}{d\omega_n^2}\right|_{\omega_n=1} = 0, \tag{36}$$

rezultă o primă legătură între T și β, și anume

$$\left(\frac{2+\beta}{2\beta}\right)^2 = 2\left(\gamma^{1/2} - \frac{5}{3}\gamma\right)\left(\frac{T}{2}\right)^2, \tag{37}$$

unde prin γ s-a notat mărimea

$$\gamma = \left(1 + \frac{1}{\beta T}\right)^2 \left(\frac{2}{T}\right)^2 \ll 1. \tag{38}$$

Cu această notație, relația (35) devine

$$T_d(\omega_n) = \frac{\omega_n}{\left(1 - \frac{10}{3}\gamma\omega_n^2 + \gamma\omega_n^4\right)^{1/2}}. \tag{39}$$

Evident că neliniaritatea caracteristicii va fi cu atît mai redusă, cu cît valoarea lui γ va fi mai mică.

Anulînd derivata întîi a caracteristicii, rezultă valoarea ω_{nM}, la care curba $T_d(\omega_n)$ trece prin maxim :

$$\omega_{nM} = \frac{1}{\gamma^{1/4}}. \tag{40}$$

Cea de-a doua relație între T și β se obține prin intermediul lui γ, impunîndu-se condiția ca în intervalul $0 < \omega_n < 2$, în care variază frecvența semnalului de la intrare, abaterile caracteristicii reale de discriminare față de cea ideală să nu depășească o valoare dată. Ținînd seama de intervalul de frecvență considerat și de prima condiție impusă caracteristicii de discriminare, apare rațional să se ia ca referință dreapta care trece prin origine și prin punctul de inflexiune ($\omega_n = 1$). Această dreaptă are expresia

$$T_i(\omega_n) = \frac{\omega_n}{\left(1 - \frac{7}{3}\gamma\right)^{1/2}}. \tag{41}$$

Abaterea relativă $N(\omega_n)$ a caracteristicii de discriminare față de dreapta considerată va fi

$$N(\omega_n) = \frac{T_i(\omega_n) - T_d(\omega_n)}{T_i(\omega_n)} = 1 - \frac{\left(1 - \frac{7}{3}\gamma\right)^{1/2}}{\left(1 - \frac{10}{3}\gamma\omega_n^2 + \gamma\omega_n^4\right)^{1/2}}. \tag{42}$$

Anulînd derivata lui $N(\omega_n)$ în raport cu ω_n, rezultă punctele în care abaterea va prezenta maxime :

$$\omega_n = 0 \text{ și } \omega_n' = \left(\frac{5}{3}\right)^{1/2}.$$

În afara acestora, va trebui luat în considerare și punctul $\omega_n = 2$, limita superioară a benzii.

Valorile abaterilor relative în cele trei puncte considerate, pentru γ mic sînt :

$$\begin{cases} N(0) = 1{,}167\gamma, \\ N(\omega_n') = -0{,}222\,\gamma, \\ N(2) = 2{,}5\,\gamma. \end{cases} \tag{43}$$

Abaterea relativă cea mai mare va avea loc în punctul $\omega_n = 2$. În consecință, alegerea lui γ va trebui astfel făcută, încît să se asigure ca abaterea relativă $N(2)$ să fie egală cu o cantitate dinainte impusă.

În figura 3 este dată curba de variație a lui N (2) în funcție de γ.

Pentru o neliniaritate dată, rezultă γ, iar prin intermediul acestuia mărimile T și β :

$$T = \frac{2}{\gamma^{1/2}}\left[1 + \left(\frac{\gamma^{1/2}}{2} - \frac{5}{6}\gamma\right)^{1/2}\right], \tag{44}$$

$$\beta = \frac{1}{\left(\frac{\gamma^{1/2}}{2}T - 1\right)T}. \tag{45}$$

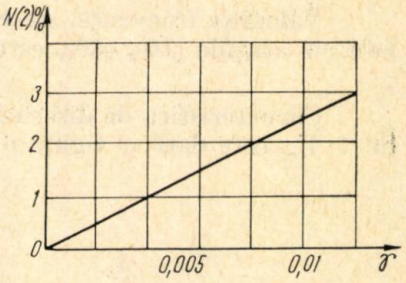


Fig. 3. — Curba de variație a abaterii relative $N(2)$ în funcție de γ.

Admițînd $N(2) = 2{,}5$ %, adică $\gamma = 0{,}01$, rezultă

$$T = 24{,}1,$$
$$\beta = 0{,}2.$$

Pentru valoarea lui γ considerată mai sus sînt trasate în figurile 4 și 5 curbele de variație cu frecvența ale mărimilor $T_d(\omega_n)$ și $N(\omega_n)$.

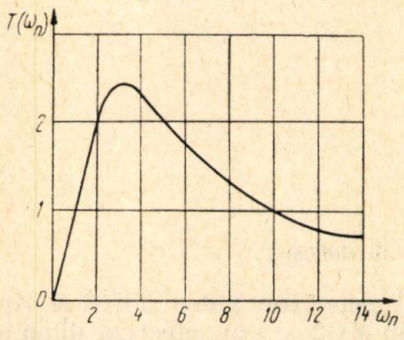


Fig. 4.— Curba de variație a modulului funcției de transfer a discriminatorului.

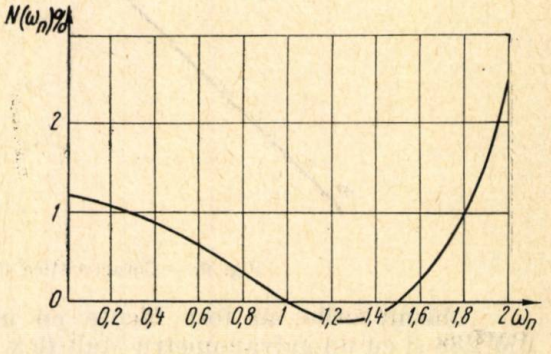


Fig. 5. — Curba de variație a abaterii relative în funcție de ω_n.

Curba $T_d(\omega_n)$ trece prin maxim în punctul $\omega_{n\,M} = 3{,}16$.

4. REZULTATE EXPERIMENTALE

Verificarea funcționării discriminatorului a fost făcută pe un montaj realizat cu tuburi ECC 88, 6 AK 5 și diode cu cristal A 2 E.

Din măsurători s-a găsit

$$C_g \simeq C_a = 11{,}9 \text{ pF}.$$

Pentru rezistențele de catod s-a ales ca fiind convenabilă valoarea

$$R_k = 1\,\text{k}\Omega.$$

Îndeplinirea condiției (28) a fost posibilă prin folosirea unui condensator C variabil, ceea ce permitea și reajustarea frecvenței de centru.

Folosind relațiile (23), (27), (29) și valorile T și β obținute din (44) și (45) pentru $\gamma = 0{,}01$, au rezultat valorile pentru R și R_a. Rezistențele folosite au avut valori apropiate de cele rezultate din calcul, și anume

$$R = 5{,}1\ \text{k}\Omega,$$
$$R_a = 1\ \text{k}\Omega.$$

Valoarea frecvenței de centru a discriminatorului ($\omega_{n_0} = 1$), calculată cu relațiile (16), (30), este

$$f_0 = 3{,}2 \text{ MHz}.$$

Caracteristica de discriminare măsurată pentru un semnal de intrare de 1 V_{ef} este dată în figura 6.

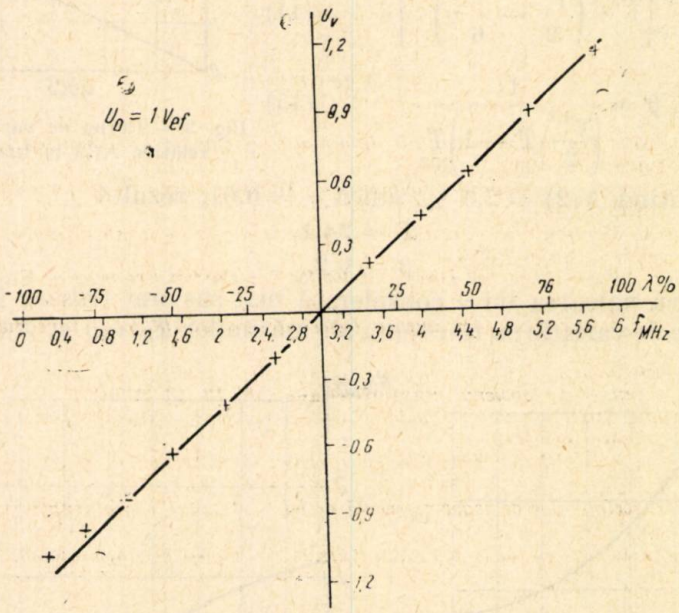


Fig. 6. — Caracteristica de discriminare.

Măsurătorile au fost făcute cu un generator video TESLA tip BM 286 și cu un galvanometru Multiflex tip MG2 și s-au efectuat după o perioadă de încălzire a aparaturii de două ore.

Din curbă se constată că se obține o liniaritate bună a caracteristicii într-un domeniu larg de deviații de frecvență, și anume de ordinul a ± 75 %.

Concordanța cu teoria este satisfăcătoare. Abaterile de la dreaptă în regiunea frecvențelor joase pot fi explicate prin faptul că la aceste frecvențe semnalul de ieșire scade foarte mult și detectorul respectiv nu mai lucrează în regiunea liniară a caracteristicii sale. Prezența elementelor parazite ale montajului, a celor de cuplaj între etaje, precum și neglijările făcute în calcul pot și ele explica îndepărtarea caracteristicii reale de discriminare de la cea ideală.

O verificare a alurii generale a curbei discriminatorului, făcută prin vobularea caracteristicii sale (vobulator Ribet-Desjadins tip Ho 411 A), a arătat o concordanță bună cu curba calculată.

5. CONCLUZII

Folosirea reacției negative globale permite realizarea unui discriminator de joasă frecvență avînd neliniarități reduse într-o bandă foarte largă. Dependența liniară dintre tensiunea de la ieșire și frecvența semnalului de la intrare pentru o tensiune la intrare constantă se poate obține, în anumite limite, prin folosirea unui amplificator operațional într-un sistem cu reacție la care rețeaua de reacție este un simplu circuit RC de integrare. Discriminatorul astfel realizat este simplu, reglajul relativ ușor, iar frecvența de centru la care funcționarea este încă satisfăcătoare este ridicată. Concordanța dintre calculele teoretice și verificările experimentale este bună.

BIBLIOGRAFIE

1. Al. Spătaru, *Teoria transmisiunii informației. Semnale și perturbații*, Edit. tehnică, București, 1965, p. 389.
2. Г. Картнану, *Частотная модуляция*. Издательство — Меридиане — Бухарест, 1964, p. 537.
3. J. Komarik, *Demodulator — numărător pentru oscilații modulate în frecvență*. Telecomunicații, **7**, *2*, 50 (1963).
4. P. Kundu, *Linear Frequency Discriminator for Sub-Carrier Frequencies*. Electronic & Radio Engineer, **35**, *8*, 309 (1958).
5. V. Gangopadhayay, *Low—Frequency Discriminator of Improved Linearity*. Proc. I.E.E., **111**, *1*, 31 (1964).
6. И. И. Денисенко, Ф. А. Межов, *Анализ работы частотного демодулятора с линией задержки*. Радиотехника, **19**, *12*, 41 (1964).
7. E. Rodeanu, *Discriminator de bandă largă cu reacție pozitivă*. Institutul de Energetică (lucrare internă).
8. E. Rodeanu, *Wiedeband Low-Frequency Discriminator with Small Noulinearity*. Proc. I. E.E., **112**, *3*, p. 507 (1965).
9. — *Discriminator de joasă frecvență de bandă largă și neliniaritate redusă*. Telecomunicații, **9**, *5*, 158 (1965).
10. — *Discriminator de bandă largă realizat cu amplificator operațional*. Telecomunicații, **10**, *4*, 164 (1966).
11. M. J. Sommerville, *Filter Syntesis Using Active R. C. Network*, Journal of Electronis and Control, **XII**, *5*, 401 (1962).
12. S. S. Hakim, *R.C. Active Filters Using an Amplifier as the Active Element*, Proc. I.E.E., **112**, *5*, 901 (1965).
13. Gh. Cartianu, *Bazele radiotehnicii* vol. II, Edit. Didactică și pedagogică, București, 1962, cap. 18.
14. Д. Рандер, *Техническая электроника*. Г. С. И. С. П. Ленинград, 1961, p. 275 (traducere din limba engleză).

METODA ORTOGONALĂ PENTRU DETERMINAREA MATRICEI IMPEDANȚELOR PROPRII ȘI DE TRANSFER A REȚELELOR ELECTRICE FOLOSIND CALCULATOARE ELECTRONICE CIFRICE

DE

ALEX. PETROIANU

621.316.11.001

Matricea impedanțelor proprii și de transfer este folosită în mod curent în studiile și calculele de nivele de tensiune, circulație, puteri de scurtcircuit, stabilitate, repartiție economică etc. De aici rezultă și importanța deosebită pentru inginerii de rețele și sisteme a studierii metodelor de determinare a matricei.
În articol este descrisă o metodă de calcul a impedanțelor proprii și de transfer eficientă în cazul folosirii calculatoarelor electronice cifrice. Se dau indicații privind realizarea practică a algoritmului de calcul.

§ 1. INTRODUCERE

Fie o rețea electrică N cu $(n+1)$ borne $(0,1, \ldots, i, \ldots, n)$, care constituie un $(n+1)$ multipol (fig. 1).

Dacă considerăm borna 0 ca bornă comună, acest $(n+1)$ multipol poate fi considerat un n multidipol cu n bucle independente, ale cărui intrări sînt perechile de borne $(0,1)$, $(0,2)$, ..., $(0, i)$, ..., $(0, n-1)$ și $(0, n)$ (fig. 2).

Între potențialele la borne măsurate în raport cu borna 0 (U_1, U_2, ..., U_i, ..., U_n) și curenții din cele n bucle (I^1, I^2, ..., I^i, ..., I^n), care sînt curenții circulînd între perechile de borne $(0,1)$, $(0,2)$, ..., $(0, i)$, ..., $(0, n)$ există relația

$$\begin{cases} Z_{11}I^1 + \ldots + Z_{1n}I^n = U_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Z_{n1}I^1 + \ldots + Z_{nn}I^n = U_n \end{cases} \tag{1}$$

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 429–444 București 1967

sau, sub formă matriceală,

$$[Z].\ [I] = [U], \tag{2}$$

în care $[Z]$ reprezintă matricea impedanţelor proprii şi de transfer.

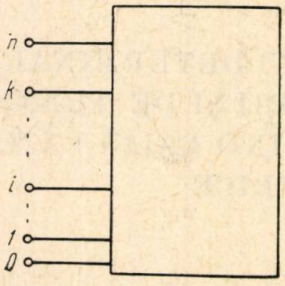


Fig. 1

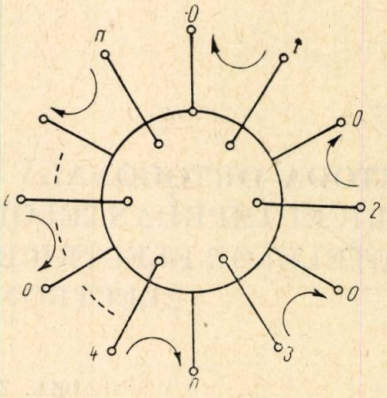


Fig. 2

În cazul general, matricea $[Z]$ este determinată de n^2 parametri independenţi (impedanţe) şi mai poartă denumirea de matrice a impedanţelor în gol.

În cazul reţelelor reciproce în care intră şi reţelele de înaltă tensiune lipsite de reglaj transversal, matricea $[Z]$ este simetrică şi este determinată numai prin $\frac{n(n+1)}{2}$ parametri independenţi.

Sensul fizic al matricei $[Z]$ şi denumirea ei de matrice a impedanţelor în gol poate fi înţeles în două moduri diferite, după cum în două moduri diferite poate fi şi reprezentată reţeaua reprezentînd $(n + 1)$ multipolul.

Reprezentarea A. Reţeaua completă reprezentînd $(n + 1)$ multipolul se materializează printr-un poliedru format din $C_n^2 = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ impedanţe şi $(n + 1)$ vîrfuri [1] (fig. 3).

În această materializare a $(n+1)$ multipolului, denumirea de matrice a impedanţelor în gol provine din faptul că pentru a determina coloana (rîndul) i din matricea $[Z]$ este necesar să circule un curent I^i numai în a i —a buclă independentă, în timp ce în celelalte bucle nu circulă nici un curent ($I^k = 0,\ k = 1,\ 2,\ \ldots,\ n;\ k \neq i$).

Sensul fizic al impedanţei Z_{ij} constă în raportul dintre forţa electromotoare ce apare în bucla j cînd avem un curent de circulaţie I^i în bucla i.

Reprezentarea B. Reţeaua reprezentînd $(n + 1)$ multipolul se materializează printr-o „stea" cu n laturi conectate la nodul de referinţă 0. Între fiecare latură a „stelei" şi toate celelalte $(n - 1)$ laturi există inductanţe mutuale (fig. 4).

În acest caz, Z_{ij} reprezintă potenţialul în raport cu borna 0 care apare la borna i atunci cînd se injectează în borna j un curent unitar, care este apoi prelevat la borna 0, toţi curenţii injectaţi în celelalte borne fiind nuli.

Z_{ii} reprezintă impedanța proprie între bornele i și 0 și are ca măsură raportul dintre tensiunea la borna i (în raport cu borna 0) și curentul injectat în i și prelevat în 0 [1]).

În ceea ce privește interpretarea geometrică a matricei impedanțelor proprii și de transfer vom menționa doar că rîndurile matricei $[Z]$ se pot

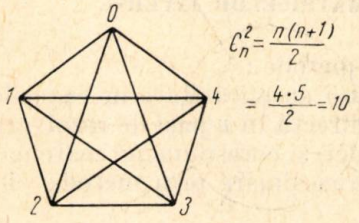


Fig. 3

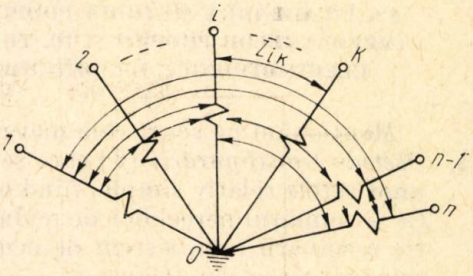


Fig. 4

interpreta ca fiind vectorii de bază $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ ai unui sistem de coordonate oblice conjugat în raport cu sistemul de coordonate oblice reprezentat prin vectorii de bază $Y^1, Y^2, \ldots Y^n$ ai matricei $[Y]$.

Raportul dintre matricea admitanțelor nodale și matricea impedanțelor proprii și de transfer (sau matricea impedanțelor nodale) este un raport de inversiune

$$[Y]^{-1} = [Z] \tag{3}$$

și nu trebuie confundat cu raportul de dualitate existînd între matricea admitanțelor nodale și matricea impedanță a circuitelor independente.

În determinarea regimurilor de funcționare a rețelelor se utilizează cu prioritate matricea admitanțelor nodale $[Y]$ dat fiind comoditatea pe care o oferă stabilirea ei prin simpla inspecție a grafului rețelei.

Utilizarea calculatoarelor electronice permite determinarea automată și a matricei circuitelor independente [2], [3].

În ultima perioadă se manifestă un interes sporit față de problema determinării matricei impedanțelor proprii și de transfer [4], [5] pe baza unor considerente legate de posibilitatea construirii unor algoritme de rezolvare a unor clase mult mai largi de probleme electrotehnice. În plus, după părerea autorului, din punct de vedere al gradului de informare pe care-l prezintă asupra rețelei studiate, matricea impedanțelor proprii și de transfer este superioară.

Într-adevăr în timp ce matricea admitanțelor nodale reflectă, din punct de vedere matematic, numai conexiunile nemijlocite și influența *fiecărui nod* numai asupra nodurilor imediat vecine, iar matricea impedantă

[1] În lucrarea „*Calculul exact al regimului de funcționare a unei rețele buclate prin metoda inversării matricei admitanțelor*" V.G. Holmskii, Iu. V. Scerbina (Dokladî 4 mejvuzovskoi Konferenții po primeneniu fiziceskogo i matematiceskogo modelirovania v razlicinih otrasliah tehniki. Sbornik 2. Moscova 1962), elementul γ_{fs} al matricei $[Z]$ este denumit coeficient de influență a curentului nodului s asupra tensiunii nodului f și se afirmă că deși are dimensiunea unei impedanțe totuși din punct de vedere fizic nu reprezintă nici o impedanță.

a circuitelor independente — influența *fiecărui circuit* numai asupra circuitelor imediat vecine, matricea impedanțelor proprii și de transfer reflectă influența *fiecărui nod* asupra *tuturor nodurilor* fiind astfel mult mai „bogată" în informații asupra rețelei decît primele două matrice.

§ 2. ÎNCADRAREA METODEI PROPUSE DE DETERMINARE A MATRICEI IMPEDANȚELOR PROPRII ȘI DE TRANSFER ÎNTRE CELELALTE METODE ELECTROTEHNICE DE DETERMINARE A MATRICELOR INVERSE

Menționăm pe scurt cele mai cunoscute metode :

1. *Metoda transfigurării* [6] care se poate folosi cu eficacitate în cazurile unor rețele relativ simple, fiind o metodă directă în n pași de rezolvare (n — numărul perechilor de noduri ale rețelei) și corespunzînd matematic rezolvării unui sistem de ecuații algebrice liniare prin metoda eliminării succesive (Gauss).
2. *Metoda construirii succesive a rețelei, prin adăugirea de noi elemente pînă la epuizarea tuturor laturilor* [7] — [12]; este o metodă directă și constă din b pași de rezolvare, (b — numărul ramurilor) fiecare pas corespunzînd adăugirii unei noi ramuri (spre deosebire de metoda anterioară unde la fiecare pas rețeaua se reducea cu cîte un nod).

   Din punct de vedere matematic metoda corespunde determinării inversei unei matrice prin procedeul bordajului.
3. *Metoda injectării curenților unitari și a determinării stării electrice a rețelei folosind legea a doua a lui Kirchhoff* [13], [14]; metoda constă din n pași, fiecare pas corespunzînd injectării unui curent unitar în alt nod al rețelei care posedă k circuite independente.

Presupunînd o distribuție arbitrară a valorilor curenților de buclă (de exemplu toți curenții de buclă sînt nuli cu excepția unuia singur) se calculează curenții prin ramuri și tensiunile în noduri. Ca urmare a distribuției arbitrare a curenților de buclă, legea a doua Kirchhoff nu se va respecta.

Pentru respectarea acesteia va fi necesară introducerea unei forțe electromotoare de compensare care va crea un curent ciclic de balansare.

Distribuția corectă a curenților prin ramuri și tensiunile corecte în noduri vor rezulta ca urmare a suprapunerii :

a) curenților de buclă presupuși inițial,

b) curentului de balansare menit să asigure respectarea legii a doua a lui Kirchhoff.

La al i-lea pas procedeul se repetă de atîtea ori cîte circuite independente posedă rețeaua, adică *se rezolvă în total n sisteme de ecuații de ordinul k.*

4. *Metoda aplicării tensiunilor unitare și a determinării stării electrice a rețelei folosind prima lege a lui Kirchhoff* [15], [16].

Această metodă apărînd în spațiul perechilor de noduri este „duala" metodei prezentate anterior, care opera în spațiul ortogonal al circuitelor independente.

Spre deosebire însă de metodele anterioare care reprezentau din punct de vedere matematic metode *directe* de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare, aceasta este o metodă *iterativă.*

Se pornește de la o distribuție arbitrară de potențiale (de obicei în nodul i, corespunzător coloanei și rîndului i din matricea inversă, potențialul $U_i = 1$, iar restul de potențiale $U_k = 0$ $(k \neq i;\ k = 1, 2, \ldots, n)$.

După un număr oarecare de iterații procesul converge spre un șir de potențiale ce reprezintă (în cazul în care $I^i = 1$) chiar elementele coloanei (rîndului) i a matricei inverse.

5. *Metoda curenților determinanți* [17], [18].

Determinarea tuturor curenților și tensiunilor rețelei, în metodele mai sus enumerate se făcea cu ajutorul unui număr redus de curenți sau tensiuni (variabile independente) și anume :

a) în metodele bazate pe legea a doua Kirchhoff se utilizau $b - n$ curenți independenți,

b) în metodele bazate pe prima lege Kirchhoff se utilizau n tensiuni independente.

Prin folosirea simultană a ambelor legi Kirchhoff se pot determina mărimile electrice ale rețelei (curenți, tensiuni) cu ajutorul unui număr minim de curenți sau tensiuni — număr pe care îl vom nota cu s — mult inferior valorilor $b - n$ sau n.

Acest sistem s de curenți sau tensiuni minim necesar determinării tuturor mărimilor electrice ale rețelei poartă denumirea de sistem de curenți respectiv de tensiuni determinante, iar metoda de calcul a regimului electric ce utilizează sistemul s de mărimi determinante se numește metoda mărimilor determinante sau metoda curenților respectiv a tensiunilor determinante.

§ 3. PREZENTAREA METODEI

Algoritmul de calcul utilizează un procedeu direct format din n pași. Acești „pași" sînt de „lungimi" inegale, numărul operațiilor matematice micșorîndu-se prin trecerea la pașii superiori.

Din punct de vedere matematic metoda de calcul folosită reprezintă rezolvarea succesivă a n sisteme de ecuații algebrice liniare de forma :

$$[A]\,[x_i] = [b_i] \qquad (i = 1, 2, \ldots n) \tag{4}$$

în care vectorul $[b_i]$ ia pe rînd valoarea coloanelor matricei unitate — [1].

Din punct de vedere electrotehnic metoda este echivalentă cu rezolvarea succesivă a n regimuri diferite ale aceleași rețele.

La primul pas al algoritmului de calcul se rezolvă sistemul :

$$\begin{cases} a_{11}\,x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}\,x_n = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{i1}\,x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}\,x_n = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}\,x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}\,x_n = 1 \end{cases} \tag{5}$$

Vectorul termenilor liberi (funcția de excitație a sistemului) are toate elementele nule cu excepția celui din a n-a poziție care este egal cu unitatea.

Din punct de vedere electric aceasta corespunde regimului rețelei N în care toți curenții injectați în noduri sînt nuli cu excepția celui din al n-lea nod, egal cu unitatea.

Din punct de vedere matematic vom obține a n-a coloană a matricei inverse $-[A]^{-1}$, iar pentru a marca că această *soluție* corespunde sistemului avînd vectorul termenilor liberi cu un element nenul numai în a n -a poziție, o vom nota cu :

$$\begin{aligned} x^{(n)} &= (x_1^{(n)}, x_2^{(n)}, \ldots x_i^{(n)}, \ldots x_n^{(n)}) = \\ \alpha^{(n)} &= (\alpha_{1n}, \alpha_{2n}, \ldots \alpha_{in}, \ldots \alpha_{nn}). \end{aligned} \tag{6}$$

Între rîndul n a matricei [A] și coloana n a matricei $[A]^{-1}$ există relația :

$$[a_{n1}, a_{n2}, \ldots, a_{ni}, \ldots, a_{nn}] \cdot \begin{vmatrix} \alpha_{1n} \\ \alpha_{2n} \\ \vdots \\ \alpha_{in} \\ \vdots \\ \alpha_{nn} \end{vmatrix} = 1 \tag{7}$$

Tabel

Notația matematică	Notația corespunzătoare utilizată în literatura electrotehnică
$[A]\ [x] = [b]$	$[Y]\ [U] = [I]$
$[a_{n1}, a_{n2}, \ldots a_{ni} \ldots a_{nn}]$	$[Y_{n1}, Y_{n2}, \ldots Y_{ni} \ldots Y_{nn}]$
$[\alpha_{1n}, \alpha_{2n}, \ldots \alpha_{in} \ldots \alpha_{nn}]$	$[Z_{1n}, Z_{2n} \ldots Z_{in} \ldots Z_{nn}]$
$[x^{(n)}] = (x_1^{(n)}, x_2^{(n)}, \ldots x_i^{(n)} \ldots x_n^{(n)})$	$[U^{(n)}] = (U_1^{(n)}, U_2^{(n)} \ldots U_i^{(n)} \ldots U_n^{(n)})$

Conform tabelului rezultă că relația (7) este echivalenta relației (8) ceea ce înseamnă că matematic am obținut coloana (și dat fiind simetria matricei-rîndul n din matricea $[Z] = [Y]^{-1}$

$$[Y_{n1}, Y_{n2}, \ldots Y_{ni} \ldots Y_{nn}] \cdot \begin{vmatrix} Z_{1n} \\ Z_{2n} \\ \vdots \\ Z_{in} \\ \vdots \\ Z_{nn} \end{vmatrix} = 1 \tag{8}$$

Din punct de vedere electric vom obține o rețea echivalentă rețelei N „priv ită" din perechea de borne $n-0$ și care se poate reprezenta ca un

transformator cu n înfășurări avînd $(n-1)$ impedanțe mutuale între înfășurarea n și restul înfășurărilor (fig. 5).

În terminologia lui Kron determinăm „modelul redus al rețelei privită din perechea de borne $n-0$.

În termenii unor admitanțe, asemenea modele reduse ale rețelei sau scheme echivalente ale unei rețele întregi în raport cu un singur nod, sînt

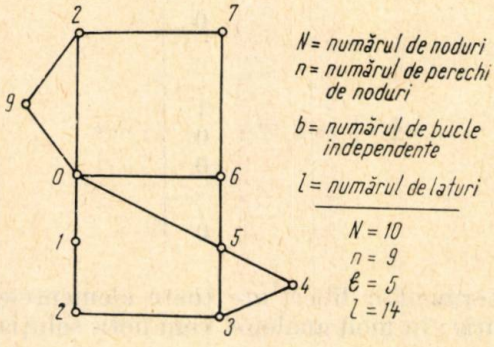


Fig. 5

larg folosite în lucrările lui P. Dimo sub denumirea de „imagine nodală a rețelei" [19], [20], sau schema REI [21].

Din considerente ce vor apare explicit în cele ce urmează, o asemenea rețea o vom numi — *rețea de compensare.*

Din algebra liniară se cunoaște relația (9) prin care se exprimă raporturile dintre elementele vectorului soluție $x^{(n)}$

$$x_i^{(n)} = \frac{D_i^{(n)}}{D_n^{(n)}} x_n^{(n)}, \tag{9}$$

în care $D_i^{(n)}$, $D_n^{(n)}$ — determinantul sistemului de ecuații cînd se înlocuiește coloana i respectiv n cu vectorul termenilor liberi.

Rețeaua echivalentă (fig. 5) realizează fizic raporturi analoage dintre tensiunea nodului i și aceea a nodului n (respectiv) se stabilește relația

$$U_i^{(n)} = \frac{Z_{ni}}{Z_{nn}} U_n^{(n)} \tag{10}$$

în care $U_i^{(n)}$, $U_n^{(n)}$ sînt tensiunile ce apar în nodurile i și respectiv n la injectarea unui curent numai în nodul n pe care îl vom nota I^n.

Rețeaua echivalentă determinată *ne oferă mijlocul* de a exprima influența curentului nodal I^n asupra tensiunilor tuturor nodurilor rețelei sau cum vom arăta în continuare *de a corecta la pasul i tensiunea nodurilor în funcție de curentul nodal* I^n apărut.

Matematic *corecția* la tensiuni ca urmare a apariției unui curent nodal I^n, se exprimă prin relația

$$U_j^{(n)\prime\prime} = Z_{nj}\, I^n. \tag{11}$$

La al i-lea pas al algoritmului de calcul conform metodologiei indicate ar trebui *din punct de vedere matematic* să rezolvăm ecuația matricială dată în relația

$$[A]\,[x] = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \ldots i \tag{12}$$

în care vectorul termenilor liberi are toate elementele nule cu excepția celui din a i-a poziție ; în mod analogic vom nota soluția cu $[x^{(i)}]$.

Să presupunem însă că vom rezolva ecuația matricială (13), în care vectorul termenilor liberi are toate elementele nule cu excepția celor din a i -a și n -a poziție, și a cărei soluție o vom nota cu $[x^{(i,\,n)}]$:

$$[A]\,[x] = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \tag{13}$$

sînt evidente egalitățile :

$$[A]\,[x^{(i,\,n)}] = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = [A]\,[x^{(i)}] + [A]\,[x^{(n)}], \tag{14}$$

$$[x^{(i)}] = [x^{(i,\,n)}] - [x^{(n)}], \tag{15}$$

Rezultatul exprimat prin relația (15) reflectă faptul că la sistemele de ecuații algebrice liniare este aplicabil principiul superpoziției.

Matematic, la al i-lea pas vom rezolva o formă modificată a ecuației matriciale (13) :

$$[A]\ [x] = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I^n \end{bmatrix} \tag{13'}$$

a cărei soluție o vom nota cu $[x^{(i,\,n)'}]$.

Relația (15) se modifică în (15')

$$[x^{(i)}] = [x^{(i,\,n)'}] - I^n \cdot [x^{(n)}], \tag{15'}$$

pe care o interpretăm astfel :

Soluția $[x^{(i)}]$ care reprezintă coloana (rîndul) i al inversei matricei $[A]$ se obține dintr-o combinație liniară a

soluției $[x^{(i,\,n)'}]$ provenită din rezolvarea sistemului de ecuații algebrice (13') și produsul

soluției $[x^{(n)}]$ (provenită din rezolvarea sistemului de ecuații algebrice (5) și care reprezintă coloana (rîndul) n al inversei matricei [A]) cu o constantă I^n.

Din punct de vedere electric relațiile matematice de mai sus se pot interpreta astfel :

La al i-lea pas al algoritmului de calcul elementele coloanei (rîndului) i al inversei matricei $[Y]$ sînt numeric egale cu potențialele nodurilor rețelei N cînd se injectează un curent unitar numai în nodul i.

A determina soluția $[x^{(i)}]$ revine deci la *determinarea regimului electric al rețelei* caracterizat prin potențialele nodurilor (U_j ; $j = 1, 2, \ldots n$).

Acest regim electric îl putem considera ca rezultat al suprapunerii (sau ca o combinație liniară):

regimului electric (prim) al rețelei în care există un curent unitar injectat în nodul i și un curent I^n injectat în nodul n, regim caracterizat prin potențialele nodurilor (U'_j ; $j = 1,2, \ldots n$; $j \neq i$) și curentul I^n și

regimul electric (secund) al rețelei în care există un curent $-I^n$ injectat în nodul n, și care determină potențialele nodurilor (U''_j ; $j = 1, 2, \ldots n-1$; $j \neq n$).

În notație electrotehnică relația (15') se poate scrie

$$U_j^{(i)} = U_j^{(i,\,n)'} - U_j^{(n)''} = U_j^{(i,\,n)'} - I^n \cdot Z_{nj}. \tag{16}$$

Apare în mod firesc întrebarea : de ce trebuie exprimată soluția $x^{(i)}$, respectiv tensiunile U_j din regimul cu un singur curent injectat în nodul i, prin două soluții ajutătoare, respectiv prin două regimuri suprapuse?

Răspunsul ține de specificul instrumentului matematic utilizat. Dacă am fi lucrat pe o masă de calcul de curent alternativ, la pasul i am fi reglat un curent unitar injectat în nodul i și prelevat prin nodul de referință și măsurînd cu ajutorul unui voltmetru potențialele nodurilor față

de nodul de referință am fi determinat numeric valorile elementelor din coloana (rîndul) i al matricei $[Z] = [Y]^{-1}$.

Spre deosebire de masa de calcul la care *modelarea fizică* a rețelei permite determinarea simplă a tensiunilor în noduri și a distribuției curenților, la injectarea unui curent unitar în nodul i, pe calculatorul electronic *modelarea matematică* nu permite o determinare la fel de simplă.

Deoarece nu cunoaștem care este tensiunea reală U_i care apare în nodul i la injectarea unui curent unitar și *nici modul cum acest curent unitar s-ar distribui* prin laturile rețelei procedăm în felul următor :

— *ne atribuim* o tensiune arbitrară U'_i în nodul i sau ceea ce este echivalent,

— *ne atribuim* un mod arbitrar de distribuție al curentului injectat prin ramuri (problemă a numărului de curenți determinanți care va fi dezvoltată în paragraful următor).

Ne mărginim a menționa că din punct de vedere matematic această distribuție arbitrară de curenți este folosită și în lucrările lui Branin [22] și prezentată ca o subgrupă de transformări afine.

Pe baza acestei ipoteze se pot determina $(n-1)$ tensiuni U'_j $(j = 1, \ldots n;\ j \neq i)$ în noduri, ceea ce corespunde în terminologia lui Happ [23], [24] rezolvării a $(n-1)$ ecuații ale circuitelor deschise.

Ca urmare a celor două condiții contradictorii impuse și anume :

— potențialul nodului 0 (de referință) este nul,

— potențialul nodului i este ales arbitrar (ceea ce echivalează cu „deslegarea" de la pămînt a nodului de referință și schimbarea potențialului său) nu se va mai respecta premiza metodologiei de calcul și anume existența unei singure surse de excitație externă sub forma curentului nodal I^i, ci *va apare cu necesitate* un dezechilibru în nodul n (ca fiind nodul în care se face suma curenților *pe ramurile* incidente la noduri ale căror potențiale sînt determinate de potențialul U'_i ales arbitrar și pe *ramurile* incidente nodului de referință al cărui potențial este zero).

Acest desechilibru apare sub forma unui curent nodal parazit, diferit de zero $(I^n \neq 0)$.

Este evident că am realizat *regimul electric* (*prim*) al rețelei în care există un curent unitar injectat în nodul i și un curent I^n injectat în nodul n. Acest regim este caracterizat prin :

$(n-1)$ variabile independente ale circuitelor deschise și anume tensiunile $U'_j (j = 1, 2 \ldots n;\ j \neq i)$,

o variabilă asociată circuitului deschis $n-0$ și anume curentul nodal I^n.

Apariția curentului nodal parazit I^n este un indiciu al deplasării potențialului nodului de referință față de potențialul zero, urmare atribuirii nodului i a unei tensiuni arbitrare U'_i. Pentru compensarea acestei deplasări și readucerea potențialului nodului de referință 0 la valoarea sa nulă (adică „legarea" din nou la pămînt a nodului de referință), și implicit readucerea potențialului nodurilor j la valoarea lor corectă este necesară anihilarea curentului parazit, respectiv injectarea în nodul n a rețelei N a unui curent egal și de semn contrar $-I^n$.

Realizăm astfel regimul electric (*secund*) al rețelei în care închidem circuitul $n-0$, regim caracterizat prin : o variabilă independentă — curentul de circuit închis $-I^n$ (antiparazit, egal și de semn contrar cu

curentul nodal I^n); $(n-1)$ variabile asociate și anume tensiunile U_j'' $(j = 1, 2 \ldots n-1;\ j \neq n)$.

Practic calculul potențialelor U_j'' corespunzătoare regimului secund, regim caracterizat prin existența unui singur curent — I^n, se realizeaz ă nu pe rețeaua reală ci, folosind rezultatele de la primul pas, cu ajutor ul rețelei de „compensare".

Astfel, ca urmare a parcurgerii impedanței mutuale Z_{jn} („memorat ă" de către calculator de la primul pas de către curentul — I^n se induce un potențial de corecție conform relației (11) pe care o rescriem fără indicele n:

$$U_j'' = I^n Z_{jn}. \tag{17}$$

În final, formula de bază pentru calculul impedanțelor proprii și mutuale din restul de $(n-1)$ coloane (rînduri) ale matricei $[Z]$ este dată de relația (18):

$$Z_{ij} = \frac{U_j}{I^i} = \frac{U_j' - U_j''}{I^i} = \frac{U_j' - I^n Z_{jn}}{I^i}. \tag{18}$$

Simetria rețelei, exprimată matematic prin relația

$$Z_{ij} = Z_{ji}, \tag{19}$$

se poate interpreta, din punct de vedere al metodicii folosite în sensul c ă o serie de rezultate obținute la pasul i repetă unele rezultate obținute la pasul j.

De aceea pentru economie de timp, calculele la cel de al i-lea pas se efectuează numai pentru elementele $Z_{ij}\,(j > i)$.

Ca urmare volumul calculelor se micșorează la fiecare pas determin înd „lungimea" inegală a pașilor algoritmului de rezolvare.

În rezolvarea regimurilor prim și secund se întîlnesc atît variabi le ale ecuațiilor de circuite deschise cît și variabile ale ecuațiilor de circuit e închise, ceea ce *conferă în ansamblu algoritmului de rezolvare, caracterul unei metodici de analiză ortogonală.*

§ 4. PROBLEMA NUMĂRULUI DE CURENȚI DETERMINANȚI [25]

Trecerea, de la tratarea generală, din *exterior* a rețelei N la deter - minarea numerică a regimului electric *prim*, ca urmare a unei analiz e *interne*, ridică ca problemă *stabilirea numărului minim s de curenți dete r- minanți, a căror distribuție la pasul i odată fixată să fie suficientă pentru a permite determinarea tensiunilor* U_j'.

Ca o problemă conexă este modul în care curentul I^i se distribuie p e ramurile incidente nodului.

Vom analiza problema pentru următoarele tipuri de rețele:

a — complete [26], [27], [28],

b — regulate [26], [27], [28],

c — neregulate.

În rețelele *complete* sînt realizate toate legăturile posibile dintre noduri care sînt toate de același grad ρ. [2])

[2]) ρ — numărul de ramuri incidente nodului.

În [25] se indică că pentru acest tip de rețele :

$$s = \nu - 2, \tag{20}$$

în care $\nu = n + 1$ borne ale rețelei complete.

Se constată de asemenea valabilitatea relației (21) ceea ce denotă că problema numărului curenților determinanți este identică cu problema repartiției curenților injectați în noduri.

$$s = \rho - 1 . \tag{21}$$

Relațiile (20), (21) sînt valabile pentru rețelele cu simple legături și $\nu > 2$.

Pentru acest tip de rețele ce pot fi interpretate ca fiind proiecții în plan a unor politopi regulați convexi, problema determinării numărului de curenți determinanți sau a gradului lor de complexitate poate fi considerată rezolvată.

În rețelele *regulate* care se pot imagina sub forma unui mozaic sau a unei plase plane infinite, formată din poligoane, este caracteristic de asemeni faptul că fiecare nod este de același grad. Asemenea rețele se pot interpreta ca proiecții în plan a unor poliedre degenerate.

Pentru asemenea tip de rețele nemărginite se pare că însăși punerea problemei nu are sens.

Derivate din această categorie de rețele putem considera rețelele în care toate nodurile, cu excepția celor periferice, au același grad și care se întîlnesc sub diverse denumiri (rețea tip Poisson, latici uniforme etc.) în rezolvările de ecuații cu derivate parțiale.

Pentru rețelele din figurile 6 și 7 [25] se indică fără demonstrație gradul de complexitate de *unu* respectiv *trei*.

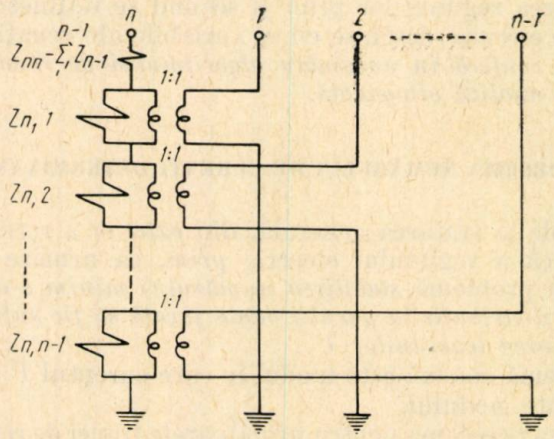


Fig. 6

Pentru configurații concrete de rețele întîlnite în practica exploatării (fig. 8) se constată că :

$$s \ll k ; \tag{22}$$

$$s \ll n , \tag{23}$$

respectiv că *numărul de ecuații ce trebuiesc rezolvate prin metoda ortogonală, ce folosește conceptul de curenți determinanți, este mult inferior numărului de ecuații* (*k*) *corespunzător metodei circuitelor închise* (*circuitelor independente*)

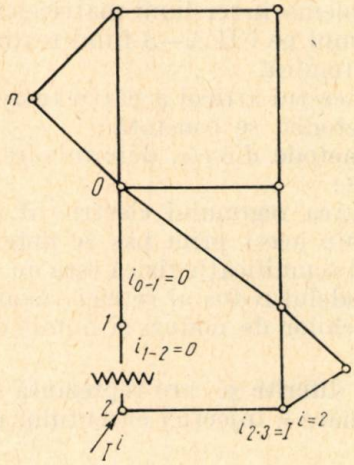


Fig. 7

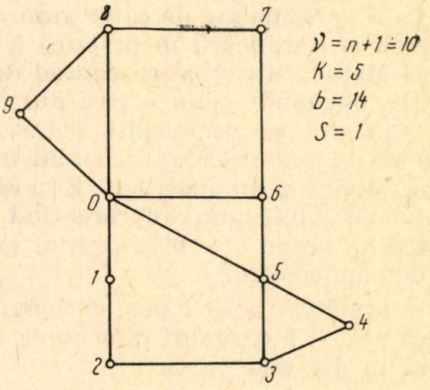


Fig. 8

și numărului de ecuații (*n*) *corespunzător metodei circuitelor deschise* (*sau a tensiunilor nodale*).

Inegalitățile (22), (23) determină eficiența deosebită a algoritmului bazat pe ideia utilizării curenților determinanți în raport cu metodele electrotehnice enumerate.

§ 5. REZULTATELE APLICĂRII METODEI DE CALCUL PE MAȘINI ELECTRONICE CIFRICE [3])

Cu ajutorul metodei descrise au fost determinate matricile impedanțelor proprii și de transfer în cazul a două rețele de configurație apropiată cuprinzînd 10 respectiv 15 noduri.

Folosind calculatorul Institutului de fizică atomică CIFA 3, timpul efectiv de calcul inclusiv extragerea rezultatelor a fost de ordinul 30 minute.

Prin comparație cu alte metode matematice folosite pe calculatoare de tip mediu (1 000—5 000 op/s) [29] și de asemenea în comparație cu alte metode electrotehnice [30] se poate constata că metoda propusă asigură atît o folosire deosebit de rațională a memoriei calculatorului cît și o viteză relativ mare de obținere a rezultatelor.

Principala dificultate în folosirea metodei constă în întocmirea programului principal care cere multă atenție și o folosire cu îndemînare a proprietăților topologice ale rețelei.

---

[3]) Programarea problemei în cazul primei rețele a fost făcută împreună cu ing. Victor Romert.

Programarea problemei în cazul celei de a doua rețele a fost făcută împreună cu ing. Irina Milițescu.

§ 6. CONCLUZII

Metoda folosită, deşi specific electrotehnică, rezolvă o problemă matematică frecvent întîlnită şi anume problema inversiunii matricelor.

Ea are un caracter original, programul pe CIFA—3 fiind realizat de ing. G. Meiltz de la Institutul de fizică atomică.

La o aprofundare de către autorul acestui articol a părţii teoretice a problemei şi a aplicării în practică a metodei, se constată :

a) Metoda aparţine categoriei de metode *directe*, determinarea matricei [Z] obţinîndu-se în n paşi din care :

— primul pas reprezintă determinarea regimului electric al reţelei pentru un curent injectat în nodul n. Din acest prim pas se determină coloana (rîndul) n din matricea [Z] a cărei semnificaţie fizică este un transformator cu n înfăşurări reprezentînd modelul redus al reţelei văzută din perechea de borne $n - 0$ în spaţiul perechilor de noduri şi numit de noi reţea de compensare.

— următorii $n - 1$ paşi de lungimi diferite şi care reprezintă determinarea a $n - 1$ regimuri diferite ca urmare a injecţiei curentului unitar pe rînd în alt nod.

b) Fiecare din aceste $n - 1$ regimuri se calculează ca o suprapunere de două regimuri electrice (fig. 9) şi anume :

A_1 — Regimul *prim* în care se determină $(n - 1)$ variabile de circuit *deschis*.

B_1 — Regimul *secund* în care se corectează aceste $(n - 1)$ variabile cu ajutorul unei variabile de circuit *închis*.

Folosirea combinată a celor două tipuri de variabile încadrează metoda în categoria metodelor moderne de analiză ortogonală.

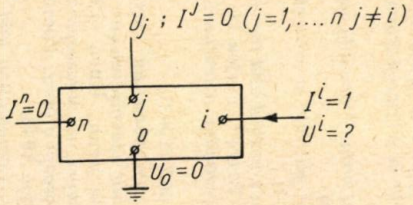
Utilizînd în continuare conceptul curenţilor determinanţi se realizează un algoritm eficient de rezolvare a celor „$n - 1$" sisteme de ecuaţii algebrice liniare, prin aceea că se reduce ordinul fiecărui sistem de la $n - 1$ la s $(s \ll n)$.

c) Utilizînd la fiecare pas al algoritmului reţeaua de „compensare" care necesită memorarea numai a „n" numere complexe şi folosind proprietăţile de simetrie ale reţelei, s-a putut elabora un program pe calculatorul CIFA—3 deosebit de economic în ceea ce priveşte folosirea memoriei şi comparativ rapid în raport cu rezultatele obţinute pe calculatoare de performanţe superioare.

d) Algoritmul prezentat s-a dovedit eficient în calculele practice realizate pe calculator cu toate dificultăţile de programare ca urmare a necesităţii folosirii atente a proprietăţilor topologice ale reţelei.

e) Folosind elemente ale unor metode moderne de analiză a reţelelor (analiza ortogonală, metoda curenţilor determinanţi), utilizînd relaţii cunoscute din algebra liniară şi păstrînd legătura cu reţeaua studiată prin intermediul unui model redus al acesteia s-a realizat un algoritm nou de determinare a matricei impedanţelor proprii şi de transfer.

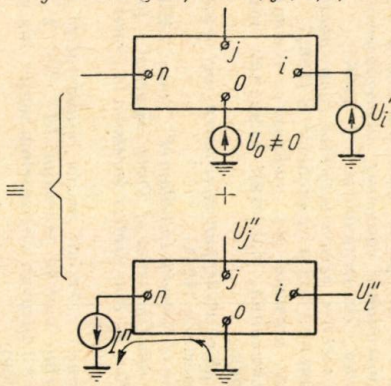
Acest algoritm a redus considerabil numărul de operaţii aritmetice şi memoria necesară a calculatorului ceea ce a permis obţinerea unui program de calcul deosebit de eficient pentru calculatorul utilizat.



Al i-lea pas = rezolvarea unui sistem algebric liniar de ordin „n" (ecuații ale circuitelor deschise).

Regimul prim ≡ Rezolvarea unui sistem algebric liniar de ordin „n-1" (ecuații ale circuitelor deschise

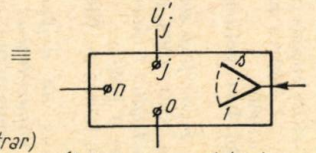
U'_j ; $I^j = 0$ $(j=1,\dots n-1\ ;\ j\neq i,n)$



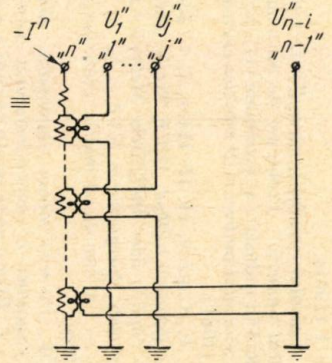
Regimul secund ≡ rezolvarea unui sistem algebric liniar de ordinul „1" (ecuație a circuitului închis).

Analiza nodală ⟶ Analiza ortogonală

≡ rezolvarea unui sistem algebric liniar de ordin „s"



(folosirea conceptului de curenți „determinanți")



(utilizarea rețelei echivalente de „compensație")

Fig. 9

BIBLIOGRAFIE

1. A. Calvaer, *Note sur le schèmas equivalents des transformateurs à n enroulements.* ACEC, Revue 1 (1961).
2. M. Bercovici, *„Calculul circulației curenților în rețelele electrice buclate cu ajutorul mașinilor de calcul numeric".* Probleme de automatizare — Folosirea mașinilor electronice de calcul în industrie și economie (II), ianuarie (1960).
3. M. Bercovici, *„Calculul matricial al rețelelor electrice".* Bul. Inst. politehnic, **XXIII**, *2*, apr. iunie (1961).
4. He. Brown, G. K. Carter, H. H. Happ, C. E. Person, *Power flow solution by impedance matrix iteration method.* IEEE Trans. Pwr. App. Syst. 1963, 65, 1—7.
5. E. Edelmann, *Tagung über analytische Methoden mittels Digital rechner für Plannung und Betrieb von Energienetzen* ETZ — A, 10 Januar *1* (1964).
6. R. Bruce Shipley, *A new direct matrix inversion method.* Commun. Electronics noiembrie, *45* (1959).
7. В. А. Крылов, *Расчет токов короткого замыкания на цифровых вычислительных машинах с использованием метода наращивания расчетной схемы сети.* Сб. Вычислительная техника в проектировании и эксплуатации энергосистем. Киев (1964).
8. A. H. El-Abiad, *„Digital calculation of line to ground short circuits by matrix method",* Pwr. App. Syst. *48*, 323—331 (1960).
9. Е. В. Хрущова, *Применение цифровых вычислительных машин для расчетов токов короткого замыкания в сложных энергетических системах по параметрам узловой сети.* Электричество, *2* (1964).
10. Н. А. Мельников, *Копределению эквивалентных сопротивлений.* Известия Академии наук СССР. Энергетика и транспорт, *6* (1963).
11. Е. В. Хрущова, *Методика расчета на цифровых вычислительных машинах токов короткого замыкания.* Известия Академии наук СССР, Энергетика и Транспорт, *4* (1963).
12. Dietmar Schaller, *Das Komplexe knotenpuncktverfahren und seine Darstellung am Gleichstromnetzmodell.* Dizertație (1961).
13. A. F. Glimm, *„Digital Calculation of Network Impedances".* Trans. AIEE, Decembrie **74** (1955).
14. Leon K. Kirschmayer, *„Economic Operation of Power Systems".* John Wiley, 1958.
15. V. Converti, *„Application of Row by Row Matrix Inversion to Power System Problems.* Pwr. App. Syst. iunie *42* (1959).
16. V. G. Holmskii, Iu. V. Scerbina, *„Tocinti rasciot rejima rabotă zamknutoi elektriceskoi seti metodom obrascenia matriță provodimostei".* Sb. 2 Primenenie matematiceskovó modeli rovania i țifrovah vîscislitelnîh mașin dlia reșenia energheticeskih zadaci, Modcova (1962).
17. G. Kron, *DIAKOPTICS. The Piecewise Solution of Large-Scale Systems".* The Electrical Journal (London) iunie (1957).
18. N. G. Maximovixi, *I ineinse electriceskie țepi i ih preobrazovania,* GEI (1961).
19. P. Dimo, *Formula pierderilor și optimizările de scheme și regimuri pe un drum nou.* Energetica, **10**, *6* (1962).
20. P. Dimo, *Conceptele și procedeele „analizei nodale" asociată calculatorului numeric.* St. cerc. energ., Seria A, **XIII**, *3* (1963).
21. H. Albert, *Reducerea schemelor electrice utilizate și energetică folosind calculatoarele numerice.* Energetica, **12**, 11 (1964).
22. F. N. Branin, *The relation between Kron's method and the classical methods of network analysis.* IRE Wescon Convention Record, Partea II, Circuit theory (1939).
23. H. H. Happ, *Analysis of Networks with complex Autotransformers* Pwr. App. Systems, *65* 75—81 (1963).
24. — Pwr. App. Systems *69*, 958—965 (1963).
25. Н. Г. Максимович, *Об одном методе решения системы алгебраических уравнений в применении к расчету электрических цепей.* Математическое моделирование и электрические цепи, Киев (1963).
26. Л. А. Люстерник, *Выпуклые фигуры и многогранники.* Гостехиздат 1956.
27. А. Д. Александров, *Выпуклые многогранники.* Гостехиздат, 1950.
28. HSM Coxeter, *Regular Polytopes,* London 1948.
29. E. M. Grabbe, *Handbook of Automation Computation and Control,* Vol. 2.
30. Н.А.Качанова, *Методика расчета на ТВМ собственных и взаимных сопротивлений сложных энергетических систем.* Вопросы применения вычислительной техники в энергетических системах. Изд. АН УССР, Киев, 1962.

CONSIDERAȚII EXPERIMENTALE ASUPRA FENOMENULUI DE AUTOMODULAȚIE DINAMICĂ LA AMPLIFICATOARELE MAGNETICE DE TIP MODULATOR

DE

N.V. BOȚAN, I. BEJAN și V. PRISĂCARU

Prin automodulație se înțelege [1] un proces de modificare periodică a amplitudinilor curenților și tensiunilor oscilațiilor forțate fără intervenția unui factor modulator exterior.

Acest fenomen de modulație poate apărea în cazul circuitelor cu miez de fier, cum ar fi amplificatoarele magnetice cu capacități în circuitul de lucru sau de comandă, sistemele de redresare pe sarcină inductivă, cu sau fără capacități, în circuitele ferorezonante cu premagnetizare în curent continuu etc.

În literatura de specialitate sînt studiate fenomenele de automodulație, menționate în cazurile de mai sus, atît teoretic, cît și experimental. Aceste fenomene sînt prezentate ca fenomene în regim permanent.

Ocupîndu-se de fenomenul de automodulație în amplificatoarele magnetice după schema din figura 1, K. G. Mituškin constată că fenomenul apare în anumite condiții determinate de parametrii circuitului înfășurării w_2 și numai în prezența inductanței L. Se indică de asemenea și gama de variație a frecvenței automodulate [1].

Reluînd aceeași problemă pe o schemă modificată din care s-au scos puntea redresoare și elementele de sarcină R și L (după legătura punctată din figura 1), L. A. Bessonov și K. G. Mituškin arată că în acest caz este posibilă apariția fenomenului de automodulație, și aceasta depinde de valoarea cîmpului alternativ de bază, de valoarea cîmpului continuu și parametrii circuitului înfășurării w_2. În aceste condiții apar și se mențin stabile oscilații a căror frecvență în general este un multiplu al frecvenței de alimentare a schemei [1]. Adîncimea de modulație a acestor oscilații și frecvența pot fi fi modificate între anumite limite (fig. 2).

St. cerc. energ. electr. Tom 17, Nr. 2, p. 445–453, București 1967

51c – 4232

Studiind regimurile de lucru ale releelor magnetice fără contacte în anumite condiții, s-a semnalat apariția unor oscilații întreținute a căror amplitudine și fază se modifică în timp, ceea ce duce la o funcționare necorespunzătoare a releului. Căutînd să se explice cauzele apariției acestui

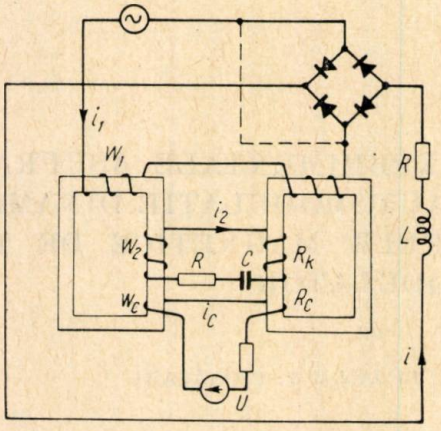


Fig. 1. — Schema de lucru a amplificatoarelor magnetice de tip modulator.

fenomen, s-a constatat că el se datorește unui fenomen de automodulație diferit de fenomenele de automodulație descrise în literatura de specialitate [1].

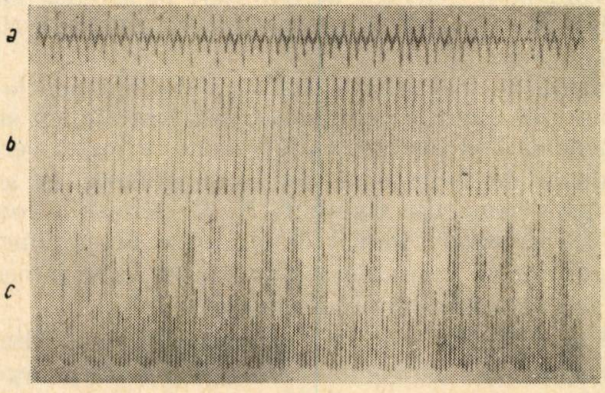


Fig. 2. — Oscilograma curentului alternativ (*a*), a tensiunii de alimentare (*b*) și a curentului din conturul circuitului oscilant (*c*).

Astfel, în timp ce fenomenele de automodulație cunoscute se manifestă sub forma unor oscilații stabile, în cazul studiat mai jos aceste oscilații variază în timp atît ca amplitudine, cît și ca fază, motiv pentru care au fost denumite oscilații dinamice, iar fenomenul *automodulație dinamică.*

Pentru studierea fenomenului de automodulație dinamică s-a folosit schema din figura 3.

După cum se observă, această schemă este asemănătoare cu cea din figura 1, modificată, așa cum a fost folosită de L. A. Bessonov și K. G. Mi-

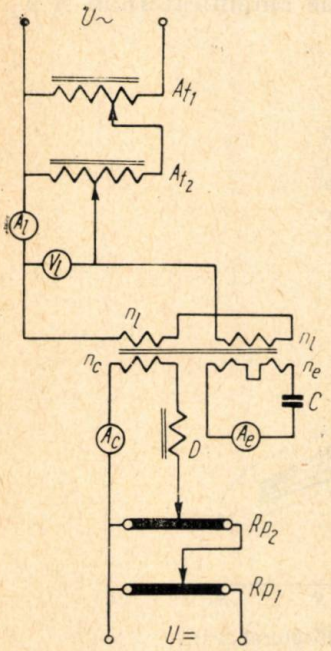


Fig. 3. — Schema de lucru pentru studiul fenomenului de automodulație dinamică.

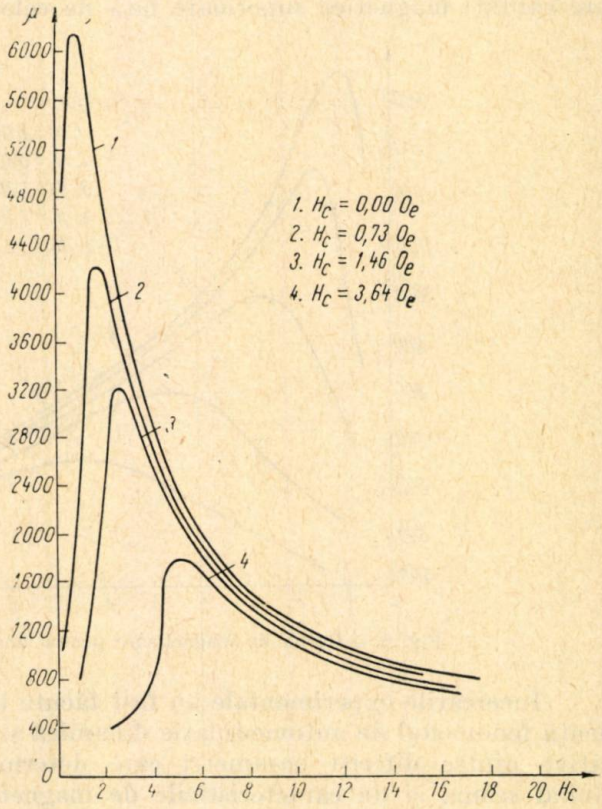


Fig. 4. — Curba de magnetizare → pentru amplificatorul AM_1.

tușkin. Pentru punerea în evidență a fenomenului s-au folosit două amplificatoare magnetice de construcție cu miez toroidal, avînd următoarele caracteristici :

— *amplificatorul* AM_1 : diametrul exterior al circuitului magnetic $d_1 = 7{,}6$ cm, diametrul interior $d_2 = 5{,}2$ cm, secțiunea $s = 6$ cm². Înfășurarea de lucru este formată din 2×558 spire cu diametrul de 0,35 mm. Înfășurarea de comandă este formată din 580 de spire cu același diametru, iar înfășurarea din circuitul oscilant are $345+252$ de spire cu același diametru ;

— *amplificatorul* AM_2 : diametrul exterior $d_1 = 16$ cm, diametrul interior $d_2 = 10{,}2$ cm, secțiunea $s = 7{,}8$ cm². Înfășurarea de lucru este formată din 2×517 spire cu diametrul de 0,6 mm. Înfășurarea de comandă este formată din 844 de spire cu diametrul de 0,45 mm, iar înfășurarea din circuitul oscilant are 880 de spire cu diametrul de 0,45 mm.

Pentru ambele amplificatoare s-au trasat curbele de magnetizare $\mu = f(H_1)$, parte din aceste curbe fiind reprezentate în figura 4 pentru amplificatorul AM_1 și în figura 5 pentru amplificatorul AM_2.

Din compararea curbelor de magnetizare pentru cele două amplificatoare magnetice se vede că circuitul magnetic al amplificatorului AM_1 are calități magnetice superioare față de cele ale amplificatorului AM_2.

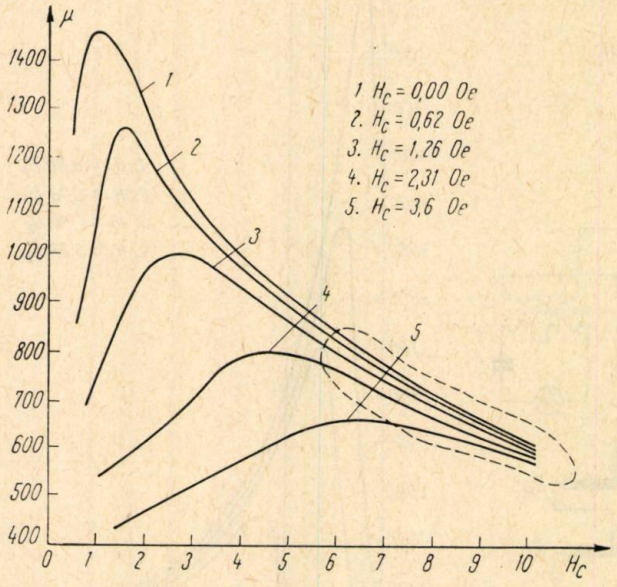


Fig. 5. — Curba de magnetizare pentru amplificatorul AM_2.

Încercările experimentale au fost făcute în scopul de a pune în evidență fenomenul de automodulație dinamică și de a stabili relațiile cantitative dintre diferiți parametri care determină apariția fenomenului, ținînd seama și de caracteristicile de magnetizare ale amplificatoarelor magnetice. În acest scop, pentru aceeași valoare a tensiunii de alimentare, deci pentru un anumit cîmp de excitație și diferite valori ale capacității C menținute constante, s-a variat curentul în înfășurarea de comandă (respectiv cîmpul continuu H_c). Procedîndu-se astfel, s-a putut stabili pentru fiecare caz în parte domeniul de apariție a fenomenului de automodulație dinamică.

Încercările experimentale preliminare au avut drept scop de a determina condițiile de apariție a fenomenului de automodulație dinamică, încît acesta să se poată urmări cu mijloacele de investigație avute la dispoziție, și anume : oscilograful catodic și galvanometrul de vibrație. Întrucît fenomenul trebuia urmărit din aproape în aproape, era necesar ca să se creeze condițiile desfășurării lui cu viteze de variații cît mai mici. Această situație s-a putut obține pe amplificatorul AM_2, care avînd un volum mai mare și proprietăți ale cîmpului magnetic inferioare, a permis desfășurarea fenomenului cu viteze mai reduse.

Urmărind oscilograma curentului din circuitul de ieşire pentru valori mici ale capacităţii, forma curentului apare ca fiind cea corespunzătoare armonicii doi ; deci regim normal de funcţionare al modulatorului magnetic. Crescînd treptat valoarea capacităţii, pentru anumite valori ale acesteia şi a cîmpului de excitaţie şi pentru curent de comandă zero, s-a obţinut oscilograma din figura 6*a*. Analiza armonică a acestei oscilograme a

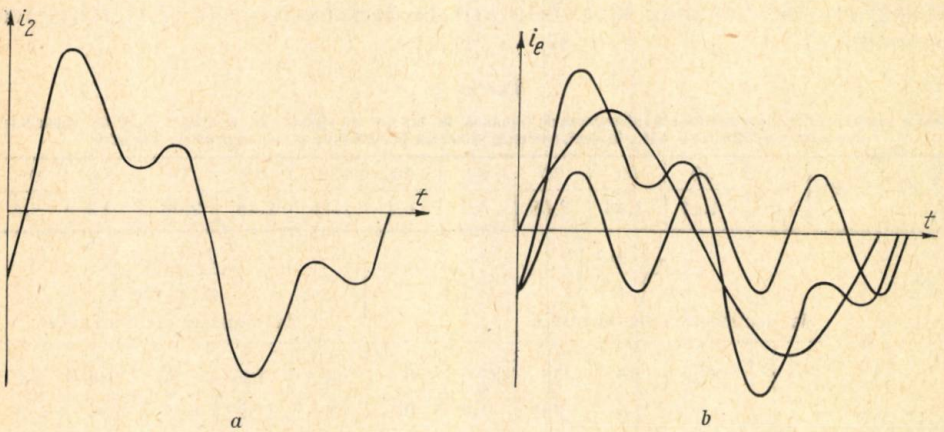


Fig. 6. — Oscilograma curentului corespunzătoare valorii crescute a capacităţii şi curentul de comandă nul (*a*) şi punerea în evidenţă a armonicii de ordinul trei (*b*).

arătat, aşa cum se vede din figura 6*b*, că în această situaţie în curentul de ieşire rezultant apare ca preponderentă armonica fundamentală şi armonica de ordinul trei. Această situaţie, privită din punctul de vedere al funcţionării modulatorului, apare ca anormală, întrucît mărimea de ieşire este diferită de zero. În aceste condiţii, suprapunînd o magnetizare suplimentară prin curentul continuu de comandă, s-a obţinut trecerea de la oscilograma din figura 6*a* la regimul normal de funcţionare al modulatorului magnetic, mărimea de ieşire avînd frecvenţa dublă faţă de cîmpul de excitaţie.

La valori reduse ale capacităţii, trecerea menţionată se face printr-o oscilaţie puternic amortizată. Pentru valori crescînde ale capacităţii şi pentru alte valori ale curentului de comandă, trecerea se face printr-un regim oscilatoriu amortizat. În fine, pentru valori şi mai mari ale capacităţii, trecerea de la oscilograma din figura 6*a* la regimul normal de funcţionare nu mai are loc. În această situaţie apare un regim oscilatoriu întreţinut, în care curba curentului de ieşire îşi modifică faza periodic cu 180°. Perioada oscilaţiilor depinde pe de o parte de valoarea capacităţii, iar pe de altă parte de valoarea intensităţii cîmpului de comandă. La o creştere în continuare a cîmpului de comandă, oscilaţiile se amortizează, trecîndu-se în regim normal de funcţionare a amplificatorului.

Fenomenul de oscilaţii descris mai sus a fost denumit : *automodulaţie dinamică*.

Pentru amplificatorul magnetic AM_1 s-a obţinut de asemenea acest fenomen, însă viteza de variaţie a oscilaţiilor nu a permis urmărirea fenomenului din aproape în aproape, ca în cazul amplificatorului magnetic AM_2.

După ce a fost pus în evidență fenomenul de automodulație dinamică, s-a trecut la stabilirea valorilor parametrilor pentru care se declanșează și se stinge fenomenul.

În tabela 1 sînt prezentate valorile obținute experimental pe amplificatorul magnetic AM_1. În această tabelă sînt date valorile curentului (respectiv a cîmpului) în înfășurarea de comandă pentru diferite valori ale cîmpului de excitație H_1 și ale capacității C. Valorile curentului din înfășurarea de comandă sînt date atît la declanșarea, cît și la stingerea fenomenului.

Tabela 1

Valorile experimentale ale curentului în înfășurarea de comandă în funcție de cîmpul de excitație H_1 și de capacitatea C pentru amplificatorul AM_1, la declanșarea și stingerea fenomenului de automodulație dinamică

$\frac{U_1}{H_1}$ $(H_c = 0)$	V	50	60	70	80	90	50	60	70	80	90
	Oe	1,11	1,48	2,08	3,2	6,4	1,11	1,48	2,08	3,2	6,4
$C_{\mu F}$	$\frac{I_c}{H_c}$ [mA / Oe] la declanșarea fenomenului						$\frac{I_c}{H_c}$ [mA / Oe] la stingerea fenomenului				
1	X	76	55	27,5	0	X	126	130	106	88	
	X	2,76	2,0	1,0	0	X	4,59	4,74	3,86	3,21	
2	24	21	13	0	47,5	74	82	200	196	192	
	0,873	0,765	0,473	0	1,73	2,7	2,92	7,28	7,13	7,0	
3	32	32	12	35	0	116	144	140	460	210	
	1,165	1,165	0,436	1,275	0	4,23	5,25	5,10	16,75	7,65	
4	40	38	35	0	0	162	258	200	180	120	
	1,455	1,385	1,275	0	0	5,9	7,95	7,28	6,55	4,27	
5	42	38	37	24	0	203	240	260	240	192	
	1,53	1,385	1,345	0,873	0	7,4	8,74	9,45	8,74	7,0	
6	44	38	38	35	0	265	280	300	320	260	
	1,6	1,385	1,385	1,275	0	9,65	10,2	10,9	11,65	9,45	
7	45	42	42	20	0	270	300	330	260	200	
	1,64	1,53	1,53	0,728	0	9,82	10,9	12	9,45	7,28	

X) Fenomenul de automodulație dinamică nu se declanșează.

Din tabela 1 se observă că :

a) Cu cît intensitatea cîmpului de excitație H_1 este mai mică pentru aceeași valoare a capacității, cu atît valoarea cîmpului continuu H_c, pentru care se declanșează fenomenul este mai mare.

b) Menținînd constantă valoarea cîmpului de excitație și variind capacitatea C, valoarea cîmpului continuu pentru care se declanșează fenomenul scade la început cu creșterea capacității, apoi crește din nou. Se observă de asemenea că, începînd de la anumite valori ale capacității, valoarea cîmpului continuu pentru care se declanșează fenomenul variază foarte puțin.

c) Pentru valori mici ale cîmpului de excitaţie, valoarea cîmpului continuu pentru care fenomenul se stinge creşte cu creşterea valorii capacităţii. Această observaţie rămîne în general valabilă şi pentru celelalte valori ale cîmpului de excitaţie, cu menţiunea că se semnalează unele abateri în sensul că pentru anumite valori ale capacităţii valoarea cîmpului continuu nu respectă această regulă.

d) Pentru aceeaşi valoare a capacităţii, cu creşterea cîmpului de excitaţie, cîmpul continuu pentru care fenomenul se stinge prezintă un maxim pentru anumite valori ale cîmpului de excitaţie.

Urmărind valorile permeabilităţii, măsurate în curent alternativ, corespunzătoare valorilor curenţilor de comandă pentru care se declanşează fenomenul, se constată în general că acestea sînt situate pe porţiunea descendentă a curbei $\mu = f(H_1)$, pentru $H_c = \text{const.}$

În tabela 2 sînt prezentate valorile obţinute experimental pe amplificatorul magnetic AM_2. Din tabela 2 se observă că, pentru valori ale capacităţii inferioare celor indicate în tabelă, fenomenul de automodulaţie dinamică nu apare. De asemenea nu apare nici pentru valori ale cîmpului de excitaţie inferioare celor indicate în tabelă. Se mai observă că cu cît intensitatea cîmpului de excitaţie este mai mică, cu atît limitele de variaţie ale valorilor capacităţii pentru care se declanşează fenomenul sînt mai strînse.

Urmărind valorile cîmpului continuu pentru care se declanşează fenomenul, se observă că pentru acelaşi cîmp de excitaţie cîmpul continuu creşte cu creşterea capacităţii.

Se convine a se numi regim de funcţionare stabil a amplificatorului magnetic corespunzător situaţiei reprezentate prin oscilograma din figura 6*a*, regimul 1, iar regimul normal de funcţionare ca modulator cu mărimea de ieşire la frecvenţă dublă, regimul 2. În tabela 2, prin datele experimentale notate cu indicele (1) s-au notat situaţiile de trecere de la regimul 1 la regimul 2 printr-o oscilaţie puternic amortizată. Prin indicele (2) s-a notat trecerea de la regimul 1 la regimul 2 printr-un regim oscilatoriu amortizat, iar prin indicele (3) situaţia cînd între cele două regimuri apare fenomenul de automodulaţie dinamică.

După cum se observă din tabela 2 rezultă că, în general, pentru valori mici ale capacităţilor nu apare decît fenomenul de oscilaţii amortizate. Fenomenul se stinge practic pentru aceleaşi valori ale cîmpului continuu. Cu creşterea valorii capacităţii apare regimul oscilatoriu amortizat, iar pentru valori şi mai mari ale acesteia apare fenomenul de automodulaţie dinamică. În acest din urmă caz, fenomenul se stinge pentru valori ale cîmpului continuu mai mari decît cele corespunzătoare declanşării lui.

Pentru valori mari ale capacităţii se regăseşte situaţia corespunzătoare oscilaţiilor puternic amortizate. Frecvenţa de oscilaţie a fenomenului în funcţie de valoarea capacităţii şi a cîmpului continuu a fost cuprinsă între 0,8 şi 1,6 perioade pe secundă.

Urmărind valorile permeabilităţii măsurate în curent alternativ corespunzătoare valorilor curenţilor de comandă pentru care declanşează fenomenul, se constată că acestea sînt situate numai pe porţiunea descendentă a curbei de magnetizare $\mu = f(H_1)$, pentru $H_c = \text{const.}$

Tabela 2

Valorile experimentale ale curentului în înfășurarea de comandă în funcție de cîmpul de excitație H_1 și de capacitatea C pentru amplificatorul AM_2, la declanșarea și stingerea fenomenului de automodulație dinamică

$\frac{U_1}{H_1}$ $(H_c = 0)$ $\left[\frac{V}{Oe}\right]$	90	100	110	120	90	100	110	120
	5,15	6,19	7,48	9,02	5,15	6,19	7,48	9,02
$C_{\mu F}$	$\frac{I_c}{H_c}\left[\frac{mA}{Oe}\right]$ la declanșarea fenomenului				$\frac{I_c}{H_c}\left[\frac{mA}{Oe}\right]$ la stingerea fenomenului			
4	80 (1) / 2,05	18,5 (1) / 0,475	X	X	80 (1) / 2,05	18,5 (1) / 0,475	X	X
5	X	62 (1) / 1,59	42 (1) / 1,06	15,5 (1) / 0,398	X	62 (1) / 1,59	42 (1) / 1,06	15,5 (1) / 0,398
6	X	90 (2) / 2,31	96 (1) / 2,46	80 (1) / 2,05	X	90 (2) / 2,31	96 (1) / 2,46	80 (1) / 2,05
7	X	114 (3) / 2,83	126 (2) / 3,23	126 (1) / 3,23	X	122 (3) / 3,13	126 (2) / 3,23	126 (1) / 3,23
8	X	X	144 (3) / 3,7	152 (2) / 3,9	X	X	147 (3) / 3,77	152 (2) / 3,9
9	X	X	186 (3) / 4,77	178 (2) / 4,57	X	X	192 (3) / 4,93	178 (2) / 4,57
10	X	X	188 (3) / 4,83	200 (3) / 5,03	X	X	208 (3) / 5,07	206 (3) / 5,06
11	X	X	X	224 (3) / 5,75	X	X	X	234 (3) / 6,00
12	X	X	X	240 (3) / 6,17	X	X	X	252 (3) / 6,48
13	X	X	X	253 (1) / 6,50	X	X	X	280 (1) / 7,2
14	X	X	X	290 (1) / 7,45	X	X	X	290 (1) / 7,45

X) – Fenomenul de automodulație dinamică nu apare. (1) – Trecerea de la regimul 1 la regimul 2 printr-o oscilație puternic amortizată. (2) – Idem printr-un regim oscilator amortizat. (3) – Trecerea de la regimul 1 la regimul 2 nu mai are loc; automodulație dinamică.

Ţinînd seama de constatările similare şi în cazul amplificatorului magnetic AM_1, rezultă că funcţionarea modulatorului pe porţiunea descendentă a curbei de magnetizare favorizează apariţia fenomenului de automodulaţie dinamică.

CONCLUZII

1. Funcţionarea modulatorului magnetic cu sarcini capacitive poate conduce la apariţia unui fenomen de automodulaţie dinamică.
2. Declanşarea acestui fenomen este condiţionată de valoarea capacităţii, de intensitatea cîmpului de excitaţie şi de intensitatea cîmpului continuu.
3. Declanşarea fenomenului este determinată de asemenea de funcţionarea modulatorului pe porţiunea descendentă a curbei de magnetizare $\mu = f(H_1)$, pentru $H_c = \text{const.}$
4. În funcţie de proprietăţile circuitului magnetic şi de dimensiunile acestuia, fenomenul de automodulaţie dinamică are o frecvenţă de oscilaţie mai mare sau mai mică.

Laboratoarele de acţionări electrice şi automatizări
Institutul politehnic Iaşi

BIBLIOGRAFIE

1. L. A. Bessonov, *Autooscilaţii în circuitele electrice cu miez de fier*, G.E.I., Moscova, 1958 (limba rusă).

VICTOR V. GHIA, *RECUPERATOARE ŞI REGENERATOARE DE CĂLDURĂ*, Bucureşti, Editura tehnică, 1966, 367 p., 180 fig., 51 tabele

În ansamblul problemelor privind gospodărirea raţională a resurselor energetice, recuperarea pierderilor de energie şi utilizarea energiei astfel obţinute pentru satisfacerea necesităţilor de energie ale unor consumatori constituie una dintre căile principale pentru îmbunătăţirea randamentului global cu care se foloseşte energia în activitatea societăţii.

Ţinînd seama de importanţa pe care o prezintă această problemă pentru economia noastră în etapa actuală, Congresul al IX-lea al P.C.R. a inclus-o printre sarcinile principale ale planului de dezvoltare a bazei energetice pe următorii 10 ani.

Cum marea majoritate a pierderilor de energie se manifestă sub formă de căldură şi din acestea o bună parte se evacuează cu gazele care rezultă din procesele de ardere, tratarea recuperatoarelor, regeneratoarelor şi cazanelor utilizatoare ca instalaţii de bază în procesul de recuperare a căldurii din gazele calde este o problemă de prima importanţă în energetica ţării noastre, care preocupă un număr mare de specialişti.

Deşi unele aspecte ale regeneratoarelor şi ale recuperatoarelor de căldură au mai fost tratate în literatura de specialitate în publicaţii izolate, lucrarea de faţă realizează o sinteză judicioasă între experienţa acumulată de autor în cercetarea, proiectarea şi exploatarea acestor schimbătoare de căldură şi publicaţiile existente, prezentînd în mod unitar, ca bază teoretică, legătura dintre calculele termodinamice, transmiterea căldurii şi arderea combustibililor.

Pentru a se mări utilitatea practică a lucrării s-au prezentat numeroase exemple de calcule, tabele şi diagrame, care permit caracterizarea elementelor teoretice prezentate în cele opt capitole ale lucrării.

În primul capitol se prezintă importanţa cunoaşterii bilanţului termic al proceselor pirotehnologice pentru stabilirea direcţiilor de utilizare a energiei recuperate din pierderile de energie cu gazele de ardere.

În final se prezintă importanţa recuperării căldurii gazelor de ardere evacuate din cazane, cuptoare, turbine cu gaze şi motoare cu ardere internă.

În capitolul al doilea, intitulat „Bazele teoretice ale calculului recuperatoarelor", se prezintă aspectele teoretice de bază, cu caracter general, ale calculului termic şi gazodinamic pentru dimensionarea şi verificarea recuperatoarelor. Se dă astfel metoda de calcul a coeficientului global de transmitere a căldurii, diferenţei medii logaritmice a temperaturilor, debitelor de aer insuflat şi gaze de ardere vehiculate prin recuperator etc.

Capitolul al treilea tratează efectele preîncălzirii aerului necesar arderii la cuptoare, cazane şi instalaţii cu turbine cu gaze, precizîndu-se şi metodele pentru calculul economiilor ce se pot realiza în fiecare caz.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 455–456 Bucureşti 1967

În capitolul al patrulea, care reprezintă partea cea mai mare a lucrării, se prezintă recuperatoarele metalice de diferite tipuri : din tuburi de oțel netede și nervurate, cu proeminențe aciculare, prin radiație, termobloc, din plăci etc. ; la fiecare tip se prezintă : formele constructive, caracteristicile funcționale, date asupra comportării în exploatare, date specifice pentru calcul și exemplu de calcul.

Datorită particularităților prezentate de instalațiile cu turbine cu gaze, într-un paragraf separat se tratează construcțiile de recuperatoare specifice acestora, dezvoltîndu-se adecvat și metoda de calcul.

La sfîrșitul capitolului se prezintă : materialele utilizate, recomandări asupra alegerii tipului de recuperator și considerații asupra tendințelor ce se manifestă în utilizarea recuperatoarelor metalice.

În capitolul al cincilea se prezintă tipurile constructive, caracteristicile funcționale, rezultatele date în exploatare și particularitățile calculului recuperatoarelor ceramice din șamotă, carboșamotă și carborund. Aici se dezvoltă problemele privind etanșeitatea acestor recuperatoare și particularitățile care apar prin arderea gazului natural în cuptoare, cînd se poate folosi cu succes recirculația gazelor.

Capitolele al șaselea și al șaptelea prezintă regeneratoarele de căldură metalice și ceramice, acordîndu-se o mare atenție prezentării tipurilor caracteristice pentru fiecare caz concret și metodicii de calcul.

În ultimul capitol se prezintă metoda de calcul tehnic-economic folosită în alegerea tipului optim de recuperator avînd la bază cheltuielile anuale de calcul.

În ansamblu, lucrarea conține numeroase contribuții originale valoroase, privind în special modul de abordare a problemelor și metodica de calcul propusă pentru diferitele tipuri de recuperatoare.

În concluzie se poate considera că s-a realizat o publicație cu valoare teoretică și practică deosebită, închegată și unitară, fiind prima lucrare cu o asemenea structură complexă din literatura noastră de specialitate.

Cs. Nagy și *V. Caracudovici*

V. CARACUDOVICI, D. SPIRIDON și V. COZELCIUC 620.91

REZULTATE DE SINTEZĂ ÎN INVENTARIEREA RESURSELOR HIDROENERGETICE TEORETICE ALE CURSURILOR DE APĂ INTERIOARE DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

După o scurtă prezentare a modului în care a fost organizată acțiunea de inventariere a resurselor hidroenergetice teoretice în Republica Socialistă România se prezintă în ansamblu și pe bazine hidrografice rezultatele obținute în inventarierea potențialelor hidroenergetice de suprafață (din precipitații și din scurgere) și a potențialelor teoretice ale cursurilor de apă interioare. În final se fac o serie de comparații între valorile obținute.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 2, p. 243, București 1967

A. DUMITRESCU, M. ELEFTERESCU și ST. KOVÁCS 620.9

METODA PENTRU PREEVALUAREA NECESARULUI DE ENERGIE ÎN INDUSTRIE PRIN UTILIZAREA CALCULULUI MATRICEAL

Avînd în vedere importanța și actualitatea problemei preevaluării necesarului de energie, se prezintă o metodă analitică care utilizează calculul matriceal pentru stabilirea necesarului de energie în perioada de perspectivă. Metoda se bazează pe cunoașterea indicatorilor privind dezvoltarea producției industriale și pe analiza evoluției în timp a consumurilor specifice de energie determinate de natura proceselor tehnologice industriale.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 263 București 1967

CĂLIN ADRIAN VASILESCU 536.46 : 662.61

TEORIA DIAGRAMEI ENTROPICE CU AXE CURBE PENTRU UNITATEA DE CANTITATE DE SUBSTANȚĂ

Se prezintă teoria acestor diagrame, studiindu-se condițiile de realizare a unei diagrame entropice cu axe curbe pentru 1 kg de amestec de două substanțe în proporție variabilă, atît pentru cazul în care substanțele nu reacționează chimic între ele, cît și pentru cazul în care substanțele reacționează chimic între ele. Se arată modul în care trebuie completată această diagramă pentru a putea executa calcule exacte ale curgerii gazelor perfecte. Se particularizează rezultatele pentru gazele provenite din arderea unei hidrocarburi. Se precizează compoziția: $c = 0{,}8608$ kg de carbon și $h = 0{,}1392$ kg de hidrogen pentru hidrocarbura care permite construirea unei diagrame raportate la 1 kg de gaze de ardere; se arată că nu există hidrocarbură și nici motorină care să conducă la construirea unei diagrame a gazelor de ardere raportată la 1 kg din aerul ce a servit la combustie. În final se discută evoluția acestei probleme în literatură.

St. cerc. energ. electr. Tom 17 Nr. 2 p. 271 București 1967

I. CARABOGDAN 622.611

CORELAȚIA DINTRE VITEZA DE ARDERE A PARTICULEI DE COMBUSTIBIL SOLID ȘI TEMPERATURA MEDIULUI

Se prezintă rezultatele cercetărilor întreprinse asupra procesului de ardere individuală a particulelor de dimensiuni cuprinse între 500 și 3000 μ într-un cîmp convectiv radiant a cărui temperatură a fost variată în limitele 700—1 200°C și modul în care aceste rezultate confirmă ipotezele de calcul folosite în determinarea teoretică a celor trei componente ale timpului global de ardere a particulei de combustibil solid.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 283 București 1967

VICTOR V. GHIA și DAMIAN GRECOV 622.95

PARAMETRII OPTIMI AI CUPTOARELOR CU RECIRCULAȚIE A GAZELOR REVĂZUTE CU RECUPERATOARE

Lucrarea dă metodica de calcul a valorilor optime a principalilor parametri funcționali ai cuptoarelor cu recirculație a gazelor prevăzute cu recuperatoare, ca: temperatura de preîncălzire a aerului de ardere, temperaturile gazelor de ardere la intrarea și evacuarea din spațiul de lucru etc.

În rezolvare se pleacă de la determinarea temperaturii optime de evacuare a gazelor din cuptor, T_e^{opt}.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 293 București 1967

S. FAUR 621.436:662.68

FOLOSIREA AMESTECURILOR DE MOTORINĂ ȘI PETROL ÎN MOTORUL DIESEL. COMPORTAREA PROBABILĂ ÎN MOTOR

Articolul reprezintă continuarea unei publicații anterioare a autorului privind evoluția probabilă a principalelor caracteristici ale amestecurilor de motorină și petrol [1]. Pe baza concluziilor trase se studiază influența pe care utilizarea unor astfel de combustibili o va avea asupra comportării motorului în exploatare (formarea amestecului, procesul de ardere, prețul de cost al energiei produse).

Se deduce că în stabilirea orientativă a procentului optim a celor doi componenți în amestec, trebuie să se aibă în vedere pe de o parte natura țițeiurilor din care provin cele două fracțiuni și intervalul lor de distilare iar pe de altă parte caracteristicile motorului. Alegerea soluției definitive necesită verificarea experimentală pe motor a concluziilor teoretice.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 301 București 1967

ATH. TRUȚIA, EL. GUȚU, EL. COMĂNESCU 536.52 : 536.45

STUDIUL COMPARATIV AL UNOR METODE OPTICE DE DETERMINARE A TEMPERATURII FLĂCĂRILOR

Se prezintă principiul metodelor optice de măsurare a temperaturii flăcărilor, montajele experimentale utilizate precum și erorile care apar datorită particularităților flăcărilor, metodei și aparaturii folosite.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 313 București 1967

R. RĂDULEȚ și A. IFRIM

APLICAREA PREZENTĂRII MAXWELLIENE ÎN TEORIA CURENȚILOR TURBIONARI ÎN PLĂCI SUBȚIRI

Utilizînd reprezentarea Maxwelliană a cîmpurilor de vectori bidimensionale și relațiile valabile în astfel de cîmpuri electromagnetice stabilite în plăci subțiri, autorii determină expresia cuplului frînelor de inducție cu disc neferomagnetic subțire.

Referindu-se la lucrările lor anterioare autorii mai prezintă un criteriu nou pentru limitarea termenilor unor dezvoltări în serie a cîmpului magnetic de excitație în astfel de frîne cu poli aparenți, verificînd aplicabilitatea lui cu ajutorul datelor experimentale.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 329 București 1967

ANDREI ȚUGULEA și CORNELIA IONESCU
538.212:538.26:621.313.001.10

DETERMINAREA PERMEANȚEI MAGNETICE A ÎNTREFIERULUI UNOR ARMĂTURI CU CRESTĂTURI SEMICIRCULARE

În lucrare se determină analitic permeanța unui întrefier cu crestături semicirculare. Rezultatele teoretice sînt verificate experimental pe modele electrocinetice, realizate în cuvă electrolitică sau din hîrtie electroconductoare.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 341 București 1967

Acad. M. BERCOVICI și G. IACOBESCU
621.3.064.3:621.316.5.064.3

INFLUENȚA REȚELEI ASUPRA PUTERII DE RUPERE A ÎNTRERUPTOARELOR LA DECONECTAREA SCURTCIRCUITELOR TRIFAZATE

În lucrare se consideră cazul unui întreruptor care leagă două rețele de alimentare trifazate și se studiază curenții întrerupți și tensiunile de restabilire la polii acestui întreruptor în timpul întreruperii scurtcircuitelor. Din studiu rezultă că două scurtcircuite bifazate în cele două rețele provoacă, într-unul din polii întreruptorului, un curent mai mare decît curentul de scurtcircuit trifazat al unei singure rețele, însă mai mic decît curentul de scurtcircuit trifazat al celor două rețele interconectate.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 357 București 1967

PAUL DIMO
621.311:621.315:621.316

„GRAFURILE BIDIRECȚIONALE" ȘI DE CORESPONDENȚĂ BIUNIVOCĂ ALE SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

Se arată înrudirea apropiată a „analizei nodale" cu grafurile de fluență pentru studiul direct al rețelelor electrice. Echivalenții REI de sistem sau schemele REI pentru un nod, pot fi considerați și grafuri reziduale de tip *N* (Robichaud) bidirecționale și de corespondență biunivocă cu un sistem de ecuații de o anumită formă, care se poate deduce din ecuațiile „nodale".

Aceste grafuri, completate cu al doilea concept al analizei nodale (imagine nodală) pot contribui la evoluția relațiilor cercetător-calculator cifric.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2. p. 379 București 1967

S. IONESCU, B. UNGUREANU, P. VASILESCU și M. STAADECKER
621.316.11

UN NOU ALGORITM DE CALCUL PENTRU DETERMINAREA REGIMURILOR STAȚIONARE DE FUNCȚIONARE A SISTEMULUI ENERGETIC CU AJUTORUL CALCULATOARELOR ELECTRONICE CIFRICE

În lucrare se prezintă o nouă metodă de calcul a regimurilor staționare a rețelelor complexe, care se încadrează în categoria metodelor hibride. Sînt descrise algoritmul general de rezolvare cu ajutorul calculatoarelor electronice cifrice, precum și performanțele metodei.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 399 București 1967

E. RODEANU

621.316.11.001

DISCRIMINATOR DE BANDĂ LARGĂ REALIZAT CU AMPLIFICATOR OPERAȚIONAL

Folosirea reacției negative globale permite realizarea unui discriminator de joasă frecvență, avînd neliniarități reduse într-o bandă foarte largă. Dependența liniară între tensiunea de la ieșire și frecvența semnalului de la intrare pentru o tensiune la intrare constantă se poate obține în anumite limite prin folosirea unui amplificator operațional într-un sistem cu reacție la care rețeaua de reacție este un simplu circuit *RC* de integrare. Discriminatorul astfel realizat este simplu, iar reglajul relativ ușor. În lucrare, urmărindu-se ca funcționarea descriminatorului, cu neliniarități ale caracteristicii impuse, să aibă loc la frecvență de centre cît mai ridicată și în benzi cît mai largi, se stabilesc criteriile de proiectare. Verificările experimentale au arătat o bună concordanță cu calculele teoretice.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 417 București 1967

ALEX. PETROIANU

621.316.11.001

METODA ORTOGONALĂ PENTRU DETERMINAREA MATRICEI IMPEDANȚELOR PROPRII ȘI DE TRANSFER A REȚELELOR ELECTRICE FOLOSIND CALCULATOARE ELECTRONICE CIFRICE

Matricea impedanțelor proprii și de transfer este folosită în mod curent în studiile și calculele de nivele de tensiune, circulație, puteri de scurtcircuit, stabilitate, repartiție economică etc. De aici rezultă și importanța deosebită pentru inginerii de rețele și sisteme a studierii metodelor de determinare a matricei.

În articol este descrisă o metodă de calcul a impedanțelor proprii și de transfer eficientă în cazul folosirii calculatoarelor electronice cifrice. Se dau indicații privind realizarea practică a algoritmului de calcul.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 2 p. 429 București 1967

ERATĂ

Pag.	rîndul sau formula :	în loc de :	se va citi :
372, 374, 376	coloana 2	Comf.	Conf.
423	(30)	$= \frac{x}{1+\frac{1}{\beta T}}$	$w_n = \frac{x}{1+\frac{1}{\beta T}}$

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 2, p. 341—356, București, 1967

MŰSZAKI KÖNYVTÁR 1883 DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile : energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile : discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate ;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole, numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării ;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la 2 rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii ;

b) Se vor anexa :

Bibliografia după standardele în vigoare ; figurile pe calc în tuş, însoţite de cîte două copii şi de o listă a titlurilor figurilor ; un rezumat de cinci, şase rînduri ; un rezumat de circa 2 000 semne ;

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională ;

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie : Bucureşti, Şos. Vitan, nr. 236 raionul Tudor Vladimirescu.

REVISTE PUBLICATE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ
STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ
STUDII ŞI CERCETĂRI DE METALURGIE
REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES
— SÉRIE DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE
— SÉRIE D'ÉLECTROTECHNIQUE ET D'ÉNERGETIQUE
— SÉRIE DE MÉTALURGIE

MŰSZAKI KÖNYVTÁR 1883

1967 SZEP 11

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. PIMSNER, C.A. VASILESCU și GH. RĂDULESCU, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, 1957, 756 p., 45 lei.

D. DAMSKER, *Principii și mijloace noi de automatizare a acționărilor electrice*, 1964, 439 p., 24,50 lei.

N. TIPEI, V.N. CONSTANTINESCU, AL. NICA și O. BIȚĂ, *Lagăre cu alunecare* (calcul, proiectare, ungere), (în limba rusă), 1964, 459 p., 30 lei.

GH. CARTIANU, *Modulație de frecvență* (în limba rusă), 1961, 579 p. + 7 pl., 39,10 lei.

V.N. CONSTANTINESCU, *Teoria lubrificației în regim turbulent*, 1965, 343 p., 29 lei.

SUZANA GÎDEA, M. PROTOPOPESCU și D. DRIMMER, *Metalurgia fizică a semiconductorilor*, 1963, 501 p. + 4 pl., 31 lei.

VASILE MARCU, *Metalizarea prin pulverizare*, 1963, 340 p., 21 lei.

A. MORARU, *Amplidina* (mașina electrică amplificatoare de curent continuu cu cîmp transversal), 1962, 328 p. + 2 pl., 14,90 lei.

T. OROVEANU, *Scurgerea fluidelor prin medii poroase neomogene*, 1963, 329 p., 16,30 lei.

TRAIAN SĂLĂGEAN, *Fenomene fizice și metalurgice la sudarea cu arcul electric a oțelurilor*, 1963, 219 p., 12,10 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS și VICTOR PIMSNER, *Exploatarea rațională a gazelor naturale*, 1963, 367 p. + 7 p., 26,40 lei.

C.C. TEODORESCU, *Teoria șinei fără joante supuse la variații de temperatură*, 1965, 260 p., 3 pl., 19,50 lei.

T. OROVEANU, *Scurgerea fluidelor multifazice prin medii poroase*, 1966, 597 p., 41 lei.

V. MANEA, *Cîteva probleme ale teoriei plăcilor plane elastice*, 1966, 254 p., 8,75 lei.

V.M. POPOV, *Hiperstabilitatea sistemelor automate*, 1966, 304 p., 16 lei.

I. P. „Informația" — c. 4232

43 821

Lei 18.—

F 1736

R

REFERATA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr. tom. 17 nr. 3 p. 457—682 Bucureşti 1967

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Ing. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Ing. V. PIMSNER;
Ing. C. A. VASILESCU;
Ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție.*

Prețul unui abonament este de 72 lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa:

BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236

Revista apare de 4 ori pe an.

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 17, Nr. 3 1967

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA 1883

SUMAR

Energetică generală

Pag.

M. ELEFTERESCU, Contribuţii la analiza influenţei transportului intern de combustibil asupra bilanţului energetic general 459

C. HAIDUC, Determinarea indicilor tehnici-economici ai centralelor electronucleare combinate echipate cu reactori cu apă sub presiune . . . 473

Termoenergetică şi termotehnică

C. A. VASILESCU, Diagrama entropică cu axe curbe pentru calculul exact al curgerii adiabatice la gazele perfecte 487

RASIN GEORGESCU, Studiul experimental privind structura şi hidrodinamica curgerii amestecului apă-abur în canale rotunde verticale încălzite şi neîncălzite 501

G. BĂRĂNESCU, B. GRÜNWALD, T. DUDAŞ şi A. MANOLE, Calculul procesului de schimbare a încărcăturii cilindrului în motoarele cu ardere internă, cu considerarea oscilaţiilor din conductele de distribuţie a gazelor 517

S. FAUR, Folosirea amestecurilor de motorină şi petrol în motorul diesel. Determinări de laborator şi încercări experimentale. Concluzii generale 533

C. STAMATESCU, M. GRIGORIU şi T. DUICU, Criterii bazate pe randamentele exergetice la stabilirea unor parametri determinanţi în procesele de producere a frigului prin comprimare de vapori . . 547

I. CARABOGDAN, Corelaţia dintre viteza de ardere a particulei de combustibil solid şi concentraţia de oxigen a mediului 557

V. V. GHIA şi N. LEMNEANU, Pulsaţiile jetului pulverizat la injectoarele cu cameră de turbionare 67

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 457 — 682 Bucureşti 1967

Electroenergetică și Electrotehnică

Pag.

AL. TIMOTIN și A. ȚUGULEA, Parametrii tranzitorii longitudinali ai liniei coaxiale 577

C. I. MOCANU, Aproximații ale efectului pelicular într-un diedru conductor 603

C. V. BĂLĂ și A. ȚUGULEA, Efectul pelicular tranzitoriu și parametrii tranzitorii ai barelor conductoare masive de secțiune dreptunghiulară așezate în crestăturile mașinilor electrice 621

N. GALAN, Cîmpul electromagnetic al unei înfășurări parcurse de curent alternativ monofazat, dispusă în întrefierul unei mașini electrice idealizate 649

C. APETREI, Considerații asupra sistemelor de excitație ale mașinilor sincrone de mare putere 667

Note

M. MARINESCU, Schimb de experiență cu R.D.G. pentru aplicarea oscilomotoarelor parametrice la acționarea compresoarelor de frigidere . . 681

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

CONTRIBUȚII LA ANALIZA INFLUENȚEI TRANSPORTULUI INTERN DE COMBUSTIBIL ASUPRA BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

DE

M. ELEFTERESCU

620.9

Considerîndu-se necesar ca paralel cu cercetările privind prefecționarea metodelor de rezolvare a modelului matematic al bilanțului energetic general să se desfășoare și cercetări privind posibilitatea simplificării acestuia, se propune o ipoteză simplificatoare, și anume aceea a nelocalizării centrelor producătoare și a celor consumatoare de energie, precizîndu-se condițiile și domeniile de valabilitate ale ipotezei.

1. INTRODUCERE

Printre problemele de mare importanță și actualitate ale economiei energetice figurează și aceea a optimizării bilanțului energetic general.

Caracterul oarecum limitat al surselor de energie disponibile și creșterea deosebit de rapidă a necesarului de energie solicitat de dezvoltarea economiei naționale fac ca problema întocmirii optime a bilanțului energetic general de perspectivă să constituie în prezent obiectul cercetărilor de economie energetică din numeroase țări [1] — [5].

Cercetările, care s-au dovedit a fi deosebit de laborioase ca urmare a gradului ridicat de complexitate al problemei ce se studiază, tind a considera corectă calea de rezolvare a problemei care ține seama de cele trei procese fundamentale ale bilanțului energetic general: transportul combustibililor de la surse la consumatori, interșanjabilitatea combustibililor la instalațiile consumatorilor de energie și regimul de funcționare al instalațiilor energetice [5]; trebuie remarcat însă că prin considerarea instalațiilor de transformare, cum ar fi centralele electrice, drept consumatori finali [5] se neglijează implicit transportul anumitor forme de energie, ca, de exemplu, transportul energiei electrice.

Întocmindu-se în aceste condiții un model matematic pentru optimizarea bilanțului energetic general la nivelul economiei naționale cores-

St. cerc. energ. electr. tom. 17, nr. 3, p. 459—471, București, 1967

punzător anului 1961, s-a ajuns la necesitatea rezolvării a cinci probleme de programare liniară de tip transport, cu dimensiuni ale matricelor variind între 10 × 16 şi 16 × 28, şi o problemă de programare liniară de formă generală, cu 252 de relaţii şi 950 de necunoscute. Calculele necesare întocmirii acestui model matematic, culegerea, sistematizarea şi prelucrarea datelor reprezintă un însemnat volum de muncă [4]. Trebuie remarcat de asemenea că rezolvarea problemei de programare liniară de formă generală menţionată cu mijloacele de calcul de care dispunem în prezent este deosebit de dificilă.

În aceste condiţii considerăm indicat ca, paralel cu cercetările ce se desfăşoară pentru perfecţionarea modelului matematic al bilanţului energetic general de perspectivă şi a metodelor şi auxiliarelor de calcul ce urmează a se utiliza la rezolvarea acestei probleme, să se desfăşoare şi cercetări asupra posibilităţilor de simplificare a modelului şi de reducere a dimensiunilor problemelor de rezolvat.

2. CONSIDERAŢII GENERALE

Din analiza lucrărilor efectuate în legătură cu optimizarea bilanţului energetic general de perspectivă se constată că unul dintre factorii care contribuie substanţial la mărirea dimensiunilor problemei este constituit de localizarea centrelor producătoare şi consumatoare de combustibil şi energie, în sensul că numărul variantelor, al lanţurilor energetice ce trebuie luate în considerare creşte foarte mult ca urmare a faptului că lanţurile energetice respective sînt caracterizate, printre altele, de distanţele (reale sau echivalente) existente între centrele producătoare şi cele consumatoare de combustibil şi energie luate în considerare, precum şi de traseele pe care este posibil a se efectua transportul respectiv de combustibil.

Situaţia menţionată conduce la aceea că problema în ansamblul ei devine dificil de rezolvat în actualul stadiu al tehnicii de calcul şi, ca atare, necesită subdivizarea sa în mai multe probleme parţiale, ale căror dimensiuni să permită rezolvarea lor cu mijloacele existente. Trebuie remarcat însă că, totuşi, chiar în aceste condiţii unele dintre problemele parţiale pot prezenta în continuare dimensiuni foarte mari.

Ca urmare a acestei situaţii, printre ipotezele simplificatoare care ar putea reduce într-o măsură foarte mare dimensiunile problemei optimizării bilanţului energetic general se situează şi aceea a nelocalizării centrelor producătoare sau consumatoare de energie, adică a neglijării variaţiilor posibile (creşteri sau descreşteri) ale distanţelor medii de transport,

Tabela

Distanţa medie de transport a combustibililor

Combustibilul	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957
Ţiţei şi produse petroliere	250	341	285	259	266	274	289	299
Cărbune	244	238	261	256	242	232	231	214
Cocs	355	344	494	475	475	436	460	449
Lemne de foc	163	148	206	216	233	258	253	255

respectiv ale cheltuielilor necesare pentru transportul combustibililor în interiorul țării.

Valabilitatea acestei ipoteze urmează a fi verificată analizîndu-se aproximația ce se face prin neglijarea variațiilor cheltuielilor pentru transportul intern de combustibil; la efectuarea acestei analize vom lua în considerare unele condiții similare cu cele existente în țara noastră, caracterizate prin faptul că în totalul transportului de combustibil transportul de combustibil pe calea ferată intervine cu o pondere foarte mare, reprezentînd circa 80% [6].

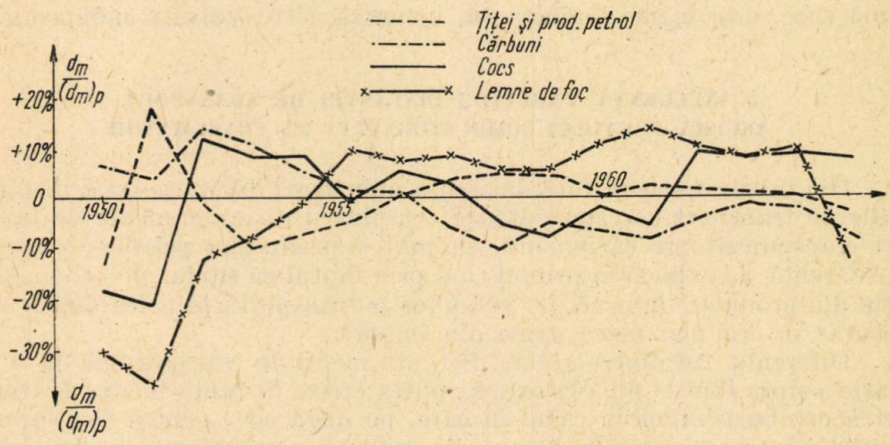


Fig. 1. — Variația distanțelor medii de transport a diverșilor combustibili față de distanța medie corespunzătoare perioadei 1950—1964.

Din datele statistice disponibile [7] se poate constata că indicii „distanță medie de transport" corespunzători transportului diferiților combustibili pe calea ferată prezintă de la an la an variații destul de importante și, cel puțin aparent, neordonate în timp (tabela 1). Astfel, pentru țiței și produse petroliere, distanța medie de transport a variat în perioada 1950—1965 între limitele 250 și 341 km, fără a se putea constata o tendință de scădere (sau creștere); o situație similară se prezintă la cărbune, unde distanța medie de transport a variat între 204 și 261 km, precum și la cocs, unde domeniul de variație al distanței medii de transport este cuprins între 344 și 494 km.

Față de media corespunzătoare întregii perioade, valorile anuale ale distanțelor medii de transport au înregistrat variațiile indicate în figura 1,

1

pe căile ferate, în km[7]

1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965
302	301	290	294	292	290	288	279
204	216	212	209	218	225	223	209
414	402	426	411	479	472	474	472
247	248	261	267	259	254	258	202

abaterile maxime ajungînd pînă la 18,4% la țiței și produse petroliere, 14,3% la cărbuni și 21,5% la cocs.

Considerînd că variațiile înregistrate de la an la an trebuie explicate în primul rînd prin aceea că anumite cerințe ale economiei naționale, anumite situații de moment ivite în timp au impus adoptarea unor soluții pentru alimentarea cu combustibil a consumatorilor diferite de cele preconizate (planificate) și că aceste variații devin inerente ca urmare a unor condiții ce nu se pot lua în considerare la planificarea inițială, rezultă că problema transportului de energie este o problemă ce trebuie rezolvată operativ în funcție de cerințele de moment ale economiei naționale, problemă care, deși foarte importantă, urmează a fi rezolvată independent.

3. INFLUENȚA VARIAȚIEI DISTANȚEI DE TRANSPORT ASUPRA PREȚULUI COMBUSTIBILULUI LA CONSUMATOR

Din tabela 1 se constată existența unor mari diferențe între distanța medie de transport corespunzătoare cocsului și distanța medie de transport corespunzătoare cărbunelui, țițeiului și produselor petroliere; această diferență se explică în primul rînd prin faptul că țițeiul și cărbunele se obțin din producție internă, iar cocsul ce se transportă pe calea ferată este procurat în cea mai mare parte din import.

Diferența Δd dintre aceste distanțe medii de transport ne dă o indicație asupra limitei pînă la care ar putea crește distanța medie de transport a combustibililor în cazul în care, pe lîngă cocs pentru satisfacerea cerințelor interne crescînde de energie primară, s-ar procura din import și alți combustibili.

Pentru a stabili cu cît cresc cheltuielile de transport în condițiile măririi distanțelor de transport și care este ponderea acestor creșteri în totalul prețului combustibililor la consumatori, vom lua în considerare pentru costul transportului pe calea ferată o expresie liniară [6] de forma

$$p_t = a + bd, \tag{1}$$

în care d reprezintă distanța de tansport, iar a și b constante.

Prețul combustibilului la consumator va fi în aceste condiții

$$p = p_c + p_{id} + p_t, \tag{2}$$

în care

p_c este prețul combustibilului la stația de încărcare (loco mină), lei/t,
p_{id} — costul operațiilor de încărcare-descărcare, lei/t,
p_t — prețul transportului, lei/t,

sau, avînd în vedere relația (1),

$$p = p_c + p_{id} + a + bd. \tag{3}$$

Din expresia de mai sus reiese clar că prețul combustibilului la consumator este influențat de soluțiile posibile de transport numai prin intermediul ultimului termen (bd), întrucît ceilalți trei termeni, considerînd că în toate variantele de transport se face o singură operație de încărcare și

de asemenea o singură operație de descărcare, sînt independenți de distanța de transport.

Stabilind, pe baza valorilor medii caracteristice economiei naționale, ponderea cu care fiecare dintre cei patru termeni intervine în totalul prețului combustibilului la consumator, se obține situația din tabela 2.

Tabela 2

Structura medie a prețului combustibilului la consumatori în ipoteza transportului pe cale ferată

Prețul combustibilului la consumator		Petrol și produse petroliere 100 %	Cărbune 100 %
din care	— prețul combustibilului la sursă	69,7	77,9
	— cheltuieli pentru manipularea combustibilului	4,2	3,3
	— cheltuieli de transport independente de distanță	7,3	5,7
	— cheltuieli de transport dependente de distanță, corespunzătoare distanței medii	18,8	13,1

Analizînd pe această bază influența pe care variația distanței de transport o are asupra prețului combustibilului la consumator, se obțin datele din tabela 3.

Tabela 3

Variația prețurilor combustibililor la consumator în funcție de variația distanței de transport (în %)

Distanța la care se efectuează transportul $\frac{d}{d_m}$ %	50	75	85	90	95	100	105	110	115	125	150
Prețul combustibilului la consumator (produse petroliere) $\frac{p}{p_m}$ %	90,6	95,3	97,2	98,1	99,04	100	100,96	101,9	102,8	104,7	109,4
Prețul combustibilului la consumator (cărbuni) $\frac{p}{p_m}$ %	93,5	96,7	98,05	98,7	99,4	100	100,6	101,3	101,95	103,3	106,5

Se constată astfel că în cazul în care distanța de transport d variază între limitele $\pm$ 50 % față de distanța medie actuală d_m, prețul combustibilului la consumator p variază față de prețul p_m actual cu mai puțin de $\pm$10 %.

Pe baza datelor din tabela de mai sus a fost construită diagrama din figura 2, din care reiese că abaterile maxime ale valorilor distanțelor de transport înregistrate în perioada 1950—1965, care au fost de 18,4 % la țiței și la produse petroliere și de 14,3 % la cărbuni, au influențat prețul combustibililor la consumator cu mai puțin de 3,5 % și, respectiv, 2 %.

De asemenea, din cele de mai sus se poate constata că la o reducere cu pînă la 25 % a cheltuielilor de transport dependente de distanță, reducere a cărei realizare este greu de presupus că va rezulta prin optimizarea bilanțului energetic general, prețurile combustibililor la consumator vor su-

feri modificări mai mici de 5%, iar în cazul în care prin optimizarea bilanţului energetic general distanţa medie de transport a combustibililor se va micşora cu 10%, aceasta va influenţa preţul combustibilului la consumator cu mai puţin de 3% pentru ţiţei şi produse petroliere şi cu mai puţin de 2% pentru cărbuni.

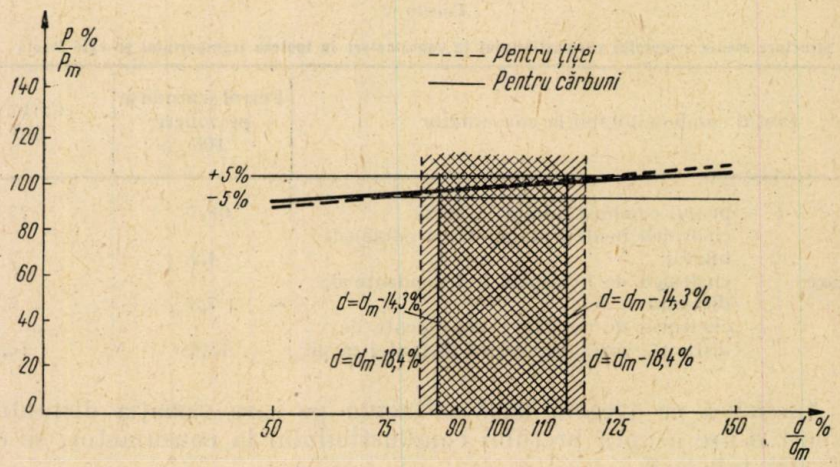


Fig. 2. — Variaţia preţului combustibilului la consumator în funcţie de variaţia distanţei de transport.

Avînd în vedere că erorile datelor iniţiale luate în considerare la optimizarea bilanţului energetic general sînt de obicei mai mari de 5%, cînd este vorba de date referitoare la o perioadă de perspectivă apropiată, şi mai mari de 10%, cînd este vorba de date referitoare la o perioadă de perspectivă mai îndepărtată, se poate trage concluzia că neluarea în considerare a cheltuielilor pentru transportul de combustibil în interiorul ţării constituie o ipoteză simplificatoare viabilă, această simplificare putînd introduce abateri mai mici decît erorile celorlalte date iniţiale.

De altfel, lucrările de specialitate menţionează că practic eroarea indicatorilor tehnici-economici care caracterizează un purtător de energie sau altul, chiar la cei obţinuţi pe baza materialelor de proiectare şi deviz pentru întreprinderi date, este de cel puţin $\pm 5\%$. Şi mai mică este precizia indicatorilor tehnici-economici de grup, obţinuţi pe baza analogiilor, în care, de regulă, nu sînt luate în considerare condiţiile locale de construire a obiectivelor şi de exploatare a acestora.

De aceea, dacă indicatorii finali pe variante diferă unul de celălalt cu o mărime mai mică decît eroarea datelor iniţiale, atunci aceste variante pot fi considerate ca avînd valoare egală din punct de vedere economic.

Deci în concluzie se poate afirma că pentru condiţii similare celor din ţara noastră variaţia cheltuielilor de transport dependente de distanţă, singurele cheltuieli de transport care sînt pasibile de reduceri prin optimizarea bilanţului energetic general, nu influenţează sensibil optimizarea bilanţului şi, ca atare, se poate admite ipoteza nelocalizării centrelor producătoare şi consumatoare de combustibil, ipoteză care introduce simplificări esenţiale în modelul matematic corespunzător.

Evident că această concluzie nu poate fi considerată ca general-valabilă pentru orice condiții și de aceea ne propunem a analiza în cele ce urmează condițiile de valabilitate ale ipotezei simplificatoare privind nelocalizarea centrelor producătoare și a celor consumatoare de combustibil.

4. CONDIȚIILE ÎN CARE ESTE ADMISIBILĂ IPOTEZA NELOCALIZĂRII CENTRELOR PRODUCĂTOARE ȘI A CELOR CONSUMATOARE DE COMBUSTIBIL ÎN CADRUL BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

În cele menționate anterior s-a admis existența unor condiții tehnico-economice date pentru bilanțul energetic general similare celor existente în cadrul economiei noastre energetice în perioada 1950—1965, concluzia rezultată fiind deci valabilă pentru asemenea condiții.

Ne propunem în continuare a analiza și ceilalți termeni care influențează prețul combustibilului la consumatori (relația (3)) în vederea stabilirii domeniului de valabilitate a concluziei privind neglijarea cheltuielilor pentru transportul intern de combustibil în modelul matematic al bilanțului energetic general.

În acest sens vom considera că, pentru a fi necesară luarea în considerare a influenței transportului intern de combustibil asupra modelului matematic de optimizare a variantei de acoperire a cerințelor de combustibil, este necesar ca variațiile cheltuielilor de transport dependente de distanță să conducă la modificări ale prețului combustibilului la consumator care să depășească 5%.

Această situație ar putea apare în cazurile în care :

a) optimizarea ar conduce la reducerea substanțială a distanțelor de transport ;

b) ponderea cheltuielilor de transport în totalul prețului combustibilului la consumator ar fi mai mare decît cea actuală, ceea ce ar însemna de fapt :

b_1) existența unor combustibili foarte ieftini al căror preț să fie apropiat de cel al cheltuielilor de transport sau (și)

b_2) existența unui sistem de transport scump care să necesite cheltuieli de același ordin de mărime cu prețul combustibililor ce se transportă sau (și)

b_3) necesitatea efectuării unor transporturi de combustibil pe distanțe foarte lungi.

Analizînd pe rînd aceste cazuri cu menținerea constantă a celorlalți termeni, rezultă :

a) Pentru ca reducerea prețului combustibilului la consumator să fie mai mare de 5%, este necesar ca optimizarea bilanțului energetic general să conducă ea însăși la reducerea distanțelor d de transport de combustibil cu circa o treime față de distanța medie actuală d_m mai precis cu circa 27% în cazul transportului de țiței și de produse petroliere și respectiv 34,9% în cazul transportului de cărbune (fig. 2). Reducerea cheltuielilor de transport, respectiv a distanțelor medii, prin măsuri organi-

zatorice aplicate sau previzibile în afara bilanțului energetic general, chiar dacă depășesc limitele menționate, nu justifică introducerea cheltuielilor de transport în modelul matematic al bilanțului energetic.

b) Pentru ca variația cheltuielilor de transport să poată influența într-o măsură mai însemnată decît în prezent prețul combustibilului la consumator, aceste cheltuieli ar trebui să intervină cu o pondere mai mare decît cea actuală, menționată în tabela 2, în totalul acestui preț; de exemplu, pentru ca prețul combustibilului la consumator să înregistreze variații mai mari de 5% la variații de 10 — 15 — 20% ale cheltuielilor de transport, ar trebui ca ponderea cheltuielilor de transport în totalul prețului combustibilului la consumator să fie mai mare de 50% și, respectiv, 33 și 25%, ceea ce ar presupune :

b_1) reducerea substanțială a prețului combustibilului la centrul producător. Pentru a fi posibilă creșterea ponderii cheltuielilor de transport dependente de distanță astfel încît o variație de 10% a lor să influențeze prețul combustibilului la consumator cu 5%, ar fi necesar ca prețurile combustibililor la centrele producătoare să fie mai mici decît cele actuale cu 89,66% la țiței și la produse petroliere și cu 92,82% la cărbuni, celelalte condiții (cheltuielile pentru manipularea combustibilului și cele pentru transport) rămînînd neschimbate;

b_2) existența unui sistem de transport scump. Pentru ca o variație de 10% a cheltuielilor de transport dependente de distanță să influențeze prețul combustibilului la consumator cu 5%, ar trebui ca sistemul respectiv de transport să fie caracterizat prin cheltuieli specifice (lei/t km) mai mari decît cele actuale de 4,33 ori în cazul transportului de țiței și de produse petroliere și de 6,67 ori mai mari în cazul transportului de cărbuni, celelalte condițiuni (prețul combustibilului la centrul producător și distanța medie de transport) fiind aceleași;

b_3) efectuarea unor transporturi de combustibil la distanțe mari. Pentru ca o variație de 10% a cheltuielilor de transport dependente de distanță să influențeze cu mai mult de 5% prețul combustibilului la consumator, ar trebui ca, celelalte condiții rămînînd neschimbate, distanța medie de transport să crească peste 1 278 km în cazul transportului de țiței și de produse petroliere și peste 1 761 km în cazul transportului de cărbuni, adică de peste 4,33 ori și, respectiv, 6,67 ori.

Procedînd similar se pot determina condițiile particulare în care diverse variații ale cheltuielilor de transport dependente de distanță ar putea conduce la modificarea cu 5% a prețurilor combustibililor la consumatori (tabela 4).

Reprezentînd grafic cele menționate, se obțin curbele din figura 3.

Considerînd că prin optimizarea modelului matematic al bilanțului energetic general se pot obține în mod normal reduceri de ordinul 10—15% ale cheltuielilor de transport, rezultă că ipoteza nelocalizării centrelor producătoare și a celor consumatoare de combustibil în cadrul modelului matematic al bilanțului energetic general este valabilă pentru toate cazurile în care cheltuielile de transport dependente de distanță nu depășesc

Tabela 4

Condiții particulare în care diverse variații ale cheltuielilor de transport dependente de distanță pot influența cu 5% prețul combustibilului la consumator

Variația prețului combustibilului la consumator	$\frac{\Delta p}{p}$ %		5	5	5	5
Variația cheltuielilor de transport dependente de distanță	$\frac{\Delta bd}{bd}$ %		10	15	20	25
Scăderea prețului combustibilului la centrul producător (b și d constante)	$\frac{p_c}{(p_c)_{ac}}$ %	P	10,33	37,26	64,47	91,18
		C	7,18	25,85	44,74	63,28
Creșterea cheltuielilor specifice de transport dependente de distanța exprimate în lei/t km (p_c și d constante)	$\frac{b}{b_{ac}}$ %	P	433	216	144	108
		C	666	333	222	167
Creșterea distanței medii de transport (p_c și b constante)	dm km	P	1278	639	426	320
		C	1761	880	587	440

În această tabelă am notat: P — țiței și produse petroliere, C — cărbune, ac — „valori actuale", celelalte notații sînt cele menționate în relația (3).

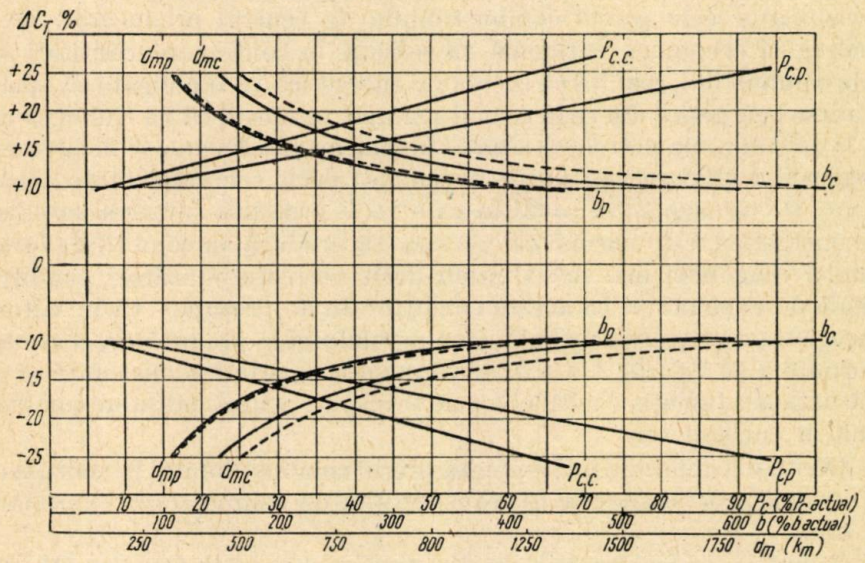


Fig. 3. — Condițiile în care variații ale cheltuielilor de transport pot influența prețul combustibilului la consumator cu 5%.

50—33% din totalul prețului combustibilului la consumator, ceea ce pentru condiții similare celor existente în țara noastră în perioada 1950—1965 înseamnă că ipoteza menționată este valabilă în următoarele condiții-limită:

Petrol și produse petroliere

$P_C \geqslant 0{,}37\ (p_C)_{ac}$
$b \leqslant 2{,}16\ b_{ac}$;
$d_m \leqslant 639$ km;

Cărbuni

$p_C \geqslant 0{,}26\ (p_C)_{ac}$
$b \leqslant 3{,}35\ b_{ac}$
$d_m \leqslant 880$ km

Întrucît depășirea condițiilor-limită indicate nu poate veni în considerare în cadrul economiei noastre naționale, rezultă că la stabilirea variantei de acoperire a cerințelor de energie primară se poate admite ipoteza simplificatoare potrivit căreia nu este necesară localizarea centrelor de producție și a celor de consum de combustibil, prin aceasta fiind posibilă reducerea substanțială a modelului matematic corespunzător.

5. TENDINȚE

În cele menționate s-au luat în considerare unele condiții economice similare celor existente pînă în prezent în țara noastră, concluzia rezultată fiind, evident, valabilă pentru aceste condiții.

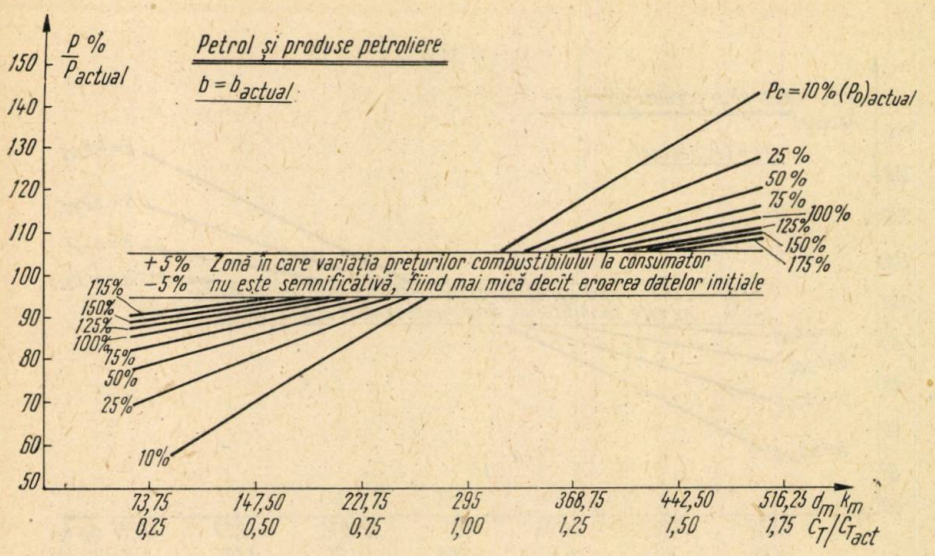
Întrebarea care apare este aceea de a stabili dacă, în cazul unei evoluții normale a mărimilor tehnice-economice luate în considerare, concluzia privind posibilitatea admiterii ipotezei simplificatoare menționate își menține viabilitatea. În acest sens vom analiza mărimile respective.

După cum s-a arătat, una dintre mărimile importante de care depinde influența cheltuielilor de transport asupra prețului combustibilului la consumator este prețul combustibilului la centrul producător. Avînd în vedere că economia națională va solicita în continuare cantități sporite de combustibil, rezultă că economia energetică va fi obligată să apeleze la resurse energetice din ce în ce mai scumpe, în sensul că va trebui să apeleze la zăcămintele petroliere situate la mai mare adîncime și de asemenea la exploatări miniere mai puțin economice decît cele exploatate pînă în prezent. De asemenea, în cazul în care va fi necesară forțarea actualelor surse energetice, este normal ca acestea să producă în condiții de forțare cu indici economici mai nefavorabili decît cei corespunzători condițiilor normale de exploatare. În aceste condiții este de presupus că în viitor se va înregistra o creștere a prețului combustibilului la producător, ceea ce, în conformitate cu figurile 4 *a* și *b*, se va manifesta printr-o micșorare și mai accentuată a influenței cheltuielilor de transport asupra prețului combustibilului la consumator.

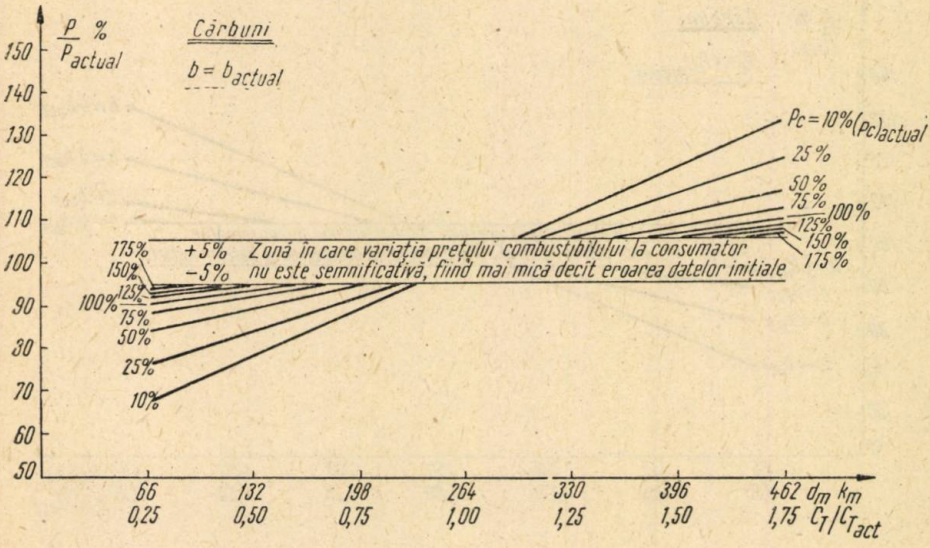
O altă mărime care influențează prețul combustibilului la consumator este, evident, costul specific al transportului de combustibil, exprimat în lei/t km.

Avînd în vedere că în actuala etapă transportul feroviar din țara noastră se află într-o perioadă de trecere accentuată de la tracțiunea cu abur la tracțiunea diesel și electrică, este normal ca mărimea specifică lei/t km să manifeste o tendință de scădere, ca urmare a superiorității tehnice-economice pe care noile sisteme de tracțiune o manifestă în raport cu tracțiunea cu abur.

În actuala etapă este deci de așteptat o scădere a factorului *b* din relația (3), ceea ce, după cum se poate constata și din figurile 5 *a* și *b*, va contribui de asemenea la micșorarea influenței cheltuielilor de transport asupra prețului combustibilului la consumator.

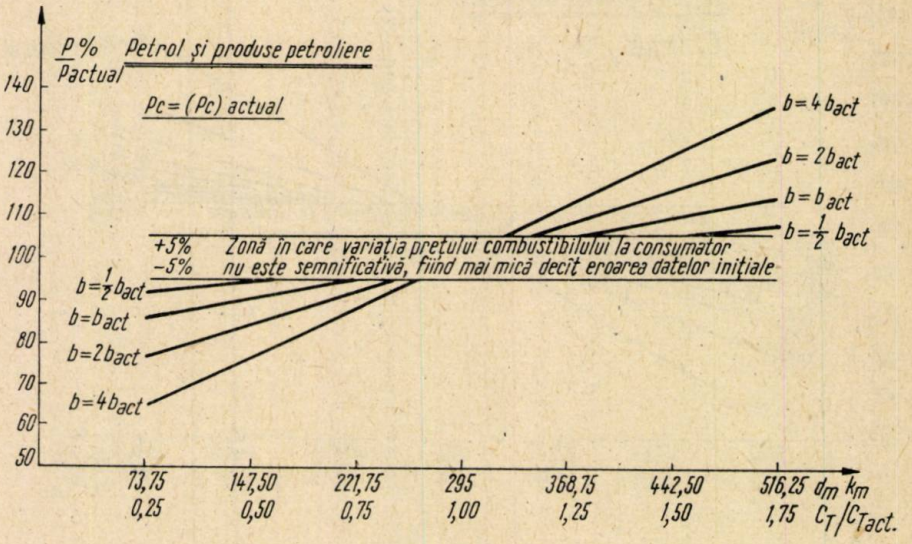


a.

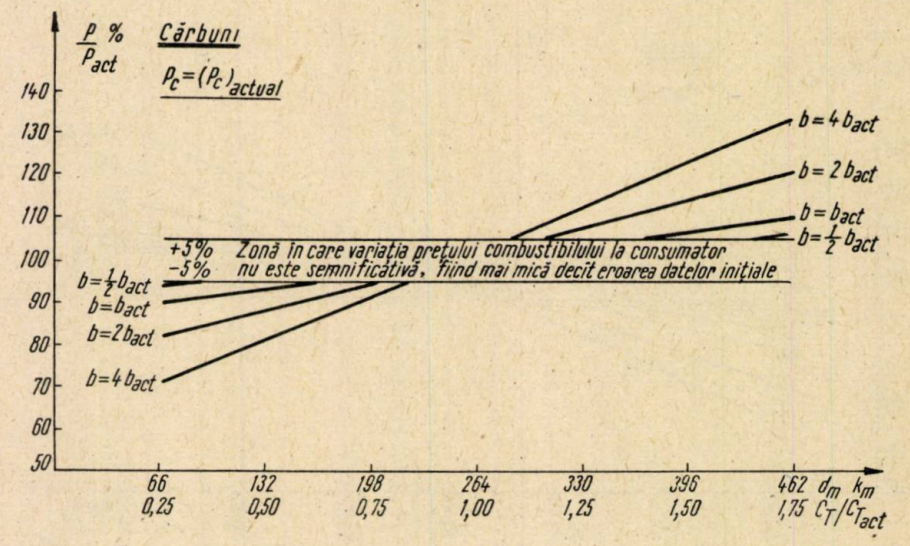


b.

Fig. 4. — Influența cheltuielilor de transport asupra prețului combustibilului la consumator în cazul variației prețului combustibilului la centrul producător: *a* — petrol și produse petroliere; *b* — cărbuni.



a.



b.

Fig. 5. — Influența cheltuielilor specifice de transport (lei /t km) asupra prețului combustibilului la consumator : *a* — petrol și produse petroliere ; *b* — cărbuni.

În aceste condiții, avînd în vedere evoluția normală probabilă a mărimilor economice care determină prețul combustibilului la consumator, rezultă că în perioada de perspectivă se va manifesta o tendință de micșorare a influenței cheltuielilor de transport asupra soluției de determinare a variantei de acoperire a cerințelor de energie.

6. CONCLUZII

Din cele menționate se constată că, în condiții economice similare celor existente în cadrul economiei noastre naționale în perioada actuală, reduceri ale cheltuielilor de transport dependente de distanță cu pînă la 25% influențează prețul combustibilului la consumator cu mai puțin de 5%, adică cu mai puțin decît eroarea ce efectuează datele inițiale ale unui bilanț energetic general.

Se constată de asemenea că evoluția normală a mărimilor economice ce influențează această situație are ca urmare o micșorare și mai pronunțată a influenței pe care cheltuielile de transport o au asupra determinării variantei de acoperire a cerințelor de energie.

În aceste condiții se consideră posibil și oportun a se admite ipoteza nelocalizării centrelor producătoare sau consumatore de energie, ipoteză care simplifică evident și într-o măsură foarte mare problema acoperirii optime a cerințelor de energie, permițînd ca într-un model matematic de dimensiuni mai reduse [8] să se țină seama și de alte aspecte importante ale economiei energetice, cum sînt, de exemplu, exploatarea în condiții de forțare sau exploatarea integrală obligatorie a unor surse de energie, relațiile de schimb internațional de combustibil și energie, condițiile tehnice-economice ale interschimbabilității purtătorilor și formelor de energie etc., ceea ce ar corespunde unei modelări mai exacte a problemei considerate.

BIBLIOGRAFIE

1. T. Miclescu, *Considerații asupra bilanțului energetic de perspectivă*, St. cerc. energ., **X**, *3* (1960).
2. Ю. А. Кузнецов, А. П. Меренков, Л. А. Мелентьев, А. С. Некрасов, Определение оптимальной структуры перспективного энергетического баланса использованием электронных вычислительных машин, Теплоэнергетика, *5* (1962).
3. H. Almers, *Optimierung in der Energiewirtschaft*, Mitteilung des Institutes für Energetik, *39* (1962).
4. T. Miclescu, Al. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanțului energetic general*, St. cerc. energ., **XIV**, *3* (1964).
5. — *Analiza metodelor propuse pentru optimizarea bilanțului energetic*, St. cerc. energ., **XV**, *4* (1965).
6. M. Elefteriescu, St. Kovacs, Gh. Trandafirescu, *Considerații asupra sistemelor de transport de combustibil și energie electrică*, St. cerc. energ. **XIII**, *2* (1963).
7. * * * *Anuarul statistic al Republicii Socialiste România*, 1966.
8. M. Elefteriescu, St. Kovacs, Gh. Trandafirescu, *Contributions à l'établissement de la meilleure variante pour la couverture du nécessaire d'énergie*, Rev. Roum. Sci. Tech. Electrotechnique et Energétique, **X**, *4* (1965).

DETERMINAREA INDICILOR TEHNICI-ECONOMICI AI CENTRALELOR ELECTRONUCLEARE COMBINATE ECHIPATE CU REACTORI CU APĂ SUB PRESIUNE

DE

C. HAIDUC

621.039 :621.391

În lucrare se dau expresiile analitice de calcul ale indicilor tehnici-economici ai centralelor electronucleare combinate şi pentru determinarea economicităţii acestor centrale faţă de CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic. Din analiza tehnică-economică efectuată reiese că economicitatea treptei nucleare a CENC este mai ridicată decît a CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic.

După cum s-a arătat în lucrările publicate anterior [1], [2], [3], centralele electronucleare combinate (CENC) prezintă o serie de particularităţi şi avantaje în ceea ce priveşte eficacitatea ciclurilor termodinamice în comparaţie cu centralele electronucleare (CEN) cu ciclu utilizînd abur saturat.

Una dintre schemele termice ale CENC este dată în figura 1.

Analiza eficacităţii termice şi metodele pentru optimizarea complexă a parametrilor CENC au fost tratate în lucrările [1] —[4]. În urma acestor cercetări a reieşit posibilitatea reală de a obţine în cadrul CENC a unui randament net mai ridicat decît în cadrul CEN cu abur saturat.

Datorită realizării supraîncălzirii aburului din treapta nucleară a centralei, există posibilitatea micşorării investiţiilor specifice. Avînd în vedere acest lucru, în lucrarea de faţă se tratează problema analizei indicilor tehnici-economici ai CENC.

După cum s-a arătat în lucrarea [1], randamentul ciclului termodinamic al CENC depinde în mare măsură de raportul puterii electrice a treptei nucleare faţă de puterea electrică a centralei $\frac{N_e^n}{N_e^c}$. Este evident, de asemenea, faptul că raportul $\frac{N_e^n}{N_e^c}$ influenţează de asemenea şi indicii teh-

St. cerc. energ. electr., tom. 17, nr. 3, p. 473—485, Bucureşti, 1967

nici-economici ai CENC în general şi cheltuielile specifice de calcul în particular.

Pentru CENC, cheltuielile specifice de calcul la producerea de energie electrică se pot exprima astfel :

$$z_e^c = z_c^c + z_i^c + z_{ex}^c, \tag{1}$$

unde z_c^c, z_i^c, z_{ex}^c sînt componentele combustibilului, investiţiilor şi cheltuielilor de exploatare din z_e^c.

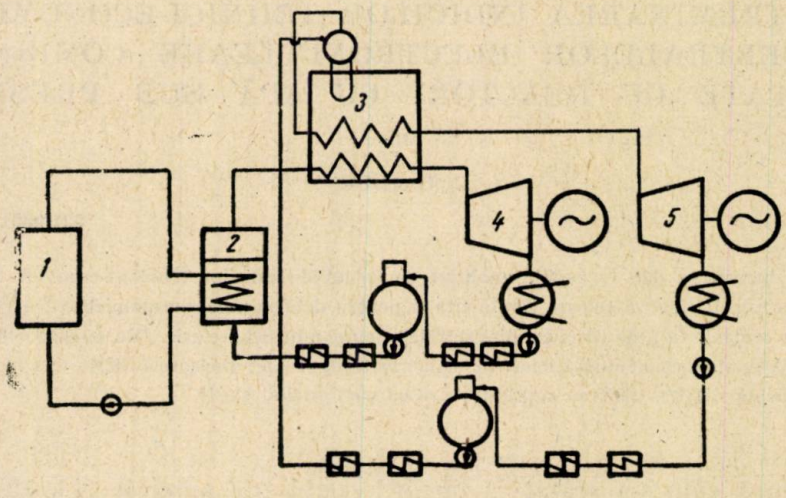


Fig. 1. — Schema termică principială a centralei electronucleare combinate : *1* — reactor nuclear cu apă sub presiune ; *2* — generatorul de abur al treptei nucleare a CENC ; *3* — agregat de cazane cu doi supraîncălzitori ; *4* — turbina treptei nucleare ; *5* — turbina treptei termice.

În expresia (1), componentele cheltuielilor specifice de calcul pot fi exprimate în funcţie de raportul $\frac{N_e^n}{N_e^c}$ sub forma

$$z_c^c = z_c^t + (z_c^n - z_c^t)\frac{N_e^n}{N_e^c}, \tag{2}$$

$$z_i^c = z_i^t + (z_i^n - z_i^t)\frac{N_e^n}{N_e^c}, \tag{3}$$

$$z_{ex}^c = z_{ex}^t + (z_{ex}^n - z_{ex}^t)\frac{N_e^n}{N_e^c}, \tag{4}$$

unde z_c^n, z_i^n, z_{ex}^n, z_c^t, z_i^t, z_{dx}^t sînt, respectiv, componenta combustibilului, investiţiilor şi exploatării din cheltuielile specifice de calcul pentru treapta nucleară şi termică a CENC.

După cum rezultă din expresiile (2), (3), (4), fiecare dintre componentele z_c^c, z_i^c, z_{ex}^c depinde în mod identic de raportul $\frac{N_e^n}{N_e^c}$.

Componentele combustibilului în cheltuielile specifice de calcul z_c^n și z_c^t le exprimăm

$$z_c^n = \frac{B_n^s \frac{Q_n^s}{Q_n} + B_n^{s\cdot i} \frac{Q_n^{s\cdot i}}{Q_n}}{\eta_{in}^n} \tag{5}$$

$$z_c^t = \frac{B_t}{\eta_{in}^t} \tag{6}$$

în care

B_n^s, $B_n^{s\cdot i}$, B^t $\left[\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}\right]$ sînt costurile kWh termic respectiv pentru treapta nucleară, pentru obținerea aburului saturat, pentru supraîncălzire și pentru treapta termică a CENC;

Q_n^s, $Q_n^{s\cdot i}$, Q_n $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{h}}\right]$ — cantitățile de căldură transmise aburului pînă la linia de saturație, la supraîncălzire și suma acestora pentru treapta nucleară a CENC;

η_{in}^n, η_{in}^t — randamentele nete ale treptei nucleare și termice a CENC.

Mărimea z_c^n pentru parametrii dați ai ciclurilor treptei nucleare și termice este mult influențată de tipul și caracteristicile ciclului de combustibil nuclear utilizat exprimate prin mărimea B_n^s, precum și de natura combustibilului clasic utilizat la supraîncălzire. Costul kWh termic produs în treapta nucleară a CENC de la reactor se exprimă sub forma sumei

$$B_n^s = B_c + B_{con} + B_{fab} + B_{dep} + B_{chim} - B_{Pu+U}, \tag{7}$$

unde B_c, B_{con}, B_{fab}, B_{dep}, B_{chim}, B_{Pu+U} $\left[\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}\right]$ sînt costurile combustibilului nuclear, ale materialelor de construcție din zona activă, ale fabricației zonei active, ale depozitării și transportului elementelor de combustibil înainte și după iradiere în reactor, ale prelucrării chimice a combustibilului iradiat și răcit, costul P_u și U obținut în urma prelucrării chimice a combustibilului iradiat în reactor.

Mărimile $B_n^{s\cdot i}$ și B^t se exprimă de asemenea sub forma

$$B_n^{s\cdot i} = \frac{d_e^n \Delta i_{s\cdot i}}{Q_i^c \eta_c} c, \tag{8}$$

$$B_t = \frac{d_e^t (i_0 - \bar{t}_a)}{Q_i^c \eta_c} c, \tag{9}$$

unde

d_e^n, d_e^t $\left[\frac{\text{kg}}{\text{kWh}}\right]$ reprezintă consumul specific de abur în treapta nucleară și termică a CENC,

$\Delta i_{s\cdot i}$ $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — supraîncălzirea aburului în supraîncălzitorul treptei nucleare a CENC,

i_o, $\bar{t}_a$ $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — entalpia inițială a aburului și a apei de alimentare în treapta termică a CENC,

c $\left[\frac{\text{lei}}{\text{kg}}\right]$ — costul specific al combustibilului clasic utilizat la CENC,

Q_i^c $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — puterea calorifică inferioară calculată a combustibilului clasic,

η_c — randamentul cazanelor din CENC.

În expresia (7), mărimea B_n^s poate fi calculată pe baza datelor globale existente în literatura de specialitate sau prin metode de calcul deosebit de complexe, elaborate pentru fiecare tip de ciclu de combustibil nuclear în parte.

Mărimile $B_n^{s\cdot i}$ și B^t introduse în această lucrare reprezintă caracteristici foarte importante ale ciclului de utilizare a combustibilului clasic și depind atît de parametrii ciclului termodinamic, cît și de natura combustibilului clasic, exprimată prin mărimile Q_i^c și c.

În expresiile (2) și (3), mărimile z_i^n și z_i^t în cazul cînd se admite același număr anual de ore de funcționare τ pentru treapta nucleară și termică a CENC sînt

$$z_i^n = \frac{(P_a + P_e)^n}{\tau} q^n, \tag{10}$$

$$z_i^t = \frac{(P_a + P_e)^t}{\tau} q^t, \tag{11}$$

în care

$(P_a + P_e)^n$, $(P_a + P_e)^t$ reprezintă suma coeficienților de amortizare și de eficacitate a investițiilor pentru treapta nucleară și termică a CENC,

q^n, q^t $\left[\frac{\text{lei}}{\text{kW}}\right]$ — investițiile specifice în treapta nucleară și termică a CENC.

Investițiile specifice în treapta nucleară a CENC constau din investițiile specifice aferente reactorului, primei încărcături de combustibil nuclear, generatorului de abur în instalațiile ciclului termic și în partea de construcții aferentă, care se exprimă prin $q^{n'}$, și din investiții specifice în supraîncălzitorul treptei nucleare a CENC $q^{n\cdot s\cdot i}$. În acest caz,

$$q^n = \left(q^{n'} \frac{N_e^{n'}}{N_e^c} + q^{n\cdot s\cdot i} \frac{N_e^{n\cdot s\cdot i}}{N_e^c}\right) \frac{N_e^n}{N_e^c}, \tag{12}$$

în care $N_e^{n'}$ și $N_e^{n\cdot s\cdot i}$ [kW] sînt puterea electrică a treptei nucleare fără a ține seama de supraîncălzirea aburului și puterea electrică suplimentară obținută în treapta nucleară datorită supraîncălzirii aburului.

Investițiile specifice globale în CENC, dacă se ține seama de expresia (12), sînt date de relația

$$q^c = q^{n'} \frac{N_e^{n'}}{N_e^c} + q^{n\cdot s\cdot i} \frac{N_e^{n\cdot s\cdot i}}{N_e^c} + q^t \frac{N_e^t}{N_e^c}, \tag{13}$$

în care

$$N_e^c = N_e^{n'} + N_e^{n\cdot s\cdot i} + N_e^t. \tag{14}$$

În expresia (13), valorile rapoartelor $\frac{N_e^{n'}}{N_e^c}$, $\frac{N_e^{n\cdot s\cdot i}}{N_e^c}$, $\frac{N_e^t}{N_e^c}$, sînt funcție de parametrii ciclurilor termodinamice din CENC și de repartiția puterilor între treapta nucleară și termică a CENC. În figura 2 se prezintă variația mărimilor $N_e^{n'}$, $N^{n\cdot s\cdot i}$ și N_e^t în funcție de raportul $\frac{N_e^n}{N_e^c}$ în cazul cînd în ambele cicluri ale CENC parametrii inițiali ai aburului sînt p_0=35 ata, t_0=565°C, iar presiunea în condensator p_c= 0,05 ata.

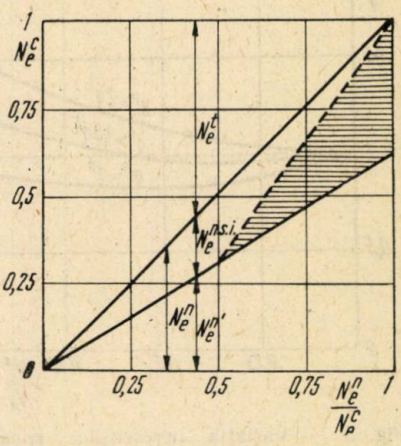


Fig. 2. — Variația puterii relative a treptei nucleare și termice a CENC în funcție de raportul $\frac{N_e^n}{N_e^c}$.

Puterea electrică este exprimată în mărimi relative. Pentru $\frac{N_e^n}{N_e^c} = 0$, întreaga putere a CENC revine treptei termice. Pentru $\frac{N_e^n}{N_e^c} = 1$, întreaga putere a centralei revine treptei nucleare a acesteia, iar supraîncălzirea aburului se face într-un supraîncălzitor de tipul celui folosit la CEN Indian-Point cu supraîncălzire cu combustibil clasic.

Componenta investițiilor din cheltuielile specifice de calcul pentru CENC în cazul cînd se admite $(P_a + P_e)^n = (P_a + P_e)^t$ și ținînd seama de expresia (13) poate fi scrisă sub forma

$$z_i^c = \frac{P_a + P_e}{\tau}\left(q^{n'} \frac{N_e^{n'}}{N_e^c} + q^{n\cdot s\cdot i} \frac{N_e^{n\cdot s\cdot i}}{N_e^c} + q^t \frac{N_e^t}{N_e^c}\right). \tag{15}$$

În cazul cînd se admite pentru CENC constantă mărimea z_{ex}^c în întregul domeniu de variație a raportului $\frac{N_e^n}{N_e^c}$, pentru mărimea z_e^c, ținînd seama de expresiile (1), (2), (5), (6) și (13), se obține expresia

$$z_e^c = \frac{1}{(1-K)}\left[\frac{B_t}{\eta_n^t} + \left(\frac{B_n^s \frac{Q_n^s}{Q_n} + B_n^{s\cdot i} \frac{Q_n^{s\cdot i}}{Q_n}}{\eta_n^n} - \frac{B_t}{\eta_n^t}\right) \frac{N_e^n}{N_e^c} + \right.$$
$$\left. + \frac{P_a + P_e}{\tau}\left(q^{n'} \frac{N_e^{n'}}{N_e^c} + q^{n\cdot s\cdot i} \frac{N_e^{n\cdot s\cdot i}}{N_e^c} + q^t \frac{N_e^t}{N_e^c}\right)\right]. \tag{16}$$

Ecuația (16) a fost obținută considerînd $z_{cx}^c = Kz_e^c$.

Constanta K are o valoare de $\sim 0{,}1$.

Ecuația (16) permite determinarea mărimii z_e^c în funcție de repartiția sarcinilor între treapta nucleară și termică a CENC.

Pentru analiza variației indicilor tehnici-economici ai CENC prezintă interes determinarea variației investițiilor specifice în centrală în funcție de raportul $\frac{N_e^n}{N_e^c}$. Pentru aceasta s-a considerat că în cazanul CENC este posibilă utilizarea unui supraîncălzitor suplimentar pentru treapta nucleară de aceeași putere ca și cel pentru treapta termică. Pentru rapoarte $\frac{N_e^n}{N_e^c} < 0{,}5$, acest supraîncălzitor este amplasat pe traseul gazelor de ardere, iar pentru rapoarte $\frac{N_e^n}{N_e^c} > 0{,}5$ suprafețele supraîncălzitorului suplimentar pătrund treptat în camera de ardere a cazanului (vezi suprafața haşurată din figura 2), pentru ca la rapoarte $\frac{N_e^n}{N_e^c} = 1$ să avem un supraîncălzitor de tipul celui folosit la CEN Indian-Point. La acest supraîncălzitor, ecranele camerei de ardere servesc la supraîncălzirea aburului. În acest caz, transferul de căldură se face în cea mai mare parte prin radiație.

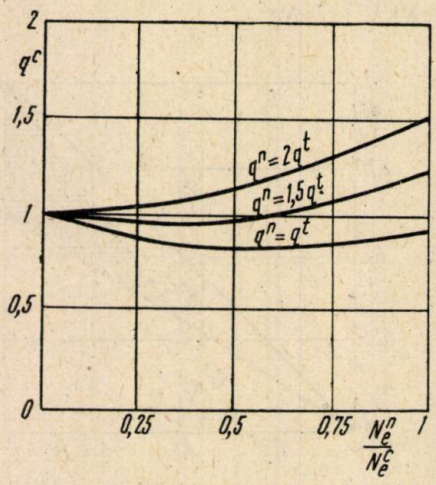


Fig. 3. — Variația investițiilor specifice relative în CENC în funcție de raportul $\frac{N_e^n}{N_e^c}$:

$a - q^{n'} = 2q^t$; $q^{n \cdot s \cdot i} = 0{,}78\ q^t$;
$b - q^{n'} = 1{,}5q^t$; $q^{n \cdot s \cdot i} = 0{,}78\ q^t$;
$c - q^{n'} = q^t$; $q^{n \cdot s \cdot i} = 0{,}78\ q^t$.

Rezultatele calculelor mărimii q^c în funcție de $\frac{N_e^n}{N_e^c}$ pentru parametrii inițiali egali ai ciclurilor termice de $p_0 = 35$ ata și $t_0 = 565°C$ sînt date în figura 3.

În figura 3, mărimea q^c este dată în mărimi relative, considerîndu-se egale cu 1 investițiile specifice în CTE $\left(\frac{N_e^n}{N_e^c} = 0\right)$ cu aceiași parametri. Curba superioară este obținută pentru cazul $q^{n'} = 2q^t$, iar curba inferioară pentru $q^{n'} = q^t$. În ambele cazuri s-a considerat $q^{n \cdot s \cdot i} = 0{,}78\ q^t$ după datele pentru CEN Indian-Point [5], [6].

Cazurile (a) și (b) din figura 4 reprezintă limitele între care variază mărimea q^c în funcție de raportul $\frac{N_e^n}{N_e^c}$. Evident că, o dată cu micșorarea acestui raport, investițiile în CENC se apropie de cele în CTE. Pentru anumite valori ale raportului $\frac{N_e^n}{N_e^c}$, curbele prezintă minime.

Cheltuielile specifice la producerea de energie electrică în CENC variază în mod similar cu raportul $\frac{N_e^n}{N_e^c}$. În figurile 4 *a*, *b* sînt prezentate

curbe $z_e^c = f\left(\frac{N_e^n}{N_e^c}\right)$ obținute cu expresia (16) în cazul cînd parametrii inițiali ai ciclurilor CENC sînt $p_0 = 35$ ata și $t_0 = 565°C$, iar combustibilul clasic utilizat este gazul metan. În calcule s-au utilizat randamentele nete $\eta_n^n = 0{,}3025$ și $\eta_n^t = 0{,}289$, iar costul kWh termic produs de reactor a variat în limitele $0 < B_n^s < 2{,}67\left[\frac{\text{bani}}{\text{kWh(t)}}\right]$ [7].

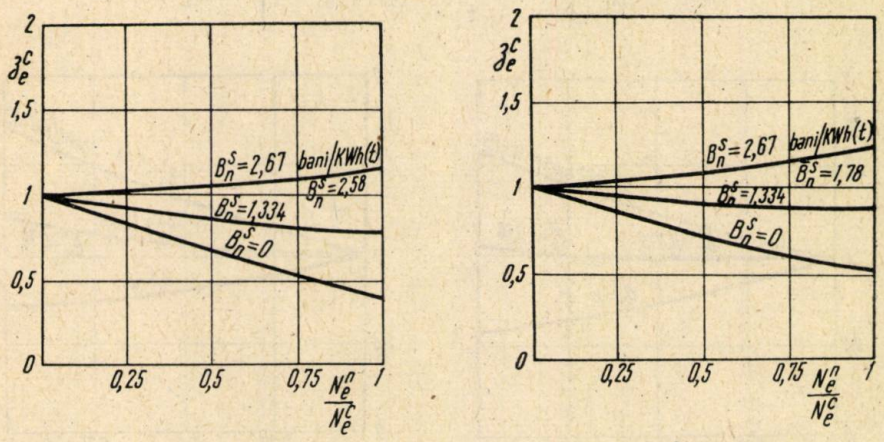


Fig. 4. — Dependența dintre cheltuielile specifice de calcul și raportul $\frac{N_e^n}{N_e^c}$ pentru CENC la parametrii: treapta nucleară $p_0 = 35$ ata; $t_0 = 565°C$; treapta termică $p_0 = 35$ ata; $t_0 = 565°C$; $a - q^{n'} = q^t$; $b - q^{n'} = 2q^t$.

Curbe analoge pentru CENC la parametrii în treapta nucleară de $p_0 = 35$ ata, $t_0 = 565°C$, iar în treapta termică $p_0 = 130$ ata, $t_0 = 565°C$, $t_{s\cdot i} = 565°C$ sînt date în figurile 5 *a*, *b*. Combustibilul clasic utilizat este de asemenea gazul metan.

În figurile 4 *a*, *b* și 5 *a*, *b*, mărimea z_e^c este dată în mărimi relative, luîndu-se ca mărime de referință valoarea lui z_e^c pentru $\frac{N_e^n}{N_e^c} = 0$.

Se observă că caracterul de variație al funcției $z_e^c = f\left(\frac{N_e^n}{N_e^c}\right)$ pentru diferiți parametri ai ciclurilor este identic.

Din figurile 4 *a*, *b* și 5 *a*, *b* se observă că în toate cazurile, pentru diferite combinații ale parametrilor ciclurilor termodinamice ale CENC, se poate determina o valoare a mărimii B_n^s (notată cu $\bar{B}_n^s$) pentru care economicitatea CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic $\left(\frac{N_e^n}{N_e^c} = 1\right)$ este egală cu economicitatea CENC și a CTE la aceiași parametri ai ciclului.

Pentru valori $B_n^s > \bar{B}_n^s$, CTE sînt cele mai economice, urmînd CENC și apoi CEN cu supraîncălzire cu gaz metan.

În cazul cînd $B_n^s < \bar{B}_n^s$, CEN cu supraîncălzire cu gaz metan (de tipul Indian-Point) sînt cele mai economice, urmînd CENC și CTE pe gaz metan.

Pentru determinarea mărimii $\overline{B}_n^s$ utilizăm condiția egalității sumei componentelor combustibilului și investițiilor din cheltuielile specifice de calcul pentru CTE și CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic :

$$(z_c + z_i)^{CTE} = (z_c + z_i)^{CENs \cdot i}, \tag{17}$$

din care, dacă se introduc expresiile mărimilor respective, obținem

$$\overline{B}_n^s = \eta_{in}^n \left[\frac{B_t}{\eta_{in}^t} + \frac{P_a + P_e}{\tau} (q^t - q^{n \cdot s \cdot i}) \right] - B_n^{s \cdot i}. \tag{18}$$

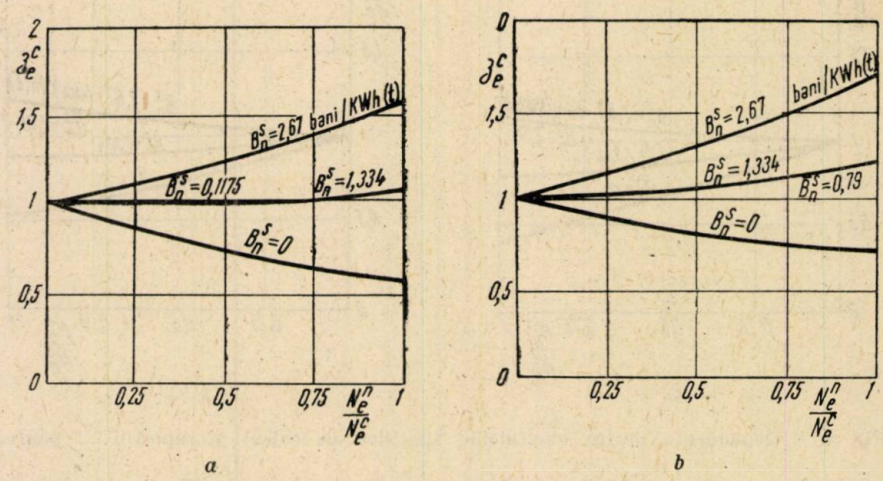


Fig. 5. — Dependența dintre cheltuielile specifice de calcul și raportul $\frac{N_e^n}{N_e^c}$ pentru CENC la parametrii : treapta nucleară $p_0 = 35$ ata ; $t_0 = 565°C$; treapta termică $p_0 = 130$ ata ; $t_0 = 565°C$; $t_{s \cdot i}$ 565°C ; $a - q^{n'} = q^t$; $b - q^{n'} = 2q^t$.

În figurile 4 *a*, *b* și 5 *a*, *b* se dau valorile mărimii $\overline{B}_n^s$. Din grafice rezultă de asemenea că, pentru valori mai ridicate ale mărimii B_n^s (ceea ce corespunde combustibilului nuclear mai scump utilizat pentru reactori cu apă sub presiune), trecerea de la CEN cu supraîncălzire cu gaz metan la CENC conduce la economii mai mari. Pentru $B_n^s \to \overline{B}_n^s$, evident, cele trei tipuri de centrale se apropie ca economicitate.

Trebuie subliniat faptul că, la ridicarea parametrilor inițiali ai ciclului termic în treapta termică a CENC, domeniul pentru care $B_n^s > \overline{B}_n^s$ se mărește. În figura 6 sînt prezentate curbele de variație a mărimii $\overline{B}_n^s$ în funcție de parametrii inițiali ai ciclului termodinamic în treapta termică a CENC. Sub formă de fracții sînt notate mărimile p_0 $|t_0|$ $t_{s \cdot i}$.

În toate cazurile, drept combustibil clasic s-a utilizat gazul metan, iar parametrii treptei nucleare au fost considerați aceiași : $p_0 = 35$ ata, $t_0 = 565$ °C.

După cum rezultă din figura 6, ridicarea parametrilor inițiali ai aburului în treapta termică conduce la început la o creștere mai accentuată a domeniului în care $B_n^s > \overline{B}_n^s$. Pentru presiuni inițiale $p_0 > 150$ ata, această creștere (micșorarea lui $\overline{B}_n^s$) este mult mai lentă, curbele aplatisîn-

du-se. Cu creşterea raportului $\frac{q^n}{q^t}$, domeniul pentru care $B_n^s > \overline{B}_n^s$ creşte de asemenea în mod constant în întregul domeniu de variaţie al parametrilor ciclului treptei termice a CENC. Avînd în vedere existenţa unui domeniu larg de costuri ale combustibilului nuclear în care CENC au o economicitate mai ridicată decît CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic, prezintă interes elaborarea metodei de comparaţie a economicităţii treptei nucleare a CENC şi a CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic de aceeaşi putere şi parametri. Această comparaţie se face plecînd de la

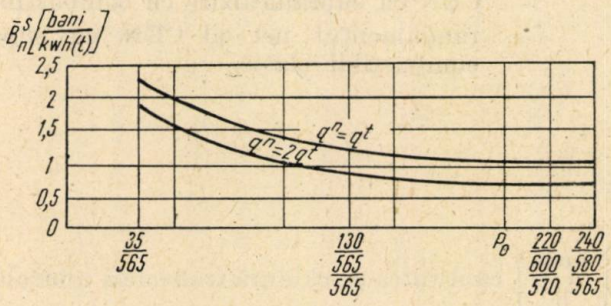


Fig. 6. — Variaţia mărimii $\overline{B}_n^s$ în funcţie de presiunea iniţială a ciclului termodinamic al treptei nucleare a CENC pentru $q^{n'} = q^t$ şi $q^{n'} = 2q^t$.

variaţia relativă a cheltuielilor specifice de calcul în treapta nucleară a CENC, z_e^n, faţă de cheltuielile specifice de calcul în CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic, $z_e^{s\cdot i}$:

$$\Delta z_e^* = \frac{z_e^n}{z_e^{s\cdot i}} - 1. \tag{19}$$

Mărimea Δz_e^* se poate scrie sub forma

$$\Delta z_e^* = \overline{z}_c^{s\cdot i}\,\delta z_c + \overline{z}_i^{s\cdot i}\,\delta z_i + \overline{z}_{ex}^{s\cdot i}\,\delta z_{ex}, \tag{20}$$

unde

$\overline{z}_c^{s\cdot i} = \frac{z_c^{s\cdot i}}{z_e^{s\cdot i}}$; $\overline{z}_i^{s\cdot i} = \frac{z_i^{s\cdot i}}{z_e^{s\cdot i}}$; $\overline{z}_{ex}^{s\cdot i} = \frac{z_{ex}^{s\cdot i}}{z_e^{s\cdot i}}$ — sînt componentele relative ale combustibilului, investiţiilor şi exploatării în cheltuielile specifice de calcul pentru CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic,

$\delta z_c = \frac{z_c^n}{z_c^{s\cdot i}} - 1$; $\delta z_i = \frac{z_i^n}{z_i^{s\cdot i}} - 1$; $\delta z_{ex} = \frac{z_{ex}^n}{z_{ex}^{s\cdot i}} - 1$ — variaţiile relative ale componentelor combustibilului, investiţiilor şi exploatării din z_e^n faţă de componentele respective din $z_e^{s\cdot i}$.

Componentele combustibilului din z_e^n și $z_e^{s\cdot i}$ se pot exprima astfel:

$$z_c^n = \frac{(B_n^s - B_n^{s\cdot i})\,X + B_n^{s\cdot i}}{\eta_n^n}, \tag{21}$$

$$z_c^{s\cdot i} = \frac{(B_{s\cdot i}^s - B_{s\cdot i}^{s\cdot i})\,Y + B_{s\cdot i}^{s\cdot i}}{\eta_n^{s\cdot i}}, \tag{22}$$

unde

$B_{s\cdot i}^s$, $B_{s\cdot i}^{s\cdot i}$ $\left[\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}\right]$ sînt costurile kWh termic pentru puterea obținută de la reactorul nuclear și de la supraîncălzitorul CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic,

$\eta_n^{s\cdot i}$ — randamentul net al CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic,

$$X = \frac{Q_n^s}{Q_n} \tag{23}$$

$$Y = \frac{Q_{s\cdot i}^s}{Q_{s\cdot i}}, \tag{24}$$

iar $Q_{s\cdot i}^s$, $Q_{s\cdot i}$ $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{h}}\right]$ cantitatea de căldură transmisă aburului pînă la linia de saturație și cantitatea de căldură transmisă aburului în CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic.

Randamentele nete sînt:

$$\eta_n^n = \eta_n^b\,(1 - \psi_n), \tag{25}$$

$$\eta_n^{s\cdot i} = \eta_{s\cdot i}^b(1 - \psi_{s\cdot i}), \tag{26}$$

în care η_n^b, $\eta_{s\cdot i}^b$, ψ_n, $\psi_{s\cdot i}$ sînt randamentele brute și consumurile interne de putere ale treptei nucleare a CENC și a CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic.

Ținînd seama de expresiile (21), (22), (25) și (26), variația relativă δz_c se exprimă astfel:

$$\delta z_c = \left[\frac{(B_n^s - B_n^{s\cdot i})\,X + B_n^{s\cdot i}}{(B_{s\cdot i}^s - B_{s\cdot i}^{s\cdot i})\,Y + B_{s\cdot i}^{s\cdot i}}\right] \frac{\eta_{s\cdot i}^b(1 - \psi_{s\cdot i})}{\eta_n^b\,(1 - \psi_n)} - 1. \tag{27}$$

În expresia (27) se poate considera $\psi_{s\cdot i} = \psi_n$, iar

$$\frac{\eta_{s\cdot i}^b}{\eta_n^b} = \frac{\eta_{s\cdot i}^{s\cdot i}}{\eta_n^{s\cdot i}}, \tag{28}$$

în care $\eta_{s\cdot i}^{s\cdot i}$, $\eta_n^{s\cdot i}$ reprezintă randamentele supraîncălzitorului din CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic și al supraîncălzitorului treptei nucleare a CENC.

Mărimea $\eta_n^{s\cdot i}$ are valori apropiate de randamentul cazanelor la aceeași putere și parametri. Pentru supraîncălzitorii CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic, randamentul este ceva mai scăzut. Astfel, pentru un supraîncălzitor de abur utilizînd drept combustibil gazul metan, la un debit de abur de 725 t/h și la parametrii $p_0 = 130$ ata, $t_0 = 565\,^\circ\text{C}$ și o

temperatură a gazelor la coș de 170 °C, se obține un randament $\eta_{s\cdot i}^{s\cdot i} = 0{,}919$ [8].

Variația relativă a componentei investițiilor în cazul cînd se consideră suma $(P_a + P_e)$, precum și mărimea τ aceleași pentru ambele centrale se poate exprima

$$\delta z_i = \frac{q^n}{q^{s\cdot i}} - 1, \tag{29}$$

în care

$$q^n = q_r^n + q_{g\cdot a}^n + q_{s\cdot m}^n + q_{s\cdot i}^n, \tag{30}$$

$$q^{s\cdot i} = q_r^{s\cdot i} + q_{g\cdot a}^{s\cdot i} + q_{s\cdot m}^{s\cdot i} + q_{s\cdot i}^{s\cdot i}, \tag{31}$$

unde q^n și $q^{s\cdot i}\left[\frac{\text{lei}}{\text{kW}}\right]$ conțin investițiile specifice pentru reactorul nuclear, generatorul de abur, sala mașinilor și pentru supraîncălzitorii treptei nucleare a CENC și a CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic. Avînd în vedere că reactorii, generatorii de abur și sălile mașinilor din cele două centrale nu diferă între ele, se consideră $q_r^n = q_r^{s\cdot i}$; $q_{g\cdot a}^n = q_{g\cdot a}^{s\cdot i}$; $q_{s\cdot m}^n = q_{s\cdot m}^{s\cdot i}$.

Mărimea $q_{s\cdot i}^n$ se poate exprima prin intermediul unui coeficient n care ține seama de micșorarea mărimii $q_n^{s\cdot i}$ în raport cu $q_{s\cdot i}^{s\cdot i}$ în cazul utilizării schemei CENC:

$$q_{s\cdot i}^n = n q_{s\cdot i}^{s\cdot i}. \tag{32}$$

Coeficientul $n < 1$, deoarece investițiile pentru realizarea supraîncălzitorului treptei nucleare a CENC sînt mult mai mici decît în cazul supraîncălzitorului CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic.

Ținînd seama de expresiile (30), (31), (32), relația (29) se scrie

$$\delta z_i = -(1 - n)\, \overline{K}_{s\cdot i}^{s\cdot i}, \tag{33}$$

unde $\overline{K}_{s\cdot i}^{s\cdot i} = \frac{q_{s\cdot i}^{s\cdot i}}{q^{s\cdot i}}$ reprezintă partea relativă a investițiilor specifice în supraîncălzitorul din CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic.

Pentru ambele centrale se poate considera $z_{ex}^n \simeq z_{ex}^{s\cdot i}$ și deci

$$\delta z_{ex} = 0. \tag{34}$$

Expresia finală pentru mărimea Δz_e^* se obține ținînd seama de relațiile (20), (27), (28), (33), (34) și considerînd $\overline{z}_{ex}^{s\cdot i} = 0{,}1$:

$$\Delta z_e^* = \overline{z}_c^{s\cdot i} \left\{ \left[\frac{(B_n^s - B_n^{s\cdot i})X + B_n^{s\cdot i}}{(B_{s\cdot i}^s - B_{s\cdot i}^{s\cdot i})Y + B_{s\cdot i}^{s\cdot i}} \right] \frac{\eta_{s\cdot i}^{s\cdot i}}{\eta_{in}^{s\cdot i}} - 1 \right\} - (0{,}9 - \overline{z}_c^{s\cdot i})(1 - n)\overline{K}_{s\cdot i}^{s\cdot i}. \tag{35}$$

Expresia (35) permite să se efectueze analiza economicității treptei nucleare a CENC în comparație cu CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic. Termenul întîi al expresiei are o valoarea foarte mică și depinde în special de raportul $\frac{\eta_{s\cdot i}^{s\cdot i}}{\eta_{in}^{s\cdot i}}$, care este apropiat de unitate.

În cazul cînd se admite $\eta_{s\cdot i}^{s\cdot i} = \eta_{in}^{s\cdot i}$, obținem $B_n^s = B_{s\cdot i}^s$, $B_n^{s\cdot i} = B_{s\cdot i}^{s\cdot i}$ și $X = Y$, iar relația (35) capătă forma

$$\Delta z_e^* = -(0{,}9 - \overline{z}_c^{s\cdot i})(1 - n)\overline{K}_{s\cdot i}^{s\cdot i}. \tag{36}$$

În (36) mărimea $0{,}2 < \overline{K}_{s\cdot i}^{s\cdot i} < 0{,}3$ (pentru CEN Indian-Point $\overline{K}_{s\cdot i}^{s\cdot i} = 0{,}286$), $n < 1$, iar $\overline{z}_c^{s\cdot i} < 1$. Rezultă deci pentru Δz_e^* o valoare negativă, ceea ce conduce la concluzia că economicitatea treptei nucleare a CENC este mai ridicată decît a CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic.

În expresiile (35) și (36), mărimea $\overline{z}_c^{s\cdot i}$ are o structură complexă, întrucît la centrală se utilizează atît combustibil nuclear, cît și combustibil clasic, și poate fi exprimată astfel:

$$\overline{z}_c^{s\cdot i} = \frac{1}{z_e^{s\cdot i}\,\eta_{inet}^{s\cdot i}}\,(YB_{s\cdot i}^{s} + ZB_{s\cdot i}^{s\cdot i}), \tag{37}$$

unde

$\eta_{inet}^{s\cdot i}$ este randamentul net al CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic,

$Z = \dfrac{Q_{s\cdot i}^{s\cdot i}}{Q_{s\cdot i}}$ — raportul cantității de căldură transmisă aburului în supraîncălzitor și totale transmisă aburului în CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic.

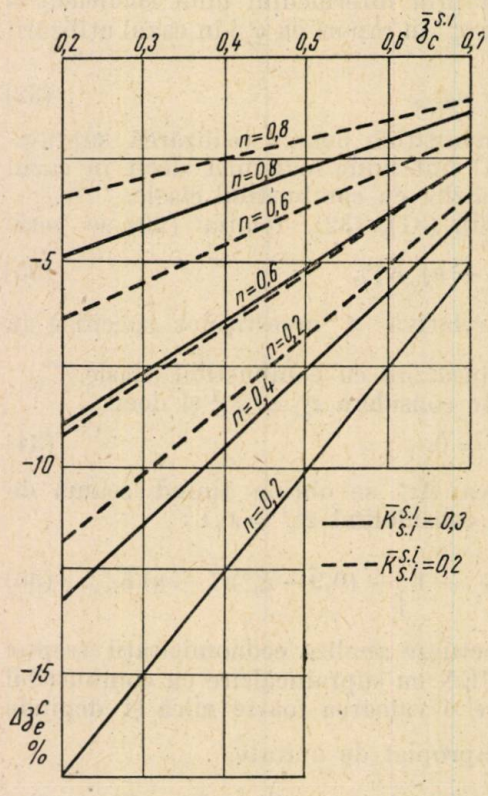


Fig. 7. — Variația relativă a cheltuielilor specifice de calcul pentru treapta nucleară a CENC în comparație cu CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic.

În expresia (37), mărimea $\overline{z}_c^{s\cdot i}$ poate varia în limite largi, atît datorită variației costului combustibilului clasic utilizat la supraîncălzire, exprimat prin mărimea $B_{s\cdot i}^{s\cdot i}$, cît și datorită variației costului combustibilului nuclear utilizat, respectiv a mărimii $B_{s\cdot i}^{s}$. Mărimea $B_{s\cdot i}^{s}$ poate varia simțitor în timp prin creșterea gradului de ardere a combustibilului nuclear, îmbunătățirea tehnologiei de fabricație a elementelor de combustibil și de prelucrare chimică a combustibilului iradiat. Așa, de exemplu, pentru CEN Shippingport, echipată cu reactor cu apă sub presiune, componenta relativă a combustibilului în prețul de cost al energiei electrice a scăzut de la 0,42 în 1959 la 0,26 în 1965.

Din ecuațiile (35) și (36) rezultă că Δz_e^* depinde mult de mărimea n. Pentru valori scăzute ale mărimii n, Δz_e^* crește, iar economicitatea treptei nucleare a CENC față de CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic este mai ridicată.

În figura 7 se prezintă rezultatele analizei mărimii Δz_e^* în funcție de $\overline{z}_c^{s\cdot i}$ în cazul cînd în ambele

centrale reactorul, generatorul de abur şi sala maşinilor sînt identice ca parametri şi puteri, iar combustibilul clasic utilizat este gazul metan.

Din figura 7 rezultă că mărimile $\overline{z}_c^{s\cdot i}$ şi n influenţează mult asupra mărimii Δz_e^*. Mărimea $\overline{K}_{s\cdot i}^{s\cdot i}$ a fost variată în limite largi, limita superioară 0,3 fiind apropiată de cazul supraîncălzitorului CEN Indian-Point, iar limita inferioară corespunde posibilităţii de micşorare a investiţiilor în supraîncălzitorul CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic. Influenţa mărimii $\overline{K}_{s\cdot i}^{s\cdot i}$ asupra lui Δz_e^* poate fi ilustrată prin următorul exemplu: pentru $\overline{K}_{s\cdot i}^{s\cdot i} = 0{,}3$, $\overline{z}_c^{s\cdot i} = 0{,}5$ şi $n = 0{,}2$, $\Delta z_e^* = 10\%$, iar pentru $\overline{K}_{s\cdot i}^{s\cdot i} = 0{,}2$, $\overline{z}_c^{s\cdot i} = 0{,}5$ şi $n = 0{,}2$, $\Delta z_e^* = 6{,}7\%$, adică are loc o micşorare a mărimii Δz_e^* cu 3,3%.

Analiza efectuată demonstrează că CENC au o economicitate mai ridicată decît CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic.

CONCLUZII

1. În lucrare se dau relaţiile de calcul ale indicilor tehnici-economici ai centralelor electronucleare combinate şi se prezintă rezultatele calculelor acestor indici în funcţie de parametrii, puterile şi combustibilii utilizaţi în treapta nucleară şi termică a CENC.

2. S-a determinat domeniul de valori al mărimii $\overline{B}_n^s$, în care economicitatea CENC este mai ridicată decît a CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic. Acest domeniu depinde de raportul $\frac{q^n}{q^t}$ şi de parametrii ciclului din treapta termică în cazul cînd se menţin constanţi parametrii ciclului din treapta nucleară a CENC, iar combustibilul clasic utilizat este acelaşi.

3. Se dau ecuaţiile pentru determinarea economicităţii treptei nucleare a CENC în comparaţie cu CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic. Din analiza efectuată reiese că mărimea Δz_e^* depinde în special de mărimile $\overline{z}_c^{s\cdot i}$, n, $\overline{K}_{s\cdot i}^{s\cdot i}$ şi de raportul $\eta_{ts\cdot i}^{s\cdot i}/\eta_m^{s\cdot i}$.

4. În urma analizei tehnice-economice efectuate reiese că economicitatea treptei nucleare a CENC este mai ridicată decît a CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Haiduc, *Centrale atomoelectrice combinate şi eficacitatea lor termică*, St. cerc. energ., **XII B**, (1962).
2. — *Determinarea temperaturii optime de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare la centrale atomoelectrice combinate*, St. cerc. energ., **XIII B**, 2 (1963).
3. К. Хайдук, Исследование тепловой экономичности и выбор оптимальных параметров комбинированных атомных электростанций с реакторами ВВЭР. Москва, Диссертация МЭИ, 1964.
4. — Методика определения оптимальных параметров парогенераторов комбинированных АЭС с реакторами ВВЭР, Rev. Roum. Sci. Techn., Série Electr. Energ., **9**, *3* (1964).
5. *** *Indian-Point*, Nuclear Engineering, **6**, *65* (1961).
6. *** *Indian-Point on the Line*, Nucleonics, **74**, *4* (1963).
7. P. H. Margen, *Nuclear reactor optimization*, Temple Press Limited — Bowling Green Lane, Londra.
8. Г. А. Матвеев, Энергооборудование атомных электростанций, Госатомиздат, 1961.

DIAGRAMA ENTROPICĂ CU AXE CURBE PENTRU CALCULUL EXACT AL CURGERII ADIABATICE LA GAZELE PERFECTE

DE

C. A. VASILESCU

536.7

În lucrare se arată erorile care se fac la calculul curgerii adiabatice, folosindu-se o valoare constantă a exponentului izentropic; se scoate în relief necesitatea de a se calcula viteza de curgere şi a stabili regimul critic (presiunea critică) cu ajutorul unei diagrame entropice realizată pentru 1 kg de substanţă a cărei construcţie este redată.

În cazul amestecurilor a două componente în proporţie variabilă se propune o construcţie particulară a diagramelor entropice cu axe curbe.

În multe domenii ale tehnicii, în special în domeniul maşinilor cu gaze, comportarea reală a fluidului de lucru poate fi aproximată cu un grad înalt de precizie considerîndu-se ipoteza gazelor perfecte şi variaţia adevărată cu temperatura a căldurilor specifice. Un calcul rapid al diferitelor evoluţii simple se poate executa în această situaţie utilizîndu-se o diagramă entropică.

În cazul frecvent al cercetării unui proces realizat cu gaze de diferite compoziţii, se folosesc aşa-numitele diagrame entropice cu axe curbe, care au fost studiate de către Stodola şi Eichelberg.

Pentru ca în cîmpul aceleiaşi diagrame să poată fi trasată o singură familie dublă de izobare şi izocore valabilă pentru oricare compoziţie de gaz, este necesar ca variaţia de entropie dintre două curbe ale unuia dintre componenţii familiei să fie independentă de natura gazului, ceea ce conduce la necesitatea de a construi diagrama pentru un număr constant de moli de substanţă. Utilizarea molului drept bază pentru construirea diagramei conduce ca fiecărei calităţi de gaz reprezentate în cîmpul diagramei să-i corespundă o cantitate diferită de substanţă, exprimată în kilograme.

Astfel, în afară de dificultăţile minore pe care le ridică inginerului mecanic utilizarea molului drept unitate de cantitate de substanţă, apare

St. cerc. energ. electr., tom. 17, nr. 3, p. 487—499, Bucureşti, 1967

dificultatea majoră că în asemenea diagrame nu se pot efectua comod calcule de curgere. De asemenea diagramele de tip Stodola și Eichelberg nu permit determinarea condițiilor critice de curgere, care astfel, chiar și pentru gazele reale, se stabilesc pe cale analitică, luîndu-se valori experimentale pentru exponentul $\varkappa$, raportul căldurilor specifice; în cazul în care asemenea valori lipsesc, se utilizează valori medii ale termenului discutat.

Lucrarea de față cuprinde două părți: în prima parte se arată o metodă de calcul a erorii care se face considerîndu-se valoarea medie uzuală a exponentului $\varkappa$ și în a doua parte se prezintă o diagramă entropică cu axe curbe, care permite calculul exact al evoluțiilor simple și calculul exact al curgerii adiabatice în cazul gazelor perfecte și al variației adevărate al căldurilor specifice cu temperatura.

NOTAȚII

$\mathcal{C}_p \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol}\cdot\text{grad}}\right]$ — căldura specifică molară la presiune constantă;

$\mathcal{C}_{pm} \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol}\cdot\text{grad}}\right]$ — căldura specifică medie molară la presiune constantă

$\mathcal{I} \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol}}\right]$ — entalpia unui kilomol de substanță;

$i \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right]$ — entalpia unui kilogram de substanță;

$\mathcal{M} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}}\right]$ — masa kilomolului;

m [kg] — masă;

N [kmol] — kilomoli;

$p \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right]$ — presiune;

$R \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{K}}\right]$ — constanta gazului;

$\mathcal{R} \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol}\cdot{}^\circ\text{K}}\right]$ — constanta universală a gazelor;

$S \left[\frac{\text{J}}{{}^\circ\text{K}}\right]$ — entropie;

$s \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{K}}\right]$ — entropia unui kilogram de substanță;

$\mathcal{S}$ $\left[\frac{\text{J}}{\text{kmol}\cdot{}^\circ\text{K}}\right]$ — entropia unui kilomol de substanță;

T [°K] — temperatură;

u $\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right]$ — energia internă a unui kilogram de substanță;

$\mathcal{V}$ $\left[\frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}\right]$ — volumul kilomolului;

v $\left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right]$ — volum specific;

w $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$ — viteză;

$\varkappa$ [—] — raportul căldurilor specifice.

1. VALOAREA MEDIE A RAPORTULUI CĂLDURILOR SPECIFICE PE EVOLUȚIA ADIABATICĂ DE CURGERE

Evoluția teoretică de curgere, adiabatică reversibilă, se calculează analitic cu relația cunoscută

$$pv^{\varkappa} = \text{const}; \tag{1}$$

ca urmare a destinderii gazului în procesul de curgere, temperatura scade și, în consecință, valoarea căldurii specifice se modifică, iar exponentul $\varkappa$ are tendință să crească.

Pentru a folosi relația (1) este necesar să se cunoască o valoare constantă a exponentului izentropic, care, evident, va fi o valoare medie, experimentală.

În cazul în care nu există valori experimentale pentru valoarea medie a exponentului $\varkappa$ într-un interval de temperatură dat, trebuie să se folosească o valoare medie calculată.

Ca urmare a datelor existente, tendința naturală este să se folosească pentru calcul valorile medii ale căldurilor specifice la presiune constantă sau, mai rar — aceste date întîlnindu-se mai greu —, valorile exacte ale raportului căldurilor specifice la diferite temperaturi.

Se va arăta în continuare că aceste valori conduc la calculul greșit al evoluției de curgere prin metode analitice.

1.1. Calculul valorii medii a raportului căldurilor specifice cu ajutorul căldurilor specifice medii la presiune constantă

Căldura specifică medie pe un interval de temperatură dat $\Delta T = T_B - T_A$, $\mathcal{C}_{(pm)\mathcal{J}}$, este acea căldură specifică convențională care realizează variația reală de entalpie $\Delta\mathcal{J}_{AB}$ pe intervalul de temperatură considerat:

$$\mathcal{C}_{(pm)\mathcal{J}}(T_B - T_A) = \Delta\mathcal{J}_{AB},$$

sau

$$\mathcal{C}_{(pm)\mathcal{J}}(T_B - T_A) = \int_{T_A}^{T_B} \mathcal{C}_p \, dT,$$

de unde

$$\mathcal{C}_{(pm)\mathcal{J}} = \frac{\int_{T_A}^{T_B} \mathcal{C}_p \, dT}{T_B - T_A}, \tag{2}$$

Dar exponentul mediu $\varkappa_{(m)\mathcal{J}}$, exprimat ca raportul căldurilor specifice medii este

$$\varkappa_{(m)\mathcal{J}} = \frac{\mathcal{C}_{(pm)\mathcal{J}}}{\mathcal{C}_{(pm)\mathcal{J}} - \mathcal{R}};$$

ţinîndu-se seama de relaţia (2), se obţine în final

$$\varkappa_{(m)\mathcal{J}} = \frac{1}{1 - \dfrac{\mathcal{R}}{\dfrac{\int_{T_A}^{T_B} \mathcal{C}_p \, dT}{T_B - T_A}}}. \tag{3}$$

1.2. Calculul valorii medii a raportului căldurilor specifice cu ajutorul mărimii exacte a acestuia.

Mai rar se găsesc date ale valorii exacte a raportului căldurilor specifice $\varkappa$, la diferite temperaturi T. În acest caz (fig. 1), valoarea medie $\varkappa_{(m)\varkappa}$ pe intervalul de temperaturi $\Delta T = T_B - T_A$ se calculează cu relaţia

$$\varkappa_{(m)\varkappa} = \frac{\int_{T_A}^{T_B} \varkappa \, dT}{T_B - T_A}.$$

Dacă se face să apară valoarea căldurii specifice reale se obţine în final

$$\varkappa_{(m)\varkappa} = \frac{\int_{T_A}^{T_B} \dfrac{dT}{1 - \dfrac{\mathcal{R}}{\mathcal{C}_p}}}{T_B - T_A}. \tag{4}$$

1.3. Calculul valorii medii exacte a raportului căldurilor specifice în cazul evoluţiei de curgere adiabatice reversibile

Se va calcula acel raport al căldurilor specifice, convenţional, constant într-un interval de temperaturi $\Delta T = T_B - T_A$, $\varkappa_{(m)p}$, care conduce la aceeaşi variaţie a presiunii calculată analitic, ca şi în cazul evoluţiei reale.

Se consideră (fig. 2) evoluția reală de curgere, izentropica AB desenată în cîmpul diagramei entropice T-$\mathcal{S}$. Dacă se notează cu $\mathcal{S}_{A0}$ entropia cunoscută la temperatura T_A și o presiune de referință p_0, atunci entropia în punctul care reprezintă starea inițială a evoluției de curgere se scrie

$$\mathcal{S}_A = \mathcal{S}_{A0} - \mathcal{R} \ln \frac{p_A}{p_0}$$

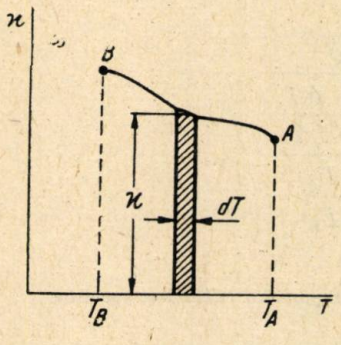


Fig. 1. — Calculul valorii medii a raportului căldurilor specifice $\varkappa_{(m)\varkappa}$ cînd se cunoaște variația reală a raportului căldurilor specifice $\varkappa$ cu temperatura T.

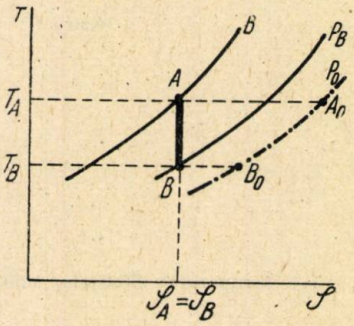


Fig. 2. — Evoluția adiabatică reversibilă de curgere în cîmpul diagramei entropice $T-S$.

și în starea finală a evoluției de curgere se scrie

$$\mathcal{S}_B = \mathcal{S}_{B0} - \mathcal{R} \ln \frac{p_B}{p_0};$$

deoarece evoluția este izentropică, $\mathcal{S}_A = \mathcal{S}_B$, rezultă

$$\mathcal{S}_{A0} - \mathcal{S}_{B0} = \mathcal{R} \ln \frac{p_A}{p_B}.$$

Se explicitează raportul presiunilor

$$\ln \frac{p_A}{p_B} = \frac{1}{\mathcal{R}} (\mathcal{S}_{A0} - \mathcal{S}_{B0})$$

sau ținîndu-se seama de relația $\mathcal{S}_{A0} - \mathcal{S}_{B0} = \int_{T_B}^{T_A} \frac{\mathcal{C}_p}{T} \, dT$, rezultă

$$\ln \frac{p_A}{p_B} = \frac{1}{\mathcal{R}} \int_{T_B}^{T_A} \frac{\mathcal{C}_p}{T} \, dT.$$

Valoarea căldurii specifice medii conduce la același raport al presiunilor

$$\frac{1}{\mathcal{R}} \int_{T_B}^{T_A} \frac{\mathcal{C}_p}{T} \, dT = \frac{1}{\mathcal{R}} \mathcal{C}_{(pm)p} \int_{T_B}^{T_A} \frac{dT}{T}, \tag{5}$$

de unde

$$\mathcal{C}_{(pm)p} = \frac{\int_{T_B}^{T_A} \mathcal{C}_p \frac{\mathrm{d}T}{T}}{\ln \frac{T_A}{T_B}},$$

şi valoarea medie a raportului căldurilor specifice

$$\varkappa_{(m)p} = \frac{1}{1 - \frac{\mathcal{R}}{\frac{\int_{T_B}^{T_A} \mathcal{C}_p \frac{\mathrm{d}T}{T}}{\ln \frac{T_A}{T_B}}}} \tag{6}$$

1.4. Compararea diferitelor valori medii ale raportului căldurilor specifice

Se arată în continuare că valoarea medie calculată pentru raportul căldurilor specifice diferă atît în cazul utilizării căldurii specifice medii, cît şi în cazul folosirii valorii reale a exponentului izentropic de valoarea constantă care permite calculul exact al diferenţei de presiune. Pentru aceasta se fac diferenţele valorilor exponentului izentropic pentru cele două cazuri

$$\Delta\varkappa'_{(m)} = \varkappa_{(m)p} - \varkappa_{(m)\mathcal{I}}$$

şi cu relaţiile (6) şi (3)

$$\Delta\varkappa'_{(m)} = \frac{1}{1 - \frac{\mathcal{R}}{\frac{\int_{T_B}^{T_A} \mathcal{C}_p \frac{\mathrm{d}T}{T}}{\ln \frac{T_A}{T_B}}}} - \frac{1}{1 - \frac{\mathcal{R}}{\frac{\int_{T_A}^{T_B} \mathcal{C}_p \, \mathrm{d}T}{T_B - T_A}}}. \tag{7}$$

Pentru a putea efectua calculul se admite o variaţie simplă a căldurii specifice cu temperatura :

$$\mathcal{C}_p = \mathcal{C}_{p0} + aT. \tag{8}$$

Introducîndu-se relaţia (8) în (7) şi efectuîndu-se calculele se obţine

$$\Delta\varkappa'_{(m)} = \frac{\mathcal{C}_{p0} \ln \frac{T_A}{T_B} + a(T_A - T_B)}{(\mathcal{C}_{p0} - \mathcal{R}) \ln \frac{T_A}{T_B} + a(T_A - T_B)} - \frac{\mathcal{C}_{p0} + \frac{a}{2}(T_B + T_A)}{(\mathcal{C}_{p0} - \mathcal{R}) + \frac{a}{2}(T_B + T_A)} \neq 0,$$

care, printr-un calcul algebric simplu, arată că este diferită de zero.

Se calculează diferența dintre valoarea medie exactă a raportului căldurilor specifice și valoarea medie a raportului căldurilor specifice determinată din valorile exacte ale acestuia.

$$\Delta\varkappa''_{(m)} = \varkappa_{(m)p} - \varkappa_{(m)\varkappa},$$

sau prin înlocuirea relațiilor (6) și (4):

$$\Delta\varkappa''_{(m)} = \frac{1}{1 - \dfrac{\mathcal{R}}{\dfrac{\int_{T_B}^{T_A} \mathcal{C}_p \dfrac{\mathrm{d}T}{T}}{\ln \dfrac{T_A}{T_B}}}} - \frac{\displaystyle\int_{T_A}^{T_B} \frac{\mathrm{d}T}{1 - \dfrac{\mathcal{R}}{\mathcal{C}_p}}}{T_B - T_A}. \tag{9}$$

Valoarea integralelor se stabilește de asemenea făcînd ipoteza că valoarea căldurii specifice depinde de temperatură conform expresiei (8). Dacă prima parte a expresiei (9) se calculează relativ ușor, cea de a doua parte

$$\int_{T_A}^{T_B} \frac{\mathcal{C}_{p0} + aT}{\mathcal{C}_{p0} - \mathcal{R} + aT}\,\mathrm{d}T$$

se calculează printr-o integrare prin părți:

$$\int_{T_A}^{T_B} \frac{\mathcal{C}_{p0} + aT}{\mathcal{C}_{p0} - \mathcal{R} + aT}\,\mathrm{d}T = \left| \left(\frac{\mathcal{C}_{p0}}{a} + T\right) \ln\left(\frac{\mathcal{C}_{p0} - \mathcal{R}}{a} + T\right) - \right.$$

$$\left. - \int \ln\left(\frac{\mathcal{C}_{p0} - \mathcal{R}}{a} + T\right) \mathrm{d}T \right|_{T_A}^{T_B},$$

ceea ce dă în final

$$\int_{T_A}^{T_B} \frac{\mathcal{C}_{p0} + aT}{\mathcal{C}_{p0} - \mathcal{R} + aT}\,\mathrm{d}T = \frac{\mathcal{R}}{a} \ln \frac{\mathcal{C}_{p0} - \mathcal{R} + aT_B}{\mathcal{C}_{p0} - \mathcal{R} + aT_A} + (T_B - T_A)$$

și deci expresia (9) devine

$$\Delta\varkappa''_{(m)} = \frac{\mathcal{C}_{p0} \ln \dfrac{T_A}{T_B} + a(T_A - T_B)}{\mathcal{C}_{p0} \ln \dfrac{T_A}{T_B} + a(T_A - T_B) - \mathcal{R} \ln \dfrac{T_A}{T_B}} - \frac{\mathcal{R}}{a} \ln \frac{\mathcal{C}_{p0} - \mathcal{R} + aT_B}{\mathcal{C}_{p0} - \mathcal{R} + aT_A} -$$

$$- (T_B - T_A) \neq 0; \tag{10}$$

se poate arăta efectuîndu-se calculele, că această expresie este diferită de zero.

2. DIAGRAMA PROPUSĂ PENTRU CALCULUL EVOLUȚIILOR SIMPLE ȘI A CURGERII ADIABATICE LA AMESTECURI DE GAZE PERFECTE

După cum s-a arătat, numai valorile convenționale medii ale raportului căldurilor specifice, stabilite cu relația (6), conduc la un calcul analitic exact al curgerii. Cum asemenea valori nu se află determinate în literatură și de altfel ar fi și foarte grea tabularea unor asemenea valori, calculul exact urmează a se face cu ajutorul diagramelor $i-s$; dificultăți apar la stabilirea presiunii critice care analitic se face și mai eronat, folosindu-se o valoare constantă a raportului căldurilor specifice.

În continuare se arată cum se poate determina presiunea critică pentru diferite gaze utilizîndu-se o singură diagramă și se prezintă noua diagramă entropică propusă.

2.1. Stabilirea presiunii cu ajutorul unei diagrame realizate pentru gaze de compoziție diferită

Viteza de curgere în cazul unei evoluții de curgere adiabatice reversibile se calculează cu relația

$$w = \sqrt{2.\Delta i}\,. \tag{11}$$

După cum se știe dacă presiunea în aval devine din ce în ce mai mică (corespunzător scade și temperatura), se atinge o valoare a presiunii p_{cr}, respectiv a temperaturii T_{cr} pentru care gazul atinge viteza sunetului, care se calculează cu relația

$$a_{cr} = \sqrt{\varkappa_{cr}\ R\ T_{cr}}, \tag{12}$$

unde $\varkappa_{cr}$ reprezintă raportul căldurilor specifice determinat pentru temperatura T_{cr}.

Prin urmare regimul critic de curgere se stabilește cînd se asigură condiția rezultată din egalitatea relațiilor (11) și (12)

$$\Delta i_{cr} = \frac{\varkappa_{cr}}{2}\ R\ T_{cr}. \tag{13}$$

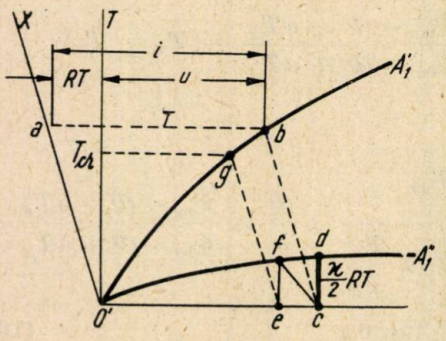


Fig. 3. — Construirea în cîmpul diagramei $u-i-T$ a curbei anexe pentru stabilirea domeniului de curgere.

Se poate construi o diagramă care permite rezolvarea acestei probleme pentru diferite gaze în modul următor. Într-un sistem de axe rectangulare (fig. 3) se trasează pe ordonată temperatura T și pe abscisă energia unui kilogram de substanță de tip A_1, ambele la scări arbitrar alese. Se trasează curba $O'\ A_1'$ care arată valoarea energiei interne pentru

1 kg de substanță la diferite temperaturi T. În stînga axelor se duce dreapta $O'X$, care are panta R. Dacă se măsoară energia de la axa $O'X$, se observă că la fiecare temperatură T, la termenul care arată energia internă u, se adaugă energia RT și prin urmare se obține $i = u + RT$, entalpia unui kilogram de substanță. Segmentul ab care reprezintă valoarea entalpiei se poate regăsi în $O'c$ prin proiectarea după direcția $O'X$ a punctului b pe axa energiilor în c. În punctul c, care reprezintă entalpia a 1 kg din substanța A_1 la temperatura T se pune la scara energiilor valoarea $\frac{\varkappa}{2} RT$, unde $\varkappa$ este raportul căldurilor specifice la temperatura T, obținîndu-se astfel segmentul cd. Locul punctelor d este curba anexă $O'A_1''$, care servește la precizarea domeniului de curgere.

Dacă se consideră o curgere adiabatică de la temperatura T și se caută temperatura critică, se procedează în felul următor (fig. 3). În punctul c unde se citește valoarea entalpiei gazului la temperatura T, se duce dreapta la 45° cf pînă la curba anexă $O'A_1''$ și apoi verticala fe. Cum laturile triunghiului dreptunghi isoscel $ce = fe$ sînt egale, rezultă că s-a stabilit grafic egalitatea dintre segmentul $ce = \Delta i$ și segmentul $fe = \frac{\varkappa}{2} RT$, adică s-a precizat entalpia gazului (punctul e) pentru care se stabilește viteza sunetului în secțiunea minimă de curgere. Pentru a se determina temperatura critică de curgere T_{cr} se duce paralela eg la $O'X$ pînă la curba energiilor interne $O'A_1'$.

2.2. Descrierea diagramei entropice propuse

Diagrama propusă este alcătuită dintr-o diagramă entropică cu axe curbe $T—s$, o diagramă energie internă, entalpie, temperatură $u— i — — T$, ambele construite pentru 1 kg de substanță, precum și o serie de curbe anexe.

Diagrama se construiește pentru orice calități de gaz. În măsura în care diagrama se desenează pentru gaze rezultate din amestecarea în proporție variabilă a două componente, se obține avantajul posibilității interpelării în cîmpul diagramei. Pentru a se putea cuprinde gaze de mai multe compoziții, originea entropiilor este diferită, diagrama are pentru ordonate axe curbe.

În cîmpul diagramei $T — s$ se duc mai întîi familiile de izobare. După cum se știe, dacă presiunea variază de π ori, scăderea entropiei este dată de relația

$$\Delta S = - N \mathcal{R} \ln \pi. \tag{14}$$

Pentru a avea o singură familie de curbe pentru orice calitate de gaz, va trebui ca variația ΔS a entropiei să nu depindă de calitatea substanței $\Delta S = \text{const}$, adică, așa după cum se știe din teoria diagramelor de tip Eichelberg, va trebui să se construiască diagrama pentru un număr constant de kilomoli N.

Se transformă relaţia (14) ţinîndu-se seama de

$$N = \frac{m}{\mathfrak{M}} \text{ şi } \mathcal{R} = \mathfrak{M}\, R$$

şi rezultă

$$\Delta S = - m R \ln \pi = \text{const} \tag{15}$$

şi pentru 1 kg de substanţă

$$\Delta s = - R \ln \pi. \tag{15'}$$

Fie că se trasează curbele izobare pentru substanţa A_1 în cîmpul diagramei rectangulare $T - s$, utilizîndu-se o scară arbitrară pentru entropie. În acest caz pentru două curbe izobare între care presiunea variază de π ori (s. ex. 10), variaţia entropiei este echivalentă lungimii a cm (fig. 4), adică

$$\Delta s_1 = - R_1 \ln \pi = a \text{ cm}.$$

Evident, scara entropiilor este

$$x_1 = \frac{a}{R_1 \ln \pi} \text{ cm}. \tag{16}$$

Se urmăreşte ca aceleaşi curbe izobare desenate să reprezinte şi evoluţia a 1 kg de gaz de calitate A_2; în acest caz aceeaşi lungime a cm reprezintă o altă variaţie de entropie

$$\Delta s_2 = - R_2 \ln \pi = a \text{ cm}.$$

şi deci scara entropiilor pentru gazul de calitate A_2 va fi

$$x_2 = \frac{a}{R_2 \ln \pi} \text{ cm}. \tag{16'}$$

Pornindu-se de la curba izobară de presiune p_0, se reprezintă la diferite temperaturi valoarea entropiei a 1 kg de gaz de calitate A_2.

În general valorile acestor entropii diferă de cele ale gazului de calitate A_1 şi scara la care se desenează acum entropia este diferită, astfel că originile lor se vor înscrie pe o axă curbă OA_2, care este axa curbă după care se desenează izentropicele. Această operaţie se repetă pentru toate calităţile de gaz, obţinîndu-se axele curbe ale diagramei $T - s$.

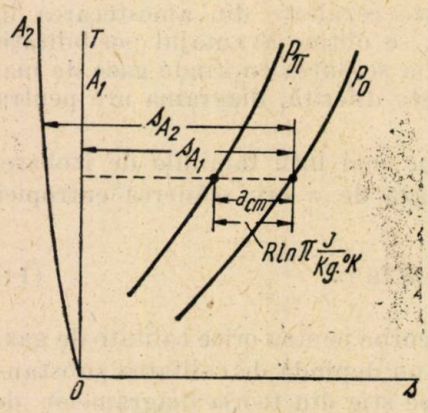


Fig. 4. — Modul de trasare al reţelei de izobare şi a axelor curbe ale diagramei entropice pentru 1kg de substanţă.

Cu metodele cunoscute se poate trasa şi familia de curbe izocore care, datorită proprietăţilor gazului perfect şi modului de construcţie al diagramei, este valabilă pentru toate calităţile de gaz pentru care se construieşte diagrama.

Se observă că aceasta a fost posibil prin folosirea unei scări a entropiilor care este variabilă cu calitatea gazului reprezentat.

Diagrama completă pentru calculul curgerii este reprezentată în figura 5. Ea cuprinde diagrama $T - s$

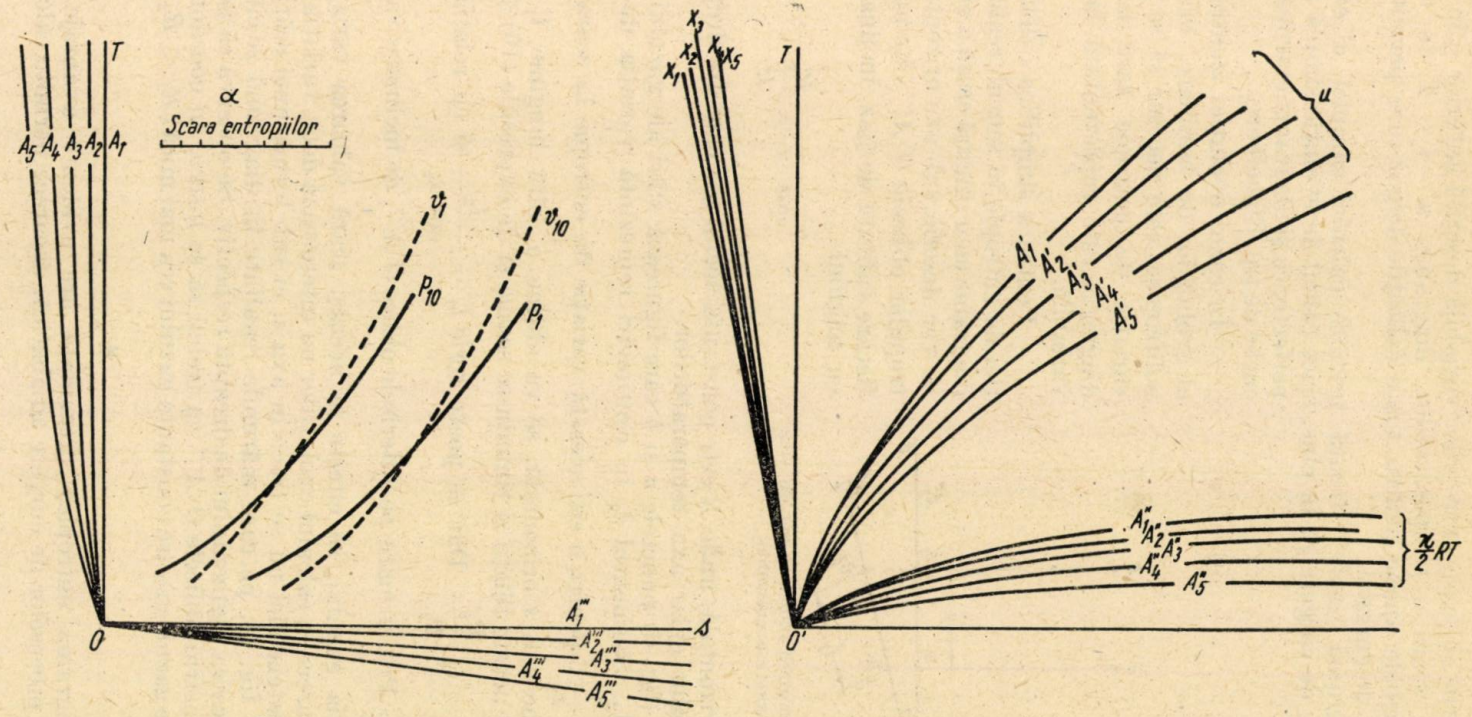


Fig. 5.— Diagrama entropică cu axe curbe pentru calculul curgerii adiabatice la gazele perfecte.

cu axe curbe și scara entropiilor variabilă descrisă anterior și în dreapta, la aceeași scară a temperaturilor, diagrama $u - i - T$, în care s-au figurat curbele anexe pentru toate calitățile de gaz care permit calculul regimului de curgere.

Diagrama astfel trasată permite calculul complet al evoluțiilor adiabatice de curgere și, în plus, orice calcul de evoluție simplă a gazelor perfecte, ca și diagrama entropică cu axe curbe de tip Eichelberg.

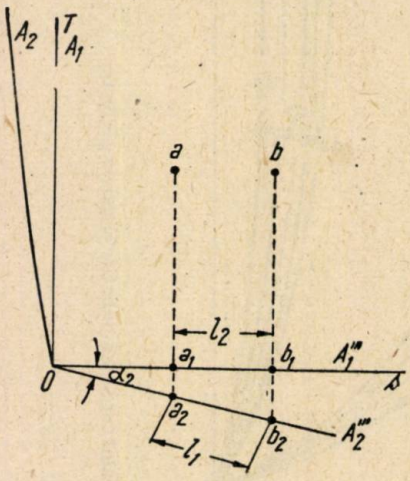


Fig. 6. — Trasarea oblicelor pentru citirea valorii exacte a entropiei.

În cazul evoluției izentropice sau al evoluțiilor de laminare, ori al unor politropice, este necesar să se cunoască variația de entropie care la această diagramă este reprezentată la o scară variabilă.

Pentru a simplifica calculul variației de entropie în sensul realizării unei diagrame cu o singură scară a entropiilor se vor descrie sub axa orizontală a entropiilor oblicele $O\,A'''$ cîte una pentru fiecare calitate de gaz, înclinate fiecare cu unghiul

$$\cos\,\alpha = \frac{R_1}{R} \qquad (17)$$

față de orizontală, unde R este constanta acelui gaz care are drept origine a entropiilor chiar axa temperaturilor.

Fie (fig. 6) punctele a și b care figurează stări ale gazului de compoziție A_2. Segmentul l_2 în centimetri reprezintă variația de entropie $\Delta s_2 = l_2 \frac{1}{x_2}$; pentru a citi această variație de entropie la scara entropiei înscrisă pe axa s orizontală, se va obține o altă lungime $l_1 = \Delta s_2\, x_1$. Calculînd aceste relații și ținîndu-se seama și de expresiile (16) și (16'), se obține $l_1 = l_2 \frac{R_2}{R_1}$. Dar se poate scrie $l_1 = \frac{l_2}{\cos\,\alpha_2}$ și cu relația (17) $l_1 = l_2 \frac{R_2}{R_1}$. Prin urmare pe diferitele oblice $O\,A'''$, de înclinare variabilă cu compoziția gazului, se citește la aceeași scară valoarea variației entropiei. Deoarece în calculul evoluțiilor nu interesează decît variația entropiei, scara acesteia nici nu se trece în axa s, ci sub forma unei scări separate (scara α, fig. 5), pe care mărimile rezultate în diagramă se citesc direct prin marcarea segmentului de dreaptă respectiv. Se observă că pentru a se putea construi oblicele $O\,A'''$ va trebui să se înscrie în coordonatele rectangulare gazul care are constanta gazului cea mai mică ($R_1 < R_2 < \ldots < R_n$).

*

Diagrama entropică prezentată are evidente avantaje în cazul studierii proceselor de curgere adiabatică, deoarece permite calculul exact

al regimului critic de curgere, permiţînd totodată şi calculul tuturor evoluţiilor simple.

Diagrama prezentată lărgeşte astfel cîmpul de aplicare a diagramelor Stodola — Eichelberg la maşinile cu gaze la care fluidul de lucru este accelerat, ceea ce este cazul tuturor ciclurilor deschise.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Bărănescu, *O metodă generală de calcul a parametrilor termodinamici în procesele de scurgere a gazelor în regim variabil*, St. cerc. energ., **5**, *12*, 7 (1955).
2. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Diagramă entropică cu axe curbe pentru 1 kg de substanţă*, St. cerc. energ., **14**, *2*, 385—390 (1964).

STUDIUL EXPERIMENTAL PRIVIND STRUCTURA ŞI HIDRODINAMICA CURGERII AMESTECULUI APĂ-ABUR ÎN CANALE ROTUNDE VERTICALE ÎNCĂLZITE ŞI NEÎNCĂLZITE

DE

RASIN GEORGESCU

536.24 : 621.03

În lucrare se studiază experimental problemele legate de hidrodinamica curgerii amestecului apă-abur în canale rotunde cu diametru mic, verticale, încălzite şi neîncălzite. Datele experimentale sînt obţinute prin măsurarea directă a conţinutului real de abur în ţeava experimentală (φ) cu ajutorul izotopului radioactiv Tu-140. Prelucrarea datelor experimentale a arătat existenţa vitezei relative a aburului faţă de apă, prezentîndu-se valorile grafice respective în limita parametrilor studiaţi. Pe baza datelor experimentale se recomandă o formulă pentru calculele aparatelor termice ce utilizează ca agent termic amestecul apă-abur.

Procesele care au loc în circuitul bifazic al oricărui aparat termic reprezintă un complex de fenomene, complică stabilirea ecuaţiilor teoretice.

Cu toate că există studii experimentale relativ numeroase în Uniunea Sovietică, S.U.A., Anglia, Franţa şi alte ţări, pînă în ultimul timp nu a fost creată o teorie care să sintetizeze procesele curgerii amestecurilor bifazice (apă-abur) chiar sub o formă aproximativă. Din această cauză, studiul acestor procese şi al legilor lor are loc deocamdată prin acumularea de date experimentale.

Procesul curgerii amestecului bifazic (apă-abur) în ţevi de diametru mic este studiat în prezent insuficient, cu toate că problemele circulaţiei aburului în zona activă a reactorului fierbător determină în mare măsură siguranţa şi caracteristicile lui constructive. Astfel, de volumul ocupat de abur depinde repartizarea puterii pe înălţimea zonei active, stabilitatea funcţionării reactorului şi criticitatea aparatului. Un deosebit interes îl prezintă studiul curgerii amestecului apă-abur în prezenţa unui flux

St. cerc. energ. electr. tom. 17, nr. 3, p. 501–516, Bucureşti, 1967

termic, întrucît în acest domeniu există destul de puţine date experimentale. Prezenţa fluxului termic schimbă caracterul curgerii amestecului. Pentru studiul teoretic al procesului de circulaţie al amestecului bifazic în ţevi este de mare însemnătate cunoaşterea distribuirii relative a aburului şi apei în secţiunea de curgere, precum şi influenţa fluxului termic (a încălzirii ţevii) asupra acestei distribuiri.

Din analiza datelor publicate rezultă că sînt relativ puţine date experimentale în care cantitatea de abur să fie măsurată direct în procesul de circulaţie, în special la viteze mici de circulaţie (sub 0,5 m/s) şi cu conţinuturi mici de abur. De asemenea lipsesc date experimentale cu privire la structura distribuirii aburului şi apei în procesul de curgere a amestecului apă-abur.

Lucrarea de faţă are rolul să completeze datele experimentale asupra circulaţiei amestecului apă-abur în ţevi cu diametru mic. Studiul experimental a fost realizat la ţeavă din alamă cu diametrul interior de 25 mm, grosimea pereţilor 1 mm şi lungimea de 2 m.

Datele experimentale privind hidrodinamica circulaţiei amestecului apă-abur fără flux termic (curgere adiabatică) au fost obţinute la presiunile 15, 25 şi 35 de bari pentru vitezele W_0' ale apei: 0,06; 0,1; 0,15; 0,23; 0,33; 0,6; 0,8; 1 şi 1,3 m/s. Vitezele W_0'' ale aburului au variat între 0,2 şi 3,5 m/s, iar β între 0,05 şi 0,98. Datele experimentale cu încălzire au fost obţinute în prezenţa fluxurilor termice $1{,}74 \cdot 10^5$ şi $3{,}49 \cdot 10^5$ W/m^2 pentru aceleaşi presiuni. Viteza de circulaţie a apei W_0 a variat între 0,6 şi 1,6 m/s, iar la ieşire din ţeava experimentală φ a fost studiat între 0,04 şi 0,8, iar X între 0,001 şi 0,04. Experienţele adiabatice şi cu încălzire au fost realizate la aceleaşi viteze de circulaţie a apei, ceea ce a dat posibilitatea ca rezultatele să poată fi comparate.

Aparatul pentru măsurarea conţinutului de abur, avînd o mare sensibilitate şi o inerţie mică, a permis înregistrarea la oscilograf sau la potenţiometru înregistrator a structurii distribuirii apei şi aburului în procesul de circulaţie, ceea ce a dat posibilitatea obţinerii de material experimental pentru studiul structurii amestecului apă-abur.

Instalaţia experimentală (fig. 1) permite alimentarea elementului experimental cu abur supraîncălzit la presiunea de 40 de bari şi 420° C şi cu apă la presiunea de 60 de bari şi 104 sau 150° C. Înainte de a intra în ţeava pentru experimentare, apa este încălzită într-un încălzitor de suprafaţă şi apoi într-un încălzitor de amestec, unde se obţine amestecul apă-abur necesar experienţelor. Ţeava de experimentare este încălzită cu ajutorul curentului electric alternativ, astfel că se pot realiza experienţele cu circulaţia amestecului apă-abur atît în condiţii adiabatice (fără încălzire), cît şi cu încălzire, la aceeaşi instalaţie experimentală. La ieşirea din ţeava de experimentare, aburul, separat într-un separator de tip centrifugal, este eliminat în atmosferă, iar apa se reîntoarce în circuitul centralei electrice.

Debitul apei s-a măsurat cu un debitmetru de tipul DMEK-R, cu transmiterea electrică a rezultatelor la distanţă. Semnalul electric de ieşire al debitmetrului era proporţional cu debitul de apă ce trecea prin conductă. Eroarea relativă maximă de determinare a debitului de apă nu depăşea $\pm 2{,}5\%$. Măsurarea presiunii s-a făcut cu ajutorul manometrelor etalon tip OMV, clasa 0,35. Măsurarea puterii electrice s-a realizat cu ajuto-

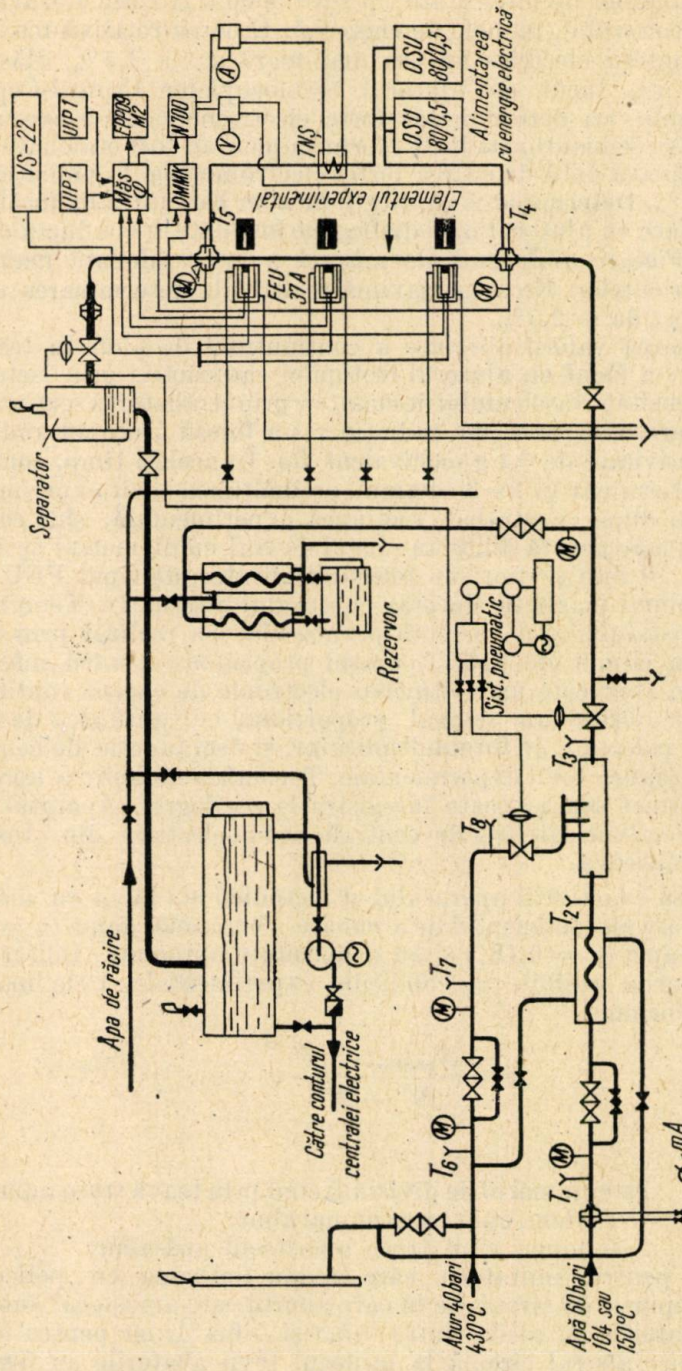


Fig. 1. — Schema instalației experimentale.

rul transformatoarelor de intensitate tip TNS 5000/5 A clasa 0,5, al ampermetrului și voltmetrului, ambele de clasa 0,5. Eroarea relativă maximă la determinarea puterii electrice nu era mai mare de $\pm$ 1,5%. Măsurarea temperaturilor s-a făcut cu ajutorul termocuplelor Cromel-Copel cu diametrul 0,2 mm, iar determinarea forței electromotrice s-a executat cu un potențiometru semiautomat R2/I. Termocuplele au fost etalonate. Eroarea maximă relativă dată de citirea forței electromotrice la potențiometru a fost de $\pm$ 1,2%. Determinarea cantității de abur care intră în încălzitorul de amestec se face cu ajutorul unei diafragme instalate în conducta de abur supraîncălzit. Fiecare diafragmă de măsură a fost etalonată înainte de începerea experiențelor. Eroarea maximă relativă la determinarea debitului de abur a fost de $\pm$ 2,5%.

Determinarea valorii absolute a conținutului de abur în țeava de experimentare s-a făcut cu ajutorul izotopilor radioactivi prin metoda de micșorare a intensității fasciculului de cuante γ prin străbaterea secțiunii țevii de experimentare. Ca sursă de radiație γ s-a folosit izotopul radioactiv Tu-170 cu o activitate de 0,1 g -echivalent *Ra*. În același timp, conținutul de abur s-a determinat în 2—3 secțiuni pe înălțimea țevii experimentale. Cuantele gama, după ce străbat secțiunea experimentală, sînt colectate de un detector, care constă dintr-un cristal de NaI cu diametrul de 40 mm și grosimea de 10 mm și dintr-un fotomultiplicator de tipul FEU—37A, ecranate de cîmpul magnetic datorat curentului alternativ. Temperatura constantă a cristalului și a fotomultiplicatorului s-a realizat prin răcirea acestora cu un circuit de apă. Aparatul propriu-zis pentru măsurarea conținutului de abur este un voltmetru electronic de curent continuu, la ieșirea căruia se obține un semnal proporțional cu cantitatea de cuante gama care sînt colectate de fotomultiplicator, și deci funcție de conținutul de abur din secțiunea țevii experimentale. Tensiunea de ieșire a aparatului se poate citi direct sau se poate înregistra la oscilograf. Aparatul a fost realizat de colectivul catedrei de centrale atomoelectrice din Institutul energetic din Moscova.

Verificarea exactității aparatului și metodicii s-a făcut cu indicatori din plexiglas, care au coeficientul de atenuare a cuantelor gama ($\mu = 0{,}171$) apropiat de al apei ($\mu = 0{,}181$) și au o densitate apropiată. Imitatorii au redat amestecurile posibile în condițiile experimentale. Cele mai mari abateri de la formula

$$\varphi = \frac{N_{\text{amestec}} - N'}{N'' - N'},$$

unde:

N' este numărul de diviziuni cînd prin țeavă trece numai apă,
N'' — idem, cînd trece numai abur,
N_{amestec} — idem, cînd trece amestecul apă-abur,

s-au obținut pentru imitatorii care redau fierberea cu peliculă de abur. Pentru tipurile de circulație în care aburul este amestecat sub formă de emulsie, abaterile au oscilat între —5,8 și —6,4%, iar pentru tipul de circulație în care aburul circulă la mijlocul țevii abaterile au fost între +2,5 și +7,4%. Aceste verificări au arătat că formula de mai sus poate fi utilizată în cazul acestor tipuri de circulație a amestecului apă-abur.

Înainte de începerea fiecărei serii de experienţe, instalaţia şi aparatul electronic au fost încălzite treptat în decurs de cîteva ore, în timpul în care s-a procedat la etalonarea aparatului de măsurat conţinutul de abur. Etalonarea s-a făcut pentru cîteva densităţi ale apei şi ale aburului din ţeava de experimentare, aceste valori servind la calcularea conţinutului de abur al amestecului pentru seria de experienţe respectivă. Valoarea lui β s-a determinat pe baza bilanţului termic în încălzitorul de amestec, luînd în considerare pierderile termice. Pierderile termice au fost evaluate experimental cu ajutorul apei fierbinţi. În urma acestor determinări a fost construit graficul pierderilor termice în funcţie de temperatura agentului termic. Experienţele cu încălzirea ţevei de experimentare s-au efectuat în acelaşi mod ca şi cele adiabatice, cu diferenţa că la intrarea în ţeava de experimentare apa avea 10—20° C sub limita de saturaţie. Experienţe cu amestec apă-abur la intrarea în ţeava experimentală nu s-au făcut. φ s-a determinat în aceleaşi secţiuni ca şi în experienţele fără încălzire.

REZULTATELE EXPERIENŢELOR CURGERII AMESTECULUI APĂ-ABUR IN CANALE ROTUNDE VERTICALE FĂRĂ FLUX TERMIC

Datele experimentale au fost prelucrate pentru fiecare viteză W'_0 după relaţia

$$\varphi = f(\beta).$$

Analiza graficelor a arătat identitatea caracterului curgerii amestecului apă-abur pentru toate vitezele W'_0 şi existenţa vitezei relative a aburului faţă de viteza apei ($\varphi < \beta$). Din compararea graficelor rezultă că cea mai mare viteză relativă a aburului a fost obţinută pentru $W'_0 = 0{,}06$ m/s. Viteza relativă a aburului se micşorează cu creşterea lui W'_0, cea mai mică fiind obţinută pentru $W'_0 = 1{,}3$ m/s.

Figura 2 arată comparativ rezultatele pentru $W'_0 = 0{,}06$ m/s, $W'_0 = 0{,}33$ m/s şi $W'_0 = 1$ m/s. Micşorarea vitezei relative, pe măsură ce W'_0 creşte, este substanţială. Astfel, pentru presiunea de 15 bari şi $\beta = 0{,}8$, se obţin pentru φ valorile 0,175; 0,54 şi 0,66 respectiv pentru vitezele $W'_0 = 0{,}06$ m/s; $W'_0 = 0{,}33$ m/s şi $W'_0 = 1$ m/s, ceea ce arată că, pentru creşterea lui W'_0 de la 0,06 m/s la 1 m/s, φ se micşorează de 3,77 ori.

Se remarcă, de asemenea, că micşorarea vitezei relative a aburului are loc mult mai repede pentru viteze W'_0 mai mici: de la viteza $W'_0 = 0{,}06$ m/s la $W'_0 = 0{,}33$ m/s φ scade aproape de 3 ori. Din aceste date rezultă că formula dată de A. A. Armand [1] pentru domeniul $\beta = 0 \ldots 0{,}9$,

$$\varphi = (0{,}833 + 0{,}05 \log P),$$

este necorespunzătoare. După această relaţie, pentru $\beta = 0{,}8$ s-ar obţine valoarea $\varphi = 0{,}714$ pentru toate vitezele W'_0, ceea ce arată o eroare care poate să ajungă pînă la 400%.

S-a reliefat şi influenţa presiunii asupra coeficientului de alunecare. Cu creşterea presiunii, coeficientul de alunecare se micşorează, însă destul de puţin. Pentru $\beta = 0{,}5$ şi $W'_0 = 0{,}33$ m/s, φ este, respectiv 0,42 pentru presiunea de 35 de bari, 0,38 pentru presiunea de 25 de bari şi 0,34 pentru 15 bari.

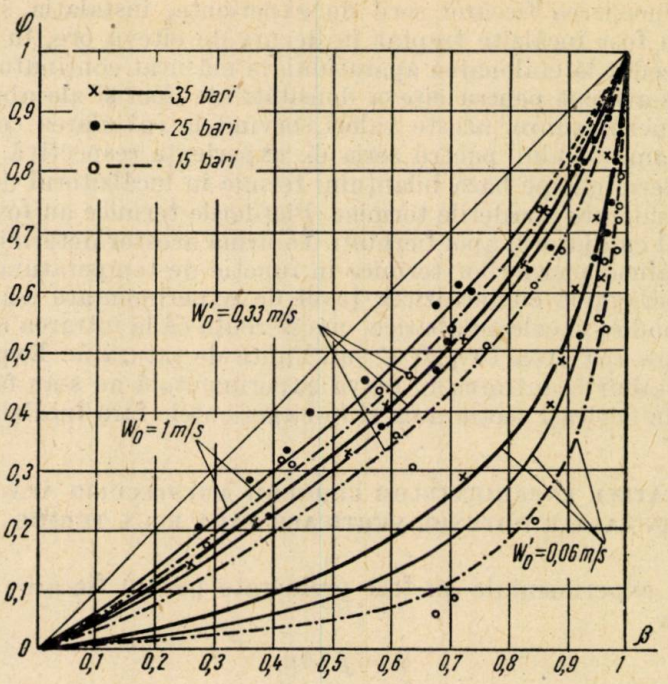


Fig. 2. — Relația $\varphi = f(\beta)$.

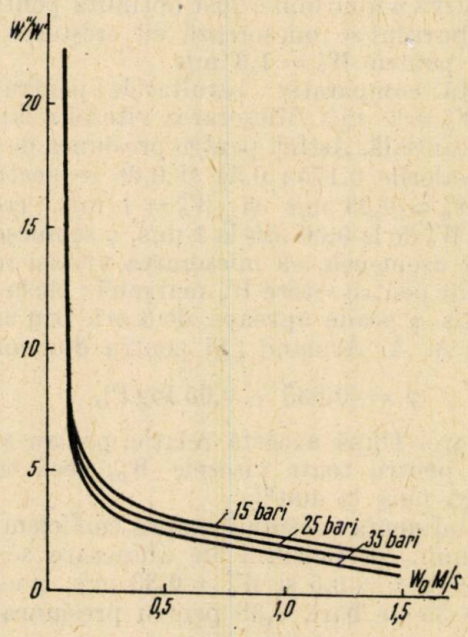


Fig. 3. — Relația $W''/W' = f(W_0)$.

Remarcăm că viteza relativă a aburului nu variază pe înălţimea ţevii experimentale, valorile conţinutului de abur în 2—3 secţiuni pe înălţimea ţevii fiind aceleaşi.

Datele experimentale au fost prelucrate şi după relaţia

$$W''/W' = f(W_0)$$

pentru fiecare presiune (fig. 3).

Raportul vitezelor reale creşte pe măsură ce viteza de circulaţie scade. Astfel, pentru presiunea de 15 bari, raportul vitezelor reale creşte uşor de la valoarea 1,5 pentru $W_0 = 1{,}5$ m/s pînă la valoarea 5 pentru $W_0 = 0{,}2$ m/s. În domeniul $W_0 < 0{,}2$ m/s, valorile raportului cresc brusc şi, pentru $W_0 = 0{,}06$ m/s, ating 18 — 20. Caracterul relaţiei este analog şi pentru presiunile de 25 şi 35 de bari, unde valorile raportului vitezelor reale ating 14 şi, respectiv, 10. Raportul vitezelor reale se micşorează pe măsură ce presiunea creşte.

Determinarea structurii curgerii amestecului, care a fost realizată pentru toate regimurile , a arătat că aburul, chiar pentru valori foarte mari ale raportului vitezelor reale (10—20), circulă sub formă de bule mari distincte şi nici de cum sub formă neîntreruptă prin centrul ţevii, cum au arătat unii cercetători.

Graficele $\varphi = f(\beta)$ şi $W''/W' = f(W_0)$ pot fi utilizate pentru calculul vitezei relative a aburului în limita parametrilor indicaţi.

Datele experimentale fără încălzire au fost comparate cu datele experimentale obţinute de N. I. Semionov şi A. A. Tocighin (2) pentru ţevi verticale neîncălzite cu diametrul 17 şi 30 mm. Din comparaţie rezultă că datele experimentale obţinute în lucrarea de faţă concordă cu datele cercetătorilor N. I. Semionov şi A.A. Tocighin şi prelungesc datele experimentale ale acestora în zona vitezelor mici ale aburului.

Datele experimentale au fost prelucrate şi sub forma $\varphi = f(W_0')$ pentru $W_0'' = \text{const}$, ceea ce a dat posibilitatea să se extrapoleze datele obţinute pentru un diapazon mare de viteze W_0' pînă la $W_0' = 0$ (cazul cînd aburul barbotează prin apă). Valorile obţinute astfel pentru φ au fost comparate cu datele obţinute de alţi cercetători.

Comparaţia a arătat că rezultatele lucrării de faţă concordă cu datele obţinute pentru barbotaj.

Pentru aplicarea practică a rezultatelor obţinute în lucrarea de faţă se propune formula

$$\varphi = \frac{W_0''}{W_0'' + W_0' + a},$$

unde $a = (0{,}65 - 0{,}0039\ P)\left(\frac{d}{63}\right)^{0{,}20}$.

Compararea datelor experimentale cu datele calculate după formula de mai sus arată că datele calculate se abat de la datele experimentale cu 5—8%. Pentru presiunea de 15 bari şi $W_0' < 0{,}4$ m/s, abaterile ajung însă pînă la 30%. Se poate considera că formula dă rezultate apropiate de datele experimentale şi poate fi utilizată pentru calculul în limitele parametrilor experimentali.

REZULTATELE EXPERIENȚELOR CURGERII AMESTECULUI APĂ-ABUR ÎN CANALE ROTUNDE VERTICALE ÎNCĂLZITE

Datele experimentale obținute prin trecerea amestecului apă-abur prin țeava încălzită au fost obținute la aceeași țeavă și aceleași presiuni ca și în experiențele fără flux termic. Ele au fost prelucrate după relația

$$\varphi = f(\beta)$$

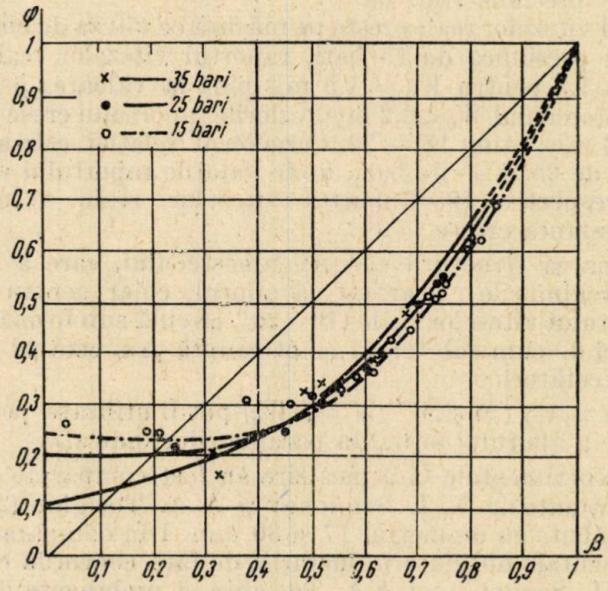


Fig. 4. — Relația $\varphi = f(\beta)$ pentru $W_0 = 0{,}6$ m/s și $q = 1{,}74 \cdot 10^5$ W/m².

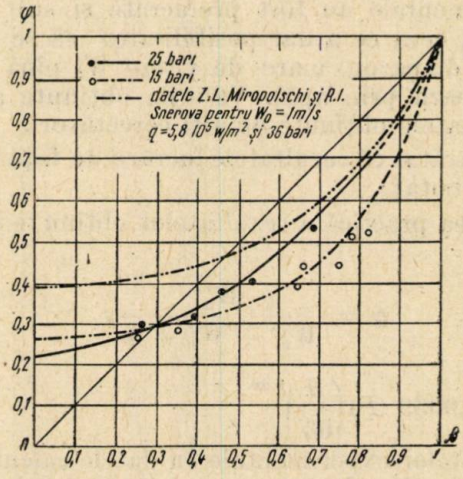


Fig. 5. — Relația $\varphi = f(\beta)$ pentru $W_0 = 1$ m/s și $q = 3{,}49 \cdot 10^5$ W/m².

pentru vitezele de circulație ale apei $W_0 = \text{const}$ și fluxuri termice constante. Figurile 4 și 5 arată rezultatele prelucrării datelor experimentale

pentru $W_0 = 0{,}6$ m/s şi $q = 1{,}74 \cdot 10^5$ W/m^2 şi, respectiv, $W_0 = 1$ m/s şi $q = 3{,}49 \cdot 10^5$ W/m^2. Analiza datelor a arătat că pentru fiecare viteză W_0 graficul $\varphi = f(\beta)$ are două regiuni : o regiune $\beta > 0{,}4$, unde $\varphi < \beta$ şi deci există viteza relativă a aburului faţă de apă, şi o regiune $\beta < 0{,}4$, unde $\beta < \varphi$ şi deci viteza apei este mai mare ca a aburului. Acest lucru se explică prin faptul că în zona $\beta < 0{,}4$, unde circulă apa neîncălzită pînă la limita de saturaţie, aburul care se formează circulă în apropierea pereţilor ţevii, în zona vitezelor mici ale apei şi se condensează înainte de a ajunge în zona vitezelor mari (centrul ţevii). În regiunea $\beta < \varphi$, cu cît presiunea este mai mică, cu atît φ este mai mare. Astfel, pentru $W_0 = 0{,}6$ m/s, $q = 1{,}74 \cdot 10^5$ W/m^2 şi $\beta = 0{,}1$, s-a obţinut pentru φ valoarea 0,13 pentru presiunea de 35 de bari, 0,19 pentru 25 de bari şi 0,23 pentru 15 bari. Acest lucru s-a observat pentru toate vitezele experimentate şi se explică prin faptul că volumul ocupat de abur este cu atît mai mic, cu cît presiunea este mai mare pentru aceeaşi valoare a lui X şi deci timpul de condensare a aburului în apa subîncălzită este mai mic la presiuni mari, decît la presiuni mici. Ca şi în experienţele adiabatice, viteza relativă a aburului faţă de a apei scade cu creşterea presiunii, însă foarte puţin. Astfel, pentru $W_0 = 0{,}6$ m/s, $q = 1{,}74 \cdot 10^5$ W/m^2 şi $\beta = 0{,}6$ s-a obţinut, respectiv, $\varphi = 0{,}36$ pentru presiunea de 15 bari, $\varphi = 0{,}38$ pentru 25 de bari şi $\varphi = 0{,}40$ pentru 35 de bari. Cu toate că fluxurile termice au fost relativ mici, s-a observat influenţa fluxului termic asupra lui φ. Cu creşterea lui q se măreşte regiunea unde $\varphi > \beta$ şi se măresc întrucîtva valorile absolute ale lui φ în condiţii identice. Datele experimentale obţinute pentru $q = 3{,}49 \cdot 10^5$ W/m^2, $W_0 = 1$ m/s şi 1,3 m/s şi presiunile 15 şi 25 de bari au fost comparate cu datele experimentale obţinute de cercetătorii Z. L. Miropolski şi R. I. Şneerova pentru presiunile de 20 şi 36 de bari, $W_0 = 1$ m/s, $q = 5{,}8 \cdot 10^5$ W/m^2 şi diametrul ţevii 7,7 mm (3). Comparaţia a arătat că s-a obţinut acelaşi caracter al relaţiei $\varphi = f(\beta)$, dar datele prezentei lucrări se situează sub cele cu care au fost comparate, ceea ce întăreşte concluzia autorilor citaţi, care arată că mărirea fluxului termic duce la o creştere a lui φ şi deci la o mărire a regiunii unde $\varphi > \beta$. Datele experimentale obţinute au fost prelucrate şi după relaţia

$$W''/W' = f(W_0).$$

Rezultatul prelucrării se prezintă în figura 6 şi arată că, pe măsură ce viteza de circulaţie W_0 şi presiunea cresc, raportul W''/W' scade. Astfel, pentru $W_0 = 0{,}6$ m/s pentru raportul W''/W' corespunde, respectiv valoarea 2,45 pentru 35 de bari, 2,67 pentru 25 de bari şi 2,9 pentru 15 bari, iar pentru $W_0 = 1$ m/s s-au obţinut, respectiv, valorile 1,83 ; 2 şi 2,17.

Compararea valorilor raportelor W''/W' obţinute în experienţele fără flux termic cu cele din experienţele cu încălzire a arătat o diferenţă foarte mică, ceea ce demonstrează influenţa mică a fluxului termic asupra vitezei relative a aburului în limita parametrilor cercetaţi.

Datele obţinute în prezenta lucrare au fost comparate cu datele obţinute de P.A. Lottes pentru presiunile 40,8 şi 17 bari [4]. Valorile rapoartelor W''/W' după datele lui P.A. Lottes sînt puţin mai mari, datorită influenţei presiunii, care la Lottes are valori mai mari. Astfel, pentru $W_0 = 1$ m/s valoarea raportului W''/W' după datele lui P.A. Lottes sînt 1,7 şi 1,93 pentru presiunile 40,8 şi 17 bari, iar după datele lucrării de faţă s-au ob-

ţinut valorile 1,83 şi 2,17 pentru 35 şi 15 bari. S-au comparat datele experimentale ale raportului W''/W' în funcţie de X pentru presiunea de 35 de bari şi $W_0 = 1$ m/s cu datele lui J.F. Marchaterre [5] obţinute într-un

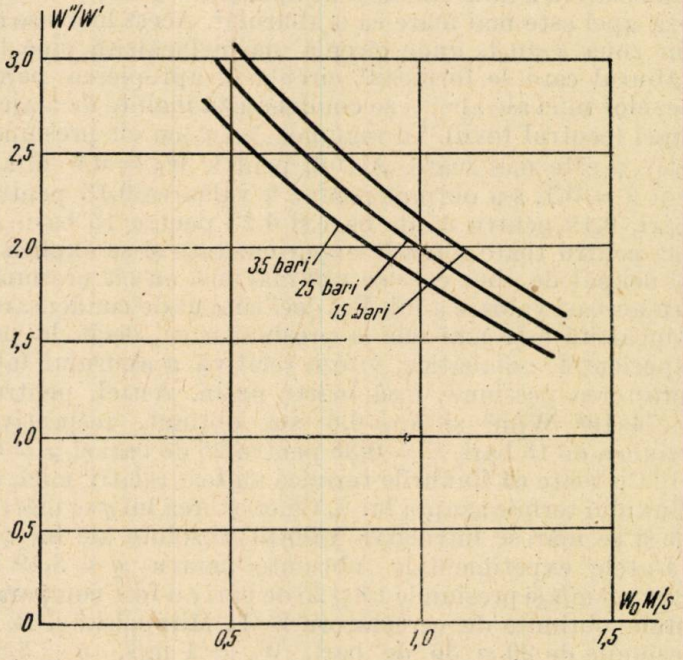


Fig. 6. — Relaţia $W''/W' = f(W_0)$.

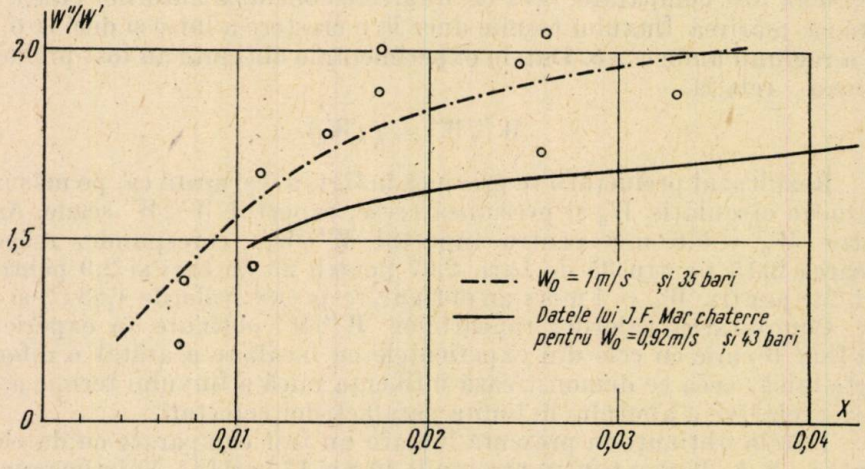


Fig. 7. — Relaţia $W''/W' = f(X)$.

canal dreptunghiular cu dimensiunile 11 × 108 × 1 220 mm pentru presiunea de 43 de bari şi $W_0 = 0{,}92$ m/s. Curbele cu acelaşi caracter (fig. 7),

diferențele explicîndu-se prin diferența de presiune. În același timp, trebuie remarcat că formula propusă de cercetătorii englezi [6]

$$\frac{W''}{W'} = 1 + KX,$$

unde K este un coeficient experimental funcție de presiune și W_0, este valabilă numai pentru valori mici ale lui X (pînă la 0,02).

S-a studiat variația valorilor lui φ pe înălțimea țevii experimentale în funcție de subrăcirea apei la intrare. Datele obținute pentru $W_0 = 1$ m/s și $q = 1{,}74 \cdot 10^5$ W/m^2 pentru presiunile 15, 25 și 35 de bari au arătat că φ crește după o curbă parabolică pe înălțime. Prin micșorarea subrăcirii și mărirea cantității aburului format pe înălțime, φ se micșorează. Acest lucru a fost dovedit și de curbele φ mediu pe înălțime funcție de φ la ieșirea din țeava experimentală. φ la ieșire crește mult mai repede decît φ mediu, iar cu creșterea presiunii înclinarea curbelor scade. Acest lucru este necesar de luat în considerație la proiectarea reactorilor fierbători.

REZULTATELE EXPERIENȚELOR PRIVIND STRUCTURA DINAMICĂ A CURGERII AMESTECULUI APĂ-ABUR

În stare statică, un amestec apă-aburi se separă după greutatea specifică a celor două faze : faza mai grea ocupă partea inferioară a vasului, iar faza ușoară partea superioară. Suprafața de separare a celor două faze este ușor de stabilit și este constituită de nivelul fazei lichide în vas. În condițiile dinamice, cele două faze ale amestecului apă-abur au o structură foarte complexă și se repartizează în funcție de caracteristicile hidrodinamice din vase sau din secțiunea canalelor prin care curg. În funcție de problemele ce trebuie rezolvate, este important de cunoscut valoarea medie statistică a densității medii a amestecului sau este necesară cunoașterea caracterului structurii și dimensiunilor discrete ale elementelor celor două faze. Determinarea densității medii și a structurii curgerii amestecului apă-abur este obligatorie pentru buna funcționare a diferitelor aparate termice, dar mai ales la reactorii nucleari energetici fierbători, unde economia de neutroni din zona activă a reactorului este strîns legată de aceste caracteristici.

Pînă nu de mult, determinarea structurii curgerii amestecului apă-abur în țevi verticale s-a făcut utilizîndu-se mijloace vizuale sau filmare în condițiile de temperatură a mediului ambiant și la presiune atmosferică. Deși s-au elaborat metodologii pentru studii și la presiuni înalte, metodele vizuale și de filmare au fost părăsite datorită greutăților metodologice și uneori chiar a rezultatelor eronate obținute.

În ultimul timp au început să fie utilizate metode bazate pe atenuarea fasciculelor de radiații β sau γ ale izotopilor radioactivi prin traversarea vaselor sau canalelor prin care curge amestecul apă-abur. Se determină după stabilirea intensității fasciculului de radiații în secțiunea de măsură, densitatea amestecului apă-abur și deci valoarea secțiunii relative ocupate de abur. Dacă pentru determinarea valorii densității medii statistice metoda de măsură cu ajutorul izotopilor radioactivi a fost utilizată relativ destul de des, pentru stabilirea structurii curgerii ameste-

culul apă-abur în canale rotunde nu a fost utilizată. Pînă în prezent, metoda vizuală şi filmarea au avut rolul hotărîtor, iar relativ puţinele lucrări asupra structurii amestecului apă-abur prezintă rezultate calitative, întrucît nu s-au măsurat direct în acelaşi timp şi parametrii hidrodinamici (în special φ).

Lucrarea de faţă prezintă rezultatele experimentale privind structura curgerii amestecului apă-abur prin canale rotunde verticale încălzite şi neîncălzite în limita următorilor parametri:

— pentru experienţele de curgere a amestecului apă-abur în canale fără flux termic (canale neîncălzite), W_0' de la 0,06 m/s pînă la 1,3 m/sec; W_0'' de la 0,2 m/s pînă la 3,5 m/s, iar β de la 0,05 pînă la 0,98;

— pentru experienţele cu canalele încălzite, W_0 de la 0,6 m/s pînă la 1,6 m/s, q de la $1{,}74 \cdot 10^5$ W/m^2 pînă la $3{,}49 \cdot 10^5$ W/m^2, la intrare în canalul experimental apa a fost cu 0 — 20°C sub temperatura de saturaţie, iar la ieşire φ a variat între 0,04 şi 0,8, iar X între 0,01 şi 0,04.

Presiunile au fost în ambele categorii de 15, 25 şi 35 de bari, iar canalul vertical a fost constituit dintr-o ţeavă de alamă cu lungimea de 2 m, diametrul interior 25 mm şi grosime 1 mm, iar pentru măsurarea lui φ s-a utilizat acelaşi aparat ca şi în experienţele anterioare.

Determinarea conţinutului real de abur în procesul de experimentare s-a făcut pentru fiecare regim experimental în 2—3 secţiuni pe înălţime, iar experienţele cu încălzire şi fără încălzire au fost realizate pentru aceleaşi viteze de circulaţie, ceea ce a dat posibilitatea să se poată compara datele experimentale obţinute privind structura amestecului.

Analiza oscilogramelor obţinute a dat posibilitatea să se determine caracterul şi structura curgerii amestecului apă-abur pentru toate regimurile experimentale (circa 500) în acelaşi timp cu determinarea valorilor tuturor celorlalţi parametri. Au fost identificate următoarele structuri de bază: structura emulsionară, în care bulele de abur cu dimensiuni mici circulă uniform în apă; structura în care aburul circulă sub formă de bule mari, cu partea superioară sub formă de ogivă, iar partea inferioară nedefinită net şi urmată de cîteva bule mici; structura în care aburul circulă distinct şi continuu în centrul ţevii, iar apa lîngă pereţii canalului. S-au obţinut oscilograme, care aveau o structură de trecere între aceste structuri de bază. Regim emulsionar s-a considerat regimul din zona conţinuturilor mici de abur, în care variaţia lui φ în timp nu depăşea valoarea 0,08, ceea ce corespundea pe diagramă oscilaţiilor de $\pm$ 5 mm de la valoarea medie. Lăţimea hîrtiei era de 120 mm şi corespundea variaţiei lui φ de la 0 la 1. Figura 8 arată un exemplu de regim emulsionar.

Regimul cu bule mari de abur separate de apă era foarte uşor de recunoscut întrucît oscilaţiile faţă de valoarea medie a lui φ erau $\pm$ 30 mm. Un exemplu de astfel de regim se arată în figura 9.

Regimul de curgere în care aburul curgea în centrul ţevii avea loc la valori mari de conţinut de abur. Oscilaţiile erau mai mici decît la regimul emulsionar şi aveau în medie $\pm$ 3 mm. Exemplul unei astfel de oscilograme se arată în figura 10.

Prelucrarea oscilogramelor obţinute a fost făcută după relaţia

$$\varphi = f(W_0)$$

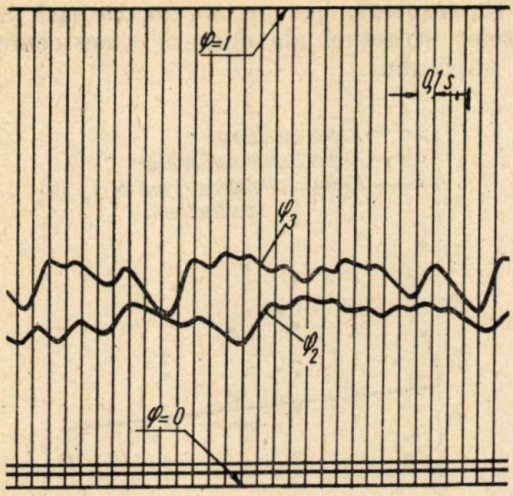


Fig. 8. — Oscilogramă cu structura curgerii amestecului apă-abur emulsionară.

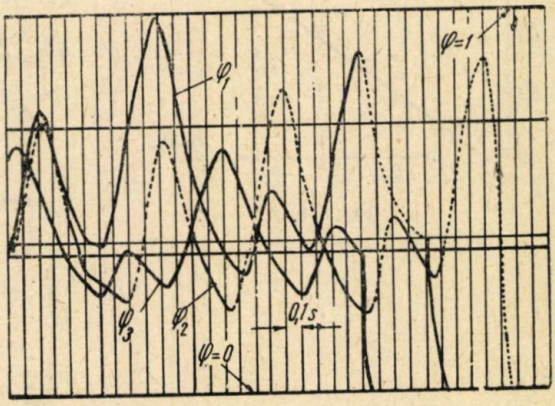


Fig. 9. — Oscilogramă cu structura curgerii amestecului apă-abur sub formă de regim cu bule mari de abur.

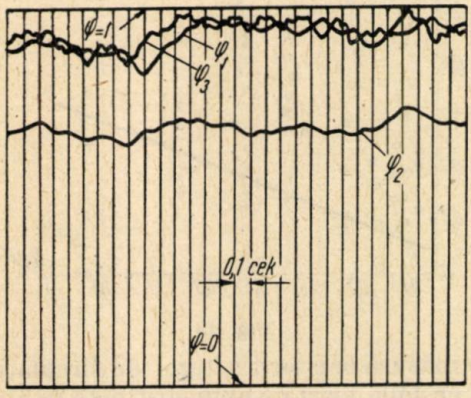


Fig. 10. — Oscilogramă cu structura curgerii amestecului apă-abur sub formă de regim în care aburul circulă în centrul țevii.

și se prezintă în figurile 11, 12 și 13, respectiv pentru 35, 25, 15 bari. Se determină astfel granițele diferitelor structuri ale curgerii amestecului apă-abur.

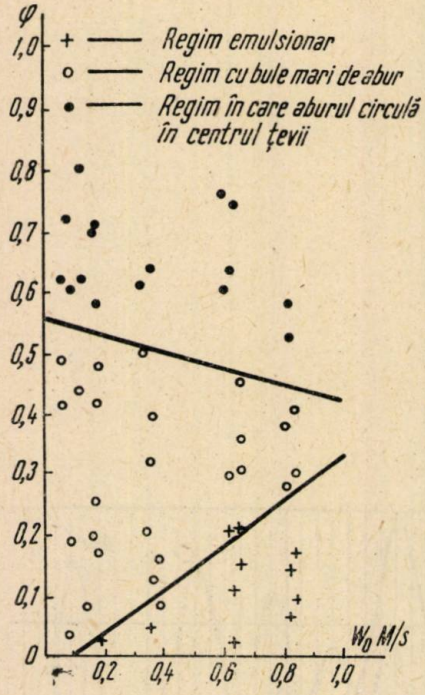


Fig. 11.

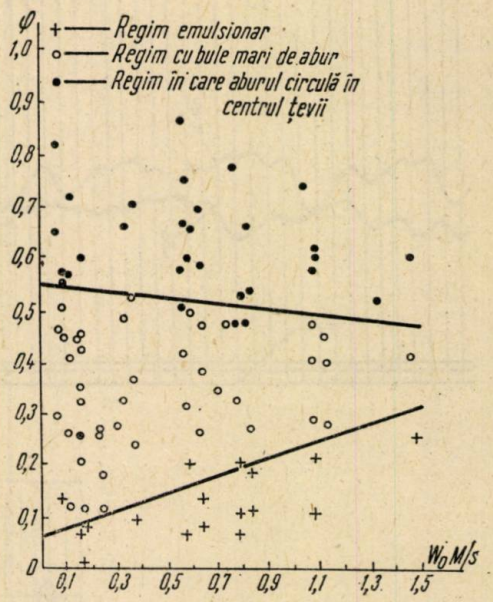


Fig. 12

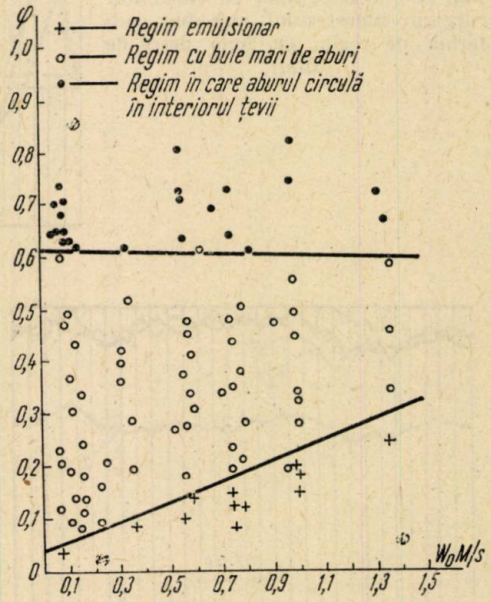


Fig. 13

Fig. 11. — Structura curgerii amestecului apă-abur pentru presiunea de 35 de bari.

Fig. 12. — Structura curgerii amestecului apă-abur pentru presiunea de 25 de bari.

Fig. 13. — Structura curgerii amestecului apă-abur pentru presiunea de 15 bari.

În acest fel s-a stabilit că, pe măsura creșterii vitezei de circulație W_0 și a presiunii, regiunea regimului cu bule mari de abur distincte în apă

se micşorează. Astfel, pentru $W_0 = 0{,}1$ m/s, această regiune este limitată de valorile lui φ minime şi maxime, respectiv 0,03 şi 0,55 pentru 35 de bari, 0,05 şi 0,59 pentru 25 de bari şi 0,05 şi 0,62 pentru 15 bari. Pentru viteza $W_0 = 1$ m/s, valorile pentru φ sînt, respectiv, 0,33 şi 0,42 pentru 35 de bari, 0,23 şi 0,5 pentru 25 de bari şi 0,22 şi 0,6 pentru 15 bari. Micşorarea regimului cu bule foarte mari, duce la mărirea regiunilor regimului emulsionar şi a celui cu curgerea aburului la centrul ţevii în zona conţinuturilor mici şi, respectiv, mari de abur.

Se poate considera că influenţa hotărîtoare asupra structurii curgerii amestecului apă-abur în ţevi verticale o are viteza de circulaţie şi debitul de abur, precum şi constantele fizice ale apei şi aburului. S-au comparat de asemenea oscilogramele luate în condiţii identice în ce priveşte parametrii, în experienţele cu încălzire şi fără încălzire. S-a constatat că în experienţele cu încălzire, în limitele parametrilor cercetaţi, are loc numai regimul cu structură emulsionară. Celelalte regimuri şi structuri nu au fost observate, ceea ce demonstrează influenţa încălzirii asupra structurii curgerii amestecului apă-abur. Existenţa numai a regimului emulsionar se datoreşte faptului că bulele de abur sînt despărţite de suprafaţa pe care se formează şi antrenate înainte de a avea timpul să formeze bule mari de abur.

CONCLUZII

1. Lucrarea prezintă date experimentale noi privind măsurarea conţinutului de abur în canale rotunde verticale neîncălzite în limitele vitezelor W_0' de la 0,06 m/s pînă la 1,3 m/s, W_0'' de la 0,2 m/s la 3 m/s pentru presiunile 15, 25 şi 35 de bari.

2. Se prezintă date experimentale noi privind măsurarea conţinutului de abur la canale rotunde verticale încălzite pentru fluxurile termice $1{,}74 \cdot 10^5$ şi $3{,}49 \cdot 10^5$ W/m^2 în limitele vitezei de circulaţie W_0 de la 0,6 m/s la 1,6 m/s şi W_0'' de la 0,05 m/s la 2,5 m/s.

3. S-a evidenţiat faptul că pentru $\beta < 0{,}4$ se obţine $\varphi > \beta$, φ avînd valori cu atît mai mari, cu cît q este mai mare şi presiunea mai mică.

4. Pentru canale rotunde încălzite şi neîncălzite, W''/W' este funcţie de W_0, de presiune şi de X. Dependenţa de X se observă numai pentru valori mici ($X \leqslant 0{,}015$ pentru ţevi încălzite şi $X \leqslant 0{,}03$ pentru ţevi neîncălzite).

5. S-au prelucrat datele pentru experienţele adiabatice după formula

$$\varphi = \frac{W_0''}{W_0'' + W_0' + a},$$

unde $a = (0{,}65 - 0{,}0039\ P)\left(\frac{d}{63}\right)^{0.20}$

Formula concordă cu datele experimentale în limita 5—8% pentru presiunile de 25 şi 35 de bari şi pînă la 30% pentru 15 bari.

6. A fost studiată structura regimurilor curgerii amestecului apă-abur în canale verticale rotunde încălzite şi neîncălzite, pentru presiuni pînă la 35 de bari. S-a stabilit că în experienţele fără încălzire abu-

rul circulă în lichid sub formă emulsionară, sub formă de bule mari şi prin centrul ţevii în mod continuu. Predominant la vitezele de circulaţie mică este regimul cu bule mari, iar pe măsură ce presiunea şi viteza de circulaţie creşte se măreşte zona regimului emulsionar şi a celui în care aburul circulă separat la mijlocul ţevii.

În experienţele cu încălzire în limitele parametrilor studiaţi nu a fost observat decît regimul emulsionar.

NOTAŢII

d = diametrul ţevii (mm);
L = lungimea ţevii (m);
P = presiunea (bari);
W' = viteza reală a apei (m/s);
W'' = viteza reală a aburului (m/s);
W''/W' = coeficientul de alunecare;
W_0 = viteza de circulaţie (m/s);
W_0' = viteza apei calculată la întreaga secţiune a ţevii (m/s);
W_0'' = viteza aburului calculată la întreaga secţiune a ţevii (m/s);
X = titlul amestecului, conţinutului de abur în greutate (%);
β = conţinutul de abur în volume (%);
φ = conţinutul real de abur (%);
q = fluxul termic specific (W/m^2).

BIBLIOGRAFIE

1. А. А. Арманд, Г. Г. Трещев, *Исследование сопротивления при движении пароводяной смеси в обогреваемой котельной трубе при высоком давлении*, Известия В.Т.И., *4* (1947).
2. Н. И. Семенов, А. А. Точигин, *Истинное паросодержание пароводянных течений в вертикальных необогреваемых трубах*, Инж. физический журнал, *7* (1961).
3. З. Л. Миропольский, Р. Н. Шнеерова, *Исследование фазового состава пароводяной смеси в обогреваемой трубе при помощи тормозного излучения*, АН СССР, Теплофизика высоких температур, **I**, *1* (1963).
4. П. А. Лоттес и др., *Экспериментальные исследования кипения с естественной циркуляцией и использование их результатов при создании кипящих реакторов*, том 4, Женева, 1958, стр. 311 (рус. изд.).
5. J. F. Marchaterre, *The effect of pressure on boiling density in multiple rectangular channels*, ANL-5522.
6. R. W. Haywood et al., *Experimental study of the flow conditions and pressure drop of steam — water mixtures at high pressures in heated and unheated tubes.* Proceeding of Inst. Mech. Engrs., London **175**, *13*, (1961).
7. D. T. Dumitrescu, *Strömung an einer Luftblase im senkrechten Rohr*, Z. Angew. Math. u. Mech., **23** (1943).

CALCULUL PROCESULUI DE SCHIMBARE A ÎNCĂRCĂTURII CILINDRULUI ÎN MOTOARELE CU ARDERE INTERNĂ, CU CONSIDERAREA OSCILAȚIILOR DIN CONDUCTELE DE DISTRIBUȚIE A GAZELOR

DE

G. BĂRĂNESCU, B. GRÜNWALD, T. DUDAȘ și A. MANOLE

621.43

În lucrare se prezintă o metodă de calcul a procesului de schimbare a încărcăturii cilindrului cu considerarea oscilațiilor coloanelor de gaz din conductele de distribuție. Eliminînd unele simplificări adoptate curent în literatura de specialitate, metoda ia în considerare schimburile energetice ale fluidului din cilindru precum și variația căldurilor specifice cu temperatura și permite determinarea regimului de unde din colector pe o bază nouă, cu ajutorul diagramelor termodinamice.

1. OBIECTUL STUDIULUI

Schimbarea încărcăturii cilindrului este unul dintre procesele care condiționează în mare măsură performanțele motorului cu ardere internă. De modul în care se desfășoară acest proces depinde în primul rînd cantitatea de fluid proaspăt intrată în cilindru, deci puterea dezvoltată de motor.

Printre fenomenele care influențează procesul de schimbare a încărcăturii cilindrului, un rol important îl au propagarea undelor de presiune în conductele de evacuare și de admisie, provocate de funcționarea periodică a motorului. Oscilațiile de presiune condiționează presiunile din avalul orificiului de evacuare și din amontele orificiului de admisie; ele pot fi folosite în vederea obținerii unei evacuări cît mai complete a gazelor de ardere din cilindru și unei umpleri cît mai eficiente a cilindrului cu fluid proaspăt.

Determinarea pe cale experimentală a valorilor parametrilor funcționali și constructivi care asigură îndeplinirea optimă a dezideratului de mai sus este o operație lungă și costisitoare, datorită numărului mare

St. cerc. energ. electr., tom. 17, nr. 3, p. 517–532, București, 1967

de parametri și condiționării lor reciproce. Din acest motiv s-a căutat să se rezolve problema prin calcul, în care scop au fost elaborate metode de calcul bazate pe unele ipoteze simplificatoare ce descriu procesul de schimbare a încărcăturii cilindrului.

În cele ce urmează se prezintă o metodă de calcul a procesului de schimbare a încărcăturii cilindrului, cu considerarea oscilațiilor coloanelor de gaz din conductele de distribuție. În comparație cu metodele existente, această metodă se bazează pe un număr mai mic de ipoteze simplificatoare. Se iau în considerare schimburile energetice ale fluidului din cilindru și variația căldurilor specifice cu temperatura, inclusiv în procesele de curgere. Se presupune că undele care circulă prin conductele de distribuție au amplitudine mică, viteza lor de propagare fiind considerată constantă. Mai întîi se stabilește excitația produsă de cilindri în conductele de distribuție, după care se tratează unele probleme ale calculului oscilațiilor coloanelor de gaz în aceste conducte.

2. CALCULUL PROCESULUI DE SCHIMBARE A ÎNCĂRCĂTURII CILINDRILOR CU CONSIDERAREA OSCILAȚIILOR DIN CONDUCTELE DE DISTRIBUȚIE A GAZELOR

2.1. Ecuațiile de undă

Pentru stabilirea excitației produse de cilindru în conductele de distribuție este necesar să se cunoască regimul de unde din aceste conducte.

Se admit următoarele ipoteze :

— fluidele sînt gaze perfecte ;

— oscilațiile de presiune din cilindri motorului sînt neglijabile ;

— se presupune că viteza de deplasare este mică în raport cu viteza de propagare a undelor ;

— frecarea dintre gaz și conductă este neglijabilă ;

— evoluțiile gazelor în conducte au loc adiabatic și reversibil.

În acest caz sînt valabile ecuațiile lui Alliévi adaptate pentru un mediu gazos :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{g}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial x}, \qquad \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{1}{p\varkappa}\frac{\partial p}{\partial t}, \tag{1}$$

în care

p este presiunea într-o secțiune a conductei, situată la distanța x de originea deplasărilor,

w — viteza în aceeași secțiune,

t — timpul,

g — accelerația căderii libere,

γ — greutatea specifică a gazului în secțiunea considerată,

$\varkappa = \frac{C_p}{C_v}$ raportul căldurilor specifice pentru gazul care curge.

Prin integrarea ecuațiilor (1), considerînd viteza inițială nulă, se obține

$$p = p_0 + p_i + p_r, \tag{2}$$

$$w = w_i + w_r, \tag{3}$$

$$p_i = \frac{1}{k} w_i, \tag{4}$$

$$p_r = -\frac{1}{k} w_r, \tag{5}$$

unde $k = \frac{g}{\gamma a}$, a fiind viteza sunetului în mediul respectiv.

În aceste ecuații, indicii i și r se referă la unda incidentă și, respectiv, la unda reflectată; s-a considerat drept undă incidentă unda care intră în secțiune în sensul curgerii.

În cele ce urmează se consideră undă incidentă unda care sosește în discontinuitatea studiată și undă reflectată unda care pleacă din această discontinuitate (fig. 1).

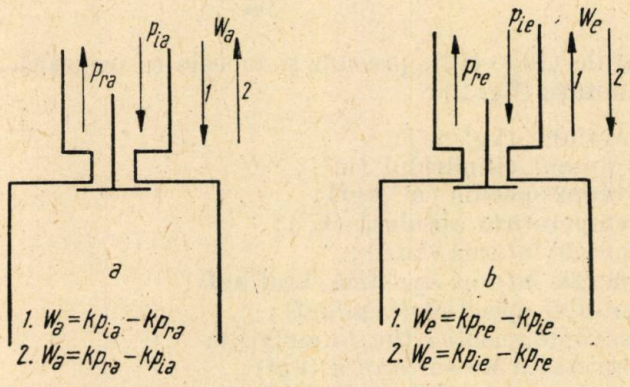


Fig. 1. — Scheme pentru precizarea sensului undelor incidentă și reflectată: *a* — conducta de admisie; *b* — conducta de evacuare.

Din condițiile (2) — (5) rezultă:

a) pentru conducta de admisie:

— cînd curgerea are loc spre cilindru,

$$w_a = kp_{ia} - kp_{ra}; \tag{6}$$

— cînd curgerea are loc dinspre cilindru,

$$w_a = kp_{ra} - kp_{ia}; \tag{7}$$

b) pentru conducta de evacuare:

— cînd curgerea are loc dinspre cilindru,

$$w_e = kp_{re} - kp_{ie}; \tag{8}$$

— cînd curgerea are loc spre cilindru,

$$w_e = kp_{ie} - kp_{re}. \tag{9}$$

2.2. Determinarea excitației produse în conductele de distribuție de către un cilindru

Se consideră cazul general în care fluidul proaspăt intră în cilindru iar gazele de ardere ies din cilindru.

Variația energiei interne a gazului în cilindru va fi

$$\mathrm{d}U = -\,\mathrm{d}Q_r - Ap\,\mathrm{d}V - i_g\,\mathrm{d}G_g + i_a\,\mathrm{d}G_a. \tag{10}$$

Cantitățile elementare de gaze schimbate cu exteriorul sînt

$$\mathrm{d}G_g = 3\,600\,\frac{\mu_e f_e w_{ge}}{v_{ge}}\,\mathrm{d}\tau, \tag{11}$$

$$\mathrm{d}G_a = 3\,600\,\frac{\mu_a f_a w_{aa}}{v_{aa}}\,\mathrm{d}\tau. \tag{12}$$

În ecuațiile (10)—(12), precum și în cele ce urmează, se utilizează următoarele notații (fig. 2):

p — presiune (kgf/m²);
V — volumul cilindrului (m³);
v — volum specific (m³/kgf);
T — temperatura absolută (K°);
U — energie internă (kcal);
u — energie internă specifică (kcal/kgf);
i — entalpie specifică (kcal/kgf);
s — entropie specifică (kcal/kmolgrd);
G — cantitatea de substanță (kgf);
R — constanta gazului (kgfm/kgfgrd);
$\varkappa$ — raportul căldurilor specifice;
A — echivalentul termic al lucrului mecanic (kcal/kgfm);
Q — cantitatea de căldură (kcal);
α — coeficient de convecție termică (kcal/m²hgrd);
λ — conductibilitate termică (kcal/mhgrd);
δ — grosimea peretelui (m);
S — suprafața de schimb de căldură (m²);
F — secțiunea de curgere (m²);
f — secțiune de curgere controlată de supapă (m²);
μ — coeficient de debit;
w — viteza (m/s);
n — turația motorului (rot/min);
θ — unghi de rotație al arborelui cotit;
g — accelerația căderii libere (m/s²);
τ — timpul (h).

Indicii *a* se referă la admisie, *aa* la parametrii fluidului proaspăt după supapa de admisie, *e* la evacuare, *g* la gazele din cilindru, *ge* la gaze după trecerea prin supapa de evacuare, *r* la răcire.

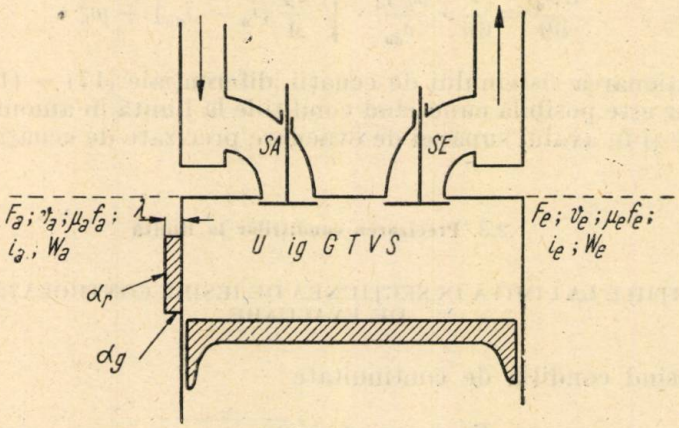


Fig. 2. — Schema cilindrului, supapelor şi conductelor de admisie şi de evacuare pentru precizarea notaţiilor utilizate în ecuaţiile (10)—(19): *SA* — supapă de admisie; *SE* — supapa de evacuare.

În relaţiile (10) — (12), vitezele de curgere sînt

$$w_{ge} = \sqrt{\frac{2g}{A}(i_g - i_{ge})}\,, \tag{13}$$

$$w_{aa} = \sqrt{\frac{2g}{A}(i_a - i_{aa}) + w_a^2}\,. \tag{14}$$

Asimilînd cilindrul cu un perete plan, schimbul elementar de căldură cu fluidul de răcire are expresia

$$\mathrm{d}Q_r = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_g} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_r}} S(T - T_r)\,\mathrm{d}\tau. \tag{15}$$

Folosind ca variabilă independentă unghiul de rotaţie al arborelui cotit, legat de timp prin relaţia

$$\mathrm{d}\theta = 21\,600\; n\mathrm{d}\tau, \tag{16}$$

din ecuaţiile (10) — (16) se obţine

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\theta} = -\frac{1}{21\,600\,n} \cdot \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_g} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_r}} S(T - T_r) - Ap\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\theta} - \tag{17}$$

$$- \frac{1}{6n}\sqrt{\frac{2g}{A}}\frac{\mu_e f_e}{v_{ge}} i_g \sqrt{i_g - i_{ge}} + \frac{1}{6n}\frac{\mu_a f_a}{v_{aa}} i_a \sqrt{\frac{2g}{A}(i_a - i_{aa}) + w_a^2}\,,$$

$$\frac{dG_g}{d\theta} = \frac{1}{6n} \cdot \sqrt{\frac{2g}{A}} \cdot \frac{\mu_e f_e}{v_{ge}} \cdot \sqrt{i_g - i_{ge}} \,, \tag{18}$$

$$\frac{dG_a}{d\theta} = \frac{1}{6n} \cdot \frac{\mu_a f_a}{v_{aa}} \cdot \sqrt{\frac{2g}{A}(i_a - i_{aa}) + w_a^2} \,. \tag{19}$$

Soluționarea sistemului de ecuații diferențiale (17) — (19) în regim nestaționar este posibilă cunoscînd condițiile la limită în amontele supapei de admisie și în avalul supapei de evacuare precizate de ecuațiile (2)—(5).

2.3. Precizarea condițiilor la limită

2.3.1. CONDIȚIILE LA LIMITĂ ÎN SECȚIUNEA DE IEȘIRE CONTROLATĂ DE SUPAPA DE EVACUARE

Folosind condiția de continuitate

$$\frac{F_e w_e}{v_e} = \frac{\mu_e f_e}{v_{ge}} \sqrt{\frac{2g}{A}(i_g - i_{ge})}$$

și aplicînd relațiile (2), (8) și (9), rezultă

$$\pm p_e = \pm p_0 \pm 2p_{ie} + \frac{1}{k} \frac{\mu_e f_e}{F_e} \cdot \frac{v_e}{v_{ge}} \sqrt{\frac{2g}{A}(i_g - i_{ge})}. \tag{20}$$

În regim de curgere subcritic ($v_e = v_{ge}$), relația (20) devine

$$p_e = p_0 + 2p_{ie} \pm \frac{1}{k} \cdot \frac{\mu_e f_e}{F_e} \sqrt{\frac{2g}{A}(i_g - i_{ge})}. \tag{21}$$

În regim de curgere supracritic, admițînd că gazul suferă o laminare de la presiunea p_{ge} la presiunea p_e, se obține

$$p_e = p_0 + 2p_{ie} \pm \frac{1}{k} \cdot \frac{\mu_e f_e}{F_e} \cdot \frac{p_{ge}}{p_e} \sqrt{\frac{2g}{A}(i_g - i_{ge})}. \tag{22}$$

În relațiile (21) și (22) semnul plus se alege cînd sensul de curgere a gazelor este dinspre cilindru înspre conducta de evacuare, iar semnul minus cînd sensul de curgere este opus.

Integrarea ecuațiilor făcîndu-se grafic, se iau valorile p_{ie} medii pe interval:

$$p_{ie}^{(1,2)} = \frac{p_{ie}^{(1)} + p_{ie}^{(2)}}{2} \tag{23}$$

sau, conform relației (2),

$$p_{ie}^{(2)} = 2(p_e - p_{re}) - p_{ie}^{(1)}.$$

2.3.2. CONDIȚIILE LA LIMITĂ ÎN SECȚIUNEA DE INTRARE CONTROLATĂ DE SUPAPA DE ADMISIE

Condiția de continuitate fiind

$$\frac{F_a w_a}{v_a} = \frac{\mu_a f_a}{v_{aa}} \sqrt{\frac{2g}{A}(i_a - i_{aa}) + w_a^2}$$

și aplicînd relațiile (2), (6) și (7), rezultă

$$p_a = p_0 + 2p_{ia} \pm \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\frac{2g}{A}(i_a - i_{aa})}{\left(\frac{F_a}{\mu_a f_a}\right)^2 \left(\frac{v_{aa}}{v_a}\right)^2 - 1}}, \qquad (24)$$

unde semnul minus se alege cînd curgerea are loc spre cilindru și semnul plus cînd sensul de curgere este opus.

Similar cu (23) se poate scrie

$$p_{ia}^{(1,2)} = \frac{p_{ia}^{(1)} + p_{ia}^{(2)}}{2}.$$

Ultima relație substituită în (2) dă

$$p_{ia}^{(2)} = 2(p_a - p_0 - p_{ra}) - p_{ia}^{(1)}.$$

2.4. Calculul procesului de schimbare a încărcăturii unui cilindru

2.4.1. CAZURI POSIBILE

În desfășurarea procesului de schimbare a încărcăturii unui cilindru pot apărea mai multe cazuri.

Cazul 1. Supapa de admisie este închisă, supapa de evacuare este deschisă; gazele de ardere curg dinspre cilindru înspre conducta de evacuare, presiunea din cilindru fiind mai mare decît cea din conductă; acest caz reprezintă evacuarea normală a cilindrului.

Cazul 2. Sînt deschise ambele supape; presiunea în cilindru este mai mare decît presiunile din conductele de admisie și de evacuare. Curgerea are loc în sens normal prin conducta de evacuare, dar în sens anormal prin conducta de admisie, deci gazele de ardere pătrund în conducta de admisie. În acest caz se produce evacuarea gazelor din cilindru în ambele conducte.

Cazul 3. Sînt deschise ambele supape; presiunea în cilindru este mai mare decît presiunea din conducta de admisie, dar mai mică decît presiunea din conducta de evacuare. Curgerea are loc prin ambele supape. Gazele de ardere pătrund în cilindru din conducta de evacuare și trec din cilindru în conducta de admisie. În acest caz admisia are loc prin supapa de evacuare și evacuarea prin supapa de admisie.

Cazul 4. Este deschisă numai supapa de admisie; presiunea în cilindru este mai mică decît presiunea din conducta de admisie. Încărcătura

proaspătă curge în sens normal în cilindru; acest caz reprezintă admisia normală.

Datorită undelor din conducte chiar în perioadele de admisie sau de evacuare normală, curgerea poate deveni anormală, presiunea în conductele de evacuare sau de admisie putînd atinge în anumite momente valori mai mari sau respectiv mai mici decît cele din cilindru.

De aceea, în raport cu sensul de curgere, adică în raport cu diferența de presiune dintre cilindru și conductă, se aplică condiția la limită exprimată prin una dintre ecuațiile (6), (7), (8) sau (12).

În continuare se efectuează calculul pentru cîteva cazuri caracteristice.

2.4.2. EVACUAREA NORMALĂ

Supapa de admisie fiind închisă, ecuațiile (17) — (19) devin

$$\frac{dU}{d\theta} = -\frac{1}{21\,600\,n} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\alpha_g} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_r}} S(T - T_r) - Ap\frac{dV}{d\theta} - \frac{1}{6n}\sqrt{\frac{2g}{A}}\frac{\mu_e f_e}{v_{ge}} i_g \sqrt{i_g - i_{ge}}, \tag{25}$$

$$\frac{dG_g}{d\theta} = \frac{1}{6n}\sqrt{\frac{2g}{A}} \cdot \frac{\mu_e f_e}{v_{ge}} \sqrt{i_g - i_{ge}}. \tag{26}$$

Sistemul se integrează grafic pentru intervale mici $\Delta\theta = 5 - 10°$. Se folosesc diagramele, U, θ; G_g, θ; u, T; T, s; T, i_g.

Considerînd originea primului interval de integrare momentul deschiderii supapei, se cunosc valorile U_1 și G_{g1}; cu aceste valori se fixează în diagramele U, θ și G, θ din figurile 3 și 4 punctele 1.

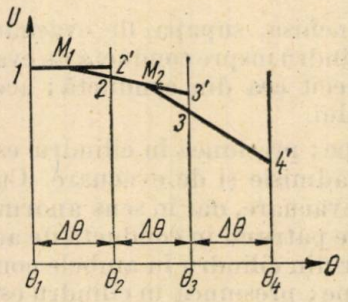


Fig. 3. — Diagrama energie internă-unghi de rotație a manivelei.

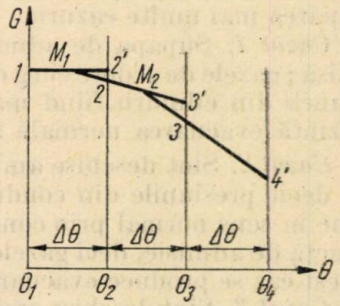


Fig. 4. — Diagrama cantitate de substanță-unghi de rotație a manivelei.

Calculînd pentru acest moment pantele $\left(\frac{dU}{d\theta}\right)_1$ și $\left(\frac{dG_g}{d\theta}\right)_1$, din relațiile (25) și (26), se poate trasa pentru primul interval dreptele $1 - 2'$.

De menționat că pe primul interval $\left(\frac{dG_g}{d\theta}\right)_1 = 0$, deoarece supapa este inițial închisă, deci dreapta $1 - 2'$ în diagrama G, θ este orizontală.

Considerînd valorile $U_{2'}$, și $G_{2'}$, determinate la sfîrșitul intervalului drept medii pe interval, se poate calcula energia internă specifică medie pe primul interval:

$$u_{2'} = \frac{U_{2'}}{G_{2'}}.$$

Cu valoarea $u_{2'}$ pentru coeficientul excesului de aer λ dat se determină temperatura $T_{2'}$ din diagrama u, T pentru 1 kg de gaze rezultate la arderea combustibilului cu diverse excese de aer (fig. 5).

Se calculează apoi presiunea medie în cilindru pe primul interval din ecuația de stare a gazelor perfecte:

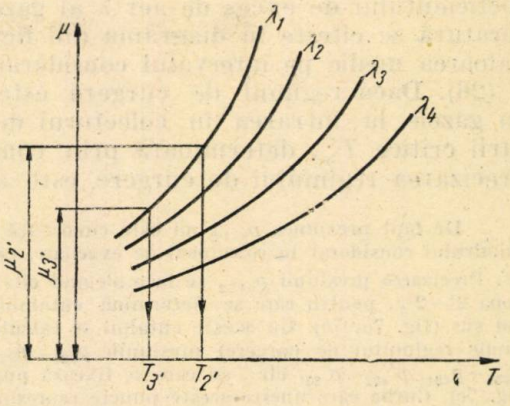


Fig. 5. — Diagrama energie internă — temperatură.

$$p_{m1,2} = \frac{G_{2'} R_g T_{2'}}{V_{m1,2}},$$

unde $V_{m1,2}$ este valoarea medie pe primul interval a volumului cilindrului.

Din diagrama T, i_g pentru 1 kg de gaze arse (fig. 6 *b*) se citește entalpia $i_{g2'}$, corespunzătoare temperaturii $T_{2'}$ și excesului de aer dat.

Destinderea gazelor din cilindru spre conducta de evacuare se urmărește în diagrama T—s cu axe curbe pentru un kilomol de substanță (fig. 6a).

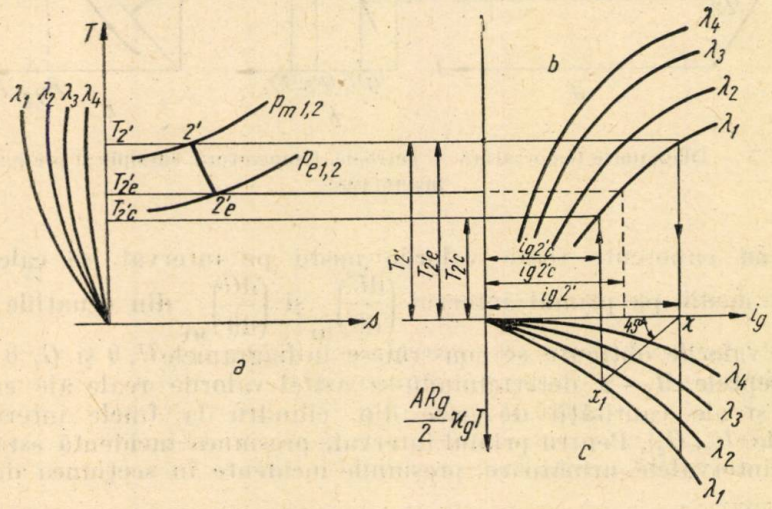


Fig. 6. — Diagramele temperatură — entropie și temperatură — entalpie pentru 1 kg de substanțe.

Se presupune că presiunea $p_{e1,2}$ din colectorul de evacuare pe intervalul considerat ar fi cunoscută. Dacă regimul de curgere este subcritic, temperatura pe care o au gazele la intrarea în colectorul de evacuare corespunde punctului $2'_e$ situat la intersecția dintre izobara $p_{m1,2}$ și curba de entropie constantă $2'-2'_e$, corespunzătoare coeficientului de exces de aer λ al gazelor care curg; la această temperatură se citește în diagrama din figura 6*b* [1]) entalpia $i_{g_{2'}}$, care este valoarea medie pe intervalul considerat a entalpiei i_{g_e} din relațiile (25) și (26). Dacă regimul de curgere este supracritic, entalpia pe care o au gazele la intrarea în colectorul de evacuare corespunde temperaturii critice T'_{2c}, determinată prin construcția grafică din figura 6*c*. Precizarea regimului de curgere este arătată detaliat în lucrarea [1].

De fapt presiunea $p_{e1,2}$ nu este cunoscută deoarece ea depinde atît de descărcarea cilindrului considerat în colectorul de evacuare, cît și de regimul de unde din acest colector. Precizarea presiunii $p_{e1,2}$ se face alegînd cîteva valori p_{e21}, $p_{e22}\ldots$, aflate pe izentropa $2'-2'_z$, pentru care se determină entalpiile ige_{21}, $ige_{22}\ldots$, urmînd calea descrisă mai sus (fig. 7*a*, 7*b*). Cu aceste entalpii se calculează din relația (21) sau (22) (care corespunde regimului de curgere) presiunile p_{e21}, $p_{e22}\ldots$ Se obțin astfel perechile de valori $p'_{e21}-p_{e21}$, $p'_{e22}-p_{e22}$, etc., cu care se fixează punctele 2_1, $2_2\ldots 2_z$ într-o diagramă p'_e, p_e (fig. 7*c*). Curba care unește aceste puncte reprezintă membrul drept (*MD*) al ecuației (21) sau (22) în funcție de presiunea p'_e; intersecția dintre curba *MD* și prima bisectoare *B* determină presiunea căutată $p_{e1,2}$ pentru intervalul respectiv.

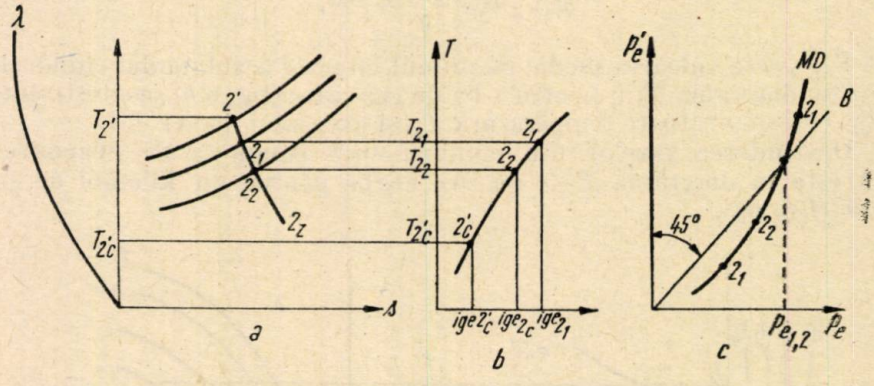


Fig. 7. — Diagramele temperatură — entropie, temperatură entalpie și presiune instantanee.

Fiind cunoscute toate valorile medii pe interval, se calculează funcțiile medii pe primul interval $\left(\frac{dU}{d\theta}\right)_{M1}$ și $\left(\frac{dG}{d\theta}\right)_{M1}$ din ecuațiile (25) și (26). Cu valorile obținute se construiesc în diagramele U, θ și G, θ (fig. 3 și 4) dreptele M_1-2, determinîndu-se astfel valorile reale ale energiei interne și ale cantității de gaze din cilindru la finele intervalului (mărimile U_2, G_2). Pentru primul interval, presiunea incidentă este nulă. Pentru intervalele următoare, presiunile incidente în secțiunea de ieșire

[1]) Cu privire la construcția diagramelor din figura 6 vezi lucrarea [1].

din poarta supapei de evacuare sînt cunoscute din studiul propagării perturbațiilor prin conducta de evacuare. Calculul se desfășoară „pas cu pas" prelungind dreptele $M_{q-1} - q$ pentru intervalul $(q-1)$ pînă la finele intervalului q și considerînd valorile medii pe intervalul q ale mărimilor U și G.

2.4.3. SUPRAPUNEREA FAZELOR DE DISTRIBUȚIE

Considerînd cazul 2, relațiile (17) și (19) devin

$$\frac{dU}{d\theta} = -\frac{1}{21\,600\,n} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\alpha_g} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_r}} S(T - T_r) - Ap\frac{dV}{d\theta} -$$

$$-\frac{1}{6n}\sqrt{\frac{2g}{A}}\, i_g \left(\frac{\mu_e f_e}{v_{ge}} \sqrt{i_g - i_{ge}} + \frac{\mu_a f_a}{v_{ga}} \sqrt{i_g - i_{ga}} \right),$$

$$\frac{dG_g}{d\theta} = \frac{1}{6n}\sqrt{\frac{2g}{A}} \left(\frac{\mu_e f_e}{v_{ge}} \sqrt{i_g - i_{ge}} + \frac{\mu_a f_a}{v_{ga}} \sqrt{i_g - i_{ga}} \right). \qquad (27)$$

Pentru calculul admisiei este necesar să se integreze separat partea din ecuația (27) referitoare la gazele evacuate în colectorul de admisie

$$\frac{dG_{ga}}{d\theta} = \frac{1}{6n}\sqrt{\frac{2g}{A}} \frac{\mu_a f_a}{v_{ga}} \sqrt{i_g - i_{ga}}.$$

Integrarea acestor ecuații se face după metoda arătată anterior. p_e și p_a (lîngă racordurile cilindrului) se determină din figura 7*c*. Relația de calcul pentru p_a se obține din (20).

$$p_a = p_0 + p_{ia} \pm \frac{1}{k} \frac{\mu_a f_a}{F_a} \frac{v_g}{v_{ga}} \sqrt{\frac{2g}{A}(i_g - i_{ga})}.$$

2.4.4. ADMISIE NORMALĂ

În prima fază reintră în cilindru gazele arse care au trecut în colectorul de admisie în perioada suprapunerii fazelor distribuției. Se folosesc aceleași diagrame de calcul ca la 2.4.1; gazele care intră avînd aceeași compoziție cu gazele din cilindru, relațiile (17)—(19) devin

$$\frac{dU}{d\theta} = -\frac{1}{21600\,n} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\alpha_g} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_r}} S(T - T_r) - Ap\frac{dV}{d\theta} +$$

$$+ \frac{1}{6n} \frac{\mu_a f_a}{v'_{ga}} i'_g \sqrt{\frac{2g}{A}(i'_g - i'_{ga}) + w_a^2}.$$

$$\frac{dG}{d\theta} = -\frac{1}{6n} \frac{\mu_a f_a}{v'_{ga}} \sqrt{\frac{2g}{A}(i'_g - i'_{ga}) + w_a^2}.$$

în care i'_{ga} şi v'_{ga} sînt, respectiv, entalpia specifică şi volumul specific al gazelor arse care trec din colectorul de admisie în cilindru în ipoteza că gazele arse nu s-au amestecat cu fluidul proaspăt.

Pentru admisia propriu-zisă, cînd în cilindru pătrunde fluid proaspăt, ecuaţiile devin

$$\frac{dU}{d\theta} = -\frac{1}{21600\ n} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\alpha_g} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_r}} S(T - T_r) - Ap\frac{dV}{d\theta} +$$

$$+ \frac{1}{6n}\frac{\mu_a f_a}{v_{aa}} i_a \sqrt{\frac{2g}{A}(i_a - i_{aa}) + w_a^2}\ ,$$

$$\frac{dG}{d\theta} = \frac{1}{6n} \cdot \frac{\mu_a f_a}{v_{aa}} \cdot \sqrt{\frac{2g}{A}(i_a - i_{aa}) + w_a^2}\ .$$

Calculul se efectuează după metoda descrisă anterior, cu observaţia că diagrama $u-T$ se construieşte pentru 1 kg de amestec de fluid proaspăt cu coeficientul de exces λ şi gaze arse rezultate prin arderea lui, amestecate în diferite proporţii.

Condiţia la limită este precizată de ecuaţia (24).

3. CALCULUL OSCILAŢIILOR DE PRESIUNE DIN CONDUCTELE DE ADMISIE ŞI DE EVACUARE

Cunoscînd excitaţiile produse de cilindrii motorului, se poate determina variaţia presiunii în orice secţiune a conductelor de admisie sau de evacuare, studiind propagarea undelor care pleacă de la fiecare cilindru şi reflexia acestora în discontinuităţile conductelor.

Calculul are drept scop stabilirea undelor care sosesc sau pleacă din racordurile cilindrilor, precum şi stabilirea modificărilor ce trebuie aduse geometriei conductelor pentru obţinerea descărcării cît mai complete a cilindrului de gazele de ardere şi umplerii cît mai bune cu fluid proaspăt.

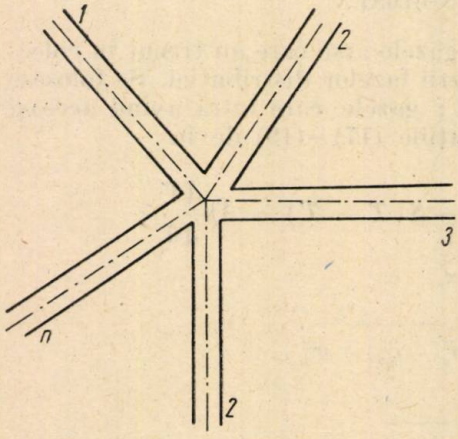


Fig. 8. — Scheme pentru o ramificaţie de conducte.

Pentru stabilirea relaţiilor generale de calcul ale undelor reflectate în diferite tipuri de discontinuităţi se va determina modul de reflexie a undelor în ramificaţii cu sau fără variaţie de presiune.

3.1. Determinarea undelor reflectate în ramificaţii fără variaţie de presiune

Considerînd o ramificaţie de n conducte de secţiuni diferite $F_1, F_2, \ldots, F_n$, se caută determinarea amplitudinii undelor reflectate la momentul considerat (fig. 8).

Presiunea totală la extremitatea din ramificaţie a fiecărei conducte

este aceeaşi, deoarece în ramificaţie nu are loc o diferenţă de presiune; deci, conform relaţiei (2), se poate scrie

$$p = p_q = p_0 + p_{iq} + p_{rq}.$$

Aplicînd relaţiile (3)—(5) şi ţinînd seama de condiţiile de continuitate, se obţine după transformări

$$p_{rq} = \frac{2\sum_{q=1}^{q=n} F_q\, p_{iq}}{\sum_{q=1}^{q=n} F_q} - p_{iq}.$$

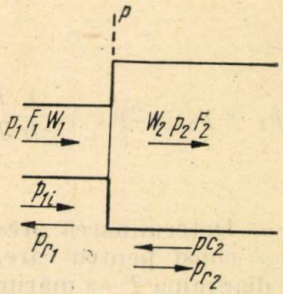


Fig. 9. — Schema pentru precizarea undelor în cazul unei conducte cu creştere de secţiune.

În cazul particular al unei conducte (fig. 9) în care intervine o creştere sau o micşorare de secţiune (echivalentă cu o ramificaţie cu două conducte), rezultă pentru cele două secţiuni

$$p_{r_1} = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} p_{i_1} + \frac{2F_2}{F_1 + F_2} p_{i_2},$$

$$p_{r_2} = \frac{2F_1}{F_1 + F_2} p_{i_1} - \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} p_{i_2}.$$

3.2. Determinarea undelor reflectate pentru discontinuităţi în care se produce o variaţie de presiune

Acest caz se întîlneşte cînd există o laminare pe conductă (fig. 10). Se scriu relaţiile de continuitate

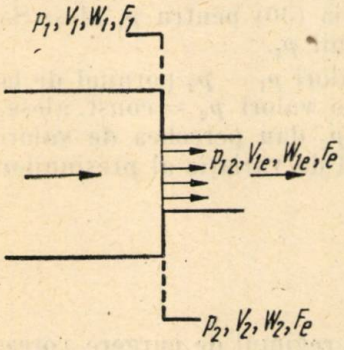


Fig. 10. — Schema pentru precizarea undelor în capul unei conducte cu reducere de secţiune.

$$\frac{w_1 F_1}{v_1} = \frac{w_e F_e}{v_{1e}},$$

$$\frac{w_e F_e}{v_{1e}} = \frac{w_2 F_e}{v_2}.$$

Folosind relaţia vitezei w_e şi relaţiile (2)—(5), se obţine după transformări

$$p_{r_1} = p_{i_1} - \frac{1}{k}\sqrt{\frac{2g}{A}(i_1 - i_{1e})\frac{1}{\left(\frac{F_1}{F_e}\right)^2\left(\frac{v_{1e}}{v_1}\right)^2 - 1}}, \quad (28)$$

$$p_{r_2} = p_{i_2} + \frac{1}{k}\frac{F_e}{F_2}\frac{v_2}{v_{1e}}\sqrt{\frac{2g}{A}(i_1 - i_{1e})\left[1 + \frac{1}{\left(\frac{F_1}{F_e}\right)^2\left(\frac{v_{1e}}{v_1}\right)^2 - 1}\right]}. \quad (29)$$

În baza relației (2) rezultă

$$p_1 = p_0 + 2p_{i_1} - \frac{1}{k}\sqrt{\frac{2g}{A}(i_1 - i_{1e})\frac{1}{\left(\frac{F_1}{F_e}\right)^2\left(\frac{v_{1e}}{v_1}\right)^2 - 1}}, \quad (30)$$

$$p_2 = p_0 + 2p_{i_2} + \frac{1}{k}\frac{F_e}{F_2}\frac{v_2}{v_{1e}}\sqrt{\frac{2g}{A}(i_1 - i_{1e})\left[1 + \frac{1}{\left(\frac{F_1}{F_e}\right)^2\left(\frac{v_{1e}}{v_1}\right)^2 - 1}\right]}. \quad (31)$$

Determinarea presiunilor p_1 și p_2 se face grafic. Se alege o valoare $p_1 = \text{const}$ pentru care, la diferite valori ale presiunii p_2, se determină în diagrama $T-s$ mărimile necesare calculării membrului drept al ecuației (30) (fig. 11*a*). Membrul drept al ecuației (30) astfel calculat este reprezen-

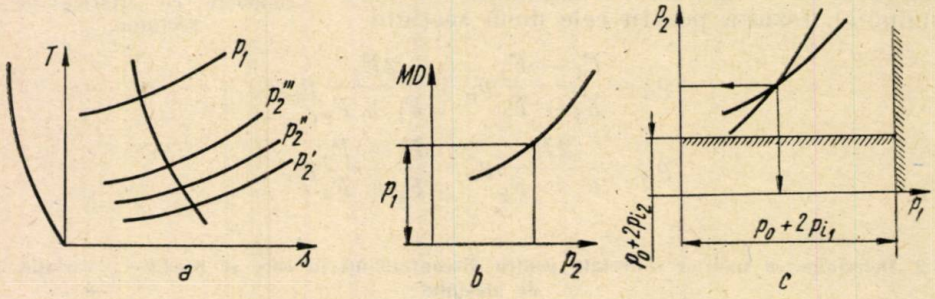


Fig. 11. — Scheme pentru rezolvarea grafică a ecuațiilor (30), (31).

tat, în funcție de p_2, în figura 11*b*. Intersecția curbei MD cu orizontala p_1 determină presiunea p_2, care satisface relația (30) pentru p_1 ales. Se repetă operația pentru alte valori ale presiunii p_1.

Construind similar curba perechilor de valori $p_1 - p_2$ pornind de la membrul drept al ecuației (31) pentru diferite valori $p_2 = \text{const.}$ alese, intersecția celor două curbe în diagrama $p_1 - p_2$ dau perechea de valori $p_1 - p_2$, care verifică ambele ecuații. Domeniul de variație al presiunilor p_1 și p_2 este

$$p_1 < p_0 + 2p_{i1},$$

$$p_2 > p_0 + 2p_{i2}.$$

În cursul acestui calcul se ține seama de regimul de curgere corespunzător valorilor presiunilor p_1 și p_2. Deci $v_2 = v_{1e}$ în regim de curgere subcritic și $v_2 = \frac{p_{1e}}{p_2} = v_{1e}$ în regim supracritic.

Cu valorile p_1 și p_2 determinate și folosind relația (2), se calculează presiunile reflectate p_{r_1} și p_{r_2}.

Pentru cazul particular al evacuării în atmosferă, unda reflectată se determină direct din relația (28), presiunea în aval fiind o dată a pro-

blemei, iar în cazul curgerii din atmosferă în conductă relația (29) devine pentru $F_1 = \infty$

$$p_{r2} = p_{i2} + \frac{1}{k} \cdot \frac{F_e}{F_2} \frac{v_2}{v_{1e}} \sqrt{\frac{2g}{A}} (i_1 - i_{1e}).$$

3.3. Conducta cu creșteri laterale de volum

În cazul unui colector de evacuare comun al unei linii de cilindri se neglijează oscilațiile de presiune din racordurile de evacuare ale cilindrilor în colector, deoarece ele sînt foarte scurte.

Pentru a ține seama de efectul produs asupra undelor care circulă prin colector de către creșterile de volum aferente racordurilor de evacuare, se substituie colectorul real de secțiune F cu o conductă de aceeași lungime și de volum total egal cu suma dintre volumul colectorului și volumele racordurilor de evacuare. Fie F^* secțiunea acestei conducte. Se presupune că curgerea prin această conductă are loc numai prin secțiunea F, situație care s-ar realiza dacă în conductă ar exista pereți intermediari parțiali care ar împiedica scurgerea în regiunea respectivă. În aceste condiții, ecuațiile de curgere devin [3]

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{g}{\gamma} \cdot \frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{g}{\gamma a^{*2}} \cdot \frac{\partial p}{\partial t},$$

unde $a^* = a \sqrt{\frac{F}{F^*}}$.

Comparînd ultimele două ecuații cu ecuațiile (1), reiese că în cazul cercetat lucrurile se petrec ca și cînd curgerea ar avea loc în conducta de secțiune F, dar cu viteza de propagare mai mică a^*.

Relațiile dintre presiune și viteză devin

$$w_i = k^* p_i,$$

$$w_r = -k^* p_r,$$

unde

$$k^* = \frac{g}{\gamma a^*} = k \sqrt{\frac{F}{F^*}}.$$

Se observă deci că se poate ține seama de influența racordurilor de evacuare considerînd în locul conductei de evacuare o conductă cu lungimea și secțiunea majorate în raportul $\sqrt{\frac{F^*}{F}}$. În aceste condiții, viteza de propagare a undelor este tot a.

4. CONCLUZII

Metoda precedentă de calcul a procesului de schimb de gaze din cilindrul unui motor, cu considerarea oscilaţiilor din conductele de distribuţie a gazelor, elimină unele simplificări adaptate curent în literatură, permiţînd determinarea regimului de unde din colector pe o bază nouă cu ajutorul diagramelor termodinamice.

BIBLIOGRAFIE

1. G. BĂRĂNESCU, *Unele probleme ale calculului scurgerii în regim variabil a gazelor de compoziţie variabilă*, St. cerc. energ., *2* (1961).
2. — *Motoare cu ardere internă*. Manualul inginerului termotehnician, vol. II, cap. XIII, Bucureşti, Edit. tehnică, 1961.
3. H. LIST, *Der Ladungswechsel der Verbrennungskraftmaschine*, Band I, Springer — Verlag, 1949.

FOLOSIREA AMESTECURILOR DE MOTORINĂ ȘI PETROL ÎN MOTORUL DIESEL. DETERMINĂRI DE LABORATOR ȘI ÎNCERCĂRI EXPERIMENTALE. CONCLUZII GENERALE

DE

S. FAUR

621.43

Se prezintă rezultatele obținute pentru verificarea prin determinări de laborator și încercări experimentale pe motoare monocilindrice a concluziilor stabilite în două articole anterioare ale autorului [1] [2] privind studiul teoretic al comportării amestecurilor de motorină cu petrol în motorul cu aprindere prin compresiune.

1. Se urmărește verificarea justeței concluziilor trase în [1], [2] prin analize de laborator și încercări experimentale ale unei anumite game de combustibili P.

Se prepară în acest scop, prin amestecarea unei motorine cu procente crescînde de petrol (10, 20, 30, 40 și 50%), cîteva sorturi de asemenea combustibili [1].

Cele două produse se aleg dintre cele folosite curent la rafinăria Teleajen pentru prepararea motorinelor comerciale destinate motoarelor diesel, și anume o motorină cu interval de distilare 200—360 °C și o structură mixtă parafino-naften-aromatică și un petrol (170—300 °C) caracterizat printr-un ciclu și jumătate naftenic de care sînt legate catene parafinice.

[1] S-a recurs la această variantă ea fiind mai ușor realizabilă în laborator. Probele au fost notate convențional: $P_{0\%}$ (motorină de bază), $P_{10\%}$, $P_{20\%}$, $P_{30\%}$, $P_{40\%}$, $P_{50\%}$ (combustibilii conținînd procentele respective de petrol) și $P_{100\%}$ (petrol).

Se determină principalele caracteristici ale celor şapte probe de combustibili P astfel obţinute [2] (tabela 1).

Se examinează modul de variaţie al compoziţiei fracţionate şi chimice a acestora, constatîndu-se o bună corespondenţă cu concluziile trase în [1]. Scăderea temperaturii medii de fierbere a combustibililor pe măsura ridicării cantităţii de petrol este însoţită de o uşoară micşorare a procentelor de carboni aromatici şi parafinici, compensată de o urcare corespunzătoare a conţinutului de carboni naftenici.

2. Se urmăreşte evoluţia acelor proprietăţi ale combustibililor preparaţi care le determină calităţile legate de alimentarea motorului, precum şi de transportul, depozitarea şi manipularea lor, respectiv viscozitatea, punctul de congelare, conţinutul actual de gume, conţinutul procentual de sulf, punctul de inflamabilitate. Cu excepţia punctului de inflamabilitate, care ajunge, pentru procente depăşind 30% petrol, sub cea recomandată de STAS 240—57, se confirmă îmbunătăţirea acestor proprietăţi pe măsura lărgirii intervalului de distilare spre fracţiunea de tip petrol. Se aminteşte însă că majorarea peste 50—60% a conţinutului de petrol ducînd la viscozităţi mult sub 5 cSt poate provoca mărirea scăpărilor de combustibil prin neetanşeităţi şi o micşorare a coeficientului de debit al pompei pînă la valori neacceptabile.

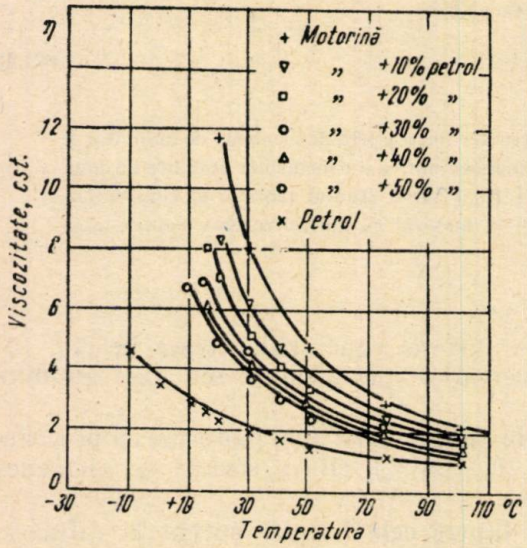


Fig. 1. — Curbele viscozitate-temperatură ale combustibililor P.

Se stabilesc experimental curbele viscozitate-temperatură pentru un interval de variaţie a temperaturilor între —25 şi +100°C (fig.1). Se constată pante cu atît mai line cu cît combustibilul este mai apropiat de petrolul curat. Scăderea conţinutului de nesaturate al combustibilului — ilustrată prin variaţia cifrei de iod —, precum şi a sulfului o dată cu temperatura lor medie de fierbere, conduce la concluzia unei atenuări corespunzătoare a tendinţei de a forma gume.

Se determină calităţile lubrifiante ale probelor preparate cu ajutorul aparatului cu 4 bile, încărcat cu 50 şi 100 kgf.

Se observă că în ambele cazuri curba prezintă un maxim în jurul unui procent de 35% petrol, corespunzătoare unei viscozităţi de circa 6,08 cSt (la 20 °C). Depăşirea acestui procent conduce la scăderea uzurii, ajun-

[2] Marea majoritate a analizelor au fost efectuate la Institutul pentru cercetarea şi prelucrarea ţiţeiului al Ministerului Petrolului, fapt pentru care îi aducem şi pe această cale mulţumirile noastre. Mulţumim de asemenea colectivului de ingineri A. Tăbăcaru şi I. Minea, care au făcut o serie de determinări în laboratorul de chimie al Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România.

Tabela 1

Proprietăți și indici caracteristici ai combustibililor de tip P_2 analizați

Nr. crt.	Combustibilul Caracteristici	Motorină	Amestecuri de motorină cu petrol					Petrol
			10%	20%	30%	40%	50%	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	*Compoziția fracționată*							
1.1.	Distilare							
	— inițial, °C	209	186	184	181	177	173	167
	Pînă la 360°C distilă % în vol.	74	75,5	80	81	84,5	86	—
	— Final, °C	—	—	—	—	—	—	—
1.2.	Temp. medie molară de fierbere °C	337	328	322	314	308	295	256
2.	*Compoziția chimică*							
2.1.	Analiza elementară :							
	— Carbon, %	86,4	86,3	86,2	86,0	85,8	85,8	85,7
	— Hidrogen, %	13,3	13,5	13,5	13,7	13,9	13,8	13,9
2.2.	Compoziție structurală :							
	— C_A, %	9	9	9	8	8	8	7
	— C_N, %	34	34	34	35	35	35,5	37
	— C_P, %	57	57	57	57	57	56,5	56
2.3.	Număr mediu de cicluri :							
	— R_T	1,39	1,43	1,46	1,50	1,54	1,58	1,76
	— R_N	1,12	1,17	1,22	1,27	1,32	1,38	1,63
	— R_A	0,27	0,26	0,24	0,23	0,22	0,20	0,13
2.4.	Indici caracteristici pt. conținutul de hidrocarburi :							
	— Factor de caracterizare	11,87	11,80	11,89	11,96	11,88	11,88	12,09
	— Punct de anilină, °C	83,6	81,8	79,8	77,5	77,0	75,0	67,4
	— Indice de refracție	1,4700	1,4670	1,4650	1,4650	1,4630	1,4580	1,4480
	— Cifra de iod g/100 g	3,9	3,7	3,5	3,3	3,1	2,9	1,8

Tabela 1 (continuare)

Nr. crt.	Combustibilul Caracteristici	Motorină	Amestecuri de motorină cu petrol					Petrol
			10%	20%	30%	40%	50%	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.5.	Componenți nehidrocarburi							
	— Sulf, %	0,12	0,10	0,088	0,086	0,083	0,08	0,04
	— Aciditate organică mg KOH/100 ml	1,33	1,26	1,20	1,15	1,10	1,06	0,79
	— Gume actuale, mg/100 ml	—	—	—	—	—	—	120
	— Asfalt tare, %	lipsă	lipsă	lipsă	lipsă	lipsă	lipsă	lipsă
	— Gudron, %	4	2	1	1	0,5	0,5	—
	— Cocs Conradson, %	0,028	0,025	0,02	0,015	0,01	0,008	—
	— Cenuşe, %	— urme nedozabile —						
3.	*Proprietăți fizice sau fizico-chimice medii*							
	— Densitate	0,8471	0,8427	0,8379	0,8361	0,8301	0,8266	0,8067
	— Greutate moleculară	243	237	218	211	203	195	165
	— Viscozitate la 20°C, cSt	11,74	8,29	7,14	6,08	5,20	4,96	2,38
	— Tensiunea superficială, dyne/cm	31,2	30,8	30,5	30,0	29,7	29,4	28,2
	— Căldura specifică în fază lichidă, kcal/kg/°C	0,456	0,457	0,458	0,459	0,460	0,461	0,468
	— Căldura latentă de vaporizare, kcal/kg	31,8	52,0	55,0	57,5	57,8	58,9	68,3
	— Coeficientul de transmisia căld. cgs	0,000311	0,000313	0,000315	0,000316	0,000318	0,000319	0,000327
4.	*Alte proprietăți*							
	— Punct de inflamare, °C	84 MP	72 MP	65 MP	62 MP	58 MP	56 MP	52 AP
	— Temperatura de congelare, °C	+15	+13	+10	+10	+8	+3	+29
	— Puterea calorifică, kcal/kg							
	— superioară	10883	10901	10915	10918	10946	10957	11022
	— inferioară	10215	10229	10240	10242	10265	10283	10321
	Indicele diesel	63	63,3	64,0	65,0	65,0	65,0	66

gînd pentru petrol la valori inferioare celor obținute cu motorina de bază. Se apreciază că această evoluție se datorește, probabil, atingerii, la conținutul de petrol menționat, celei mai nefavorabile corelații între concentrația de substanțe polare și interfața lichid-solid și viscozitate pentru condițiile în care au avut loc încercările. Se conchide că, exceptînd uzura sistemului de injecție, în legătură cu care rezultatele nu permit o concluzie fermă,

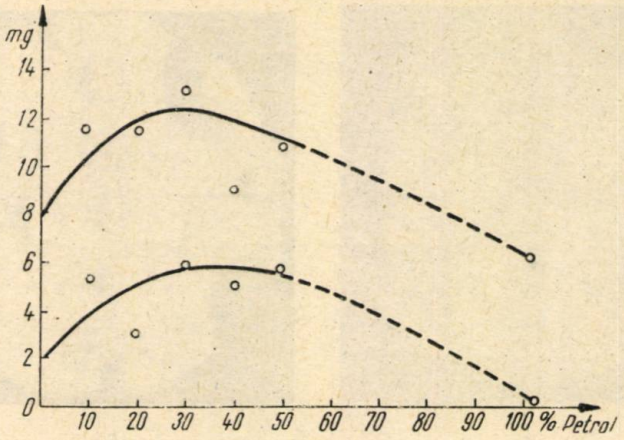


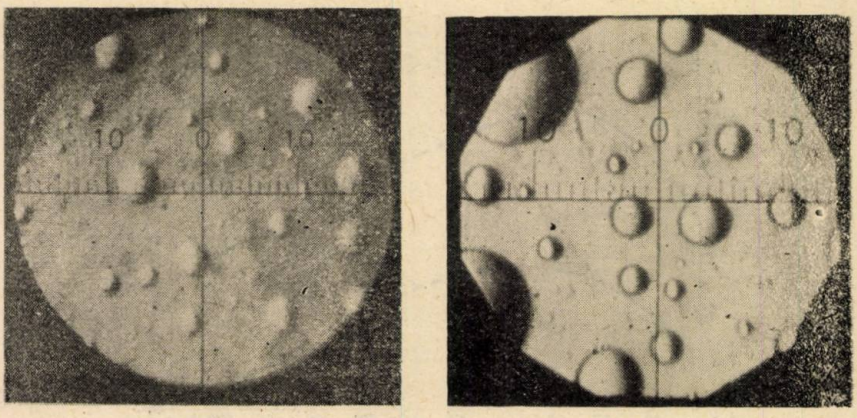
Fig. 2. — Variația uzurii în funcție de conținutul procentual de petrol.

și cu inflamabilitatea, influențată negativ de majorarea conținutului de petrol, această mărire ridică siguranța în alimentarea motorului, avînd în același timp un efect pozitiv asupra operațiilor de transport, depozitare și manipulare. Se apreciază că creșterea conținutului de petrol nu trebuie totuși să depășească, din motivele arătate mai sus, un procent care să conducă la o micșorare a viscozității mult sub 5 cSt (deci 50—60%).

3. Se examinează în continuare evoluția valorilor acelor proprietăți care intervin în procesele de formare a amestecului și de ardere : viscozitate, masă specifică, tensiune superficială, căldură specifică, căldură latentă de vaporizare, coeficientul de conductibilitate termică și indicele diesel (cifra cetanică). Se constată și de data aceasta o bună corespondență a modului de variație a lor în funcție de temperatura medie de fierbere cu cea dedusă în [1], [2]. Avînd în vedere rolul deosebit al microstructurii jetului în aceste procese, se determină experimental diametrul mediu al picăturilor din jeturile corespunzătoare celor 7 sorturi de combustibili *P*. Se folosește în acest scop instalația [3] [3] și metodicele experimentale descrise în [4], [5]. Se utilizează o pompă de tip U.F.S. 12 × 12, cu pulverizator de tip închis cu știft. Încercările au avut loc în domeniul turației de regim a pompei, respectiv $n_p = 600$ rot/min. Presiunea de deschidere a acului a fost reglată la 175 kgf/cm^2.

[3] Mulțumim și pe această cale colegului nostru ing. L. Teodorescu, care ne-a pus la dispoziție instalația împreună cu binevoitorul d-sale concurs.

Figura 3 ilustrează superioritatea fineței jetului de petrol (b) în comparație cu cel al motorinei (a). Din inspectarea caracteristicilor de pulverizare trasate în figura 4 tot numai pentru cele două cazuri extreme, rezultă și o accentuare a omogenității. Această evoluție a microstructurii jetului și cea a proprietăților fizice, care determină constantele de vaporizare, coeficienții de difuzie etc. ai combustibililor P experimentați, precum



a *b*

Fig. 3.— Imagini ale structurii jetului de combustibil pulverizat: a — $P_{0\%}$ (motorină); b — $P_{10\%}$ (petrol).

și variația indicilor diesel (tabela 1), conduc la concluzia că durata perioadei de autoaprindere va fi cu atît mai mică, cu cît temperatura lor medie de fierbere este mai coborîtă.

4. Se trece la verificarea acestei concluzii prin stabilirea pe cale experimentală a duratei de întîrziere la autoaprindere pentru fiecare dintre cele șapte probe preparate. Se folosește un monocilindru cu antecameră, avînd următoarele caracteristici principale: diametrul cilindrului $D = 80$ mm, cursa pistonului $S = 114{,}3$ mm. Regimul de lucru a fost menținut constant în tot cursul încercărilor, fiind caracterizat de următorii parametrii: viteza de rotație $n = 900$ rot/min, raportul de compresiune $\varepsilon = 16{,}6$, avansul la injecție $\beta = 18°$. Sarcina a fost astfel reglată, încît motorul alimentat cu motorină ($P_{0\%}$) să funcționeze sub limita de fum. Diagrama indicată și legea de deplasare a acului injectorului au fost ridicate cu ajutorul unui osciloscop cu două spoturi. Înregistrarea diagramelor s-a făcut prin fotografiere. La fiecare determinare s-au

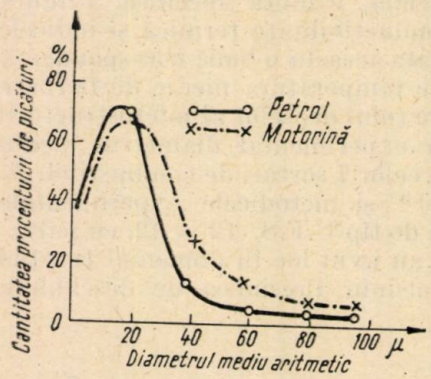


Fig. 4. — Caracteristicile de pulverizare ale unor probe de combustibili P.

realizat cîte şase citiri, rezultatele respective fiind prelucrate statistic. Eroarea admisă a fost de sub $\pm 5\%$.

Variaţia duratei de întîrziere la autoaprindere a combustibililor P poate fi urmărită în figura 5, ea scăzînd pe măsura lărgirii intervalului de distilare spre fracţiunea de tip petrol. Se deduce că o serie de caracteristici funcţionale ale motorului, ca timpul de pornire, viteza de creştere

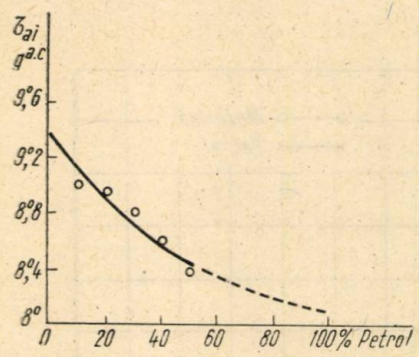


Fig. 5. — Evoluţia duratei de întîrziere la autoaprindere.

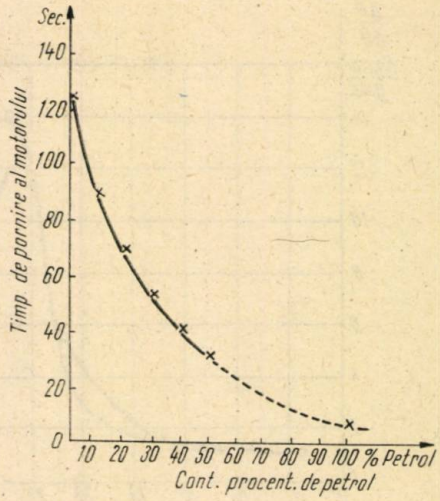
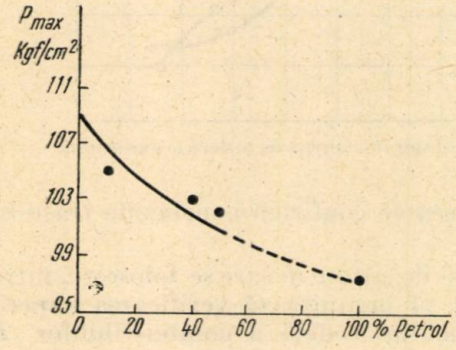


Fig. 6. — Timpul de pornire al motorului alimentat cu amestecuri de motorină cu petrol.



← Fig. 7. — Variaţia presiunii maxime în camera de ardere a motorului în cazul funcţionării cu diferite tipuri de combustibili P.

a presiunii în camera de ardere şi presiunea maximă, vor avea o evoluţie favorabilă cu ridicarea conţinutului procentual de petrol în amestec. Se determină experimental timpul de pornire, folosind acelaşi monocilindru şi un demaror electric alimentat cu un acumulator de foarte mare capacitate. Rezultatele, prezentate în figura 6, arată o accentuată scădere a duratei de pornire cu mărirea conţinutului de petrol.

Pe oscilogramele ridicate în cadrul experimentărilor privind întîrzierea la autoaprindere se măsoară presiunile maxime ale diagramelor indicate şi vitezele de creştere a presiunii în cazul alimentării motorului cu fiecare dintre cele şapte probe de combustibil. Se constată reducerea presiunii maxime (fig. 7) pe măsura creşterii cantităţii de petrol. Figura 8, în care sînt date curbele care descriu variaţia în timp (măsurat în grade

ale arborelui cotit) a vitezei de creştere a presiunii pentru cele două cazuri extreme (motorină şi petrol), ilustrează în general o comportare mai bună şi din acest punct de vedere în cazul funcţionării cu petrol.

5. Se studiază tendinţa combustibililor P de a forma depozite cărbunoase. Se calculează în prealabil cu ajutorul formulei (13), [1] factorii K pentru fiecare dintre cele şapte probe preparate. Se obţin valori variind

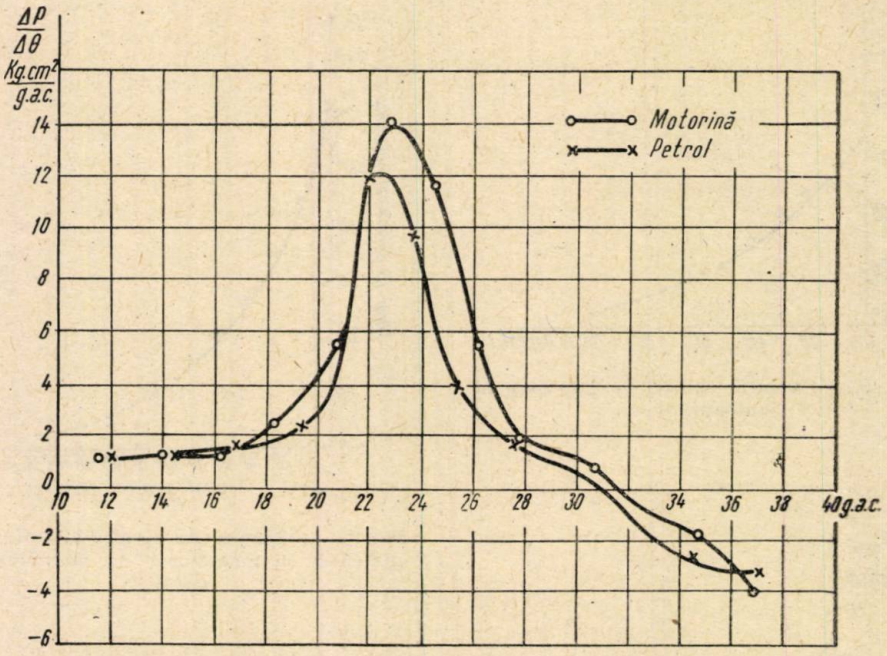


Fig. 8. — Evoluţia vitezei de creştere a presiunii în camera de ardere a motorului.

între 256 (motorină) şi 217 (petrol), ceea ce confirmă concluziile trase în articolul anterior [1].

Pe baza unei metodici elaborate de autor, în care se foloseşte, între altele, şi o instalaţie radiometrică [6], se organizează verificarea experimentală a comportării din acest punct de vedere a combustibililor P examinaţi.

S-a menţinut următorul regim de funcţionare: turaţia $n = 900$ rot/min, raportul de compresiune $\varepsilon = 17$, temperatura uleiului $t_{ulei} = 60\,^{\circ}C$ (controlată), temperatura apei de răcire $t_{apă} = 99\,^{\circ}C$. Debitul de combustibil a fost ales astfel ca la mersul cu motorină motorul să fie puţin sub limita de fum.

Măsurile luate pentru mărirea preciziei determinărilor permit să se aprecieze că eroarea este cauzată în exclusivitate de natura statistică a sursei (erorile de aparatură fiind de ordinul a 3—4%). Pentru stabilirea acestora se întreprinde un studiu special, din care rezultă o eroare totală de sub 12% [7]. Încercările au fost efectuate numai cu 5 dintre cele 7 sorturi preparate, şi anume $P_{0\%}$ (motorină), $P_{20\%}$, $P_{40\%}$, $P_{50\%}$ şi $P_{100\%}$ (petrol).

Rezultatele obţinute prin medierea a trei încercări de o oră sînt cuprinse în figura 9, în care, pentru motive de reprezentare, s-a admis o variaţie a depunerilor proporţională cu timpul.

Se observă că intensitatea depunerilor scade cu mărirea conţinutului procentual de petrol.

Se consideră că ar fi util ca în cercetări viitoare să se studieze efectul utilizării amestecurilor de motorină şi petrol şi asupra compoziţiei chimice ale calaminei formate, căci, aşa cum arată unele dintre determinările preliminare [8], proprietăţile fizico-chimice ale combustibilului au o certă influenţă asupra acesteia. Se trage concluzia că valorile determinate în laborator prin calcule sau prin încercări experimentale şi care ilustrează influenţa măririi conţinutului de petrol asupra proceselor de formare a amestecului şi de ardere confirmă că în cazul considerat (petrol nafteno-parafinic) lărgirea intervalului de distilare are un efect pozitiv, putîndu-se merge pînă la utilizarea de petrol sută la sută.

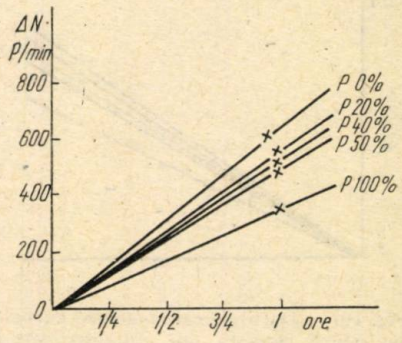


Fig. 9. — Diagrama comparativă a cantităţii de calamină depusă după o oră de funcţionare a motorului (în unităţi convenţionale).

6. Se trece la examinarea aspectelor privitoare la durabilitatea motorului. Se subliniază că variaţia unora dintre proprietăţile combustibililor *P* preparaţi care influenţează direct sau indirect uzura motorului a şi fost analizată mai sus. Astfel, stabilindu-se experimental că viteza de creştere a presiunii şi presiunea în camera de ardere, ca şi tendinţa amestecurilor de motorină şi petrol de a forma depozite cărbunoase, scad pe măsura lărgirii intervalului de distilare spre fracţiunea uşoară, s-a arătat implicit efectul pozitiv asupra durabilităţii motorului. Dacă la aceasta se adaugă micşorarea acidităţii organice, a conţinutului de sulf şi de gudron, a cocsului Conradson (tabela 1), rezultă că uzura motorului alimentat cu combustibilii *P* examinaţi va fi cu atît mai mică, cu cît componentul uşor are o pondere mai mare. Pentru verificarea experimentală a acestei concluzii s-a recurs la o metodică radiometrică de determinare a vitezei de uzură, pusă la punct de autor [9].

Ca şi la studiul depunerilor, experimentările au fost efectuate doar cu sorturile $P_{0\%}$ (motorină), $P_{20\%}$, $P_{40\%}$, $P_{50\%}$ şi $P_{100\%}$ (petrol). Regimul şi condiţiile de lucru ale motorului au rămas de asemenea aceleaşi. În figura 10 se dau dreptele care mediază curbele de uzură ridicate cu înregistratorul EPP pentru cele 5 tipuri de combustibili amintiţi.

Se constată micşorarea vitezei de uzură pe măsura ridicării conţinutului procentual de petrol în amestec ceea ce confirmă concluziile trase mai sus.

7. Se analizează în final variaţia economicităţii motorului în condiţiile utilizării combustibililor *P* preparaţi de noi. Se aminteşte că analiza preţului de cost al unităţii de energie produse în motorul diesel a condus la stabilirea a o serie de cerinţe pe care trebuie să le satisfacă un combustibil pentru a asigura o economicitate cît mai ridicată : putere calorică

cît mai înaltă şi preţ de cost cît mai scăzut, consum specific minim, putere efectivă maximă, minimum de agresivitate şi asigurarea unei funcţionări line a motorului etc. Se remarcă că evoluţia unora dintre proprietăţile acestea în funcţie de lărgirea intervalului de distilare a combustibililor analizaţi a şi fost examinată fie direct (de pildă agresivitatea acestora), fie indirect, prin unii dintre principalii factori care le influenţează (întîrzierea la autoaprindere, formarea depunerilor de calamină etc.). Variaţia altora, ca, de pildă, puterea calorică, rezultă imediat din tabela 1. Se propune determinarea experimentală a componentelor preţului de cost al unităţii de energie neexaminate încă şi care au o mare însemnătate în formarea unei imagini de ansamblu asupra economicităţii utilizării amestecurilor de motorină şi petrol: puterea efectivă şi consumul specific efectiv. Se foloseşte o instalaţie alcătuită dintr-un monocilindru diesel experimental cu antecameră ($D = 175$ mm, $S = 205$ mm), montat la un banc de probă special amenajat pentru stabilirea puterii, a consumului de combustibil, a debitului de aer, a presiunilor şi temperaturilor importante, precum şi cu posibilitatea reglării regimului termic [10]. În afară de caracteristicile amintite s-au mai măsurat temperatura gazelor de ardere şi gradul de fum (cu ajutorul unui fummetru Bosch). S-a urmărit variaţia tuturor acestor parametri cu turaţia şi cu încărcarea motorului pentru fiecare dintre cele şapte probe de combustibili P experimentate. Din inspectarea datelor se constată că utilizarea amestecurilor de petrol conduce la obţinerea unor caracteristici asemănătoare.

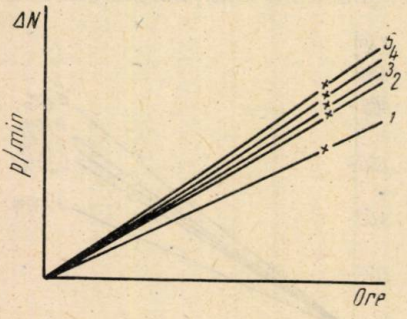


Fig. 10. — Dreptele care mediază curbele de uzură ridicate cu înregistratorul E.PP: 1 — $P_{100\%}$; 2 — $P_{50\%}$; 3 — $P_{40\%}$; 4 — $P_{20\%}$; 5 — $P_{0\%}$.

Se prelucrează în continuare aceste date, trasîndu-se (fig. 11) curbele de variaţie ale puterii efective (a), consumului specific efectiv (b), temperaturii gazelor de evacuare (c) şi gradului de fum (d) pentru o turaţie ($n = 1\,000$ rot/min) la două regimuri de funcţionare în funcţie de conţinutul procentual de petrol al combustibililor examinaţi. Avansul la injecţie a fost menţinut constant, şi anume egal cu cel optim pentru P_0 (deoarece încercările s-au efectuat comparativ cu motorina). Adaosurile de petrol, conducînd la micşorarea perioadei de întîrziere la autoaprindere, au drept urmare — în general pentru motorul cu cameră de preardere şi în particular în condiţiile acestor experimentări — la o micşorare a energiei de expulzare şi deci la scăderea puterii indicate a motorului, prin urmare şi a celei efective a acestuia[4]. La sarcini parţiale, pierderile prin frecări rămînînd aceleaşi, puterea efectivă va avea o mai accentuată tendinţă de scădere decît ce indicată, astfel că puterea efectivă se micşorează în măsură mai mare, ceea ce se observă în figura 11*a*. În ceea ce priveşte consumul specific de combustibil, se poate conchide că la plină

[4] Se consideră că mărirea puterii calorice a amestecului cu conţinutul de petrol este compensată de micşorarea densităţii acestuia, variaţiile fiind de altfel foarte mici (tabela 1).

sarcină acesta are o ușoară tendință de mărire (puterea efectivă indicată micșorîndu-se la sarcină constantă), iar la sarcină parțială creșterea este mai puternică, datorită efectului semnalat al scăderii randamentului mecanic. Acest fapt se remarcă evident în figura 11*b*, unde în limitele de eroare ale măsurătorilor consumul specific la plină sarcină este practic constant [5]. Reducerea întîrzierii la autoaprindere, care are drept efect

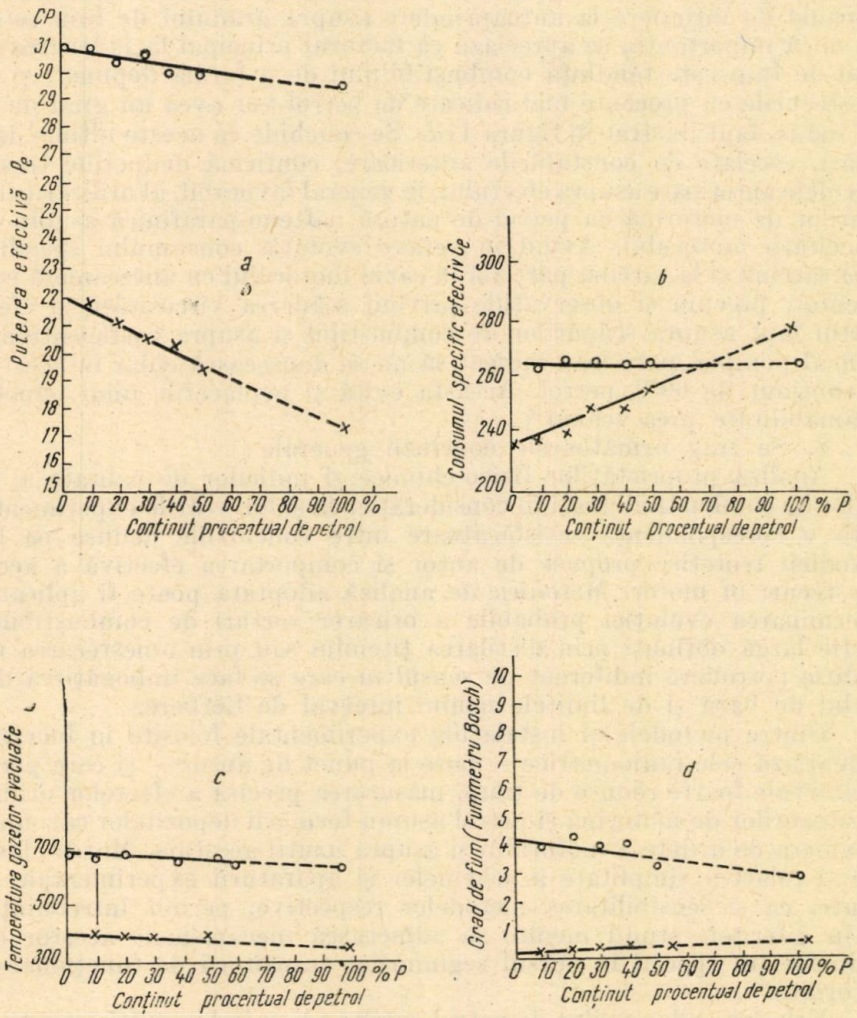


Fig. 11

micșorarea energiei de expulzare a gazelor din antecameră, face ca arderea să dureze în timp, ea petrecîndu-se la volume din ce în ce mai mari ale cilindrului; ca urmare, temperatura în procesul de ardere va scădea și

[5] La motorul cu cameră unitară se constată, dimpotrivă o accentuată coborîre a consumului specific cu reducerea temperaturii medii de fierbere a combustibilului.

deci şi temperatura gazelor evacuate, fapt confirmat de curbele din figura 11*c*. Se observă însă că şi această variaţie este redusă. Asupra gradului de fum acţionează doi factori : în primul rînd tendinţa combustibilului de a forma produşi solizi de natură cărbunoasă, în al doilea rînd procesul de ardere în condiţii nesatisfăcătoare. Cum variaţia întîrzierii la autoaprindere este mică, ceea ce s-a putut arăta atît prin determinări directe, cît şi indirect prin măsurători globale, iar la motoarele cu antecameră influenţa perioadei de întîrziere la autoaprindere asupra gradului de fum este de mai mică importanţă, se apreciază că factorul principal la judecarea gradului de fum este tendinţa combustibilului de a forma depuneri şi deci amestecurile cu procente mai ridicate de petrol vor avea un grad de fum mai redus, fapt ilustrat în figura 11*d*. Se conchide că aceste ultime determinări, corelate cu constatările anterioare, confirmă deducţiile trase în articolele anterioare asupra efectului, în general favorabil, al utilizării amestecurilor de motorină cu petrol de natură nafteno-parafinică asupra economicităţii motorului. Avînd în vedere evoluţia consumului specific la plină sarcină şi la sarcină parţială în cazul motorului cu antecameră experimentat, precum şi observaţiile privind scăderea viscozităţii şi efectul acestui fapt asupra scăpărilor de combustibil şi asupra coeficientului de debit al pompei, pare însă indicat să nu se depăşească chiar în acest caz un conţinut de 60% petrol. Aceasta evită şi neplăcerile unui punct de inflamabilitate prea scăzut [6].

8. Se trag următoarele concluzii generale :

Analiza proprietăţilor fizico-chimice şi indicilor de calitate ai sorturilor de combustibili luaţi în consideraţie, ca şi încercările experimentale, arată o corespondenţă satisfăcătoare între concluziile deduse pe baza metodicii teoretice propuse de autor şi comportarea efectivă a acestor amestecuri în motor. Metodica de analiză adoptată poate fi aplicată la determinarea evoluţiei probabile a oricăror sorturi de combustibili de fracţie largă obţinuţi prin distilarea ţiţeiului sau prin amestecarea unor produse petroliere indiferent de sensul în care se face îmbogăţirea distilatului de bază şi de limitele noului interval de fierbere.

Dintre metodele şi instalaţiile experimentale folosite în lucrare se evidenţiază cele radiometrice — puse la punct de autor — şi care permit, în intervale foarte reduse de timp, măsurarea precisă a efectelor utilizării amestecurilor de motorină şi petrol asupra formării depozitelor cărbunoase în camera de ardere a motorului şi asupra uzurii acestuia. Marea elasticitate şi relativa simplitate a schemelor şi aparaturii experimentale concepute, ca şi sensibilitatea metodelor respective, permit întrebuinţarea lor în diferitele studii menite să adîncească mecanismele acestor două fenomene, în special în cursul regimurilor tranzitorii de funcţionare ale motorului.

Folosirea adaosurilor de petrol conduce la o îmbunătăţire simţitoare a calităţilor legate de alimentarea motorului cu combustibil, precum şi de depozitarea, transportul şi manipularea acestuia. Depăşirea procentului de 50—60 petrol are unele efecte nedorite în funcţionarea actualelor sisteme de injecţie şi de aceea este necesară limitarea sa la această valoare,

[6] Trebuie subliniat însă că valoarea minimă acceptabilă a acestuia depinde foarte mult de condiţiile în care funcţionează motorul, fapt pentru care apreciem că punctul de inflamabilitate nu poate constitui un criteriu hotărîtor decît în cazuri speciale.

ceea ce este recomandabil și din punctul de vedere al inflamabilității.

Avînd în vedere compoziția chimică destul de apropiată a celor două produse folosite pentru prepararea amestecurilor, influența utilizării combustibililor P asupra perioadei de întîrziere la autoaprindere și asupra procesului de ardere s-a resimțit în special datorită proprietăților lor fizice. Cum o bună parte din acestea au evoluat și ele în limite destul de înguste, principalii parametrii energetici ai motorului au variat dar în mică măsură; concluziile experimentale respective se referă însă la motoarele cu cameră divizată studiate; la cele cu injecție directă, atît considerațiile, teoretice prezentate în [1] și [2], cît și rezultatele prezentate în literatura de specialitate permit să se deducă o însemnată creștere a puterii și o sensibilă reducere a consumului specific cu mărirea conținutului de petrol. De asemenea performanțele energetice ale motoarelor cu turație ridicată sau supraalimentate sînt, evident, favorizate în cazul alimentării cu asemenea combustibili.

Din punctul de vedere al durabilității motorului și al condițiilor de exploatare, lărgirea intervalului de distilare spre fracțiunile de tip petrol produce micșorarea tendinței de a forma depozite de calamină, a agresivității (conținut de sulf, de acizi organici etc.), a uzurii etc., ceea ce se traduce în ultimă instanță prin împuținarea reparațiilor și sporirea orelor de funcționare a motorului.

Se menționează că unele dintre aceste concluzii (de pildă cele referitoare la îmbunătățirea calităților de ungere, la reducerea agresivității, la inflamabilitate) sînt valabile indiferent de natura țițeiului din care provin cele două componente ale combustibililor P.

Altele însă, respectiv îndeosebi cele care se referă la întîrzierea la autoaprindere și la procesul de ardere, nu pot fi extinse decît la cazuri similare: motorine în amestec cu petroluri cu un caracter nafteno-parafinic apropiat sau chiar mai pronunțat decît al acesteia. Comportarea altor sorturi de combustibili P, obținuți, de pildă, prin compundarea unor motorine de diferite proveniențe cu petroluri naftenice și îndeosebi nafteno-aromatice, va fi — așa cum s-a dedus teoretic în [1] și [2] — sensibil deosebită, dar această concluzie trebuie și ea verificată prin determinări de laborator și prin încercări experimentale.

Se subliniază însă în final că din punct de vedere practic cazul tratat teoretic și experimental în lucrare reprezintă un interes deosebit atît prin faptul că motorinele și petrolurile de tipul celor folosite pentru prepararea amestecurilor analizate se utilizează curent în rafinării la obținerea combustibililor diesel comerciali, cît și prin posibilitățile de lărgire a întrebuințării în acest scop a petrolurilor nafteno-parafinice sau parafinoase, cu efectele cele mai favorabile asupra calităților necesare bunei funcționări a motorului cu aprindere prin compresiune.

BIBLIOGRAFIE

1. S. Faur, *Folosirea amestecurilor de motorină și petrol în motorul diesel. Stabilirea evoluției probabile a principalelor proprietăți fizico-chimice*, St. cerc. energ. electr., **III**, 2 (1966).
2. — *Folosirea amestecurilor de motorină și petrol în motorul diesel. Comportarea probabilă în motor*, St. cerc. energ. electr., **VI**, 2 (1967).

3. L. Teodorescu, *Instalație pentru studiul legii de injecție*, St. cerc. energ., **X**, *2* (1960).
4. M. Zugrăvel, *Considerațiuni asupra perfecționării metodelor directe de determinare a caracteristicilor de pulverizare*, Buletinul Institutului politehnic Iași, serie nouă, **VII (X)**, *1—2* (1961).
5. L. Teodorescu, *Influența creșterii turației pompei U17-F-S 10×10 asupra procesului de injecție și ardere*, Metalurgia și construcția de mașini, *1* (1965).
6. S. Faur, Al. Popescu, L. Teodorescu, C. A. Vasilescu, *Influența principalilor factori fizico-chimici ai motorinelor asupra tendinței de formare a calaminei*, St. cerc. energ., **XIII B**, *2* (1963).
7. Al. Popescu, S. Faur, L. Teodorescu, *Asupra încrederii ce poate fi acordată rezultatelor măsurării grosimii depunerilor din camerele de ardere ale motoarelor cu ardere internă prin retroîmprăștierea radiației beta*, Tehnica nucleară, **8**, *2* (1965).
8. Al. Tăbăcaru, S. Faur, *Contribuții la determinarea componenților chimici ai calaminei formate în camera de ardere a motoarelor diesel*, Revista de petrol și gaze (1966) (sub tipar).
9. S. Faur, Al. Popescu, I. Carabogdan, E. Damian, *Rezultatele privind studiul comportării motoarelor termice cu piston cu ajutorul izotopilor radioactivi*. Tehnica nucleară, *5* (1962).
10. C. A. Vasilescu, B. Barbescu, *Efectul gradului de supraalimentare asupra presiunii maxime din camera de ardere principală*, St. cerc. energ. electr., **XV B**, *2* (1965).

CRITERII BAZATE PE RANDAMENTELE EXERGETICE LA STABILIREA UNOR PARAMETRI DETERMINANȚI ÎN PROCESELE DE PRODUCERE A FRIGULUI PRIN COMPRIMARE DE VAPORI [1)]

DE

C. STAMATESCU, M. GRIGORIU și T. DUICU

621.57

Pe baza bilanțului exergetic se stabilește relația de calcul a randamentului exergetic al procesului de producere a frigului prin comprimare de vapori într-o treaptă. Se aplică relația stabilită la două cazuri : procesul simplu și procesul ameliorat prin subrăcirea condensului. Rezultă în fiecare caz variația randamentului exergetic cu parametrii determinanți și condițiile proceselor care au loc cu randamente exergetice maxime. Se definește cîte o caracteristică de calitate pentru fiecare caz și se întocmesc nomograme utilizabile pentru alegerea parametrilor optimi pentru aceste procese.

Procesul de producere a frigului poate avea loc în condiții de temperatură constantă a mediului răcit sau de temperatură variabilă a acestuia.

În prima categorie intră cazurile în care mediul răcit se află la temperatura $T_0 < T_a$ (T_a = temperatura ambiantă), temperatură ce trebuie menținută. Din cauza izolației termice imperfecte ia naștere un flux de căldură continuu dinspre exterior înspre mediul răcit. Acest flux, avînd loc de la temperatura ambiantă T_a, este un flux de anergie, întrucît în general [1]

$$\dot{Q} = \dot{E}x_{(Q)} + \dot{A}n_{(Q)}$$

și

$$\dot{E}x_{(Q)} = \left(1 - \frac{T_a}{T}\right)\dot{Q}; \qquad \dot{A}n = \frac{T_a}{T}\dot{Q}, \tag{1}$$

pentru

$$T = T_a,\ \dot{E}x_{(Q)} = 0; \qquad \dot{A}n_{(Q)} = \dot{Q}.$$

[1)] Extras din comunicarea prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice ale Institutului Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" la 27 mai 1966.

St. cerc. energ. electr., tom. 17, nr. 3, p. 547–556, București, 1967

Pentru păstrarea temperaturii T_0 practic constante sînt necesare două intervenţii posibile printr-un proces de producere a frigului :

— evacuarea din spaţiul izolat termic a fluxului de anergie corespunzător fluxului de căldură $\dot{Q}_0$ care a pătruns dinspre exterior prin izolaţia termică imperfectă ;

— realizarea fluxului de exergie necesar în spaţiul izolat termic pentru crearea fluxului de anergie.

Cele două fluxuri sînt de sensuri contrare, întrucît, conform relaţiilor de definiţie a fluxurilor de exergie şi anergie (1), rezultă

$$\dot{Q}_0 = \dot{E}x_{(Q_0)} + \dot{A}n_{(Q_0)} = \left(1 - \frac{T_a}{T_0}\right)\dot{Q}_0 + \frac{T_a}{T_0}\dot{Q}_0. \tag{2}$$

Pentru

$$T_0 < T_a, \quad \dot{E}x_{(Q_0)} < 0 \text{ şi } \dot{A}n_{(Q_0)} > 0,$$

avem

$$\dot{Q}_0 = \dot{A}n_{(Q_0)} - |\dot{E}x_{(Q_0)}|. \tag{3}$$

În a doua categorie intră procesele care pot fi denumite *tranzitorii* : răcirea unui mediu de la o temperatură $T_1 \leqslant T_a$ la temperatura $T_2 < T_1$. Într-un asemenea proces are loc o creştere a exergiei specifice a masei agentului şi o micşorare a anergiei specifice, considerîndu-se procesul teoretic.

Într-adevăr, cu observarea figurii 1, rezultă :

$$\Delta ex = (ex_2 - ex_1) = (i_2 - i_1) - T_a(s_2 - s_1) = T_a(s_1 - s_2) - (i_1 - i_2) > 0,$$

$$\Delta an = T_a(s_2 - s_1) < 0.$$

Deci şi în acest caz sînt necesare cele două intervenţii prin procesul de producere a frigului, sensul celor două mărimi, variaţia exergiei masei şi variaţia anergiei masei fiind diferite.

Studiul producerii frigului în condiţii de temperatură căzătoare la utilizare se conduce, ca şi studiul la temperatură constantă, prin introducerea „temperaturii medii termodinamice", definită de H.D. Baehr [2] astfel (fig. 1) :

$$T_{om} = \frac{i_2 - i_1}{s_2 - s_1}$$

Cu ajutorul acestor elemente cunoscute şi pe baza bilanţului exergetic pe întregul proces se stabilesc relaţia de definiţie şi apoi relaţia de calcul a randamentului exergetic al procesului.

Bilanţul exergetic pe întregul proces se prezintă ca în figura 2 şi se explică astfel :

Prin lucrul mecanic prestat de compresor se introduce fluxul de exergie $\dot{E}x_{(AL_0)}$, care este utilizat în două părţi : fluxul de exergie $\dot{E}x_{(Q_0)}$ necesar în spaţiul izolat termic, acest flux constituind exergia extrasă, şi pierderile de exergie $\dot{E}x_{(p)}$ din maşina frigorifică.

Din spaţiul izolat termic se evacuează fluxul de căldură $\dot{Q}_0$ sub forma (3)

$$\dot{Q}_0 = \dot{A}n_{(Q_0)} - |\dot{E}x_{(Q_0)}|.$$

Din mașină se evacuează prin apa de răcire la condensator, teoretic la temperatura ambiantă, deci sub formă de flux de anergie, fluxul de căldură $\dot{Q}_k$.

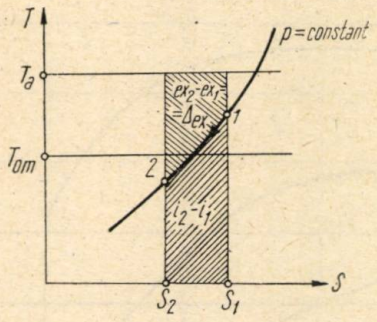


Fig. 1

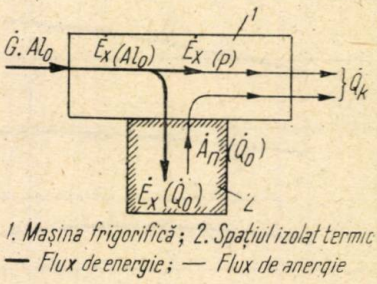


Fig. 2

Rezultă relația de definiție a randamentului exergetic ca raport al exergiei extrase față de exergia introdusă în proces, adică

$$\eta_{ex} = \frac{\dot{E}x_{(Q_0)}}{\dot{E}x_{(Q_0)} + \dot{E}x_{(P)}}, \tag{4}$$

sau

$$\eta_{ex} = \frac{\dot{E}x_{(Q_0)}}{\dot{E}x_{(ALc)}} = \frac{ex_{(q_0)}}{Al_c}. \tag{5}$$

Relația (5) se suprapune relației de definiție a randamentului exergetic, pusă sub forma $\eta_{ex} = \frac{\Delta ex_0}{Al_c}$. Cu utilizarea relațiilor (1), relația de calcul a acestui randament pentru procesul de care ne ocupăm va rezulta la forma simplă

$$\eta_{ex} = \frac{T_a - T_c}{T_0} \frac{q_0}{Al_c}. \tag{6}$$

Pînă în prezent s-a studiat variația acestui randament pentru procesul cu agentul amoniac pentru două cazuri :

1. *Procesul simplu* (o treaptă, fără subrăcirea condensatului). S-a determinat variația randamentului exergetic pentru acest proces, studiindu-se funcția

$$\eta_{ex} = f_1(\theta_c),$$

cu θ_c parametru între temperaturile uzuale de $+25$ și $+35°$ C.

Rezultatele calculelor făcute pentru studiul variației randamentului exergetic în aceste condiții s-au sintetizat prin curbele trasate în figura 3. Suprapus s-au reprezentat și funcțiile

$$\varepsilon = f_1'(\theta_0),$$

adică variația coeficientului de eficiență frigorifică a procesului pentru θ_c, între +25 și +35° C, coeficient utilizat pînă în prezent pentru aprecierea calității procesului.

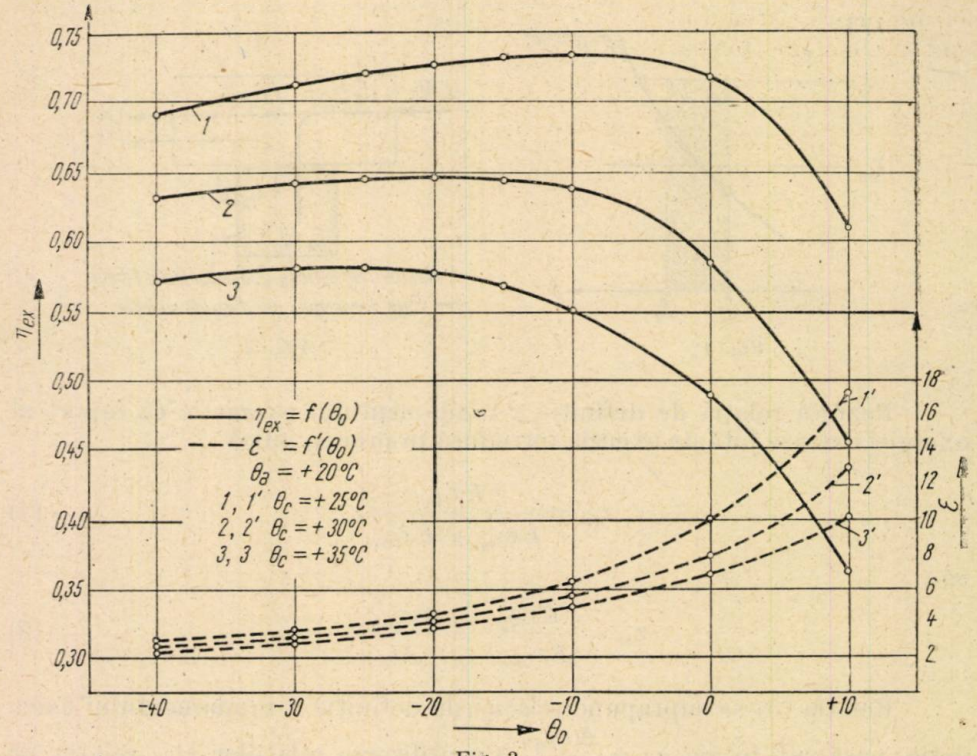


Fig. 3

Din examinarea acestor curbe rezultă :

— randamentul η_{ex} crește cu micșorarea temperaturii de condensare θ_c ;

— la fiecare valoare θ_c, randamentul η_{ex} prezintă cîte un maxim, cuprins între valorile de circa 0,75 și 0,60, corespunzînd temperaturilor θ_0 între —10 și —30° C ;

— eficiența frigorifică ε crește continuu cu creșterea temperaturii θ_0 la fiecare valoare θ_c.

2. *Procesul cu subrăcirea condensatului.* Subrăcirea condensatului se poate obține în unele cazuri particulare cu ajutorul mediului, formînd sursa la temperatură ridicată a procesului, dacă temperatura de condensare θ_c este mai mare decît temperatura θ_a la care se află acel mediu, care poate fi apa de răcire, sau aerul ambiant. Într-un asemenea caz, exergia extrasă din proces este mai mare decît în cazul procesului fără această subrăcire și, întrucît lucrul mecanic consumat nu se schimbă, randamentul exergetic al procesului ameliorat, η'_{ex}, crește, ceea ce rezultă observînd diagrama din figura 4 :

$$\eta'_{ex} = \frac{\Delta' ex_0}{Al_0} > \frac{\Delta ex_0}{Al_0} = \eta_{ex}.$$

Această condiție de subrăcire constituie un caz particular și este, evident, favorabilă.

Cazul general de subrăcire a condensatului este însă cel realizat cu ajutorul unui schimbător de căldură condensat-vapori reci, conform sche-

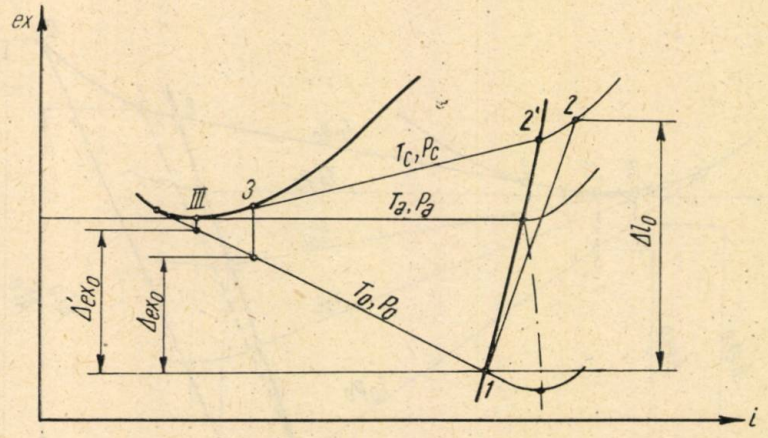


Fig. 4

mei din figura 5 (*sr* fiind schimbătorul de căldură condensat-vapori reci, iar *s* schimbătorul de căldură condensat-apă de răcire) :

Procesul teoretic are loc în acest caz conform cu diagramele din figurile 6 și 7 (contururile cu linii continue). În acest proces, temperatura

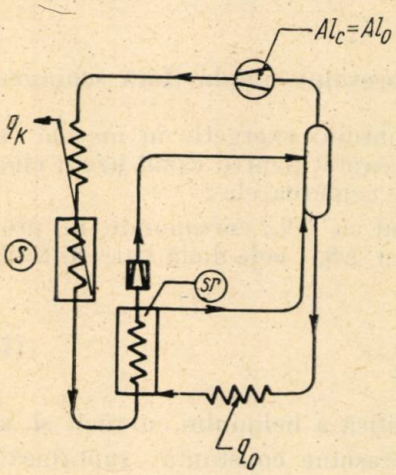


Fig. 5

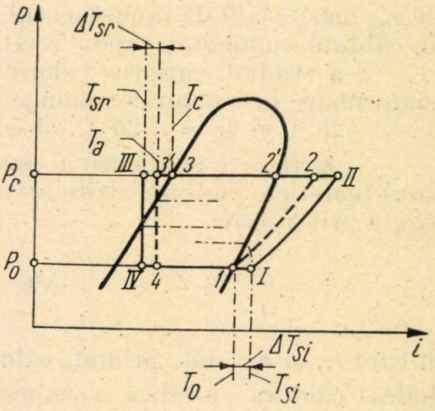


Fig. 6

de condensare θ_c este mai mare decît temperatura ambiantă $\theta_a = \theta_{apă}$. În figurile 6 și 7 s-au suprapus diagramele teoretice ale procesului simplu (conturul cu linii întrerupte) cu diagramele procesului considerat în instalația cu schimbător de căldură *sr* (conturul cu linii continue). Printr-un asemenea proces, valoarea exergiei extrase se mărește, însă se mărește și

valoarea exergiei utilizate. Este important a se cunoaşte în ce condiţii privind agentul folosit şi valoarea gradului de subrăcire a condensatului, prin introducerea schimbului de căldură între condensat şi vaporii reci, procesul poate rezulta ameliorat, adică avînd loc cu randamentul exerge-

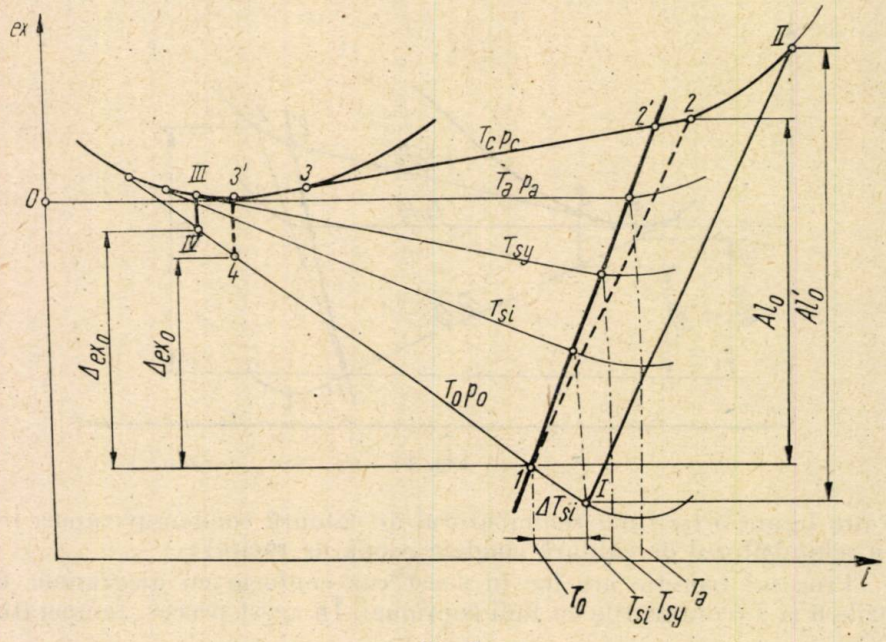


Fig. 7

tic η'_{ex} mărit, faţă de randamentul η_{ex} al procesului simplu (fără schimbul de căldură condensat-vapori reci).

S-a studiat variaţia valorii randamentului exergetic în maşina cu comprimare de vapori de amoniac într-o treaptă, pentru cazul uzual cînd $\theta_c = +25°$ C şi $\theta_a = +20°$ C, observîndu-se următoarele :

— la fiecare subrăcire a condensatului cu $\Delta\theta_{sr}$ corespunde în procesul teoretic o supraîncălzire a vaporilor cu $\Delta\theta_{si}$, cele două variaţii fiind legate prin relaţia

$$\Delta\theta_{si} = \frac{c_{fl}}{c_{p_d}} \Delta\theta_{sr}, \tag{7}$$

în care c_{fl} şi c_{p_d} sînt, primul, căldura specifică a lichidului subrăcit şi, al doilea, căldura specifică a vaporilor la presiune constantă, supraîncălziţi ;

— valorile de calcul ale parametrilor c_{fl} şi c_{p_d} din relaţia de mai sus pentru amoniac sînt stabilite cu ajutorul următoarelor relaţii experimentale [3] :

$$c_{fl} = 0{,}7491 - 0{,}0001360\,\theta + \frac{4.0225}{\sqrt{133 - \theta}} \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf °C}}\right], \tag{8}$$

$$c_{p_d} = 1{,}1255 + 0{,}00238\ T + \frac{76{,}8}{T} + \frac{5{,}45 \times 10^8 p}{T^4} +$$

$$+ p\,\frac{(6 \cdot 5 + 3{,}8\,p) \times 10^{27}}{T^{12}} + \frac{2{,}37 \times 10^{42} \cdot p^6}{T^{20}} \left[\frac{\text{kJoule}}{\text{kg°C}}\right]. \qquad (9)$$

S-a lucrat cu valorile reale limită pentru calculele specifice, iar nu cu valori medii, aproximarea fiind considerată admisibilă.

Exergia extrasă în proces este, în valoare absolută, dată de diferența $(ex_{\text{I}} - ex_{\text{IV}})$, iar exergia introdusă în proces este dată de diferența $(ex_{\text{II}} - ex_{\text{I}})$ (fig. 7).

Rezultatele calculelor făcute pentru studiul variației randamentului exergetic în aceste condiții s-au sintetizat în curbele trasate în figura 8 pentru $\theta_c = +25°$ C uzual și diferite valori ale gradului de subrăcire a

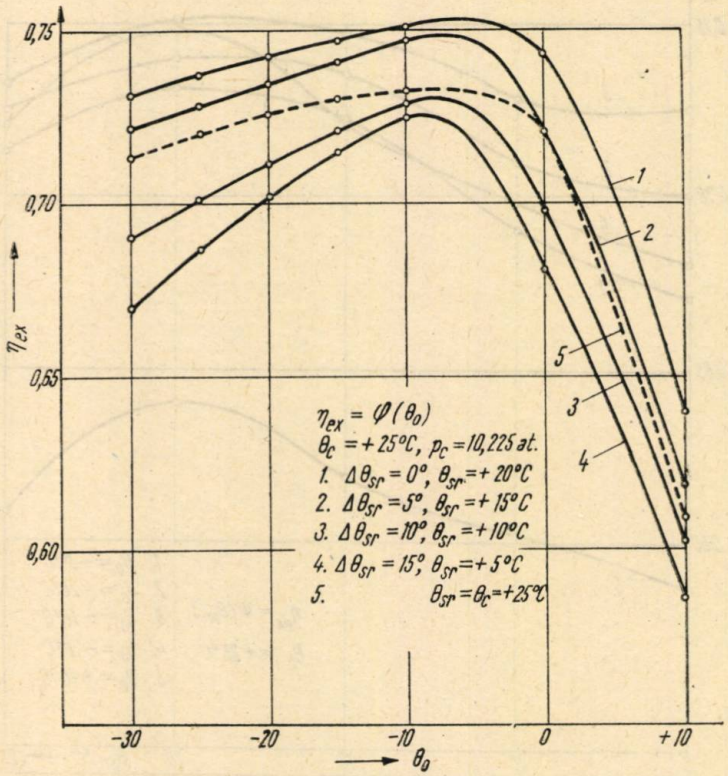


Fig. 8

condensatului $\Delta\theta_{sr}$. Observăm că procesul teoretic din schimbătorul de căldură, la anumite valori θ_c și θ_0, este limitat de condiția

$$T_c - \Delta T_{sr} = T_0 + \Delta T_{si}. \qquad (10)$$

Rezultă, observînd funcțiile exprimate prin curbele trasate în figura 10, pentru procesul teoretic de producere a frigului prin comprimarea

într-o treaptă a vaporilor de amoniac, cu $\theta_c = +25°$ C, cazul cel mai uzual :

— subrăcirea condensatului pînă la temperatura ambiantă, fără schimb de căldură cu vaporii reci, constituie soluţia cea mai bună din punctul de vedere al randamentului exergetic, după cum indică curba *1*;

— subrăcirea condensatului cu supraîncălzirea vaporilor reci reprezintă soluţii mai defavorabile, şi anume cu atît mai defavorabile, cu cît gradul de subrăcire creşte (curbele *2*, *3*, *4*);

— subrăcirea condensatului pînă în jurul temperaturii $\theta_{sr} = +15°$ C (deci $\Delta\theta_{sr} = 5°$) constituie o soluţie de luat în considerare în cazul că condensatul de amoniac părăseşte condensatorul la temperatura de condensare, iar nu la temperatura ambiantă (curba *2* faţă de curba *5*). Curbele din figura 9 sintetizează aceste condiţii. Se observă valorile maxime ale

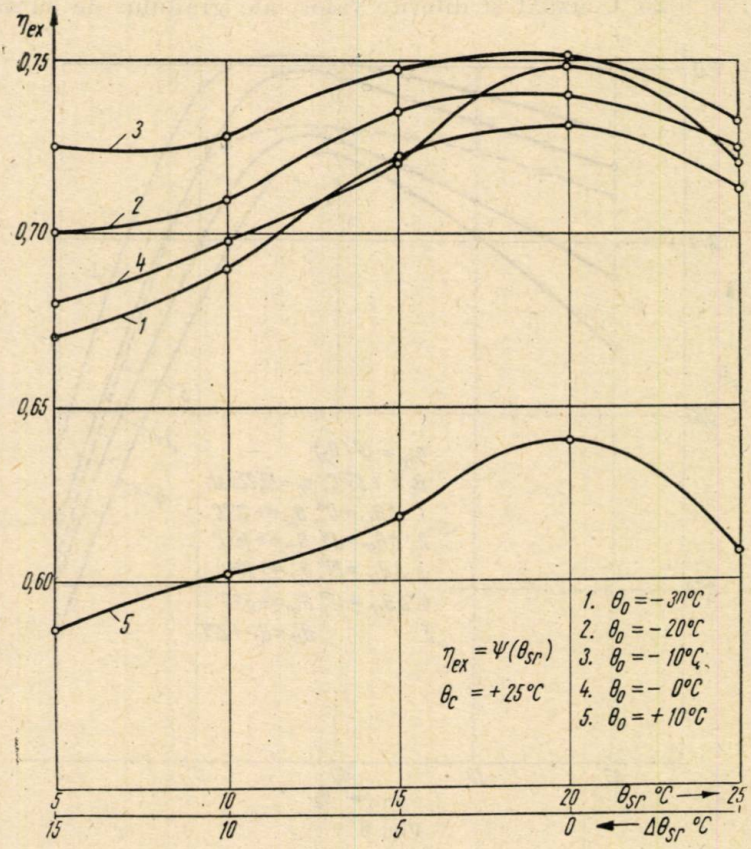


Fig. 9

randamentelor exergetice ca funcţii $\eta_{ex_0} = \Psi(\theta_{sr})$ pentru $\theta_c = +25°$ C (şi θ_0 parametru între $+10°$ C şi $-30°$ C) şi pentru $\theta_{sr} = \theta_a = 20°$ C ($\Delta\theta_{sr} = 0$);

— se deduce, observîndu-se alurele curbelor *2* şi *3* din figura 9, în special, că la valori $\Delta\theta_{sr}$ mai mari decît 15° C randamentele exergetice

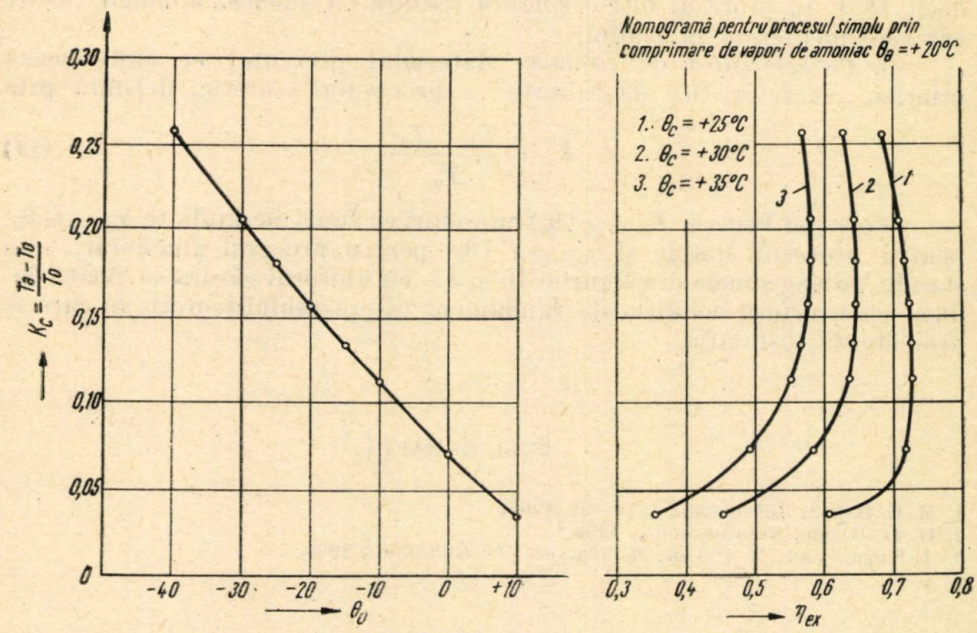

Nomogramă pentru procesul simplu prin comprimare de vapori de amoniac $\theta_a = +20°C$
1. $\theta_c = +25°C$
2. $\theta_c = +30°C$
3. $\theta_c = +35°C$
$K_c = \frac{T_a - T_0}{T_0}$
0,30
0,25
0,20
0,15
0,10
0,05
0
-40
-30
-20
-10
0
+10
θ_0
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
η_{ex}

Fig. 10

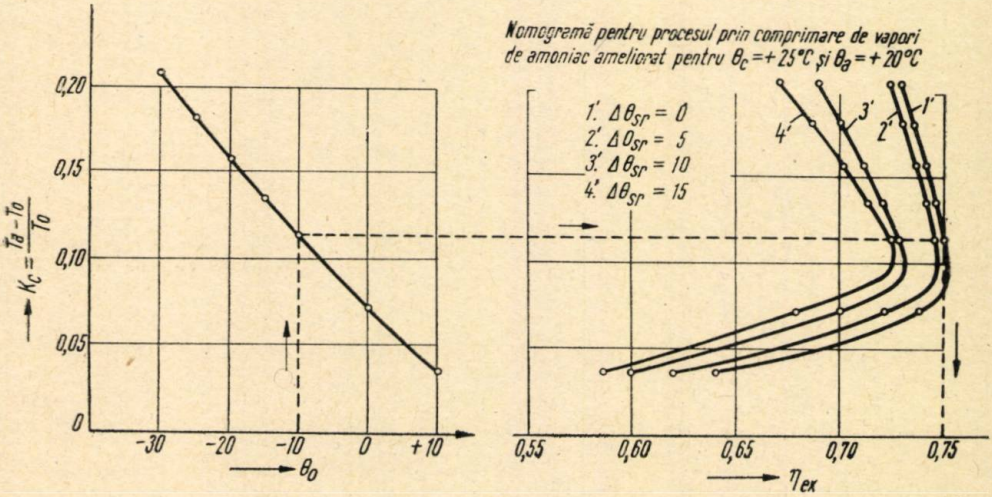

Nomogramă pentru procesul prin comprimare de vapori de amoniac ameliorat pentru $\theta_c = +25°C$ și $\theta_a = +20°C$
1'. $\Delta\theta_{sr} = 0$
2'. $\Delta\theta_{sr} = 5$
3'. $\Delta\theta_{sr} = 10$
4'. $\Delta\theta_{sr} = 15$
$K_c = \frac{T_a - T_0}{T_0}$
0,20
0,15
0,10
0,05
0
-30
-20
-10
0
+10
θ_0
0,55
0,60
0,65
0,70
0,75
η_{ex}

Fig. 11

cresc. Cu ajutorul relaţiei (10) se observă însă apropierea limitei $\Delta\theta_{sr}$, deci probabil imposibilitatea de utilizare a gradelor de subrăcire mai mari decît 15° C în procesul într-o singură treaptă cu agentul amoniac (acest caz este în prezent în studiu).

3. *Caracteristica de calitate.* Materialul prezentat se sintetizează printr-o „caracteristică de calitate" a procesului teoretic, definită prin

$$K_c = \frac{T_a - T_0}{T_0}. \tag{11}$$

Folosind funcţia $K_c = \psi_c(\theta_0)$ împreună cu funcţiile studiate $\eta_{ex} = f(\theta_0)$ pentru procesul simplu şi $\eta_{ex} = f'(\theta_0)$ pentru procesul ameliorat, s-au stabilit nomogramele din figurile 10 şi 11, cu ajutorul cărora se poate deduce cu uşurinţă condiţia de randament al procesului teoretic în care se proiectează instalaţia.

BIBLIOGRAFIE

1. M. G. Baehr, *Kältetechnik*, *1*, 14–22 (1965).
2. H. D. Baehr, *Termodynamik*, 1962.
3. J. Kuprianoff, R. Plank, H. Steinle, *Die Kältemittel*, 1965.

CORELAȚIA DINTRE VITEZA DE ARDERE A PARTICULEI DE COMBUSTIBIL SOLID ȘI CONCENTRAȚIA DE OXIGEN A MEDIULUI

DE

I. CARABOGDAN

662.61

Se prezintă dependența celor trei componente ale timpului de ardere a particulei de combustibil solid (τ_p, τ_v, τ_r) de concentrația de oxigen a mediului. Pe baza rezultatelor obținute au fost stabilite relații generale de calcul ale componentelor timpului de ardere funcție de natura combustibilului și caracteristicile principale ale mediului în ipoteza că viteza relativă mediu-particulă este nulă.

1. Cercetările anterioare au pus în evidență natura dependenței vitezei de ardere a particulei de caracteristicile combustibilului [1], [2] și de temperatura mediului ambiant [3]. În acest articol ne-am propus să prezentăm rezultatele cercetărilor întreprinse asupra corelației dintre viteza de ardere a particulei și concentrația de oxigen a mediului. Variația în limite destul de largi (0–4 at) a celui de-al treilea parametru al mediului – presiunea totală — nu influențează practic viteza procesului de ardere a particulei de cărbune, deoarece efectele presiunii asupra densității gazului și asupra coeficientului de difuzie, fiind contrare și de același ordin de mărime, se anulează [4], [5]. În cercetările întreprinse, compoziția mediului a fost aleasă astfel încît să se acopere aproape întreaga gamă de variație a componentelor gazoase în condițiile de funcționare normală a focarelor instalațiilor industriale. Astfel concentrația de oxigen a fost variată între 11 și 21%, iar cea de bioxid de carbon, în mod corespunzător, între 10 și 0%. Concentrația azotului a fost menținută constantă la valoarea de 79%.

2. Instalația de laborator (completată cu baloanele necesare de gaze) și metodica experimentală au fost prezentate pe larg în lucrările anterioare [1], [2]. Caracteristicile principale ale combustibililor folosiți sînt date în tabela 1.

St. cerc. energ. electr., tom. 17, nr. 3, p. 557–566, București, 1967

Tabela 1

Caracteristicile combustibililor experimentaţi.

Denumirea combustibilului	Simbol	W^a %	A^u %	MV^{mc} %	Q_i^a kcal/kg	σ g/cm³	K_0 mg/cm³	m —	Φ —
Vulcan	*H*	3,31	8,65	43,50	6 730	1,57	1 540	3,26	1,13
Şorecani	*BM*	7,60	14,20	48,30	2 980	1,48	1 085	3,10	1,12
Rovinari	*BL*	8,52	19,38	58,93	3 650	1,41	686	2,96	1,02
Căpeni	*BA*	13,90	16,20	57,30	3 510	1,39	750	3,00	1,08

Cercetările experimentale au fost efectuate la trei nivele de temperatură a mediului, cuprinse între 800 şi 1 200° C.

3. Valorile medii, pe fracţii granulometrice ale timpului de pregătire funcţie de natura combustibilului, de temperatura şi de concentraţia de oxigen a mediului sînt date în tabela nr. 2.

Tabela

Nr. crt.	Denumirea combustibilului	%	%	Concentraţia % în O a mediul.	800°C							
					3—2,5 mm	2,5—2,0 mm	2,0—1,5 mm	1,5—1,2 mm	1,2—1,0 mm	1,0—0,75 mm	0,75—0,60 mm	0,60—0,50 mm
1	Vulcan	8,36	43,50	11,2	4,0	2,9	2,8	2,8	2,4	1,8	1,7	—
				16,2	3,8	2,6	2,8	2,3	2,1	2,3	1,6	—
				21,0	3,1	2,3	2,1	2,3	1,5	1,8	2,0	2,3
2	Şorecani	13,12	48,30	11,2	4,7	4,0	3,4	2,9	2,3	2,4	1,8	1,4
				16,2	4,5	3,4	2,8	2,7	2,6	2,3	1,6	1,5
				21,0	3,8	3,3	2,7	2,5	2,4	2,1	2,1	2,1
3	Rovinari	17,73	58,95	11,2	4,6	4,6	3,9	3,5	2,9	2,1	1,8	1,5
				16,2	3,9	4,1	3,7	3,0	2,7	2,0	1,7	1,0
				21,0	3,8	3,6	3,5	2,7	2,6	2,0	1,7	2,2
4	Căpeni	13,10	57,30	11,2	5,9	4,5	4,0	3,4	3,1	2,6	2,3	1,1
				16,2	5,3	4,5	3,4	3,0	2,7	2,6	—	—
				21,0	3,1	2,8	2,4	2,7	2,9	2,6	2,2	2,2

Din datele prezentate rezultă că timpul de pregătire a particulelor de combustibil solid, la un nivel de temperatură constant şi pentru aceeaşi funcţie granulometrică, creşte cu micşorarea concentraţiei de oxigen a mediului. Toate concluziile trase în urma cercetărilor anterioare [2], [3] referitoare la influenţa naturii combustibilului şi a temperaturii mediului îşi păstrează valabilitatea pentru întreaga gamă de variaţie a concentraţiei de oxigen a mediului. Înregistrările pe peliculă cinematografică a întregului proces de modificare a geometriei particulei în perioada de pregătire au evidenţiat faptul că valoarea factorului de umflare (Φ) nu

depinde de temperatura și de concentrația de oxigen a mediului ambiant particulei, el fiind funcție numai de natura combustibilului.

Pentru toți combustibilii studiați, ponderea timpului de pregătire $\left(\frac{\tau_p}{\tau_{tot}} - 100\right)$ în cadrul întregii perioade de ardere a particulelor scade continuu cu micșorarea concentrației de oxigen a mediului deși valorile absolute ale timpului de pregătire sînt invers proporționale cu variația concentrației. Aceasta se datorește creșterii substanțiale înregistrate de timpul de ardere a reziduului carbonos o dată cu micșorarea concentrației de oxigen a mediului.

Din prelucrarea datelor tuturor seriilor de experiențe a rezultat o relație generală, de forma

$$\tau_p = k_p \cdot d_c^{r_1} \cdot T^n \cdot O_2^z, \qquad [s] \tag{1}$$

2

1000°C								1200°C							
3—2,5 mm	2,5—2,0 mm	2,0—1,5 mm	1,5—1,2 mm	1,2—1,0 mm	1,0—0,75 mm	0,75—0,60 mm	0,60—0,50 mm	3,0—2,5 mm	2,5—2,0 mm	2,0—1,5 mm	1,5—1,2 mm	1,2—1,0 mm	1,0—0,75 mm	0,75—0,60 mm	0,60—0,50 mm
1,7	1,6	0,9	1,0	0,8	1,2	—	—	1,0	0,8	0,7	0,6	0,4	0,4	—	—
1,0	1,4	0,8	0,9	0,7	0,8	—	—	1,0	0,8	0,7	—	—	—	—	—
0,9	0,9	0,9	0,9	0,6	0,6	0,6	0,5	0,7	0,6	0,5	0,6	0,6	0,4	—	—
2,2	1,8	1,7	1,2	1,1	1,1	—	—	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,5	—	—
—	1,5	1,1	1,0	0,7	0,7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1,3	1,0	0,8	0,9	0,8	0,7	0,7	0,7	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	—	—
2,8	2,2	1,7	1,3	1,1	1,1	—	—	0,9	0,8	0,8	0,7	0,8	0,8	—	—
1,8	1,6	1,1	1,0	1,2	1,0	—	—	0,9	0,8	0,9	0,8	0,9	0,8	—	—
1,3	1,4	1,1	0,9	1,1	1,2	1,3	1,3	0,9	0,7	0,7	0,8	0,7	0,6	—	—
2,2	2,0	1,7	1,5	1,2	1,1	—	—	1,0	0,9	0,7	0,7	0,6	0,6	—	—
1,8	1,7	1,6	1,4	1,2	0,8	—	—	0,9	0,9	0,8	0,6	0,6	0,6	—	—
1,6	1,2	1,0	1,0	1,0	1,0	0,3	1,0	1,1	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	—	—

care determină dependența timpului de ardere a particulei de natura combustibilului, de diametrul mediu corectat și de temperatura și concentrația de oxigen a mediului ambiant.

Exponenții r_1 și n au valori constante (0,62 și, respectiv, $-4,05$) în întreaga gamă de variație a tuturor parametrilor menționați anterior. Caracterul dependenței timpului de pregătire de dimensiunea particulei (aproape liniară) și de temperatura mediului ($T^{-4,05}$) evidențiază rolul determinant al schimbului de căldură prin radiație în procesul de pregătire a particulei. Concluzia trasă pare neașteptată dacă se are în vedere faptul

că în condiţiile date coeficientul de schimb de căldură prin convecţie de la gaz la particulă nu trebuie să fie mai mare decît cel prin radiaţie.

Calculele arată că, în cazul schimbului de căldură prin convecţie, timpul de pregătire al particulei ar fi trebuit să fie proporţional cu pătratul diametrului corectat (d_c^2) şi cu inversul temperaturii absolute a mediului (T^{-1}).

Frînarea schimbului de căldură prin convecţie în acest stadiu de pregătire se datoreşte în principal fenomenului de formare la suprafaţa particulei a unui înveliş de vapori de apă şi de produse de descompunere primară care se opune fluxului convectiv.

Exponentul z are valoarea de $-0{,}66$ pentru combustibilii superiori (huile şi cărbunele de Şorecani) şi de $-0{,}34$ pentru cărbunii inferiori (ligniţi). Acest rezultat evidenţiază, pe de o parte, slaba influenţă a concentraţiei de oxigen a mediului asupra timpului de pregătire a particulei, iar pe de altă parte dependenţa acestei influenţe de natura combustibilului, dependenţă mult discutată, dar neconfirmată încă experimental în literatura de specialitate [6]. [7]. Prin înlocuirea valorilor determinate a exponenţilor r_1, n şi z, relaţia [1] ia forma

$$\tau_p = K_p \frac{d_c^{0,62}}{T^{1,05}\, O_2^{0,66}} \quad \text{pentru cărbuni superiori} \tag{2}$$

sau

$$\tau_p = K_p \frac{d_c^{0,62}}{T^{1,05} \cdot O_2^{0,34}} \quad \text{pentru cărbuni inferiori.} \tag{2'}$$

Coeficientul K_p este funcţie numai de combustibilul studiat. Valorile medii ale lui K_p sînt prezentate în tabela 3.

Tabela 3

Dependenţa lui K_p de natura combustibililor.

Denumirea combustibilului	MV^{mc} %	K_p $s\cdot°K^4/mm$
Vulcan	43,50	$19{,}10^{12}$
Şorecani	48,30	$18{,}7\cdot10^{12}$
Rovinari	58,93	$10{,}10\cdot10^{12}$
Căpeni	57,30	$11{,}8\cdot10^{12}$

Se constată pentru combustibilii studiaţi o dependenţă univocă a valorii medii a coeficientului K_p de conţinutul materiilor volatile raportate la masa combustibilă.

4. Emisia şi arderea substanţelor volatile au avut un caracter continuu şi o repartiţie uniformă în jurul particulelor. Cu micşorarea concentraţiei de oxigen a mediului, flacăra substanţelor volatile devine din ce în ce mai netransparentă şi se degajă mai mult fum. Dacă la arderea substanţelor volatile în aer, raportul dintre diametrul sferei flăcării şi dimensiunea particulei are valori cuprinse între 2,5 şi 3,2, în cazul micşorării concentraţiei oxigenului în gaze suprafaţa frontului de flacără creşte sensibil, raportul amintit atingînd valori de 4,5—5.

Cu ajutorul unui dispozitiv electronic a fost determinată temperatura aparentă (luminoasă) a flăcării. Aprinderea particulei este marcată de o ridicare bruscă a temperaturii pînă la un maximum care se menține aproximativ constant în întreaga perioadă de ardere a substanțelor volatile, după care scade rapid pînă la nivelul temperaturii mediului. La arderea în aer liber, temperatura flacării volatilelor a variat între 2 000 și 2 500° K. S-a constatat că temperatura flacării volatilelor este direct proporțională cu concentrația de oxigen a mediului. Lipsa caracteristicilor spectrale ale flăcării volatilelor diferiților combustibili nu permite încă să se tragă concluzii asupra raportului dintre temperatura aparentă (luminoasă) și cea reală.

Valorile experimentale ale coeficienților K_v și K_3 și ale exponenților m_1 și m_3 din relațiile $\tau_v = K_v\, d_c^{m_1}$ și $F_v = K_3 \cdot d_c^{m_3}$ sînt date în tabela 4.

Pe baza rezultatelor obținute se pot trage următoarele concluzii:

— expresia dependenței timpului de ardere a substanțelor volatile de diametrul mediu corectat nu depinde de concentrația de oxigen a mediului. Exponentul m_1 diferă foarte puțin de valoarea 2, determinată pe cale analitică [1];

— pentru același combustibil, coeficientul K_v nu este funcție de concentrația de oxigen a mediului;

— valoarea exponentului m_3 (foarte apropiată de cea teoretică 1) nu depinde de temperatura și de concentrația de oxigen a mediului și nici de natura combustibilului;

— coeficientul K_3 este o mărime caracteristică fiecărui combustibil, independentă de temperatura și de concentrația de oxigen a mediului;

— toate concluziile din [2] și [3] referitoare la influența naturii combustibilului și a temperaturii mediului asupra timpului de ardere a substanțelor volatile își păstrează valabilitatea în întreaga gamă de variație a concentrației de oxigen a mediului.

Independența vitezei de ardere a substanțelor volatile de temperatura mediului permite să se considere că viteza de degajare a volatilelor din particule este limitată de rezistența interioară.

5. La demonstrația tuturor formulelor timpului de ardere a reziduului carbonos s-a considerat că concentrația fracțională a oxigenului rămîne constantă în atmosfera înconjurătoare particulei. În sistemul practic în care arderea are loc într-un exces de aer determinat, concentrația oxigenului se micșorează. Corelația dintre concentrația reală a oxigenului și coeficientul excesului de aer η va fi stabilită de [9]

$$f_\varrho = \frac{r_0^3(\eta - 1) + r^3}{\eta \cdot r_0^3} \cdot f_0. \tag{3}$$

Prin egalarea vitezei de consum a oxigenului cu viteza de consum a carbonului și prin înlocuirea expresiei lui f_ϱ din relația (3) se obține

$$\mathrm{d}t = \frac{8}{3} \cdot \frac{\sigma}{\varrho . D \dfrac{r_0^3(\eta - 1) + r^3}{\eta . r_0^3} f_0}\, r . \mathrm{d}r. \tag{4}$$

Tabela nr. 4

Nr. crt.	Denumirea combustibilului	O_2 %	800°C				1000°C				1200°C			
			K_v s/cm²	m_1 —	K_3 mg/s.cm	m_3 —	K_v s/cm²	m_1 —	K_3 mg/s.cm	m_3 —	K_v s/cm²	m_1 —	K_3 mg/s.cm	m_3 —
1	Vulcan	11,2	100	2,08	5,89	1,18	102	2,00	5,76	1,26	98	1,96	6,00	1,36
		16,2	104	2,02	5,65	1,24	92	2,10	6,40	1,16	100	1,86	5,89	1,40
		21,0	98	2,23	6,02	1,03	77	1,91	7,65	1,35	89	2,03	6,63	1,23
2	Șorecani	11,2	106	2,10	3,92	1,00	126	2,10	3,65	1,00	102	1,87	4,06	1,23
		16,2	115	2,20	3,62	0,90	106	2,20	3,92	0,90	112	1,85	3,71	1,25
		21,0	105	2,05	3,96	1,05	116	2,01	3,58	1,09	98	1,99	4,25	1,11
3	Rovinari	11,2	87	1,92	3,42	1,04	83	1,92	3,59	1,04	83	1,95	3,59	1,01
		16,2	92	1,90	3,24	1,06	73	1,95	4,07	1,01	76	2,00	3,92	0,96
		21,0	88	2,08	3,40	0,98	75	1,96	3,98	1,00	75	1,96	3,98	1,00
4	Căpeni	11,2	74	1,98	4,19	1,02	77	2,09	4,03	1,04	75	2,07	4,14	1,00
		16,2	63	1,88	4,84	1,10	87	2,08	3,48	1,05	77	2,07	4,03	1,00
		21,0	72	2,03	4,02	0,97	70	1,90	4,15	1,08	72	1,87	4,02	1,13

Tabela nr. 6

Nr. crt.	Denumirea combustibilului	Concentrația de O a mediului	800°C				1000°C				1200°C			
			K_D s/cm²	m_r —	K_4 mg/s.cm	M_4 —	K_D s/cm²	m_r —	K_4 mg/s.cm	m_4 —	K_D s/cm²	m_r —	K_4 mg/s.cm	m_4 —
1	Vulcan	11,2	2760	2,13	0,29	1,13	2040	2,01	0,39	1,25	1270	2,14	0,62	1,02
		16,2	2030	2,13	0,39	1,13	1175	1,91	0,67	1,35	—	—	—	—
		21,0	664	2,02	1,19	1,24	561	1,96	1,41	1,30	334	1,98	2,38	1,28
2	Șorecani	11,2	2640	2,12	0,17	0,98	2200	2,15	0,20	0,95	1350	2,01	0,33	1,09
		16,2	2160	2,12	0,21	0,98	1190	2,01	0,37	1,09	—	—	—	—
		21,0	713	2,02	0,62	1,08	570	1,99	0,78	1,11	400	1,96	1,11	1,14
3	Rovinari	11,2	1450	1,98	0,14	0,98	1335	2,03	0,16	0,93	1050	2,03	0,20	0,93
		16,2	1380	2,09	0,15	0,87	730	2,08	0,29	0,88	635	2,02	0,33	0,94
		21,0	700	1,97	0,30	0,99	540	1,96	0,39	1,00	378	1,97	0,55	0,99
4	Căpeni	11,2	1840	2,10	0,12	0,90	1430	2,00	0,16	1,00	868	1,95	0,26	1,05
		16,2	768	2,04	0,29	0,96	938	2,01	0,24	0,99	487	2,05	0,46	0,95
		21,0	640	1,71	0,35	1,29	500	1,97	0,45	1,03	314	1,86	0,72	1,14

Integrînd în limitele $t = 0$, $r = r_0$ și $t = \tau_r$, $r = 0$ și înlocuind pe ρ și D cu expresiile lor funcție de temperatură și presiune, avem

$$\tau_r = \frac{8}{3} \cdot \frac{\sigma \cdot \eta \cdot r_0^3}{\rho_0 D_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,75} \cdot f_0} \cdot \frac{1}{3\sqrt[3]{\eta - 1}} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt[3]{(\eta-1)^2} - \sqrt[3]{\eta - 1} + 1}{\sqrt[3]{(\eta-1)^2} + 2\sqrt[3]{\eta - 1} + 1} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt[3]{\eta - 1} - 1} \right]. \tag{5}$$

Ținînd seama de faptul că

$$K_D = \frac{\sigma}{3\rho_0 D_0 f_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,75}}, \tag{6}$$

$$r_0 = \frac{d_0}{2}, \tag{7}$$

$$E = \eta - 1, \tag{8}$$

expresia (5) ia forma

$$\tau_r = K_D \cdot d_0^2 \cdot \frac{E+1}{3E^{1/3}} \left[2\sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2E^{1/3} - 1} - \ln \frac{(E^{1/3}+1)^2}{E+1} \right]. \tag{9}$$

Se cunoaște că $K_D \cdot d_0^2$ este tocmai expresia timpului de ardere a reziduului carbonos în cazul arderii particulei într-un exces infinit de aer. Prin urmare, se constată că expresia timpului de ardere a reziduului carbonos la un anumit exces de aer este dat de produsul dintre timpul de ardere al reziduului carbonos pentru $\eta = \infty$ și un factor care este funcție numai de excesul de aer [8]. Trebuie avut în vedere că relația (3) este adevărată numai în ipoteza independenței temperaturii particulei de concentrația de oxigen a mediului. După cum rezultă din experiență, această ipoteză nu se confirmă și, prin urmare, valorile calculate cu relația (9) au numai un caracter informativ.

Cercetările experimentale pe cei patru combustibili menționați au evidențiat influența caracteristicilor mediului asupra timpului de ardere a reziduului carbonos. Rezultatele obținute sînt prezentate în tabela 5.

Din analiza acestor date reies următoarele :

— expresia dependenței timpului de ardere a reziduului carbonos de diametrul mediu corectat nu este funcție de concentrația de oxigen a mediului. Exponentul m_2 este foarte apropiat de valoarea 2, determinată prin calcul [1], și nu depinde nici de caracteristicile mediului, nici de caracteristicile combustibililor ;

— valorile experimentale ale coeficientului K_D cresc sensibil cu micșorarea concentrației de oxigen a mediului. Prin urmare, timpul de ardere a reziduului carbonos este invers proporțional cu concentrația de oxigen a mediului ;

— viteza de consum a reziduului carbonos este o funcție liniară de diametrul corectat, iar exponentul m_4 este constant pentru orice variație a concentrației de oxigen a mediului.

Toate concluziile din [2] și [3], referitoare la influența naturii combustibililor și a temperaturii mediului asupra timpului de ardere a reziduului carbonos, își păstrează valabilitatea în întreaga gamă de variație a concentrației de oxigen a mediului. Rezultatele cercetărilor experimentale permit obținerea unor relații generale de calcul de forma

$$\tau_r = \varphi \cdot \psi \cdot \tau_{r_0}, \tag{10}$$

care se folosesc în determinarea timpului de ardere a reziduului carbonos la o temperatură și concentrație de oxigen a mediului diferite de cele prin care a avut loc determinarea experimentală. Astfel, considerînd timpul de ardere a reziduului carbonos la temperatura mediului de 1 000° C și la concentrația de oxigen de 21% ca valoare de referință, φ și ψ au următoarele expresii :

$$\varphi = \frac{2090}{T} - 0{,}64 \quad \text{pentru toți combustibilii studiați,} \tag{11}$$

iar

$$\psi = \frac{74{,}6}{O_2} - 2{,}55 \quad \text{pentru cărbunii superiori} \tag{12}$$

și

$$\psi = \frac{46{,}7}{O_2} - 1{,}23 \quad \text{pentru cărbunii inferiori.} \tag{13}$$

Prin urmare, relațiile de determinare a timpului de ardere a reziduului carbonos la variații ale temperaturii și concentrației de oxigen a mediului în cazul în care pentru combustibilul dat există o valoare determinată experimental au forma

$$\tau_r = \left(\frac{2090}{T} - 0{,}64\right)\left(\frac{74{,}6}{O_2} - 2{,}55\right) \cdot K_D \cdot \underset{\left(\substack{1000°C \\ 21\%O_2}\right)}{d_c^2} \tag{14}$$

$$\tau_r = \left(\frac{2090}{T} - 0{,}64\right)\left(\frac{46{,}7}{O_2} - 1{,}23\right) \cdot K_D \cdot \underset{\left(\substack{1000°C \\ 21\%O_2}\right)}{d_c^2} \tag{15}$$

Dependența pătratică de dimensiunea particulei și invers proporțională cu temperatura mediului la o putere unitară constituie o confirmare a ipotezei regimului difuzional de ardere a reziduului carbonos în condițiile date.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Carabogdan. *Timpul de ardere a particulei de combustibil solid și influența factorului geometric*, St. cerc. energ., *2*, 397—412 (1965).
2. — *Dependența vitezei de ardere a particulei de natura combustibilului*, St. cerc. energ. nr. *1*, p. 89—99 (1967).

3. I. Carabogdan, *Corelația dintre viteza de ardere a particulei de combustibil solid și temperatura mediului*, St. cerc. energ., *2*, 283–293, (1967).
4. Д. Б. Кацнельсон, Я. И. Мароне, *Влияние давления и концентрации кислорода на воспламенение и горение мелких угольных частиц*, Теплоэнергетика, *1*, 11—15 (1964).
5. A. M. Field, *Predicting the burning time of the coke residue of pulverised fuel*, British Coal Utilisation Research Association, XXVIII, *2*, 61–75 (1964).
6. П. И. Иванова, И. В. Бабий, *Изучение механизма выгочания угольной частицы*, Теплоэнергетика, *4*, 54—59 (1966).
7. — *Исследование механизма выгорания частиц антрацитовой пыли*, Теплоэнергетика, *5*, 76—80 (1966).
8. N. R. Essenhigh, *Predicting burning time of solid particles in an idealized dust flame*, Journal of the Institute of Fuel, **34**, 239–244 (1961).
9. Н. Л. Хитрин, *Физика горения и взрыва*, Изв. Московского Университета, 1957.

PULSAȚIILE JETULUI PULVERIZAT LA INJECTOARELE CU CAMERĂ DE TURBIONARE

DE

V. V. GHIA și N. LEMNEANU

532 : 662.61

Lucrarea stabilește modelul fizic care descrie mecanismul producerii pulsațiilor, determinînd factorii principali care influențează frecvența și amplitudinea pulsațiilor. De asemenea se stabilesc cauzele care pot produce pulsația jetului pulverizat.

1. GENERALITĂȚI

Pulsația jetului pulverizat este unul dintre factorii principali care determină pulsația flăcării. Dacă acest fenomen se produce cu frecvență redusă și cu variații mari de amplitudine, pot apărea importante dezavantaje la funcționarea arzătoarelor de păcură prevăzute cu injectoare avînd cameră de turbionare.

Astfel, datorită debitării periodice a combustibilului în zone sărace în oxigen, flacăra se poate lungi excesiv de mult, conducînd la apariția produselor arderii incomplete la coș, iar stabilitatea arderii se va reduce.

S-a constatat însă că pulsațiile flăcării cu frecvență ridicată și amplitudine mică intensifică procesul de ardere. Despre pulsația flăcării procedeele prin care se pot realiza pulsații de înaltă frecvență la arzătoarele de combustibil lichid s-au publicat o serie de studii, dintre care amintim [1] — [7].

Variația în timp a unghiului de pulverizare cu amplitudine mare poate găsi aplicații importante acolo unde se cere împrăștierea uniformă pe o suprafață mare a unei anumite cantități de lichid. În legătură cu pulsația jetului pulverizat, realizată de injectoarele cu cameră de turbionare fără să se folosească o sursă de presiune pulsatorie, literatura de specialitate nu ne furnizează date. Întrucît pulsațiile jetului neîntreținute de o sursă exterioară injectorului pot deregla procesul de ardere, dar în același

St. cerc. energ. electr., tom 17, nr. 3, p. 567—576, București, 1967

timp pot conduce la realizări practice deosebit de avantajoase, se impune amorsarea cercetărilor în acest sens în vederea cunoaşterii şi dirijării evoluţiei fenomenului.

De aceea scopul lucrării prezentate este: stabilirea dependenţei dintre raza turbionului de aer, presiunea de injecţie şi valoarea unghiului de pulverizare, determinarea factorilor principali care influenţează frecvenţa şi amplitudinea pulsaţiilor şi deducerea cauzei principale care poate produce pulsaţiile.

Pentru rezolvarea obiectivelor propuse s-au efectuat experimentări, constînd, în esenţă, din cinematografierea rapidă a jetului de lichid pulverizat pulsator.

2. EXPERIMENTĂRI PE MODELE

La funcţionarea camerelor de turbionare cu fluid ideal, unghiul de pulverizare se defineşte din relaţia [8]

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{w_t}{w_a}, \tag{1}$$

unde w_t şi w_a reprezintă valorile medii ale vitezei tangenţiale, respectiv ale vitezei axiale ale lichidului la ieşirea din diuză, exprimate în m/s.

Luînd ca valoare medie pentru viteza w_t, valoarea corespunzătoare la mijlocul inelului de lichid format în diuză şi admiţînd conservarea momentului cantităţii de mişcare a lichidului în raport cu axa de simetrie a jetului pulverizat, se poate scrie

$$R_c \cdot v_t = r_m \cdot w_t, \tag{2}$$

de unde

$$w_t = \frac{2\, R_c \cdot B_t}{S \cdot (r_e + r_a)}, \tag{3}$$

deoarece viteza lichidului în ajutajul tangenţial este

$$v_t = \frac{B_t}{S},$$

iar

$$r_m = \frac{r_e + r_a}{2}.$$

Semnificaţia noilor notaţii care apar este următoarea:

B_t — debitul total de fluid introdus în camera de turbionare, în m^3/s;
S — suprafaţa secţiunii de trecere a ajutajelor tangenţiale, în m^2;
R_c — raza camerei de turbionare, în m;
r_e — raza diuzei, în m;
r_a — raza turbionului de aer în secţiunea de ieşire a lichidului din diuză, în m.

Ținînd seama că valoarea medie a vitezei w_a, este

$$w_a = \frac{B_e}{\pi \cdot (r_e^2 - r_a^2)} \tag{4}$$

și înlocuind (3) și (4) în relația (1), rezultă

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{2 \pi \cdot R_c}{n \cdot S} \cdot (r_e - r_a), \tag{5}$$

unde

$$n = \frac{B_e}{B_l},$$

B_e reprezentînd debitul de lichid pulverizat prin diuza injectorului, în m^3/s.

În cazul lichidelor reale apar efectele viscozității, gravitației, forței de frecare între lichid și pereții camerei de turbionare, forțelor datorită tensiunii superficiale și inerției lichidului. Din aceste cauze, volumul ocupat de turbionul de aer în masa lichidului se va micșora, ceea ce va face ca unghiul de pulverizare real α să fie mai mic ca unghiul de pulverizare teoretic α_0.

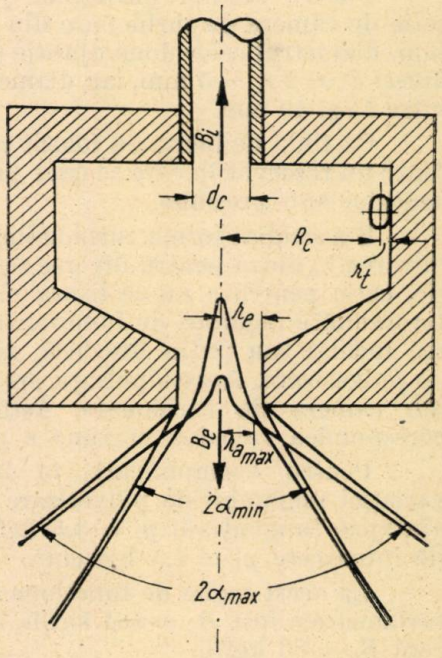


Fig. 1. — Schița camerei de turbionare.

Diferența dintre unghiurile de pulverizare α și α_0 este cu atît mai mare, cu cît lichidul este mai vîscos. Experiențele efectuate au arătat că pentru majoritatea combustibililor folosiți în practică, deoarece viscozitatea acestora nu depășește circa 3° E, se poate considera că, pentru o geometrie de injector dată, factorul principal care determină unghiul real de pulverizare α este α_0. De aceea pentru stabilirea sensului de variație a unghiului α funcție de raza r_a se poate folosi tot relația (5)

Din relația (5) rezultă că pentru un injector cu o geometrie dată și pentru $n = \text{const}$, unghiul de pulverizare este cu atît mai mare cu cît raza turbionului de aer r_a este mai mică, iar pentru ca să se producă pulsații trebuie ca r_a să varieze. La limită rezultă că unghiul de pulverizare maxim α_{max} se obține pentru valoarea minimă r_{min} a razei r_a, iar unghiul de pulverizare minim α_{min} se obține pentru valoarea maximă r_{max} a razei r_a (fig. 1).

Se poate scrie atunci că

$$\text{și} \quad \left.\begin{array}{ll} \alpha = \alpha_{min} & \text{pentru } r_a = r_{max} \\ \alpha = \alpha_{max} & \text{pentru } r_a = r_{min} \end{array}\right\}, \tag{6}$$

iar amplitudinea relativă a pulsaţiilor este

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha_{max} - \alpha_{min}}{\alpha_{max} + \alpha_{min}} \cdot 200 \cdot \qquad (7)$$

Pentru studiul pulsaţiilor jetului, mai întîi s-au experimentat o serie de camere de turbionare din plexiglas cu diametrul $D_c = 2\ R_c = 100$ mm, diametrul celor două ajutaje tangenţiale $d_t = 2\ r_t = 6$ mm, diametrul diusei $d_e = 2\ r_e = 5$ mm, iar diametrul orificiului de întoarcere d_c, variabil între 15 şi 40 mm.

Ca fluid de lucru s-a folosit apa debitată către camera de turbionare dintr-un rezervor în care se crea presiunea necesară injecţiei cu ajutorul azotului sub presiune.

S-a studiat forma turbionului de aer şi variaţia presiunii lichidului la intrarea în diuză pentru diverse regimuri de funcţionare la presiuni de injecţie, care, pentru a nu se fisura plexiglasul, nu depăşeau $p_i = 4$ kgf/cm^2. La anumite regimuri de funcţionare, caracterizate de obicei prin întoarcerea închisă sau puţin deschisă, apăreau pulsaţii sensibile ale unghiului de pulverizare. Aceste pulsaţii erau în concordanţă cu valoarea presiunii din camera de turbionare. Astfel, la unghiul de pulverizare minim corespundea valoarea maximă a presiunii lichidului la intrarea în diuză.

Pentru exemplificare, în figura 2 se prezintă filmul evoluţiei variaţiei unghiului de pulverizare pentru presiunea medie la intrarea în ajutajele tangenţiale $p_i = 3{,}5$ kgf/cm^2 şi presiunea medie în conducta de întoarcere $p_i' = 2{,}5$ kgf/cm^2.

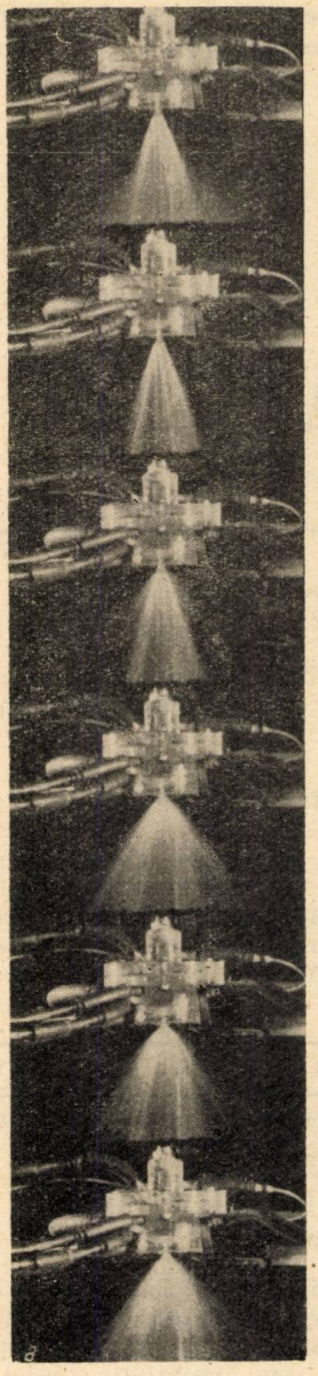
La acest regim de funcţionare, debitul de apă introdus în camera de turbionare a fost $B_t = 881$ kgf/h, iar debitul scurs prin orificiul de întoarcere $B_i = 83$ kgf/h.

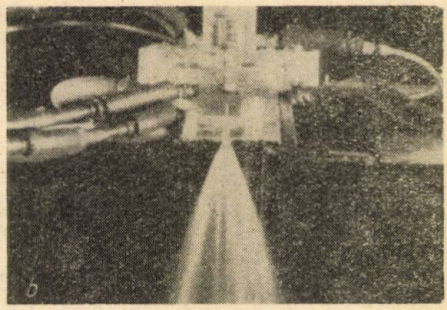
În figura 2, poziţiile *b* şi *c*, se prezintă la scară mărită două situaţii-limită ale regimului de funcţionare din film. Din figură se constată că, la unghiul de pulverizare minim α_{min}, turbionul de aer ocupă volumul maxim, iar pînza de lichid are grosimea minimă. Subţierea pînzei de combustibil face ca jetul pulverizat să aibă transparenţă mărită la unghiul de pulverizare minim faţă de celelalte situaţii.

În fotografii, turbionul de aer apare, datorită transparenţei plexiglasului, ca o pată albă dispusă simetric faţă de axa de simetrie verticală a camerei de turbionare.

La unghiul α_{max}, pînza de lichid are grosimea maximă, iar penetraţia jetului şi presiunea de injecţie sînt mai reduse, astfel că repartiţia cantitativă a lichidului în jetul pulverizat va fi mai uniformă ca la unghiul α_{min}.

Variaţia în timp a unghiului de pulverizare determină tendinţa de aplatisare a curbei rezultante de repartiţia cantitativă a lichidului în jetul pulverizat. Astfel, dacă pentru α_{min} curba de repartiţie este (C_{min}) (fig. 3), iar pentru α_{max} ea este (C_{max}), se va obţine ca efect rezultant curba (C_R). Forma curbei (C_R) este funcţie atît de amplitudinea şi de frecvenţa pulsaţiilor, cît şi de valoarea medie a unghiului de pulverizare.





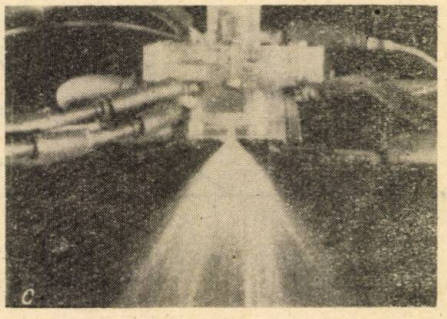


Fig. 2. — Filmul variației geometriei jetului datorită pulsațiilor, pentru p_i=3,5 kgf/cm² și $p_i' = 2{,}5$ kgf/cm².

Se constată, totuşi, că lichidul este repartizat mult mai uniform în jetul pulverizat şi de obicei pe o suprafaţă sensibil mai mare ca în cazul funcţionării cu unghi de pulverizare constant. Această constatare reco-

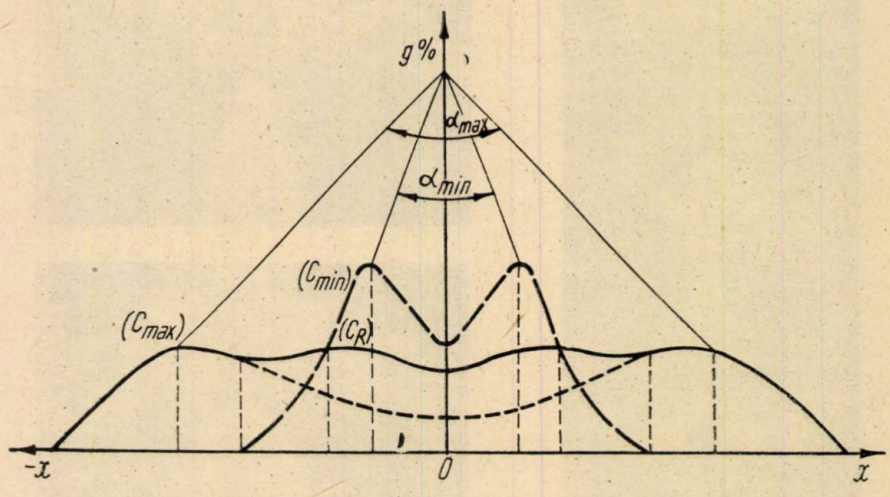


Fig. 3. — Curba repartiţiei cantitative a lichidului în jetul pulverizat la funcţionarea pulsatorie.

mandă folosirea cu precădere a funcţionării pulsatorii cu amplitudine mare într-o serie de aplicaţii practice, ca, de exemplu, la scrubere, uscătoare etc.

3. CERCETĂRI EXPERIMENTALE PE INJECTOARE INDUSTRIALE

Drept lichid de lucru s-a folosit apa şi amestec de glicerină cu apă cu o viscozitate care nu depăşea 3° E. S-au experimentat 11 camere de turbionare, ale căror caracteristici rezultă din tabela 1. Presiunea necesară injecţiei s-a creat cu ajutorul unui tub de azot, deci au lipsit pulsaţiile date de pompele cu pistoane sau cu roţi dinţate.

Tabela 1

Numărul de ordine	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Diametrul camerei de turbionare D_c, în mm	8	8	14	14	14	14	14	20	20	26	26
Diametrul ajutajelor tangenţiale d_t, în mm	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Numărul ajutajelor tangenţiale	1	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2
Diametrul diuzei d_e, în mm	2	2	2,5	2	1,5	1	2	2	2	2	2

În figurile 4, 5, 6 şi 7 s-au prezentat curbele de variaţie cu presiunea p_i a mărimilor p_i', f, B_t şi $\Delta\alpha$ pentru camerele de turbionare cu numerele 1, 4, 5 şi 6 funcţionînd cu apă. Mărimea f reprezintă frecvenţa pulsaţiilor, exprimată în perioade de pe secundă, iar $\Delta\alpha$ este amplitudinea relativă a pulsaţiilor, calculată din relaţia (6).

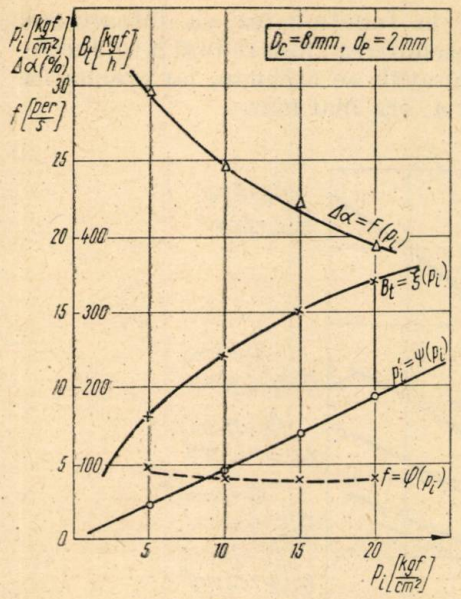


Fig. 4. — Variația mărimilor $\Delta\alpha$, f, B_t și p_i' cu presiunea p_i pentru camera de turbionare nr. 1.

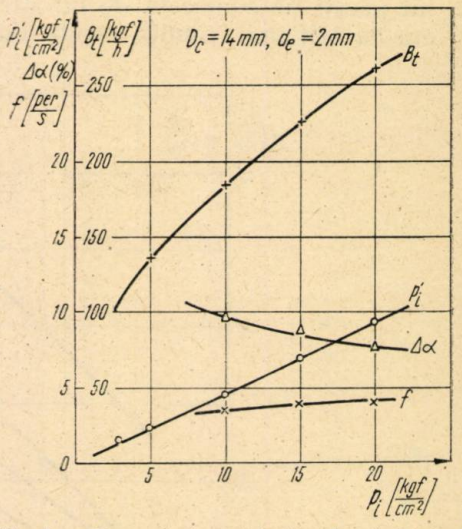


Fig. 5. — Dependența mărimilor $\Delta\alpha$, f, B_t și p_i' de presiunea p_i pentru camera de turbionare nr. 4.

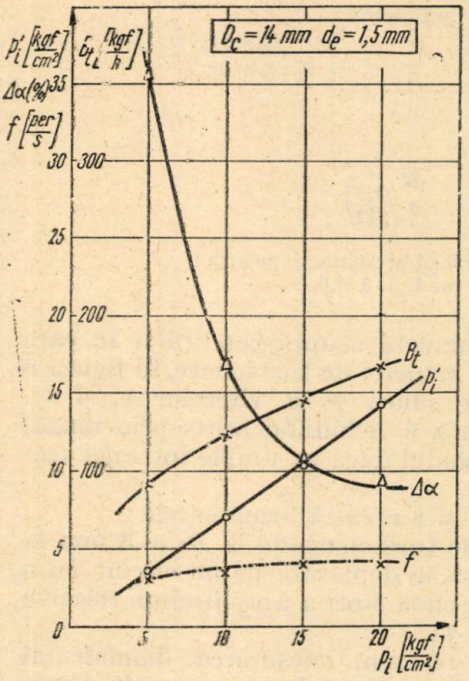


Fig. 6. — Variația mărimilor $\Delta\alpha$, f, B_t și p_i' cu presiunea p_i pentru camera de turbionare nr. 5.

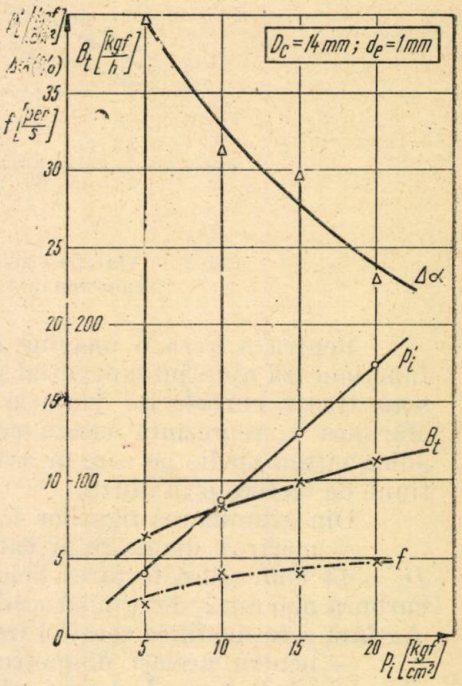


Fig. 7. — Dependența mărimilor $\Delta\alpha$, f, B_t și p_i' de presiunea p_i pentru camera de turbionare nr. 6.

Aceste patru diagrame se referă la funcţionarea cu întoarcerea închisă, deoarece s-a constatat că, prin deschiderea chiar redusă a robinetului plasat pe conducta de întoarcere, pulsaţiile se atenuau, iar atenuarea era cu atît mai rapidă, cu cît diametrul d_e era mai mare.

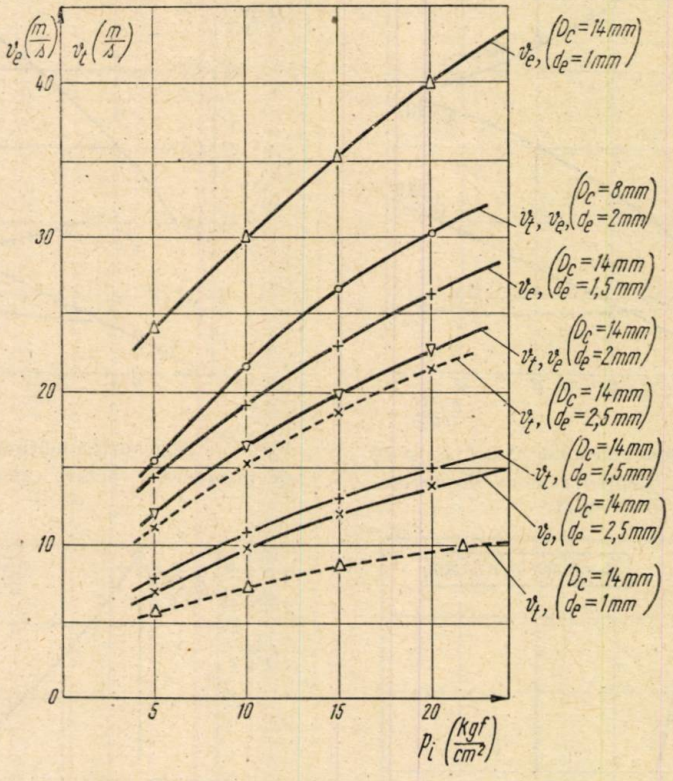


Fig. 8. — Variaţia vitezelor v_e şi v_t cu presiunea p_i pentru camerele de turbionare nr. 1, 4, 5 şi 6.

Pentru a avea o imagine mai completă asupra condiţiilor în care funcţionează ajutajul tangenţial şi diuza camerei de turbionare, în figura 8 s-au trasat curbele de variaţie cu presiunea p_i a vitezelor v_t şi v_e. Mărimea v_e reprezintă viteza echivalentă a lichidului scurs prin diuză, adică viteza medie pe care ar avea-o lichidul dacă ar umple întreaga secţiune de trecere prin diuză.

Din examinarea figurilor 4, 5, 6, 7 şi 8 rezultă următoarele:

— mărirea diametrului camerei de turbionare de la $D_c = 8$ mm la $D_c = 14$ mm, adică forţarea lichidului să se deplaseze pe un circuit cu o curbură mai mică, determină scăderea de circa 3 ori a amplitudinii relative $\Delta\alpha$ fără a se modifica sensibil frecvenţa f;

— pentru acelaşi diametru $D_c = 14$ mm, micşorarea diametrului diuzei d_e de la 2 mm la 1 mm, adică mărirea vitezei de scurgere prin diuză, determină creşterea amplitudinii relative $\Delta\alpha$ fără a influenţa sensibil valoarea frecvenţei f;

— la $D_c = 14$ mm și $d_e = 2{,}5$ mm, pulsațiile jetului pulverizat dispar în mod practic din cauza micșorării sensibile a vitezei lichidului scurs prin diusă;

— o mare influență asupra producerii pulsațiilor o are viteza lichidului scurs prin diusă. Astfel s-a constatat că pentru cazul $D_c = 14$ mm, $d_e = 1{,}5$ mm amplitudinea relativă $\Delta\alpha$ crește sensibil față de cazul $D_c = 14$ mm, $d_e = 2$ mm, deși în această situație viteza V_t este sensibil mare. De asemenea comparînd rezultatele obținute la camerele nr. 5 ($D_c = 14$ mm, $d_e = 1{,}5$ mm) și 6 ($D_c = 14$ mm, $d_e = 1$ mm) se constată că amplitudinea relativă $\Delta\alpha$ crește important la ultimul caz, deși în această situație v_t are o valoare sensibil mai mică.

Din experimentarea camerelor de turbionare nr. 2, 3, 7, 8, 9, 10 și 11 a rezultat că amplitudinea pulsațiilor este sensibil mai redusă decît în cazurile prezentate anterior.

Considerăm că principala cauză pentru care nu apar pulsații sensibile la camerele de turbionare nr. 2, 7, 8, 9, 10 și 11 este micșorarea curburei jetului în camera de turbionare față de cazurile nr. 4 și 1, iar la camera nr. 3 apare o scădere importantă a vitezei de scurgere a lichidului prin diusă (crește diametrul diuzei).

Din experimentări a rezultat că rugozitatea peretelui diusei joacă un rol important în producerea pulsațiilor: cu cît rugozitatea este mai mare (orificiu nealezat), amplitudinea relativă $\Delta\alpha$ este mai mare. S-a constatat, de asemenea, că funcționarea în regim pulsatoriu un timp îndelungat decalibrează diusa, ceea ce arată că pulsațiile produc un efect mecanic de eroziune.

Avîndu-se în vedere constatările menționate, se consideră rațional să se atribuie drept cauză principală pulsațiilor jetului fenomenul de cavitație, care poate apărea pe suprafețele scăldate de lichide cu mare viteză în anumite situații specifice și care poate determina apariția efectelor menționate anterior.

După cum se știe [9], [10], cavitația produce eroziuni și vibrații puternice care se transformă în unde de presiune. În cazul injectoarelor cu cameră de turbionare, vibrațiile fac să varieze periodic raza turbionului de aer r_a.

Tehnica nu cunoaște încă legi cantitative generale care să ne permită să ne dispensăm de experimentări în laborator, astfel încît să fim siguri că nu va apărea cavitația.

Totuși, se poate evita în mare măsură apariția acestui fenomen la injectoarele arzătoarelor de păcură dacă:

— se adoptă forme cît mai hidrodinamice pentru intrarea lichidului în ajutajele tangențiale și în diusă;

— se evită schimbările bruște de direcție și se realizează raze de racordare mari. Astfel, camerele de turbionare nu se construiesc cu diametrul prea mic $\left(\frac{R_c}{r_e} > 4\right)$ și cu un singur ajutaj tangențial;

— se evită viteze mari de circulație ale lichidului, care creează subpresiuni locale;

— suprafețele scăldate de lichidul cu viteză mare să fie cît mai netede (de preferință alezate) și construite dintr-un oțel cît mai rezistent la eroziune.

La injectoarele cu cameră de turbionare, cavitaţia poate apărea în zonele diuzei, ajutajelor tangenţiale şi pereţii camerei de turbionare. Aşa după cum au arătat experienţele, putem considera că cea mai mare pondere în producerea pulsaţiilor o are zona aferentă diuzei. În cazul cînd lichidul pulverizat este debitat de o pompă care generează unde de presiune, pulsaţiile unghiului de pulverizare pot apărea şi din această cauză.

4. CONCLUZII

Experimentările au arătat că factorii principali care influenţează apariţia fenomenului de cavitaţie la instalaţiile hidraulice acţionează în acelaşi sens şi la camerele de turbionare ale injectoarelor.

Astfel s-a constatat că amplitudinea şi frecvenţa cu care se produc pulsaţiile jetului sînt dependente în special de :

— creşterile mari de viteză ale lichidului care se scurge, în zonele unde pot apărea pungile de cavitaţie ;

— curbura venei de lichid în scurgere, adică raza camerei de turbionare şi numărul de ajutaje tangenţiale ;

— rugozitatea suprafeţelor scăldate de lichid cu mare viteză ;

— forma hidrodinamică a intrărilor în secţiunile de scurgere micşorate, ca diuză şi ajutajele tangenţiale.

Apare astfel raţional să se considere drept cauză principală care produce pulsaţiile jetului cu amplitudine mare şi frecvenţă mică, atunci cînd pulsaţiile pompei de combustibil sînt amortizate, fenomenul de cavitaţie, care apare, considerăm că se manifestă cu precădere în zona aferentă diuzei. Pentru descrierea fenomenului se poate adopta următorul model fizic : undele de presiune periodice care apar la diuză datorită cavitaţiei determină oscilaţia periodică a suprafeţei turbionului de aer, ceea ce modifică secţiunea activă pentru scurgerea lichidului şi viteza de scurgere a lichidului, realizîndu-se astfel variaţia periodică a unghiului de pulverizare. Pentru raza minimă a turbionului de aer corespund unghiul de pulverizare maxim şi valoarea minimă a undei de presiune.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Charpenet, *Etude de l'effet des ultra-son sur la combustion d'un jet d'hydrocarbures liquides* Revue générale de thermique, *17*, 639 (1963).
2. F. Manss, E. Perthnis, B. Sale, *A contribution to the study of low-frequency oscillations in fuel-oil boilers*, X-e Symposium international sur la combustion, Cambridge, 1964.
3. J. Young, *An Ultrasonic Oil Burner*, Revue générale de thermique, *17* , 629 (1963).
4. G. Schuster, *Studien über den ultraschall Brenner, Öl and Gasfeuerung*, mai 1964, 528—530 ; iulie 1964, 718—723.
5. L. Charpenet, *Conception et expérimentation d'un brûleur à ultra-son pour combustibles solides ou liquides pulvérisés*, Revue générale de thermique, *28* (1964).
6. * * * *Forschungsergebnise über Ultraschall und elektrostatische Zerstäubung*, Öl und Gasfeuerung, *6*, 608—626 (1964).
7. М. Зукров, Ж. Осборн, *Экспериментальное исследование высокочастотного вибрационного горения*, Вопросы ракетной техники, *4*, 49—59 (1959).
8. Н. Г. Абрамович, *Прикладная газовая динамика*, Москва, ГИТТ, 1951.
9. A. Bărglăzan, *Încercările maşinilor hidraulice şi pneumatice*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1959.
10. P. Wisner, *Concepţii moderne asupra apariţiei cavitaţiei în construcţiile hidraulice*, Hidrotehnica, 3, 19—23 (1952).

PARAMETRII TRANZITORII LONGITUDINALI AI LINIEI COAXIALE

DE

AL. TIMOTIN și A. ȚUGULEA

621.3.018.44 : 621.3.09 : 621.315.2

În lucrare se calculează rezistența lineică tranzitorie și inductivitatea lineică tranzitorie ale unei linii electrice constituite dintr-o conductă coaxială cu coaja exterioară de grosime oarecare. Rezultatele obținute se prezintă sub formă de funcții universale de timpul raportat la anumite constante de timp specifice conductorului central, respectiv cojii exterioare. Se dau expresii asimptotice sau aproximative pentru calculul practic al acestor funcții și se interpretează rezultatele obținute din punctul de vedere al teoriei generale dezvoltate de acad. R. Răduleț și de autori în lucrări anterioare.

1. INTRODUCERE

Teoria propagării undelor electromagnetice pe linii electrice cu pierderi, dezvoltată în lucrarea [1], cu luarea în considerare a efectului pelicular tranzitoriu și a efectelor de proximitate tranzitorii din elementele conductoare masive ale liniei, a condus la ecuații de propagare mai generale decît ecuațiile telegrafiștilor, în care liniile sînt caracterizate prin anumite funcții de timp, numite *inductivități lineice tranzitorii*. În cadrul unei linii cu două conductoare (sau cu un conductor cu întoarcere prin sol), noile ecuații de propagare au forma

$$\begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial z} &= r_0 i + l_{\text{ext}} \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{t-} l'(t-\xi)\, i(z,\xi)\, \mathrm{d}\xi - \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^0, \\ -\frac{\partial i}{\partial z} &= g_0 u + c_0 \frac{\partial u}{\partial t}. \end{aligned} \tag{1.1}$$

În aceste ecuații, $u(z,t)$ și $i(z,t)$ sînt valorile instantanee ale tensiunii curentului la distanța x de la începutul liniei și în momentul t, r_0 este rezistența lineică de curent continuu, g_0 conductanța lineică de izolație,

St. cerc. energ. electr., tom. 17, nr. 3, p. 577–602, București, 1967

l_{ext} inductivitatea lineică exterioară (definită de inductivitatea lineică corespunzătoare unei conductivităţi infinite a conductoarelor liniei), iar c_0 capacitatea lineică.

Dacă se neglijează efectul de relaxaţie al sarcinii în dielectric şi eventualele efecte neliniare, mărimile g_0 şi c_0 sînt constante şi pot fi calculate cu repartiţia electrostatică a cîmpului electric din dielectric [1].

Funcţia $l(t)$ e *inductivitatea lineică tranzitorie*, a cărei valoare iniţială este chiar $l(0+) = l_{ext}$, iar $-\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^0$ este căderea de tensiune lineică, determinată *exclusiv* de condiţiile iniţiale de cîmp (repartiţia iniţială a curentului de conducţie în conductoare).

În *condiţii iniţiale de repaus*, acest ultim termen dispare şi rezultă ecuaţiile omogene

$$-\frac{\partial u}{\partial z} = r_0 i + l_{ext}\frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}\int_0^{t-} l'(t-\xi)\, i(z,\xi)\, \mathrm{d}\xi,$$
$$-\frac{\partial i}{\partial z} = g_0 u + c_0 \frac{\partial u}{\partial t}, \tag{1.2}$$

care diferă de ecuaţiile telegrafiştilor numai prin termenul integral din prima ecuaţie: căderea de tensiune lineică suplimentară condiţionată de efectele pelicular şi de proximitate tranzitorii.

În analogie cu terminologia introdusă în lucrarea [2] introducem *rezistenţa lineică tranzitorie*, adică funcţia de timp

$$r(t) = r_0 + \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}, \tag{1.3}$$

a cărei valoare asimptotică e rezistenţa lineică de curent continuu a liniei $r(\infty) = r_0$. Cu ajutorul acestui parametru tranzitoriu, ecuaţiile (1.2) se scriu

$$-\frac{\partial u}{\partial z} = l_{ext}\frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}\int_0^{t} r(t-\xi)\, i(z,\xi)\, \mathrm{d}\xi,$$
$$-\frac{\partial i}{\partial z} = g_0 u + c_0 \frac{\partial u}{\partial t}. \tag{1.4}$$

Sub formă operaţională, notînd cu $\mathfrak{L}[u] = U(z,p)$, $\mathfrak{L}[i] = I(z,p)$, $\mathfrak{L}[l] = L(p)$ şi $\mathfrak{L}[r] = R(p)$ imaginile Laplace ale tensiunii, curentului, inductivităţii tranzitorii şi rezistenţei tranzitorii şi aplicînd teorema produsului imaginilor, ecuaţiile (1.2) şi (1.4) iau forma

$$-\frac{\mathrm{d}U(z,p)}{\mathrm{d}z} = Z(p)\, I(z,p), \tag{1.5}$$

$$-\frac{\mathrm{d}I(z,p)}{\mathrm{d}z} = Y(p)\, U(z,p), \tag{1.6}$$

în care

$$Z(p) = r_0 + p^2 L(p) = p[l_{ext} + R(p)] \tag{1.7}$$

este impedanța lineică longitudinală operațională, iar

$$Y(p) = g_0 + p\,c_0 \tag{1.8}$$

este admitanța lineică transversală operațională.

Între imaginile parametrilor tranzitorii și impedanța lineică longitudinală rezultă relațiile

$$\begin{aligned} L(p) &= \frac{Z(p) - r_0}{p^2} = \frac{R(p) + l_{ext}}{p} - \frac{r_0}{p^2}, \\ R(p) &= \frac{Z(p)}{p} - l_{ext} = pL(p) - l_{ext} + \frac{r_0}{p}, \end{aligned} \tag{1.9}$$

care permit calculul imaginilor acestor parametri dacă se cunoaște impedanța lineică longitudinală. Rezistența lineică tranzitorie $r(t)$ și inductivitatea lineică tranzitorie $l(t)$ vor fi numite *parametri lineici tranzitorii longitudinali* ai liniei.

În lucrare se studiază efectul pelicular tranzitoriu în cazul liniei coaxiale și se calculează parametrii tranzitorii longitudinali necesari descrierii fenomenului de propagare cu ajutorul ecuațiilor (1 .1) sau (1 .4).

Dielectricul liniei se presupune liniar, cu relaxație neglijabilă a sarcinii, în așa fel încît pentru parametrii lineici c_0 și g_0 să se poată utiliza expresiile cunoscute, calculate ca în regim static, respectiv staționar. În aceste condiții ne interesează numai rezistența lineică tranzitorie r (t), respectiv inductivitatea lineică tranzitorie $l(t)$ a liniei coaxiale.

Conform unei teoreme de unicitate demonstrate în lucrarea [1], în aproximația teoriei liniilor electrice lungi cîmpul magnetic transversal și densitatea de curent longitudinală din conductoarele liniei (și deci intensitatea cîmpului electric din aceste conductoare) sînt univoc determinate în fiecare plan transversal al liniei $z = \text{const}$ de intensitățile curenților de conducție din conductoarele liniei și de distribuția lor inițială din aceeași secțiune transversală.

Deoarece cîmpul magnetic transversal și cîmpul electric longitudinal din conductoarele liniei intervin în definiția parametrilor lineici tranzitorii, rezultă că aceștia se pot calcula ca în regim cvasistaționar, adică studiind efectul pelicular tranzitoriu în absența oricărei propagări longitudinale, într-o conductă coaxială suficient de lungă pentru a se neglija efectele de capete, în lungul căreia intensitatea curentului se presupune ca avînd aceeași valoare în fiecare moment.

2. INTEGRAREA ECUAȚIILOR OPERAȚIONALE ALE EFECTULUI PELICULAR TRANZITORIU ÎNTR-O LINIE COAXIALĂ

Considerăm o linie coaxială omogenă (fig. 2 .1), adică o conductă coaxială cu structură identică în orice plan transversal, constituită dintr-un conductor central cu secțiunea circulară de rază a, avînd materialul de conductivitate σ_i și permeabilitate μ_i, și o coajă cilindrică circulară coaxială cu acest conductor, de rază interioară b, de rază exterioară $c = b + g$ și de grosime g și avînd materialul de conductivitate σ_e și permeabilitate μ_e.

Presupunem că în această conductă se injectează, începînd cu momentul $t = 0$, curentul $i(t) = \mathcal{L}^{-1}\{I[p]\}$ cu întoarcere prin coaja exterioară. În aceste condiții se pot determina variațiile în timp ale cîmpului magnetic, cîmpului electric și densității de curent din conductor respectiv parametrii lineici tranzitorii longitudinali ai conductei.

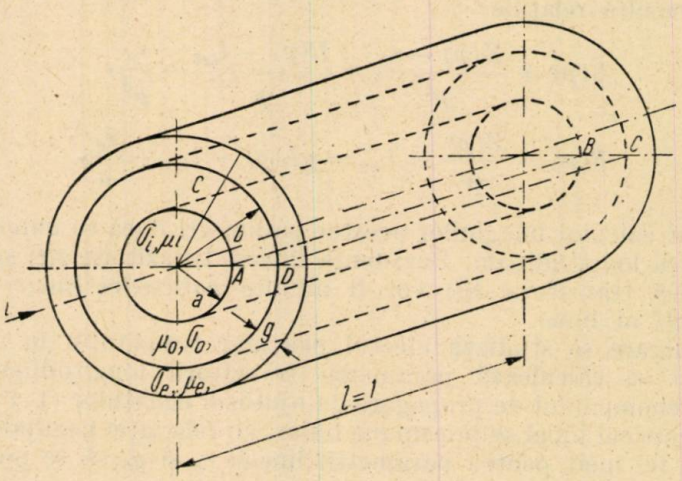


Fig. 1. — Conductă coaxială.

Presupunem condiții inițiale de repaus, ceea ce înseamnă că în momentul $t = 0 - \varepsilon = 0 - (\varepsilon > 0$ și arbitrar de mic) conducta era nealimentată, densitatea de curent inițială fiind nulă în fiecare punct al celor două conductoare.

Datorită simetriei cilindrice a problemei și a neglijării efectelor de capăt, cîmpul magnetic va avea numai linii circulare concentrice cu cele două conductoare, iar cîmpul electric din conductoare va fi longitudinal (fig. 2.2), ambele fiind dependente numai de coordonata cilindrică r și de timp :

$$\boldsymbol{H}(r, t) = \boldsymbol{u}_\vartheta H(r, t); \qquad E(r, t) = \boldsymbol{k} E(r, t). \tag{2.1}$$

Ecuațiile *operaționale* ale cîmpului electromagnetic, cu neglijarea curentului de deplasare, pentru condiții inițiale de repaus, sînt

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H}(r, p) &= \sigma \mathbf{E}(r, p), \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}(r, p) &= -p\mu \mathbf{H}(r, p). \end{aligned} \tag{2.2}$$

În cazul particular al relațiilor (2 .1), aceste ecuații iau forma

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}r} &= p\mu H, \\ \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(rH) &= \sigma E, \end{aligned} \tag{2.3}$$

în care intervin imaginile Laplace

$$H \equiv H(r, p) = \int_{0-}^{\infty} e^{-pt} H(r, t)\, dt$$

și

$$E \equiv E(r, p) = \int_{0-}^{\infty} e^{-pt} E(r, t)\, dt$$

ale celor două cîmpuri.

Integrarea ecuațiilor (2.3) se face pe fiecare secțiune transversală a celor două conductoare în parte, iar constantele de integrare operaționale se determină din condiția la borne definită de valoarea curentului care străbate conducta:

$$I(p) \equiv \mathfrak{L}[i(t)] = \int_{0}^{\infty} e^{-pt} i(t)\, dt. \tag{2.4}$$

Dadorită simetriei cilindrice a liniilor de cîmp rezultă condițiile de frontieră pentru domeniile definite de secțiunile transversale ale conductorului central, respectiv ale cojii exterioare:

$$\begin{aligned} H(a, p) &= \frac{I(p)}{2\pi a} && (r = a), \\ H(b, p) &= \frac{I(p)}{2\pi b} && (r = b), \\ H(c, p) &= 0 && (r = c). \end{aligned} \tag{2.5}$$

Explicitarea ecuațiilor (2.3) în raport cu fiecare dintre cîmpuri ne conduce la ecuațiile de ordinul doi

$$\begin{aligned} &\frac{d^2E}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dE}{dr} - p\mu\sigma E = 0, \\ &\frac{d^2H}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dH}{dr} + \left(-p\mu\sigma - \frac{1}{r^2}\right) H = 0, \end{aligned} \tag{2.6}$$

în care μ și σ iau fie valorile μ_i și σ_i pentru $r \in [0, a]$, fie valorile μ_e și σ_e pentru $r \in [b, c]$. Soluțiile acestor ecuații sînt combinații liniare de funcții Bessel [3] de argument $\sqrt{-p\mu\sigma}\, r$.

În condițiile (2.5), integrarea ecuațiilor se face la fel ca în regimul armonic permanent [3], studiat cu reprezentarea în complex.

Pentru conductorul interior, $r \in [0, a]$, se obțin soluțiile

$$\begin{aligned} H(r, p) &= \frac{I(p)}{2\pi a} \cdot \frac{J_1\left(\sqrt{-p\tau_i}\,\frac{r}{a}\right)}{J_1(\sqrt{-p\tau_i})}, \\ E(r, p) &= \frac{r_{0i}}{2} I(p) \sqrt{-p\tau_i}\, \frac{J_0\left(\sqrt{-p\tau_i}\,\frac{r}{a}\right)}{J_1(\sqrt{-p\tau_i})}, \end{aligned} \tag{2.7}$$

în care $J_0(x)$ și $J_1(x)$ sînt funcții Bessel de prima specie, de ordinul zero și unu, în care s-au introdus notațiile

$$\tau_i = \mu_i \sigma_i a^2; \quad r_{0i} = \frac{1}{\sigma_i \pi a^2}, \tag{2.8}$$

pentru constanta de timp interioară și pentru rezistența în curent continuu ale conductorului central.

În mod corespunzător, pentru coaja coaxială $r \in [b, c]$ se obțin soluțiile

$$H(r,p) = \frac{I(p)}{2\pi b} \cdot \frac{N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right) J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{r}{d}\right) - J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right) N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{r}{d}\right)}{J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right) N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right) - J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right) N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)},$$

$$E(r,p) = r_{0e} I(p) \sqrt{-p\tau_e} \frac{N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right) J_0\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{r}{d}\right) - J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right) N_0\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{r}{d}\right)}{J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right) N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right) - J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right) N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)}, \tag{2.9}$$

în care alături de funcțiile Bessel de prima specie, intervin funcțiile $N_0(x)$ și $N_1(x)$ de specia a doua și în care am introdus următoarele notații:

$$d = \frac{c^2 - b^2}{2b}; \quad \tau_e = \mu_e \sigma_e d^2 = \mu_e \sigma_e b^2 \frac{(m^2-1)^2}{4}; \quad r_{0e} = \frac{1}{\sigma_e 2\pi b d}. \tag{2.10}$$

Aici d este o grosime echivalentă a cojii cilindrice (grosimea unei plăci de lățime $2\pi b$ avînd aceeași secțiune transversală cu coaja), τ_e este constanta de timp interioară a cojii, iar r_{0e} este rezistența ei în curent continuu. Dacă coaja este subțire ($g = c - b \ll b$), grosimea ei echivalentă e practic egală cu cea reală ($d \approx g$).

Dacă la integrarea ecuațiilor cîmpului (2.6) pentru coaja cilindrică exterioară se neglijează curbura acesteia ($d \approx g \ll b$), se obțin soluțiile aproximative mai comode în aplicații:

$$H(r,p) = \frac{I(p)}{2\pi b} \frac{\sin\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c-r}{d}\right)}{\sin\sqrt{-p\tau_e}},$$

$$E(r,p) = -r_{0e} I(p) \sqrt{-p\tau_e} \frac{\cos\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c-r}{d}\right)}{\sin\sqrt{-p\tau_e}}, \tag{2.11}$$

care rezultă și direct din relațiile (2.9) dacă se consideră dezvoltările asimptotice ale funcțiilor Bessel pentru argumente mari [3]:

$$J_\nu(x) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left[x - \left(\nu + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right] + \dots$$
$$N_\nu(x) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left[x - \left(\nu + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right] + \dots \tag{2.12}$$

Cum $x = \sqrt{-p\tau_e}\frac{r}{d}$, valorile mari ale argumentului pentru $\frac{r}{d}$ și τ_e date implică valori mari ale modulului variabilei complexe p, cărora le corespund valori mici ale timpului în domeniul funcțiilor original. Deci originalele soluțiilor (2.11) vor aproxima cel mai bine fenomenul în momentele imediat următoare momentului inițial dacă se ține seama de teorema privind valorile inițiale ale funcțiilor original ($\lim_{p\to\infty} p\,F(p) = \lim_{t\to 0} f(t)$).

Inversarea soluțiilor operaționale ale cîmpurilor este posibilă, dar depășește cadrul lucrării de față, care urmărește determinarea parametrilor lineici tranzitorii longitudinali.

3. DETERMINAREA IMPEDANȚEI OPERAȚIONALE LONGITUDINALE

Căderea de tensiune lineică $Z(p)\,I(p)$ se obține aplicînd legea inducției electromagnetice la conturul $ABCDA$ (fig. 1) din secțiunea longitudinală a unui tronson de lungime-unitate:

$$\frac{\mathrm{d}\,U(p)}{\mathrm{d}z} + E(a,p) - E(b,p) = -p\,\frac{I(p)}{2\pi}\,\mu_0 \ln\frac{b}{a}, \tag{3.1}$$

din care, cu (1.5), (2.7) și (2.9) rezultă

$$Z(p) = p\,\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a} + \frac{r_{0i}}{2}\sqrt{-p\tau_i}\,\frac{J_0(\sqrt{-p\tau_i})}{J_1(\sqrt{-p\tau_i})} - \tag{3.2}$$
$$- r_{0e}\sqrt{-p\tau_e}\,\frac{N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\,\frac{c}{d}\right)J_0\left(\sqrt{-p\tau_e}\,\frac{b}{d}\right) - J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\,\frac{c}{d}\right)N_0\left(\sqrt{-p\tau_e}\,\frac{b}{d}\right)}{J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\,\frac{b}{d}\right)N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\,\frac{c}{d}\right) - J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\,\frac{c}{d}\right)N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\,\frac{b}{d}\right)},$$

respectiv cu (2.7) și (2.11), dacă $c - b \ll b$,

$$Z(p) = p\,\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a} + \frac{r_{0i}}{2}\sqrt{-p\tau_i}\,\frac{J_0(\sqrt{-p\tau_i})}{J_1(\sqrt{-p\tau_i})} + r_{0e}\sqrt{-p\tau_e}\,\frac{\cos\sqrt{-p\tau_e}}{\sin\sqrt{-p\tau_e}}. \tag{3.3}$$

În aceste relații,

$$l_{ext} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \tag{3.4}$$

este inductivitatea lineică exterioară aeriană a conductei.

Constatăm că impedanța operațională lineică longitudinală a conductei poate fi exprimată drept suma a trei termeni :

$$Z(p) = Z_{ext}(p) + Z_i(p) + Z_e(p), \tag{3.5}$$

pe care-i vom numi corespunzător impedanța operațională lineică externă $Z_{ext}(p) = p\, l_{ext}$, impedanța operațională lineică interioară a conductorului central $Z_i(p)$ și impedanța operațională lineică interioară a cojii exterioare $Z_e(p)$.

Ținînd seama de (1.9), obținem cu (3.2) imaginile parametrilor tranzitorii :

$$R(p) = \frac{Z(p)}{p} - l_{ext} = \frac{r_{0i}}{2p}\sqrt{-p\tau_i}\,\frac{J_0(\sqrt{-p\tau_i})}{J_1(\sqrt{-p\tau_i})} - \tag{3.6}$$

$$-\frac{r_{0e}}{p}\sqrt{-p\tau_e}\,\frac{N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)J_0\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right) - J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)N_0\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)}{J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right) - J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)}$$

$$L(p) = \frac{Z(p)}{p^2} - \frac{r_0}{p^2} = \frac{l_{ext}}{p} + \frac{r_{0i}}{p}\left[\frac{J_0(\sqrt{-p\tau_i})}{2p\dfrac{J_1(\sqrt{-p\tau_i})}{\sqrt{p\tau_i}}} - \frac{1}{p}\right] + \tag{3.7}$$

$$+\frac{r_{0e}}{p}\left[\sqrt{-p\tau_e}\,\frac{J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)N_0\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right) - N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)J_0\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)}{p\left[J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)\cdot N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right) - J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)\cdot N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)\right]} - \frac{1}{p}\right],$$

respectiv cu (3.3)

$$R(p) = \frac{r_{0i}}{2p}\cdot\frac{J_0(\sqrt{-p\tau_i})}{\dfrac{J_1(\sqrt{-p\tau_i})}{\sqrt{-p\tau_i}}} + \frac{r_{0e}}{p}\,\frac{\cos\sqrt{-p\tau_e}}{\dfrac{\sin\sqrt{-p\tau_e}}{\sqrt{-p\tau_e}}} \tag{3.8}$$

și

$$L(p) = \frac{l_{ext}}{p} + \frac{r_{0i}}{p}\left[\frac{J_0(\sqrt{-p\tau_i})}{2p\dfrac{J_1(\sqrt{-p\tau_i})}{\sqrt{-p\tau_i}}} - \frac{1}{p}\right] + \frac{r_{0e}}{p}\left[\frac{\cos\sqrt{-p\tau_e}}{p\dfrac{\sin\sqrt{-p\tau_e}}{\sqrt{-p\tau_e}}} - \frac{1}{p}\right]. \tag{3.9}$$

Se observă că putem scrie relaţiile operaţionale

$$R(p) = R_i(p) + R_e(p) = \frac{r_0}{p} + p\,L(p) - l_{ext}, \tag{3.10}$$

respectiv

$$L(p) = \frac{l_{ext}}{p} + L_i(p) + L_e(p), \tag{3.11}$$

cărora le corespund relaţiile în valori instantanee

$$r(t) = r_i(t) + r_e(t) = r_0 + \frac{dl}{dt}, \tag{3.12}$$

respectiv

$$l_{(t)} = l_{ext} + l_i(t) + l_e(t), \tag{3.13}$$

cu

$$r_0 = r_{0i} + r_{0e}. \tag{3.14}$$

Aşa cum am arătat în paragraful precedent, parametrii tranzitori se obţin prin inversarea expresiilor lor operaţionale (3.6)—(3.9).

Datorită liniarităţii transformării Laplace, putem inversa relaţiile termen cu termen.

4. REZISTENŢA LINEICĂ TRANZITORIE ŞI INDUCTIVITATEA LINEICĂ INTERIOARĂ TRANZITORIE ALE CONDUCTORULUI CENTRAL

Imaginile Laplace ale acestor parametri sînt

$$R_i(p) = \frac{r_{0i}}{2p}\,\frac{J_0(\sqrt{-p\tau_i})}{\dfrac{J_1(\sqrt{-p\tau_i})}{\sqrt{-p\tau_i}}} \tag{4.1}$$

şi

$$L_i(p) = \frac{r_{0i}}{p}\left[\frac{J_0(\sqrt{-p\tau_i})}{2p\dfrac{J_1(\sqrt{-p\tau_i})}{\sqrt{-p\tau_i}}} - \frac{1}{p}\right]. \tag{4.2}$$

Vom inversa relaţia (4.1). Se observă că ea reprezintă cîtul a două funcţii întregi fără rădăcini comune şi tinde spre zero cînd $|p|$ tinde către infinit, numitorul avînd numai rădăcini simple, inclusiv $p = 0$.

Sînt astfel îndeplinite condiţiile de aplicare a formulei de inversiune a lui Heaviside [4]:

$$\mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{1}{p}\,\frac{F_1(p)}{F_2(p)}\right] = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{F_1(p_k)}{p_k F_2'(p_k)}\,e^{p_k t}, \tag{4.3}$$

unde p_k sînt rădăcinile nenule ale ecuaţiei $F_2(p) = 0$.

În cazul nostru, aceste rădăcini sînt rădăcinile ecuației

$$\frac{J_1(\sqrt{-p\tau_i})}{\sqrt{-p\tau_i}} = 0, \tag{4.4}$$

adică rădăcinile p_k *nenule* ale ecuației

$$J_1(\sqrt{-p\tau_i}) \equiv J_1(x) = 0, \tag{4.5}$$

respectiv mărimile

$$p_k = -\frac{x_k^2}{\tau_i}. \tag{4.6}$$

Aici x_k sînt zerourile nenule ale funcției $J_1(x)$:

$$x_1 = 3{,}832\ldots;\ x_2 = 7{,}016\ldots;\ \ldots;\ x_k \approx k\pi + \frac{\pi}{4}\quad (k \gg 1), \tag{4.7}$$

care verifică relația

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{x_k^2} = \frac{1}{8}. \tag{4.8}$$

Aplicînd formula de inversiune (4.3) relației (4.1), obținem

$$r_i(t) = r_{0i}\left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} e^{-x_k^2 \frac{t}{\tau_i}}\right] = r_{0i} + \frac{dl_i}{dt}, \tag{4.9}$$

din care inductivitatea tranzitorie interioară rezultă prin integrare

$$l_i(t) = \int_0^t [r_i(t) - r_{0i}]\, dt = l_{icc}\left[1 - 8\sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-x_k^2 \frac{t}{\tau_i}}}{x_k^2}\right], \tag{4.10}$$

în care s-a notat cu

$$l_{icc} = \frac{\mu_i}{8\pi} = \frac{1}{8} r_{0i}\, \tau_i \tag{4.11}$$

inductivitatea interioară, în curent continuu, a conductorului și s-a utilizat relația (4.8).

Această inductivitate tranzitorie a fost calculată cu altă definiție în lucrarea [5].

Se pot introduce parametrii tranzitorii relativi definiți de funcțiile numerice universale

$$\rho_i(\theta_i) = \frac{r_i(t)}{r_{0i}} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} e^{-x_k^2 \theta_i} \tag{4.12}$$

și

$$\lambda_i(\theta_i) = \frac{l_i(t)}{l_{icc}} = 1 - 8\sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-x_k^2 \theta_i}}{x_k^2}, \tag{4.13}$$

în care

$$\theta_i = \frac{t}{\tau_i} = \frac{t}{\mu_i \sigma_i a^2} \tag{4.14}$$

este timpul relativ raportat la constanta de timp interioară τ_i. Curbele universale $\rho_i(\theta_i)$ și $\lambda_i(\theta_i)$ sînt reprezentate în figura 4.1.

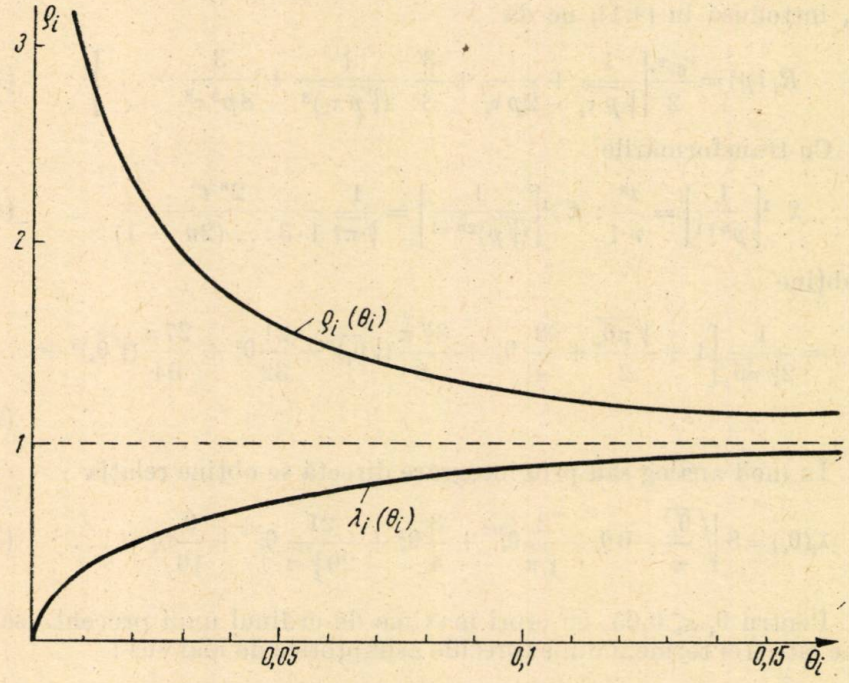


Fig. 2. — Curbele universale $\rho_i(\theta_i)$ și $\lambda_i(\theta_i)$.

Din (4.9) mai rezultă relația de legătură între parametrii tranzitorii relativi :

$$\rho_i(\theta_i) = 1 + \frac{1}{8} \frac{d\lambda_i}{d\theta_i}. \tag{4.15}$$

Expresiile de mai sus arată că rezistența tranzitorie lineică e infinită în momentul inițial și scade monoton către rezistența de curent continuu o dată cu trecerea timpului, în timp ce inductivitatea interioară e nulă în momentul inițial și crește monoton tinzînd asimptotic spre valoarea ei de curent continuu. Din punct de vedere fizic, rezultatele se explică în felul următor. În momentul inițial, repartiția de curent e strict superficială [2] și, ca urmare, căderea de tensiune e infinită la suprafața conductorului ; în același moment inductivitatea interioară e nulă, deoarece cîmpul magnetic e nul peste tot în conductoare.

Seriile (4.12) și (4.13) sînt slab convergente pentru $\theta_i \to 0$. Pentru a se obține expresii asimptotice valabile în vecinătatea

originii, considerăm dezvoltarea în serie pentru argumente mari a raportului (vezi anexa I):

$$\frac{J_0(\sqrt{-p\tau_i})}{J_1(\sqrt{-p\tau_i})}=-j\left[1+\frac{1}{2\sqrt{p\tau_i}}+\frac{3}{8p\tau_i}+\frac{3}{8(\sqrt{p\tau_i})^3}+\frac{63}{128p^2\tau_i^2}+\frac{54}{64(\sqrt{p\tau_i})^5}+\ldots\right], \tag{4.16}$$

care, introdusă în (4.1), ne dă

$$R_i(p)=\frac{r_{0i}\tau_i}{2}\left[\frac{1}{\sqrt{p\tau_i}}+\frac{1}{2p\tau_i}+\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{(\sqrt{p\tau_i})^3}+\frac{3}{8p^2\tau_i^2}+\ldots\right]. \tag{4.17}$$

Cu transformările

$$\mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{1}{p^{n+1}}\right]=\frac{t^n}{n!};\quad \mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{1}{(\sqrt{p})^{2n+1}}\right]=\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\,\frac{2^n t^n}{1\cdot 3\ldots(2n-1)} \tag{4.18}$$

se obţine

$$\rho_i(\theta_i)=\frac{1}{2\sqrt{\pi\theta_i}}\left[1+\frac{\sqrt{\pi\theta_i}}{2}+\frac{3}{4}\theta_i+\frac{3\sqrt{\pi}}{8}(\sqrt{\theta_i})^3+\frac{21}{32}\theta_i^2+\frac{27\pi}{64}(\sqrt{\theta_i})^5+\ldots\right]. \tag{4.19}$$

În mod analog sau prin integrare directă se obţine relaţia

$$\lambda_i(\theta_i)=8\sqrt{\frac{\theta_i}{\pi}}-6\theta_i+\frac{2}{\sqrt{\pi}}\theta_i^{3/2}+\frac{3}{4}\theta_i^2+\frac{21}{20\sqrt{\pi}}\theta_i^{5/2}+\frac{9}{16}\theta_i^3+\ldots \tag{4.20}$$

Pentru $\theta_i \leqslant 0{,}05$, cu erori maxime de ordinul unui procent, se pot reţine cîte trei termeni din expresiile asimptotice de mai sus:

$$\rho_i(\theta)\simeq 0{,}25+\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\theta_i^{-1/2}+\frac{3}{8\sqrt{\pi}}\theta_i^{1/2} \tag{4.21}$$

şi

$$\lambda_i(\theta_i)\cong\frac{8}{\sqrt{\pi}}\theta_i^{\frac{1}{2}}-6\theta_i+\frac{2}{\sqrt{\pi}}\theta_i^{\frac{3}{2}}. \tag{4.22}$$

De altă parte, pentru $\theta \geqslant 0{,}05$ se pot reţine numai primii trei termeni din seriile (4.12) şi (4.13), cu erori maxime de acelaşi ordin.

Ţinînd seama de valorile (4.7) ale zerourilor funcţiei $J_1(x)$, se obţin expresiile

$$\rho_i(\theta_i)\cong 1+e^{-14{,}7\,\theta_i}+e^{-49\,\theta_i} \tag{4.23}$$

şi

$$\lambda_i(\theta_i)\cong 1-0{,}54\ e^{-14{,}7\,\theta_i}-0{,}16\ e^{-49\,\theta_i}. \tag{4.24}$$

Se constată că expresiile aproximative (4.21) şi (4.23), respectiv (4.22) şi (4.24), acoperă practic tot intervalul de timp $t>0$.

5. REZISTENȚA LINEICĂ TRANZITORIE ȘI INDUCTIVITATEA LINEICĂ INTERIOARĂ TRANZITORIE ALE COJII EXTERIOARE

Imaginile Laplace ale acestor parametri sînt ultimii termeni din relațiile (3.6) și (3.7), adică

$$R_e(p)=\frac{r_{0e}}{p}\frac{\sqrt{-p\tau_e}\left[N_0\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)-N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)J_0\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)\right]}{J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)-J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)}, \tag{5.1}$$

$$L_e(p)=\frac{r_{0e}}{p}\left[\frac{1}{p}\cdot\frac{\sqrt{-p\tau_e}\left[N_0\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)-N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)J_0\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)\right]}{J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)-J_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{c}{d}\right)N_1\left(\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}\right)}-\frac{1}{p}\right] \tag{5.2}$$

sau cu aproximație, în cazul cînd $g=c-b\ll b$, ultimii termeni din (3.8) și (3.9), adică

$$R_e(p)\cong\frac{r_{0e}}{p}\frac{\cos\sqrt{-p\tau_e}}{\frac{\sin\sqrt{-p\tau_e}}{\sqrt{-p\tau_e}}}, \tag{5.3}$$

$$L_e(p)=\frac{r_{0e}}{p}\left[\frac{\cos\sqrt{-p\tau_e}}{p\frac{\sin\sqrt{-p\tau_e}}{\sqrt{-p\tau_e}}}-\frac{1}{p}\right]. \tag{5.4}$$

Vom inversa imaginea (5.1), notînd

$$m=c/b>1\,;\quad \xi=\sqrt{-p\tau_e}\frac{b}{d}=\sqrt{-p\tau_e}\frac{2}{m^2-1}, \tag{5.5}$$

astfel încît imaginea (5.1) se scrie

$$R_e(p)=\frac{r_{0e}}{p}\frac{d}{b}\frac{\xi\left[N_0(\xi)\;J_1(m\xi)-N_1(m\xi)\;J_0(\xi)\right]}{J_1(\xi)\;N_1(m\xi)-J_1(m\xi)\;N_1(\xi)}. \tag{5.6}$$

Sub această formă se poate aplica formula dezvoltării a lui Heaviside (vezi anexa II) și se obține expresia rezistenței lineice tranzitorii a cojii exterioare :

$$r_e(t)=r_{0e}\left[1+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{m^2-1}{\frac{J_1^2[\xi_k(m)]}{J_1^2[m\xi_k(m)]}-1}\,e^{-\xi_k^2(m)\frac{(m^2-1)^2}{4}\frac{t}{\tau_e}}\right], \tag{5.7}$$

în care $\xi_k(m)$, cu $k = 1, 2, \ldots$, sînt rădăcinile diferite de zero ale ecuației transcendente

$$J_1(\xi)\, N_1(m\xi) - J_1(m\xi)\, N_1(\xi) = 0. \tag{5.8}$$

Aceste rădăcini sînt tabelate în lucrarea [6] și, pentru m nu prea mare, sînt apropiate de valorile $k\pi/(m-1)$. Indicăm pentru orientare datele de mai jos privitoare la mărimile $(m-1)\,\xi_k(m)$:

m	Valorile lui $(m-1)\,\xi_k(m)$					
	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	$k=6$
1	3,1416	6,2832	9,4248	12,5664	15,7080	18,8496
1,2	3,1455	6,2852	9,4261	12,5674	15,7088	18,8502
1,5	3,1609	6,2931	9,4314	12,5713	15,7119	18,8529
2	3,1966	6,3124	9,4445	12,5812	15,7199	18,8595
∞	3,8317	7,0156	10,1735	13,3237	16,4706	19,6159

Inductivitatea lineică tranzitorie a cojii se află prin integrare din (5.7), ținînd seama de (2.10) :

$$l_e(t) = \int_0^t [r_e(t) - r_{e0}]\, dt = \frac{\mu_e}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\left[\frac{\xi_k(m^2-1)}{2}\right]^2 \frac{t}{\tau_e}}}{\xi_k^2(m)\left[\frac{J_1^2[\xi_k(m)]}{J_1^2[m\xi_k(m)]} - 1\right]}. \tag{5.9}$$

Ea are valoarea asimptotică

$$l_e(\infty) = \frac{\mu_e}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_k^2(m)\left[\frac{J_1^2[\xi_k(m)]}{J_1^2[m\xi_k(m)]} - 1\right]}, \tag{5.10}$$

care poate fi calculată pe cale operațională din (5.2) cu teorema valorii limită (vezi anexa III). Se obține

$$l_e(\infty) = \lim_{t\to\infty} l_e(t) = \lim_{p\to 0} p\, L_e(p) = \frac{\mu_e}{\pi}\left[\frac{4m^4 \ln m - (3m^2-1)(m^2-1)}{8(m^2-1)^2}\right]. \tag{5.11}$$

Comparînd cele două expresii, rezultă că rădăcinile ecuației transcendente (5.8) verifică egalitatea

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_k^2(m)\left[\frac{J_1^2[\xi_k(m)]}{J_1^2(m\,\xi_k(m)]} - 1\right]} = \frac{m^4 \ln m}{2(m^2-1)^2} - \frac{3m^2-1}{8(m^2-1)}. \tag{5.12}$$

În conformitate cu teorema generală demonstrată în lucrarea [2], valoarea asimptotică (5.11) a inductivității tranzitorii este chiar inductivitatea de curent continuu corespunzătoare cojii exterioare a conductei coaxiale :

$$l_e(\infty) = l_{ecc} = \frac{2\,W_{me}(\infty)}{I^2}, \tag{5.13}$$

$W_{me}(\infty)$ fiind energia magnetică localizată în coajă cînd conducta este parcursă de un curent continuu de intensitate I. Această proprietate se poate verifica prin calcul direct (vezi anexa IV).

Pentru a sistematiza scrierea, introducem funcția auxiliară

$$\Lambda(m)=\frac{3}{4}\,\frac{4m^2\ln m-(3m^2-1)(m^2-1)}{(m^2-1)^2(m-1)}. \tag{5.14}$$

Această funcție e pozitivă, subunitară pentru $m>1$, monoton descrescătoare, cu valorile-limită

$$\lim_{m\to\infty}\Lambda(m)=0\,;\ \lim_{m\to 1}\Lambda(m)=1 \tag{5.15}$$

și practic egală cu unitatea pentru $m\leqslant 1{,}5$, cum rezultă din tabela de mai jos :

$m=1$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,8	2	3	4	5	10
$\Lambda(m)=\sim 1$	~ 1	~ 1	~ 1	0,994	0,983	0,975	0,960	0,946	0,865	0,793	0,732	0,534

De asemenea introducem notațiile

$$\alpha_k(m)=\frac{m-1}{\dfrac{J_1^2[\xi_k(m)]}{J_1^2[m\xi_k(m)]}-1}, \tag{5.16}$$

cu

$$\lim_{m\to 1}\alpha_k(m)=1\,;\ \lim_{k\to\infty}\alpha_k(m)=1, \tag{5.17}$$

cum se verifică fără dificultăți utilizînd expresiile asimptotice ale funcțiunilor Bessel, deoarece în ambele cazuri rădăcinile ξ_k tind a avea valori foarte mari. Și mărimile $\alpha_k(m)$ sînt foarte apropiate de unitate pentru $m<1{,}5$ (vezi anexa VI).

Cu (5.10), (5.12), (5.13), (5.14), (5.16), expresiile parametrilor tranzitorii ai cojii exterioare devin

$$r_e(t)=r_{0e}\left[1+(1+m)\sum_{k=1}^{\infty}\alpha_k(m)\,e^{-\xi_k^2(m)\frac{(m^2-1)^2}{4}\frac{t}{\tau_e}}\right], \tag{5.18}$$

$$l_e(t)=\frac{\mu_e}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\alpha_k(m)}{(m-1)\,\xi_k^2(m)}\left[1-e^{-\xi_k^2(m)\frac{(m^2-1)^2}{4}\frac{t}{\tau_e}}\right], \tag{5.19}$$

$$l_e(t)=l_{ecc}\left[1-\frac{6}{\Lambda(m)}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\alpha_k(m)}{(m-1)^2\,\xi_k^2(m)}\,e^{-\xi_k^2(m)\frac{(m^2-1)^2}{4}\frac{t}{\tau_e}}\right], \tag{5.20}$$

cu

$$l_{ecc}=l_e(\infty)=\frac{\mu_e}{6\pi}\Lambda(m)\,(m-1). \tag{5.21}$$

Şi în cazul cojii exterioare a conductei se pot introduce parametri tranzitorii relativi, exprimaţi prin familii de funcţii universale (dependente de parametrul $m = c/b$) de variabila

$$\theta_e = \frac{t}{\tau_e} = \frac{t}{\sigma_e \mu_e d^2} = \frac{4t}{\sigma_e \mu_e b^2 (m^2-1)^2}, \tag{5.22}$$

care este timpul relativ, raportat la constanta de timp interioară a cojii exterioare a conductei. Se obţin astfel expresiile

$$\rho_e(\theta_e) = \frac{r_e(t)}{r_{e0}} = 1 + (m+1) \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k (m)\, e^{-\xi_k^2 (m) \frac{(m^2-1)^2}{4} \theta_e}, \tag{5.23}$$

$$\lambda_e(\theta_e) = \frac{l_e(t)}{l_{ecc}} = 1 - \frac{6}{\Lambda(m)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k(m)}{(m-1)^2\, \xi_k^2 (m)} e^{-\xi_k^2 (m) \frac{(m^2-1)^2}{4} \theta_e}, \tag{5.24}$$

legate prin relaţia

$$\rho_e (\theta_e) = 1 + \frac{2\Lambda (m)}{3(m+1)} \frac{d\lambda_e}{d\theta_e}. \tag{5.25}$$

Ţinînd seama de (5.17), se constată că şi în acest caz rezistenţa lineică tranzitorie e infinită în momentul iniţial şi scade monoton, tinzînd asimptotic către valoarea ei de curent continuu, iar inductivitatea lineică tranzitorie e nulă în momentul iniţial şi creşte monoton, tinzînd asimptotic către valoarea ei de curent continuu.

Expresii aproximative. Expresiile exacte (5.23) şi (5.24) iau forme mai simple în cazul cînd coaja cilindrică nu este prea groasă, adică în cazul cînd

$$m \leqslant 2, \quad c \leqslant 2b. \tag{5.26}$$

Cu erori maxime de ordinul unui procent şi cu atît mai mici cu cît ordinul k este mai mare sau cu cît m este mai mic, se constată din tabele [6] că rădăcinile $\xi_k(m)$ ale ecuaţiei (5.8) sînt practic

$$\xi_k (m) \cong \frac{k\pi}{m-1} = \frac{b}{c-b} k\pi = \frac{b}{g} k\pi. \tag{5.27}$$

În aceste condiţii

$$\rho_e (\theta_e) = \frac{r_e (t)}{r_{0e}} \cong 1 + (m+1) \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k (m)\, e^{-k^2\pi^2 \left(\frac{m+1}{2}\right)^2 \theta_e} \tag{5.28}$$

şi

$$\lambda_e (\theta_e) = \frac{l_e (t)}{l_{ecc}} \cong 1 - \frac{6}{\Lambda(m)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k (m)}{k^2\pi^2} e^{-k^2\pi^2 \left(\frac{m+1}{2}\right)^2 \theta_e} \tag{5.29}$$

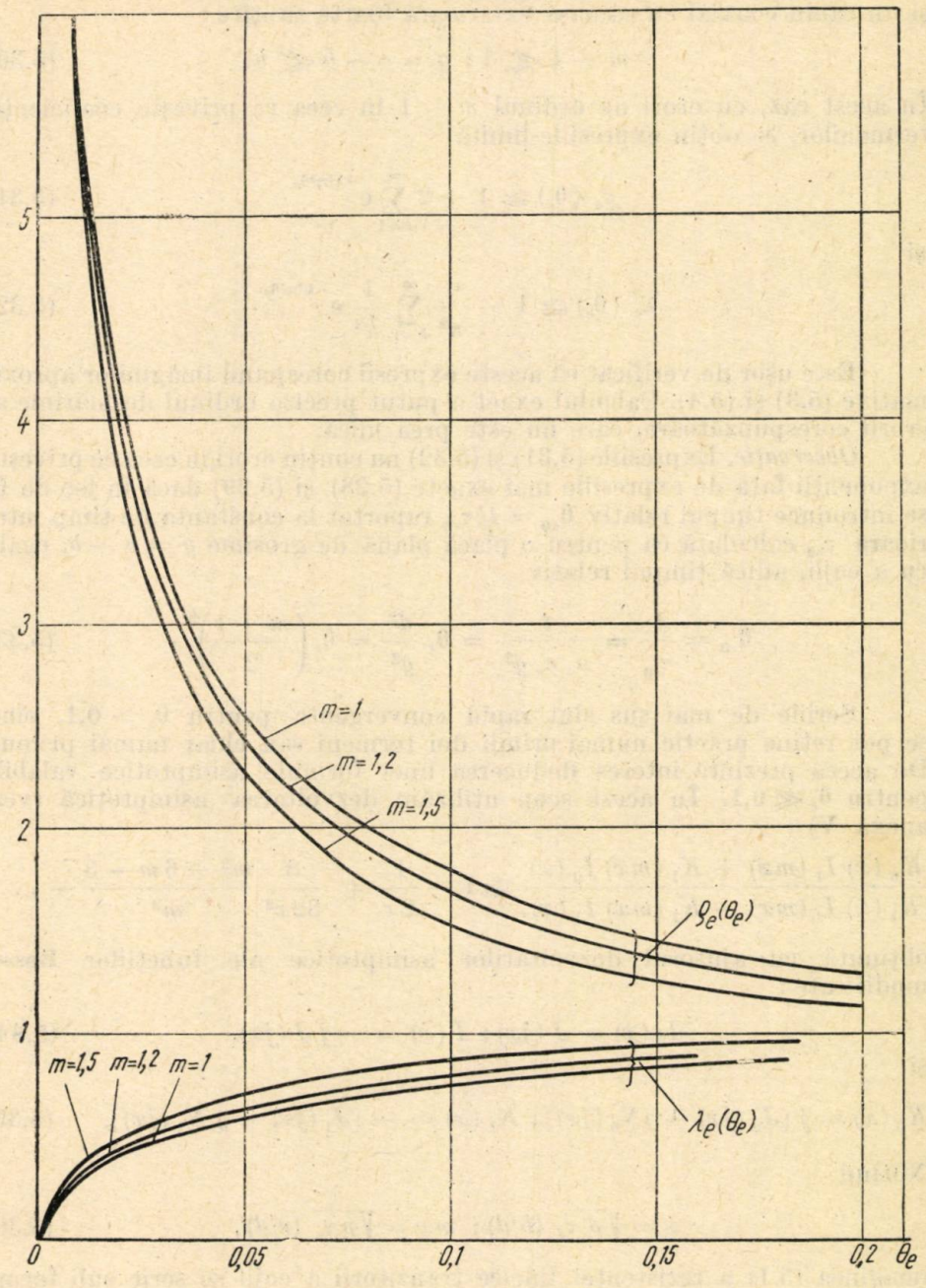


Fig. 3. — Curbele universale $\rho_e(\theta_e)$ şi $\lambda_e(\theta_e)$.

În practică, conducta coaxială studiată în această lucrare poate fi și un cablu coaxial cu cămașa exterioară foarte subțire :

$$m - 1 \ll 1 ; \; g = c - b \ll b. \tag{5.30}$$

În acest caz, cu erori de ordinul $m - 1$ în ceea ce privește coeficienții termenilor, se obțin expresiile-limită

$$\rho_e (\theta_e) \cong 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} e^{-k^2\pi^2\theta_e}. \tag{5.31}$$

și

$$\lambda_e (\theta_e) \cong 1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} e^{-k^2\pi^2\theta_e}. \tag{5.32}$$

Este ușor de verificat că aceste expresii corespund imaginilor aproximative (5.3) și (5.4). Calculul exact a putut preciza ordinul de mărime al erorii corespunzătoare, care nu este prea mică.

Observație. Expresiile (5.31) și (5.32) nu conțin erori în ceea ce privește exponenții față de expresiile mai exacte (5.28) și (5.29) dacă în loc de θ_e se introduce timpul relativ $\theta_{e0} = t/\tau_{e0}$ raportat la constanta de timp interioară τ_{e0} calculată ca pentru o placă plană de grosime $g = c - b$, egală cu a cojii, adică timpul relativ

$$\theta_{e0} = \frac{t}{\tau_{e0}} = \frac{t}{\mu_e \sigma_e g^2} = \theta_e \frac{d^2}{g^2} = \theta_e \left(\frac{m+1}{2} \right)^2. \tag{5.33}$$

Seriile de mai sus sînt rapid convergente pentru $\theta_e > 0{,}1$, cînd se pot reține practic numai primii doi termeni sau chiar numai primul. De aceea prezintă interes deducerea unei formule asimptotice valabile pentru $\theta_e \ll 0{,}1$. În acest scop utilizăm dezvoltarea asimptotică (vezi anexa V)

$$\frac{K_0(x) I_1(mx) + K_1(mx) I_0(x)}{K_1(x) I_1(mx) - K_1(mx) I_1(x)} \cong 1 - \frac{1}{2x} + \frac{3}{32x^2} \frac{m^2 + 6m - 3}{m^2} - \ldots,$$

obținută cu ajutorul dezvoltărilor asimptotice ale funcțiilor Bessel modificate :

$$I_0(x) = J(jx) ; \; I(x) = -j J(jx), \tag{5.34}$$

și

$$K_0(x) = j [J_0(jx) + jN_0(jx)] ; \; K_1(x) = -[J_1(jx) + j N_1(jx)]. \tag{5.35}$$

Notînd

$$x = \sqrt{p \tau_e} \; (b/d) ; \; mx = \sqrt{p \tau_e} \; (c/d), \tag{5.36}$$

imaginea (5.1) a rezistenței lineice tranzitorii a cojii se scrie sub forma

$$R_e(p) = r_{0e} \cdot \sqrt{\frac{\tau_e}{p}} \cdot \frac{K_0(x) I_1(mx) + K_1(mx) I_0(x)}{K_1(x) I_1(mx) - K_1(mx) I_1(x)}. \tag{5.37}$$

Cu (5.33) se obține dezvoltarea asimptotică a acestei imagini pentru valori mari ale modulului lui p :

$$R_e(p) \cong r_{0e}\left[\sqrt{\frac{\tau_e}{p}} - \frac{m^2-1}{4} + \frac{3(m^2-1)(m^2+6m-3)}{128\,m^2\,p\sqrt{p\tau_e}} \cdots\right], \tag{5.38}$$

din care se obține dezvoltarea asimptotică a rezistenței tranzitorii pentru valori mici ale timpului, adică expresia

$$\rho_e(\theta_e) = \frac{r_e(t)}{r_{0e}} \cong \frac{1}{\sqrt{\pi\theta_e}} - \frac{m^2-1}{4} + \frac{3}{64\sqrt{\pi}}\frac{(m^2-1)(m^2+6m-3)}{m^2}\sqrt{\theta_e} - \cdots \tag{5.39}$$

Cu relația (5.25), știind că $\lambda_e(0) = 0$, se obține dezvoltarea asimptotică corespunzătoare a inductivității tranzitorii relative :

$$\lambda_e(\theta_e) = \frac{l_e(t)}{l_{ecc}} = \frac{3(m+1)}{\Lambda(m)}\left[\sqrt{\frac{\theta_e}{\pi}} - \frac{m^2-1}{8}\theta_e + \frac{1}{64\sqrt{\pi}}\frac{(m^2-1)(m^2+6m-3)}{m^2}\sqrt{\theta_e^3} - \cdots\right]. \tag{5.40}$$

Pentru cazul cînd coaja cilindrică este destul de subțire, se pot utiliza următoarele expresii aproximative ale parametrilor lineici tranzitorii, care acoperă întregul interval de variație al variabilei :

$$\rho_e(t) \cong \frac{1}{\sqrt{\pi\theta_e}} - \frac{m^2-1}{4} \qquad \text{cu } \theta_e \leqslant 0{,}04, \tag{5.41}$$

$$\rho_e(t) \cong 1 + (1+m)\left[e^{-\pi^2\left(\frac{m+1}{2}\right)^2\theta_e} + e^{-4\pi^2\left(\frac{m+1}{2}\right)^2\theta_e}\right] \qquad \text{cu } \theta_e \geqslant 0{,}04 \tag{5.42}$$

și

$$\lambda_e(t) \cong 3(m+1)\left[\sqrt{\frac{\theta_e}{\pi}} - \frac{m^2-1}{8}\theta_e\right] \qquad \text{cu } \theta_e \leqslant 0{,}04, \tag{5.43}$$

$$\lambda_e(t) \cong 1 - \frac{6}{\pi^2}\left[e^{-\pi^2\left(\frac{m+1}{2}\right)^2\theta_e} + \frac{1}{4}e^{-4\pi^2\left(\frac{m+1}{2}\right)^2\theta_e}\right] \qquad \text{cu } \theta_e \geqslant 0{,}04. \tag{5.44}$$

Aceste expresii dau erori sub 1% pentru $m \leqslant 1{,}2$ și sub 2% pentru $m \leqslant 1{,}5$.

6. CONCLUZII

În vederea aplicării teoriei generale privitoare la propagarea undelor pe linii electrice lungi cu pierderi prin efect pelicular tranzitoriu, dezvoltată de acad. R. Răduleţ, Al. Timotin şi A. Ţugulea într-o lucrare anterioară [1], în lucrarea de faţă s-au determinat parametrii tranzitorii longitudinali ai unei linii constituite dintr-o conductă coaxială.

S-au exprimat totodată ecuaţiile liniilor lungi cu pierderi cu ajutorul rezistenţei tranzitorii introduse în lucrarea generală [2], obţinîndu-se o nouă formă a acestor ecuaţii integro-diferenţiale.

În cazul conductei coaxiale, datorită simetriei cilindrice a problemei, s-au putut separa aditiv în expresiile globale parametrii tranzitorii ai conductorului central de cei ai cojii conductoare exterioare. Rezistenţele lineice tranzitorii au rezultat funcţii pozitive monoton descrescătoare de timp, infinite în momentul iniţial şi tinzînd asimptotic către valorile lor de curent continuu pe măsura trecerii timpului. Inductivităţile lineice tranzitorii corespunzătoare au rezultat funcţii pozitive monoton crescătoare de timp, tinzînd asimptotic către inductivităţile de curent continuu pe măsura trecerii timpului. Valorile iniţiale ale inductivităţilor lineice tranzitorii interioare sînt nule în momentul iniţial, ceea ce corespunde faptului că la injectarea unui curent-treaptă, în condiţii iniţiale de repaus, cîmpul magnetic nu pătrunde instantaneu în conductor, aşa cum a arătat acad. A. Avramescu [5]. Valoarea iniţială a inductivităţii tranzitorii totale e egală cu inductivitatea exterioară (corespunzătoare cîmpului magnetic din dielectric). Toate aceste proprietăţi exemplifică şi confirmă teoria generală dezvoltată în lucrarea [2].

Pentru a permite utilizarea parametrilor tranzitorii în studiul propagării undelor pe linii, s-au stabilit expresii asimptotice şi aproximative mult mai simple decît cele exacte, date de serii de exponenţiale valabile pentru întregul domeniu de timp considerat ($t > 0$).

Parametrii tranzitorii ai conductorului central, respectiv ai cojii exterioare, au putut fi exprimaţi prin valori relative (raportate la valorile lor de curent continuu) drept funcţii universale de un timp relativ θ raportat la constante de timp specifice conductorului considerat (de ordinul de mărime al milisecundei). Se constată că, pentru timpi egali cu o fracţiune a acestor constante de timp ($\theta > 0{,}2 \ldots 0{,}5$), parametrii tranzitorii îşi ating practic valorile lor de curent continuu avînd o alură exponenţială (primul termen al seriilor respective e singurul important). Dimpotrivă, pentru valori mult subunitare ale timpului relativ, parametrii tranzitorii au valori mult diferite de cele de curent continuu şi nu pot fi aproximaţi printr-un număr finit de exponenţiale cînd $\theta \to 0$, deoarece tind către zero, ca $\sqrt{\frac{\theta}{\pi}}$ (inductivităţile tranzitorii), sau către infinit, ca $\frac{1}{\sqrt{\theta\pi}}$ (rezistenţele tranzitorii).

Rezultatele obţinute sînt susceptibile a furniza informaţii suplimentare şi cu grad de precizie sporit privitoare la studiul propagării undelor pe liniile electrice cu pierderi prin efect pelicular tranzitoriu.

ANEXA I

REPREZENTAREA ASIMPTOTICĂ A RAPORTULUI $J_0(jx)/J_1(jx)$

Folosim reprezentarea asimptotică din lucrarea [7], p. 184, pentru funcțiile Bessel modificate de specia întîi și de ordinul n :

$$I_n(x) = \frac{1}{j^n} J_n(jx) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}\left[\sum_{k=0}^{m}(-1)^k \frac{(n,k)}{(2x)^k} + 0\left(\frac{1}{x^{m+1}}\right)\right],$$

cu arg x
și

$$(n,k) = (4n^2 - 1^2)(4n^2 - 3^2) \ldots [4n^2 - (2k-4)^2]\,(2^{2k}\cdot k!)^{-1}$$

$$(n,0) = 1.$$

Rezultă

$$J_0(jx) = I_0(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}\left[1 + \sum_{h=1}^{m} \frac{1^2\cdot 3^2 \ldots (2k-1)^2}{2^{3k}\cdot x^k \cdot k!} + 0\left(\frac{1}{x^{m+1}}\right)\right],$$

$$J_1(jx) = j\,I_1(x) = j\frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}\left[1 + \right.$$

$$\left. + \sum_{l=1}^{m}(-1)^l \frac{(4-1^2)(4-3^2)\ldots[4-(2l-1)^2]}{2^{3l}\cdot x^l \cdot l!} + 0\left(\frac{1}{x^{m+1}}\right)\right].$$

Căutăm acum o dezvoltare asimptotică pentru raportul $J_0(js)/J_1(js)$ sub forma unei serii de puteri în $(1/2x)$:

$$\frac{J_0(jx)}{J_1(jx)} = -j\frac{1 + \sum_{k=1}^{m} \frac{1^2\cdot 3^2\ldots(2k-1)^2}{2^{3k}\cdot x^k\cdot k!}}{1 + \sum_{l=1}^{m}(-1)^l \frac{3(-5)(-21)\ldots[4-(2l-1)^2]}{2^{3l}\,x^l\,l!}} = -j\sum_{i=0}\frac{a_i}{(2x)^i}.$$

Efectuînd produsul numitorului cu cîtul și identificînd coeficienții, obținem relația

$$a_k + \sum_{l=1}^{k} a_{k-l}(-1)^l \frac{3(-5)(-21)\ldots[4-(2l-1)^2]}{2^{2l}\,l!} = \frac{1.9.25\cdots(2k-1)^2}{2^{2k}\cdot k!},$$

care permite calculul din aproape în aproape al coeficienților dezvoltării căutate : $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $a_2 = 3/2$, $a_3 = 3$, $a_4 = 63/8$, $a_5 = 27$ etc. Se stabilește astfel dezvoltarea asimptotică

$$\frac{J_0(jx)}{J_1(jx)} = -j\left[1 + \frac{1}{2x} + \frac{3}{8x^2} + \frac{3}{8x^3} + \frac{63}{128x^4} + \frac{27}{32x^5} + \cdots\right].$$

ANEXA II

INVERSAREA IMAGINII $R_e(p)$

Putem scrie cu notațiile (5.5)

$$R_e(p) = \frac{r_{0e}}{p}\frac{d}{b}\frac{[J_1(m\xi)\,N_0(\xi) - N_1(m\xi)\,J_0(\xi)]\xi}{J_1(\xi)\,N_1(m\xi) - J_1(m\xi)\,N_1(\xi)} \equiv \frac{1}{p}\frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

Se constată că $R_e(p)$ e cîtul a două serii întregi fără zerouri comune, iar $\lim_{p\to\infty} R(p) = 0$. Se poate aplica formula dezvoltării:

$$r_e(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(\theta)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{F_1(p_k)}{p_k F_2'(p_k)} e^{p_k t},$$

în care p_k sînt rădăcinile nenule ale ecuației transcendente

$$J_1(\xi)\,N_1(m\xi) - J_1(m\xi)\,N_1(\xi) = 0\,;\quad \xi = \sqrt{-p\tau_e}\,\frac{b}{d}.$$

Ținînd seama de dezvoltările asimptotice pentru argumente mici ale funcțiilor Bessel de prima și a doua specie [3]:

$$J_0(\xi) \cong 1 - \frac{\xi^2}{4} + \cdots,$$

$$J_1(\xi) \cong \frac{\xi}{2}\left(1 - \frac{\xi^2}{8} + \ldots\right),$$

$$N_0(\xi) \cong \frac{2}{\pi} J_0(\xi)\left[\ln\frac{\xi}{2} + C\right] + \frac{2}{\pi}\left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + \ldots,$$

$$N_1(\xi) \cong -\frac{2}{\pi\xi} + \frac{2}{\pi} J_1(\xi)\left(\ln\frac{\xi}{2} + C\right) - \frac{2}{\pi}\frac{\xi}{4} + \ldots,$$

obținem cu (2.10)

$$\frac{F_1(0)}{F_2(\theta)} = 2r_{0e}\frac{d}{b}\frac{1}{m^2-1} = \frac{1}{\sigma\pi(c^2-b^2)},$$

adică tocmai rezistența de curent continuu a cojii. Mai rezultă

$$F_2'(p_k) = \frac{d}{dp}\{[J_1(\xi)\,N_1(m\xi) - J_1(m\xi)\,N_1(\xi)]\}_{p=p_k} =$$

$$= \frac{d}{d\xi}\{[J_1(\xi)\,N_1(m\xi) - J_1(m\xi)\,N_1(\xi)]\}\left.\frac{d\xi}{dp}\right|_{p=p_k} =$$

$$= [J_1'(\xi)\,N_1(m\xi) +$$

$$+ mJ_1(\xi)\,N_1'(m\xi) - mJ_1'(m\xi)\,N_1(\xi) - J_1(m\xi)\,N_1'(\xi)]\left.\frac{d\xi}{dp}\right|_{p=p_k}.$$

Ţinînd seama de relaţiile

$$J_1'(\xi) = J_0(\xi) - \frac{1}{\xi} J_1(\xi),$$

$$N_1'(\xi) = N_0(\xi) - \frac{1}{\xi} N_1(\xi)$$

şi introducîndu-le în expresia de mai sus, după cîteva calcule elementare obţinem

$$F_2'(p_k) = \{[J_0(\xi_k) N_1(m\xi_k) - J_1(m\xi_k) N_0(\xi_k)] + \\ + m[J_1(\xi_k) N_0(m\xi_k) - J_0(m\xi_k) N_1(\xi_k)]\} \frac{d\xi}{dp}\bigg|_{p=p_k}.$$

Deoarece

$$\frac{d\xi}{dp}\bigg|_{p=p_k} = \frac{d}{dp}\left[\sqrt{-p\tau_e}\,\frac{b}{d}\right]_{p=p_k} = \frac{\xi_k}{2p_k},$$

obţinem

$$\frac{F_1(p_k)}{p_k F_2'(p_k)} = r_{0e}(m^2-1) \times \\ \times \frac{J_1(m\xi_k) N_0(\xi_k) - J_0(\xi_k) N_1(m\xi_k)}{m[J_1(\xi_k) N_0(m\xi_k) - J_0(m\xi_k) N_1(\xi_k)] - [J_1(m\xi_k) N_0(\xi_k) - J_0(\xi_k) N_1(m\xi_k)]}.$$

Dar ξ_k fiind rădăcinile ecuaţiei transcendente (5.9), avem

$$N_1(m\xi_k) = N_1(\xi_k)\frac{J_1(m\xi_k)}{J_1(\xi_k)} \text{ şi } N_1(\xi_k) = N_1(m\xi_k)\frac{J_1(\xi_k)}{J_1(m\xi_k)}$$

şi expresia de mai sus devine

$$\frac{F_1(p_k)}{p_k F_2'(p_k)} = r_{0e}(m^2-1)\frac{1}{\dfrac{J_1^2(\xi_k)}{J_1^2(m\xi_k)} - 1}.$$

Pentru a obţine această relaţie s-a utilizat identitatea cunoscută [6]

$$J_1(\xi) N_0(\xi) - J_0(\xi) N_1(\xi) = \frac{2}{\pi\xi}.$$

Cu aceste expresii, formula dezvoltării conduce la funcţia de timp

$$r_e(t) = r_{0e}\left[1 + (m^2-1)\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\dfrac{J_1^2(\xi_k)}{J_1^2(m\xi_k)} - 1} \cdot e^{-\xi_k^2 \frac{(m^2-1)^2}{4}\frac{t}{\tau_e}}\right].$$

ANEXA III

VALOAREA ASIMPTOTICĂ A INDUCTIVITĂŢII COJII EXTERIOARE

Din (3.7) cu (2.10) şi (5.5) rezultă

$$p\,L_e(p) = \frac{\mu_e}{2\pi\,\xi^2}\left[\frac{\xi\,N_1(m\xi)\,J_0(\xi) - J_1(m\xi)\,N_0(\xi)\xi}{J_1(\xi)\,N_1(m\xi) - J_1(m\xi)\,N_1(\xi)} + \frac{2}{m^2-1}\right]$$

sau

$$pL_e\,(p) = \frac{\mu_e}{2\pi} \times$$

$$\times \frac{\xi(m^2-1)\,[N_1(m\xi)\,J_0(\xi) - J_1(m\xi)\,N_0(\xi)] + 2\,[J_1(\xi)\,N_1(m\xi) - J_1(m\xi)\,N_1(\xi)]}{\xi^2\,(m^2-1)\,[J_1(\xi)\,N_1(m\xi) - J_1(m\xi)\,N_1(\xi)]}.$$

Deoarece $l_e(\infty) = \lim\limits_{t\to\infty} l_e(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\,L_e(p) = \lim\limits_{\xi\to 0} p\,L_e(p)$ vom utiliza dezvoltările în serie ale funcţiilor Bessel în jurul originii (menţionate în anexa II) şi vom obţine

$$\xi[N_1(m\xi)\,J_0(\xi) - J_1(m\xi)\,N_0(\xi)] = \frac{2}{\pi}\left[\xi^2\frac{m}{2}\ln m - \xi^2\frac{m^2-1}{4m} - \frac{1}{m} + \ldots\right],$$

$$J_1(\xi)\,N_1(m\xi) - J_1(m\xi)\,N_1(\xi) = \frac{2}{\pi}\left[\xi^2\frac{m}{4}\ln m + \frac{m^2-1}{2m} + m\frac{\xi^2}{16} - \ldots\right].$$

(termenii neglijaţi avînd puteri superioare puterii a doua a variabilei), respectiv

$$l_e\,(\infty) = \lim_{\xi\to 0} p\;L_e\,(p) = \frac{\mu_e}{\pi}\,\frac{4m^4\ln m - (3m^2-1)\,(m^2-1)}{8(m^2-1)^2}.$$

ANEXA IV

INDUCTIVITATEA DE CURENT CONTINUU A COJII EXTERIOARE

La trecerea curentului continuu de intensitate I prin conductorul central de rază a, cu întoarcerea prin coaja exterioară de rază interioară b şi exterioară c, cîmpul magnetic are expresia ($b \leqslant r \leqslant c$)

$$H(r) = \frac{I}{2\pi r}\,\frac{c^2-r^2}{c^2-b^2} \quad (\mathrm{H}(c) = 0,\ \mathrm{H}(b) = I/2\pi b).$$

Pentru inductivitatea interioară rezultă

$$l_{ecc} = \frac{\mu_e}{I^2}\int_b^c H^2\,2\pi\,r\,dr = \frac{\mu_e}{\pi}\,\frac{4m^4\ln m - (3m^2-1)\,(m^2-1)}{8\,(m^2-1)^2}.$$

ANEXA V

REPREZENTAREA ASIMPTOTICĂ A EXPRESIEI (5.33)

Folosim reprezentările asimptotice ale funcţiilor Bessel modificate ([7], p. 184) :

$$\sqrt{2\pi x}\, I_0(x) \cong e^x \left[1 + \frac{1}{8x} + \frac{9}{128x^2} + \frac{75}{128\cdot 8x^3} + \frac{75\cdot 49}{128^2\cdot 2\cdot x^4} + \dots\right],$$

$$\sqrt{2\pi x}\, I_1(x) \cong e^x \left[1 - \frac{3}{8x} - \frac{15}{128x^2} - \frac{105}{128\cdot 8x^3} - \frac{105\cdot 45}{128^2\cdot 2\cdot x^4} - \dots\right],$$

$$\sqrt{\frac{2x}{\pi}}\, K_0(x) \cong e^{-x} \left[1 - \frac{1}{8x} + \frac{9}{128x^2} - \frac{75}{128\cdot 8x^3} + \frac{75\cdot 49}{128^2\cdot 2\cdot x^4} - \dots\right],$$

$$\sqrt{\frac{2x}{\pi}}\, K_1(x) \cong e^{-x} \left[1 + \frac{3}{8x} - \frac{15}{128x^2} + \frac{105}{128\cdot 8x^3} - \frac{105\cdot 45}{128^2\cdot 2\cdot x^4} + \dots\right].$$

Efectuînd produsele cu reţinerea numai a termenilor în x^{-4}, obţinem

$$x\,[K_0(x)\,I_1(mx) + K_1(mx)\,I_0(x)] \cong \operatorname{ch}(m-1)x \left[1 + \frac{(m-1)(9m+15)}{128\,m^2x^2} + \right.$$

$$+ \frac{15\,(m-1)\,(245\,m^3 + 305\,m^2 + 287\,m + 315)}{128^2\cdot 2\cdot x^4} + \dots$$

$$\left. - \operatorname{th}(m-1)x \left(\frac{m+3}{8mx} + \frac{75m^3 + 27\,m^2 - 15\,m + 105}{128\cdot 8\cdot m^3x^3} + \dots\right)\right],$$

$$x\,[K_1(x)\,I_1(mx) - K_1(mx)\,I_1(x)] \cong \operatorname{sh}(m-1)x \left[1 - \frac{15m^2 + 18\,m + 5}{128\,m^2x^2} - \right.$$

$$- \frac{45[105\,m^4 + 28\,m^3 - 10\,m^2 + 28\,m + 105]}{128^2\cdot 2\cdot m^4x^4} - \dots$$

$$\left. + \operatorname{cth}(m+1)x \left[\frac{3(m-1)}{8mx} + \frac{15\,(m-1)\,(7m^2 + 10\,m + 7)}{128\cdot 8\cdot m^3x^3} + \dots\right)\right].$$

Observînd că pentru $x \to \infty$, $[1 - \operatorname{th}(m-1)\,x] \to 0$ şi $[1 - \operatorname{cth}(m-1)x] \to 0$ mai repede decît orice putere întreagă şi negativă a lui x, efectuăm cîtul cu reţinerea primilor termeni. Obţinem

$$\frac{K_0(x)\,I_1(mx) + K_1(mx)\,I_0(x)}{K_1(x)\,I_1(mx) - K_1(mx)\,I_1(x)} \cong 1 - \frac{1}{2x} + \frac{3\,(m^2 + 6\,m - 3)}{32\,m^2}\,\frac{1}{x^2} -$$

$$- \frac{119\,m^3 + 27\,m^2 - 27\,m + 9}{128\cdot 8m^3x^3} + \dots$$

ANEXA VI

CÎTEVA VALORI ALE MĂRIMILOR α_k (m)

k	m											
	1	1,2	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	0,998	0,986	0,952	0,869	0,784	0,71	0,64	0,59	0,56	0,51	0,48
2	1	~ 1	0,996	0,986	0,958	0,882						
3	1	~ 1	~ 1	0,994	0,979	0,956						
4	1	~ 1	~ 1	~ 1	0,991	0,981						
5	1	~ 1	~ 1	~ 1	~ 1	0,99						

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleţ, Al. Timotin, A. Ţugulea, *O teorie generală a parametrilor lineici tranzitorii ai liniilor electrice lungi şi cu pierderi în prezenţa solului*, St. cerc. energ. electr. **16**, *3*, 417—449 (1966).
2. — *Introducerea parametrilor tranzitorii în studiul circuitelor electrice lineare avînd elemente nefiliforme şi pierderi suplimentare*, St. cerc. energ. electr., **16**, *4*, 857—929 (1966).
3. A. N. Tihonov, A. A. Samarski, *Ecuaţiile fizicii matematice*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1956.
4. G. Doetsch, *Handbuch der Laplace-Transformation*, vol. I, Basel, Verlag Birkhauser, 1950.
5. A. Avramescu, *Efectul pelicular tranzitoriu*, Bul. St. Acad. R.R.R., St. tehn. chim., **IV**, *3—4*, 225—239 (1952).
6. E. Jahnke, D. Emde, *Funktionen Tafeln mit Formeln und Kurven*, New York, Dover Publication, 1945.
7. N. N. Lebedev, *Funcţii speciale şi aplicaţiile lor*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1957.

APROXIMAŢII ALE EFECTULUI PELICULAR ÎNTR-UN DIEDRU CONDUCTOR

DE

C. I. MOCANU

537.311.5 : 621.3.018.44

În lucrare se studiează problemele efectului pelicular la curent de aducţie şi de proximitate în raport cu un fir pentru un diedru conductor. Se stabilesc formulele de calcul al intensităţii cîmpului magnetic la refulare netă a curentului şi se aplică rezultatele obţinute la calculul rezistenţei în alternativ a barelor drepte cu secţiune poligonală şi la calculul pierderilor de putere prin curenţi turbionari induşi în conductoare masive de formă prismatică.

Studiul refulării curentului alternativ în barele drepte cu secţiune poligonală se poate face fie prin integrarea ecuaţiei lui Helmholtz, fie prin rezolvarea ecuaţiilor integrale ale cîmpului electromagnetic. Cu prima metodă, deşi se pot construi formal soluţiile problemelor interioară şi exterioară, nu se pot determina constantele de integrare, iar cu metoda a doua nu se poate construi soluţia decît prin metode de aproximare.

La refulare netă a curentului alternativ e suficient să se soluţioneze numai problema exterioară şi în aceste condiţii au fost rezolvate problemele de efect pelicular şi de proximitate pentru barele cu secţiune poligonală regulată [1], pentru barele cu secţiune dreptunghiulară [1], [2], [3] şi cu aproximaţii pentru bare cu secţiune poligonală oarecare [3].

Deoarece în apropiere de muchiile conductoarelor cîmpul electromagnetic are la refulare netă a curentului variaţii mari, problema repartiţiei densităţii de curent se poate rezolva pentru secţiunile de forma poligonului neregulat prin metoda descompunerii în diedre simple sau teşite. În această lucrare se studiază unele aproximaţii ale efectelor pelicular şi de proximitate în conductoarele prismatice, utilizînd descompunerea în diedre simple. Se stabilesc formule pentru calculul rezistenţei în alternativ a conductoarelor drepte şi a pierderilor prin curenţi turbionari în conductoare masive cu muchii, aceste rezultate găsîndu-şi aplicaţii în proiectarea aparatelor şi maşinilor electrice.

St. cerc. energ. electr. tom. 17, nr. 3, p. 603–619, Bucureşti, 1967

1. PROBLEMA PLAN-PARALELĂ A EFECTELOR PELICULAR ŞI DE PROXIMITATE LA REFULARE NETĂ A CURENTULUI ALTERNATIV

Fie un conductor drept, omogen şi izotrop, fără polarizaţii electrică şi magnetică permanente, cu o permeabilitate μ_i, o conductivitate σ şi avînd conturul Γ al secţiunii transversale de arie A_0. Paralel cu conductorul Γ în dielectricul de permeabilitate μ_i se găseşte un fir conductor (fig. 1).

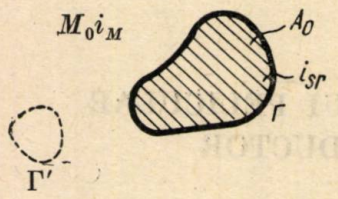


Fig. 1. — Un fir drept parcurs de curent alternativ, situat paralel cu un conductor drept Γ.

Dacă prin firul M trece un curent variabil în timp i_M, iar circuitul de închidere se consideră realizat la mare depărtare de conductoarele M şi Γ, în conductorul masiv Γ se induc curenţi turbionari, densitatea de curent şi cîmpul electric au numai componente după axa oz, care depind numai de r şi φ, dacă se alege axa oz a unui sistem de coordonate cilindrice paralelă cu firul M. Cîmpul magnetic are liniile de cîmp situate în plane transversale şi intensitatea cîmpului magnetic depinde numai de coordonatele r şi φ.

Pentru orice curbă închisă Γ' care nu înconjură firul M, tensiunea magnetomotoare $u_{m\Gamma'}$ este nulă.

$$u_{m\Gamma'} = \oint_{\Gamma'} \overline{H} \mathrm{d}\overline{s} = 0, \tag{1}$$

şi curentul total $i_{s\Gamma}$ în conductorul masiv Γ este nul,

$$i_{s\Gamma} = \int_{s\Gamma} \overline{J}\, \overline{\mathrm{d}A} = 0, \tag{2}$$

în care s-a notat cu $\overline{H}$ intensitatea cîmpului magnetic şi cu $\overline{J}$ densitatea de curent.

Dacă o dată cu suprimarea curentului inductor i_M intensitatea şi inducţiile cîmpurilor electric şi magnetic se anulează, acest caz corespunde efectului de proximitate între cele două conductoare.

Dacă, în lipsa firului M şi în lipsa oricărui cîmp magnetic inductor din exterior, conductorul masiv este parcurs de un curent variabil în timp $i_{s\Gamma}$, acest caz corespunde efectului pelicular la curent de aducţie.

Dacă atît prin firul M, cît şi prin conductorul masiv trec curenţi de aducţie variabili în timp i_M şi $i_{s\Gamma}$, acest caz corespunde efectelor combinate, pelicular şi de proximitate.

În regim cvasistaţionar armonic permanent şi utilizînd reprezentarea în complex a mărimilor armonice, potenţialul magnetic vector $\underline{\overline{A}}$ are numai componentă axială şi depinde de coordonatele r şi φ. În interiorul conductorului Γ, potenţialul magnetic vector $\underline{\overline{A}}^{(i)}$ este soluţia ecuaţiei

$$\Delta \underline{\overline{A}}^{(i)} = \gamma^2 \underline{\overline{A}}^{(i)} \; ; \quad \underline{\overline{A}}^{(i)} = \underline{A}^{(i)}(r, \varphi)\, \overline{e}_z, \tag{3}$$

în care

$$\underline{\Upsilon} = (1 + j)\,\alpha; \quad \alpha = \frac{1}{\delta} = \sqrt{\frac{\mu_i\,\omega\sigma}{2}}, \tag{4}$$

δ fiind adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic în semispaţiul conductor.

Dacă se multiplică ecuaţia (4) cu aria A_0 a secţiunii transversale a conductorului, se obţine

$$A_0\left[\frac{\partial^2 \underline{A}^{(i)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial \underline{A}^{(i)}}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\,\frac{\partial \underline{A}^{(i)}}{\partial \varphi^2}\right] =$$

$$= \frac{\partial^2 \underline{A}^{(i)}}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\,\frac{\partial \underline{A}^{(i)}}{\partial R} + \frac{1}{R^2}\,\frac{\partial \underline{A}^{(i)}}{\partial \varphi^2} = \underline{\Upsilon}^2 A_0 \underline{A}^{(i)} = \underline{p}^2 \underline{A}^{(i)}, \tag{5}$$

în care s-a notat cu $\underline{p}$ mărimea adimensională

$$\underline{p} = \underline{\Upsilon}\sqrt{A_0} = (1 + j)\sqrt{\frac{\underline{\mu}_i\,\omega\sigma A_0}{2}} \tag{6}$$

şi cu R variabila radială adimensională

$$R = \frac{r}{\sqrt{A_0}}. \tag{7}$$

Repartiţia densităţii de curent în conductor depinde de mărimea $\underline{p}$, şi aceeaşi repartiţie a potenţialului vector se obţine fie la frecvenţe mari, la permeabilitate mare, la conductivitate mare, fie la secţiuni mari ale conductoarelor.

Dacă $\underline{p}$ este infinit, intensităţile $\underline{E}_i$, şi $\underline{H}_i$ ale cîmpurilor electric şi magnetic sînt nule în interiorul conductorului, iar la suprafaţa acestuia cîmpul magnetic are numai componentă tangenţială. Acest caz corespunde fenomenelor care au loc în conductoarele cu permeabilitate infinit de mare, în conductoarele perfecte sau la frecvenţe foarte mari. Cîmpul electric e nul pe suprafaţa conductoarelor perfecte ($\sigma \to \infty$) şi e nenul dacă conductivitatea materialului este diferită de zero. La suprafaţa conductoarelor perfecte, vectorul lui Poynting este nul.

$$\underline{S}_\Gamma = \underline{E}_\Gamma \times \underline{H}^*_\Gamma = 0, \tag{8}$$

şi deci şi afluxul de putere în conductor este nul. Anularea intensităţii cîmpului electric în interiorul şi pe suprafaţa conductorului intervine în ghidurile de undă şi în cavităţile rezonante ideale, în care pierderile de putere sînt nule.

S-a demonstrat în lucrarea (8) că în conductoarele cu conductivitate σ finită, pentru valori foarte mari ale mărimii $\underline{p}$, raportul dintre intensitatea axială $\underline{E}_\Gamma$ a cîmpului electric şi intensitatea transversală $\underline{H}_\Gamma$ a cîmpului magnetic pe muchea conductorului este

$$\mathrm{Re}\left\{\frac{\underline{E}_\Gamma}{\underline{H}_\Gamma}\right\} = \frac{\alpha}{\sigma} \tag{9}$$

şi deci partea reală a vectorului lui Poynting este pe muchie.

$$\mathrm{Re}\{\underline{S}_\Gamma\} = \frac{\alpha}{\sigma} H_\Gamma^2, \tag{10}$$

adică egală cu partea reală a vectorului lui Poynting pe suprafaţa semispaţiului conductor. Afluxul de putere activă P în conductor se calculează cu formula

$$P = \frac{\alpha}{\sigma} \int_{s\Gamma} H_\Gamma^2 \, \mathrm{d}A, \tag{11}$$

valabilă deci şi pentru conductoarele cu muchii. Dacă conductivitatea materialului este infinită cîmpul electric fiind nul, pe suprafaţa conductorului, deci şi pe muchiile acestuia

$$\overline{E}_\Gamma = 0, \tag{12}$$

vectorul lui Poynting este nul pe muchii,

$$\overline{S}_\Gamma = 0. \tag{13}$$

2. APROXIMAŢII ALE EFECTULUI PELICULAR ÎNTR-UN DIEDRU CONDUCTOR

Fie diedrul conductor de unghi plan ψ şi paralel cu muchea diedrului un fir drept parcurs de curent sinusoidal în timp $i = \sqrt{2}\, I \sin \omega t$, care se întoarce prin diedru (fig. 2). Într-un sistem de coordonate cilindrice

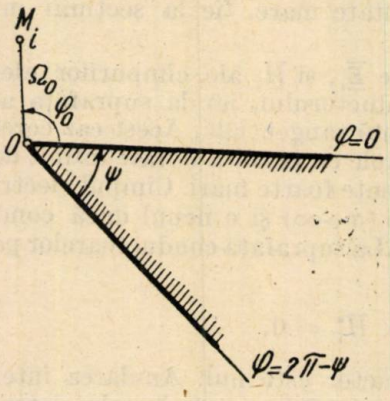


Fig. 2. — Un fir drept parcurs de curent alternativ, situat paralel cu un diedru drept.

cu axa oz după muchea diedrului şi cu unul dintre planele diedrului $\varphi = 0$, potenţialul magnetic vector $\overline{A}^{(e)}$ şi intensitatea $\overline{E}^{(e)}$ a cîmpului electric în exteriorul diedrului au numai componente după axa oz şi depind numai de coordonatele r şi φ :

$$\overline{A}^{(e)} = \underline{A}^{(e)}(r, \varphi)\, \overline{e}_z; \quad \overline{E}^{(e)} = \underline{E}^{(e)}(r, \varphi)\, \overline{e}_z, \tag{14}$$

iar cîmpul magnetic nu are componentă axială şi depinde numai de coordonatele r şi φ,

$$\overline{H}_e = H_{er}(r, \varphi)\, \overline{e}_r + \underline{H}_{e\varphi}(r, \varphi)\, \overline{e}_\varphi, \tag{15}$$

în care $\bar{e}_r$, $\bar{e}_\varphi$ și $\bar{e}_z$ sînt versorii sistemului de coordonate. Componentele potențialului vector sînt

$$\underline{\bar{A}}^{(e)} = \underline{\bar{A}}_1^{(e)} + \underline{\bar{A}}_2^{(e)}, \tag{16}$$

în care $\underline{\bar{A}}_1^{(e)}$ este soluție a ecuației

$$\Delta \underline{\bar{A}}_1^{(e)} = \frac{\partial^2 \underline{\bar{A}}_1^{(e)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{\bar{A}}_1^{(e)}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \underline{\bar{A}}_1^{(e)}}{\partial \varphi^2} = 0, \tag{17}$$

iar $\underline{A}_2^{(e)}$ este potențialul magnetic vector al firului parcurs de curentul $\underline{I}$,

$$\underline{A}_2^{(e)} = \frac{\mu_e \underline{I}}{2\pi} \ln \frac{C_0}{|\bar{r} - \bar{r}_0|}, \tag{18}$$

μ_e fiind permeabilitatea dielectricului din exteriorul conductorului și C_0 o constantă de integrare.

Soluția ecuației (17) este

$$\underline{A}_1^{(e)} = (\underline{A}_{eo}\varphi + \underline{B}_{eo})(\underline{C}_{eo} \ln r + 1) + \sum_{\lambda e} (\underline{A}_{\lambda e} \cos \lambda_e \varphi + \\ + \underline{B}_{\lambda e} \sin \lambda_e \varphi)(\underline{C}_{\lambda e} r^{-\lambda e} + r^{\lambda e}), \tag{19}$$

în care $\underline{A}_{eo}$, $\underline{B}_{eo}$, $\underline{C}_{eo}$, $\underline{A}_{\lambda e}$, $\underline{B}_{\lambda e}$ și $\underline{C}_{\lambda e}$ sînt constante de integrare.

Deoarece

$$\ln |\bar{r} - \bar{r}_0| = \ln \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\varphi - \varphi_0)} =$$

$$= \begin{cases} \ln r - \sum_1^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cos n(\varphi_0 - \varphi); & r > r_0 \quad (20) \\ \ln r_0 - \sum_1^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{r}{r_0}\right)^n \cos n(\varphi_0 - \varphi); & r < r_0, \quad (21) \end{cases}$$

soluția generală (16) a potențialului magnetic vector are următoarea formă:

$$\underline{A}^{(e)} = (\underline{A}_{eo}\varphi + \underline{B}_{eo})(\underline{C}_{eo} \ln r + 1) + \sum_{\lambda e} (\underline{A}_{\lambda e} \cos \lambda_e \varphi + \\ + \underline{B}_{\lambda e} \sin \lambda_{e\varphi})(\underline{C}_{\lambda e} r^{-\lambda e} + r^{\lambda e}) + \frac{\mu_e \underline{I}}{2\pi} \left[\ln \frac{C_0}{r} + \right. \\ \left. + \sum_1^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cos n(\varphi - \varphi_0)\right], \quad r > r_0, \tag{22}$$

$$\underline{A}^{(e)} = (\underline{A}_{eo}\varphi + \underline{B}_{eo})(\underline{C}_{eo} \ln r + 1) + \sum_{\lambda e} (\underline{A}_{\lambda e} \cos \lambda_e \varphi + \\ + \underline{B}_{\lambda e} \sin \lambda_e \varphi)(\underline{C}_{\lambda e} r^{-\lambda e} + r^{\lambda e}) + \frac{\mu_e \underline{I}}{2\pi} \left[\ln \frac{C_0}{r_0} + \right. \\ \left. + \sum_1^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{r}{r_0}\right)^n \cos n(\varphi - \varphi_0)\right], \quad r < r_0. \tag{23}$$

Fiindcă pe muchie potențialul magnetic vector $\underline{A}^{(e)}$ este finit, constantele $\underline{C}_{eo}$ și $\underline{C}_{\lambda e}$ sînt nule pentru $r < r_0$.

În interiorul diedrului, potențialul magnetic vector $\underline{A}^{(i)}$ este soluție a ecuației (5):

$$\frac{\partial^2 \underline{A}^{(i)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \underline{A}^{(i)}}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \underline{A}^{(i)}}{\partial \varphi^2} = \underline{\gamma}^2 \underline{A}^{(i)}, \tag{24}$$

și are expresia

$$\underline{A}^{(i)} = \sum_{\lambda i} (\underline{A}'_{\lambda i} \cos \lambda_i \varphi + \underline{B}'_{\lambda i} \sin \lambda_i \varphi) I_{\lambda i}(\gamma r), \quad r < r_0; \tag{25}$$

$$\underline{A}^{(i)} = \sum_{\lambda i} (\underline{A}''_{\lambda i} \cos \lambda_i \varphi + \underline{B}''_{\lambda i} \sin \lambda_i \varphi) K_{\lambda i}(\gamma r), \quad r > r_0, \tag{26}$$

în care $\underline{A}'_{\lambda i}$, $\underline{A}''_{\lambda i}$, $\underline{B}'_{\lambda i}$ și $\underline{B}''_{\lambda i}$, sînt constante de integrare, iar $I_{\lambda i}(\underline{\gamma} r)$ și $K_{\lambda i}(\underline{\gamma} r)$ funcțiile modificate ale lui Bessel de prima și de-a doua speță, de ordin λ_i.

Deoarece

$$\sum_{\lambda i} (\underline{A}'_{\lambda i} \cos \lambda_i \varphi + \underline{B}'_{\lambda i} \sin \lambda_i \varphi) I_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0) =$$

$$= \sum_{\lambda i} (\underline{A}''_{\lambda i} \cos \lambda_i \varphi + B''_{\lambda i} \sin \lambda_i \varphi) K_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0), \tag{27}$$

rezultă

$$\begin{aligned} \underline{A}'_{\lambda i} I_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0) &= \underline{A}''_{\lambda i} K_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0), \\ \underline{B}'_{\lambda i} I_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0) &= B''_{\lambda i} K_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0), \end{aligned} \tag{28}$$

și dacă se notează

$$\underline{A}_{\lambda i} K_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0) = \underline{A}'_{\lambda i} = \frac{\underline{A}''\lambda_i}{I_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0)} K_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0), \tag{29}$$

$$\underline{B}_{\lambda i} K_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0) = \underline{B}'_{\lambda i} = \frac{\underline{B}''\lambda_i}{I_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0)} K_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0), \tag{30}$$

ecuațiile (25) și (26) se transformă după cum urmează:

$$\underline{A}^{(i)} = \sum_{\lambda i} (\underline{A}_{\lambda i} \cos \lambda_i \varphi + B_{\lambda i} \sin \lambda_i \varphi) I_{\lambda i}(\gamma r) K_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0),$$

$$r < r_0, \tag{31}$$

$$\underline{A}^{(i)} = \sum_{\lambda i} (\underline{A}_{\lambda i} \cos \lambda_i \varphi + B_{\lambda i} \sin \lambda_i \varphi) I_{\lambda i}(\gamma r_0) K_{\lambda i}(\underline{\gamma} r),$$

$$r > r_0. \tag{32}$$

Pentru valori mici ale lui r, produsul termenilor $I_{\lambda i}(\underline{\gamma} r)$ și $K_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0)$ poate fi aproximativ astfel:

$$I_{\lambda i}(\underline{\gamma} r) K_{\lambda i}(\underline{\gamma} r_0) = \sim \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\lambda i} \tag{33}$$

și deci soluția verifică condiția ca pe muchie potențialul magnetic vector să fie finit.

Pentru valori mari ale lui r, produsul termenilor $I_{\lambda_i}(\underline{\gamma} r_0)$ și $K_{\lambda_i}(\underline{\gamma} r)$ poate fi aproximat prin valorile lor asimptotice,

$$I_{\lambda_i}(\underline{\gamma} r_0)\, K_{\lambda_i}(\underline{\gamma} r) = \sim \frac{1}{2\sqrt{r \cdot r_0}}\, e^{-\underline{\gamma}(r - r_0)} \tag{34}$$

cu excepția lui $\lambda_i = 0$, pentru care

$$I_0(\underline{\gamma} r_0)\, K_0(\underline{\gamma} r) = \sim \ln r, \tag{35}$$

și deci, la infinit, potențialul magnetic tinde ca $\ln r$.

Constantele λ_i și λ_e în anumite condiții pot avea valori discrete, dar în general au repartiție continuă, și ecuațiile (22—23) și (31—32) trebuie înlocuite prin integralele Fourier corespunzătoare.

La refulare netă a curentului în diedru, potențialul magnetic $\underline{A}^{(i)}$ și cîmpul electric $\underline{E}^{(i)}$ se anulează în interiorul conductorului și deci constantele $\underline{A}_{\lambda i}$ și $\underline{B}_{\lambda i}$ sînt nule.

Presupunînd că firul se depărtează la infinit, potențialul magnetic are în vecinătatea muchiei diedrului următoarea expresie, care rezultă din relația (23), în care s-a luat $C_0 \to \infty$:

$$\underline{A}^{(e)} = \underline{A}_{eo}\, \varphi + \underline{B}_{eo} + \sum_{\lambda_e} (\underline{A}_{\lambda e} \cos \lambda_e \varphi + \underline{B}_{\lambda e} \sin \lambda_e \varphi)\, r^{\lambda e}. \tag{36}$$

Deoarece potențialul magnetic $A^{(e)}$ are aceleași valori pe fețele $\varphi = 0$ și $\varphi = 2\pi - \psi$:

$$\underline{A}^{(e)}_{\varphi = 0} = \underline{A}^{(e)}_{\varphi = 2\pi - \psi}, \tag{37}$$

rezultă

$$\underline{A}_{eo} = 0\,; \qquad \underline{A}_{e,\,2n+1} = 0$$

și deci

$$\underline{A}^{(e)} = \underline{B}_{eo} + \sum_1^\infty (\underline{A}_{e,\,2n}\, r^{2\nu n} \cos 2\nu n\varphi + \underline{B}_{e,\,2n}\, r^{\nu n} \cdot \sin \nu n\varphi), \tag{38}$$

în care

$$\nu = \frac{\pi}{2\pi - \psi}\,; \qquad \frac{1}{2} < \nu < \infty. \tag{39}$$

Intensitatea $\underline{H}^{(e)}$ a cîmpului magnetic se obține din relația (38) :

$$\overline{\underline{H}}^{(e)} = \frac{1}{\mu_e} \operatorname{rot} \overline{\underline{A}}^{(e)} = \frac{1}{\mu_e} \Bigg[-\sum_1^\infty 2\nu n\, \underline{A}_{e,\,2n}\, r^{2\nu n - 1} \times$$

$$\times \sin 2\nu n\varphi + \sum_1^\infty \nu n\, \underline{B}_{e,\,n}\, r^{\nu n - 1} \cos \nu n\, \varphi \Bigg] \overline{e}_r -$$

$$- \frac{1}{\mu_e} \Bigg[\sum_1^\infty 2\nu n A_{e,\,2n}\, r^{2\nu n - 1} \cos 2\nu n\varphi + \sum_1^\infty \nu n\, B_{e,\,n}\, r^{\nu n - 1} \sin \nu n\varphi \Bigg] \overline{e}_\varphi. \tag{40}$$

Componentele tangențiale $H^{(e)}_{r,\,\varphi = 0}$ și $H^{(e)}_{r,\,\varphi = 2\pi - \psi}$ pe fețele diedrului fiind în puncte egal depărtate de muchea diedrului, egale și opuse,

$$\underline{H}^{(e)}_{r\,|\,\varphi = 0} = - \underline{H}^{(e)}_{r\,|\,\varphi = 2\pi - \psi}, \tag{41}$$

rezultă că n ia numai valori impare:

$$n = 1, 3, \ldots, 2m - 1. \tag{42}$$

Din condiția ca pe fețele diedrului cîmpul magnetic să aibă numai componentă tangențială:

$$\underline{H}^{(e)}_{\varphi}|_{\varphi=0} = H^{(e)}_{\varphi}|_{\varphi=2\pi-\psi} = 0, \tag{43}$$

rezultă valorile constantelor de integrare $\underline{A}_{e.\,2n}$:

$$\underline{A}_{e.\,2n} = 0. \tag{44}$$

Intensitățile $\underline{E}^{(e)}$ și $\underline{H}^{(e)}$ ale cîmpurilor electric și magnetic au în apropierea muchiei expresiile

$$\underline{E}^{(e)} = -j\omega \underline{A}^{(e)} = -j\omega \underline{B}_{eo} - j\omega \sum \underline{B}_{e.\,2m-1}\, r^{(2m-1)\nu} \sin(2m-1)\nu\varphi, \tag{45}$$

$$\underline{H}^{(e)} = \frac{1}{\mu_e}\left[\sum_1^{\infty}(2m-1)\nu\, \underline{B}_{e.\,2m-1}\, r^{(2m-1)\nu-1}\cos(2m-1)\,\nu\varphi\, \bar{e}_r - \right.$$

$$\left. -\sum_1^{\infty}(2m-1)\nu\, \underline{B}_{e.\,2m-1}\, r^{(2m-1)\nu-1}\sin(2m-1)\nu\varphi\, \bar{e}_{\varphi}\right], \tag{46}$$

cu următoarele valori pe fețele diedrului:

$$\underline{E}^{(e)}_{\varphi=0} = \underline{E}^{(e)}_{\varphi=2\pi-\psi} = -j\omega \underline{B}_{eo}, \tag{47}$$

$$\underline{H}^{(e)}_{\varphi=0} = -\underline{H}^{(e)}_{\varphi=2\pi-\psi} = \frac{1}{\mu_e}\sum_1^{\infty}(2m-1)\nu\, \underline{B}_{e.\,2m-1}\cdot r^{(2m-1)\nu\varphi} \tag{48}$$

În vecinătatea muchiei se pot neglija termenii cu exponenți mari ai lui r, și în seriile (45—48) termenii principali sînt

$$\underline{E}^{(e)}_1 = -j\omega \underline{B}_{eo} - j\omega \underline{B}_{e1}\, r^{\nu}\sin\nu\varphi, \tag{49}$$

$$\underline{H}^{(e)}_1 = \frac{\nu \underline{B}_{e1}}{\mu_e} r^{\nu-1}\,[\cos\nu\varphi\, \bar{e}_r - \sin\nu\varphi\, \bar{e}_{\varphi}], \tag{50}$$

avînd pe fețele diedrului următoarele valori:

$$\underline{E}^{(e)}_1|_{\varphi=0} = \underline{E}^{(e)}_1|_{\varphi=2\pi-\psi} = -j\omega \underline{B}_{eo} \tag{51}$$

$$\underline{H}^{(e)}_1|_{\varphi=0} = -\underline{H}^{(e)}_1|_{\varphi=2\pi-\psi} = \frac{\nu \underline{B}_{e1}}{\mu_e} r^{\nu-1}. \tag{52}$$

Pentru unghiuri ψ cuprinse între 0 și π, adică pentru valori ale lui ν cuprinse între 1/2 și 1 (39), cîmpul magnetic $\underline{H}^{(e)}_1$ este pe muchie infinit, iar pentru unghiuri $\psi > \pi$, adică pentru valori ale lui ν cuprinse între 1 și ∞, cîmpul magnetic $H^{(e)}_1$ este nul.

Aceeași expresie (52) a cîmpului magnetic se obține dacă se reprezintă conform cîmpul magnetic din exteriorul diedrului din planul complex $z = x + jy$ pe semiplanul superior complex $\omega = x + jv$ (fig. 3).

Funcția de transformare Schwartz-Christoffel este

$$z = F \int w^{\beta} dw = F \frac{w^{\beta+1}}{\beta+1}, \tag{53}$$

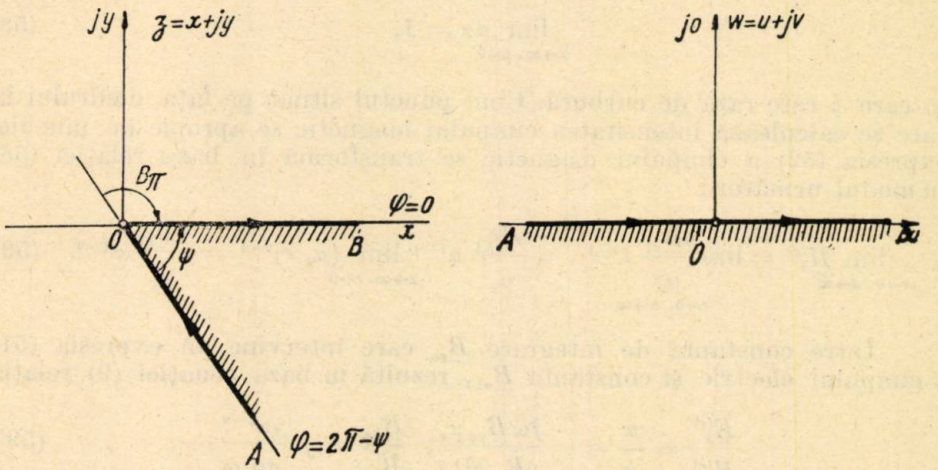


Fig. 3. — Schema de calcul pentru cîmpul magnetic din exteriorul unui diedru drept, la refulare netă a curentului, cu metoda de transformare conformă a lui Christoffel-Schwartz.

de unde rezultă intensitatea H_z a cîmpului magnetic:

$$H_z = H_w \frac{dw}{dz} = \frac{Hw}{F} \left(\frac{F}{\beta+1}\right)^{\frac{\beta}{\beta+1}} z^{-\frac{\beta}{\beta+1}}, \tag{54}$$

în care H_w și F sînt constante.

Pe fața $\varphi = 0$, într-un punct situat la distanța r de muchie, cîmpul magnetic este

$$H_{z\,|z=r} = \frac{Hw}{F} \left(\frac{F}{\beta+1}\right)^{\frac{\beta}{\beta+1}} r^{-\frac{\beta}{\beta+1}}. \tag{55}$$

Deoarece

$$-\frac{\beta}{\beta+1} = -\frac{\beta\pi}{\beta\pi+\pi} = \nu - 1, \tag{56}$$

rezultă că, dacă se aleg constantele H_w și $\underline{B}_{e1}$ astfel încît

$$\frac{Hw}{F} \left(\frac{F}{\beta+1}\right)^{\frac{\beta}{\beta+1}} = \nu \frac{\beta_{e1}}{\mu_e},$$

expresiile (52) și (55) sînt identice. Urmează că prin metoda transformării conforme se obține prima aproximație a cîmpului magnetic în vecinătatea muchiei diedrului. Cîmpul electric pe suprafața conductorului are la

valori mari ale parametrului α expresia dată de relația (9), iar partea reală a vectorului lui Poynting se calculează pe muchie cu formula (10)

$$Re\{\underline{S}_\Gamma\} = \frac{\alpha}{\sigma} H_z^2|_{z=r}. \tag{57}$$

S-a demonstrat în lucrarea [8] că adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic este pe muchie egală cu α dacă

$$\lim_{\alpha\to\infty,\ \rho\to 0} \rho\alpha = 1, \tag{58}$$

în care ρ este raza de curbură. Cînd punctul situat pe fața diedrului în care se calculează intensitatea cîmpului magnetic se apropie de muchie, expresia (52) a cîmpului magnetic se transformă în baza relației (58) în modul următor :

$$\lim_{r\to 0,\ \alpha\to\infty} \underline{H}_1^{(e)} = \lim_{\substack{\mu_e \\ r\to 0,\ \alpha\to\infty}} \frac{\nu \underline{B}_{e1}}{\mu_e} r^{\nu-1} = \frac{\nu \underline{B}_{e1}}{\mu_e} \alpha^{1-\nu} \lim_{\alpha\to\infty,\ r\to 0} (\alpha, r)^{\nu-1} = \frac{\nu \underline{B}_{e1}}{\mu_e} \alpha^{1-\nu}. \tag{59}$$

Între constanta de integrare $\underline{B}_{e0}$ care intervine în expresia (51) a cîmpului electric și constanta $\underline{B}_{e1}$, rezultă în baza ecuației (9) relația

$$\frac{\underline{E}_1^{(e)}}{\underline{H}_1^{(e)}} = \frac{\alpha}{\sigma} = -\frac{j\omega \underline{B}_{e0}\mu_e}{\nu \underline{B}_{e1}\alpha^{1-\nu}}; \quad \frac{\underline{B}_{e0}}{\underline{B}_{e1}} = j\frac{\nu\alpha^{2-\nu}}{\sigma\mu_e\omega}. \tag{59'}$$

În problemele care tratează refularea netă a curentului în conductoare masive, în literatură se admite o adîncime de pătrundere a cîmpului electromagnetic în conductoarele prismatice egală cu adîncimea de pătrundere în semispațiul conductor, ca o ipoteză de calcul în baza căreia se determină cu formula (57) puterea activă, și împrejurarea că rezultatele obținute sînt în bună concordanță cu rezultatele măsurătorilor experimentale confirmă justețea acestei ipoteze. În realitate [8], valabilitatea formulei (57) este condiționată de relația (58), adică numai pentru valori foarte mari ale parametrului α.

3. EFECTUL DE PROXIMITATE ÎNTRE UN FIR PARCURS DE CURENT ALTERNATIV ȘI UN DIEDRU CONDUCTOR LA REFULARE NETĂ A CURENTULUI.

Se consideră un diedru conductor și un fir parcurs de curent sinusoidal în timp paralel cu muchia diedrului (fig. 4). Punctului $M_z(z_0)$ din planul $z = x + jy$, urmă a firului parcurs de curentul $\underline{I}$, îi corespunde în planul complex $w = u + jv$ punctul $M_w(w_0)$, urmă a firului parcurs de curentul $\underline{I}_w$, în care w_0 se calculează cu funcția de transformare (53) :

$$w_0 = \left(\frac{\beta+1}{F}\right)^{\frac{1}{\beta+1}} z_0^{\frac{1}{\beta+1}} = \left(\frac{1}{\nu F}\right)^{\nu} z_0^{\nu}. \tag{60}$$

Din egalitatea tensiunilor electromotoare, calculate în lungul a două curbe Γ_z și Γ_w care închid punctele M_z și M_w, rezultă $\underline{I} = \underline{I}_w$.

Potențialul magnetic vector $\underline{A}_w^{(e)}$ se calculează în planul complex w cu metoda imaginilor (fig. 4c) și are expresia

$$\underline{A}_w^{(e)} = \frac{\underline{I}}{2\pi} \ln \frac{|w - w_0|}{|w - w_0'|} + c_w = \frac{\underline{I}}{2\pi} \ln \frac{|z^\nu - z_0^\nu|}{|z^\nu - z_0'^\nu|} + c_w =$$

$$= \frac{\underline{I}}{2\pi} \ln \sqrt{\frac{r^{2\nu} + r_0^{2\nu} - 2r^\nu r_0^\nu \cos\nu(\varphi + \varphi_0)}{r^{2\nu} + r_0^{2\nu} - 2r^\nu r_0^\nu \cos\nu(\varphi - \varphi_0)}} + c_w, \tag{61}$$

în care c_w este o constantă de integrare.

Ținînd cont de relațiile (20) și (21), formula (61) se transformă astfel:

$$\underline{A}_w^{(e)} = \frac{\underline{I}}{\pi} \sum_1^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi \sin n\nu\varphi_0 + c_w, \quad r < r_0; \tag{62}$$

$$\underline{A}^{(e)} = \frac{\underline{I}}{\pi} \sum_1^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{r_0}{r}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi \sin n\nu\varphi_0 + c_w, \quad r > r_0. \tag{63}$$

Pentru intensitățile $\underline{E}^{(e)}$ și $\underline{H}^{(e)}$ ale cîmpurilor electric și magnetic rezultă expresiile

$$\underline{E}^{(e)} = -\frac{j\omega\underline{I}}{\pi} \sum_1^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi \sin n\nu\varphi_0 - j\omega c_w, \quad r < r_0, \tag{64}$$

$$\underline{E}^{(e)} = -\frac{j\omega\underline{I}}{\pi} \sum_1^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{r_0}{r}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi \sin n\nu\varphi_0 - j\omega c_w, \quad r > r_0, \tag{65}$$

$$\underline{H}^{(e)} = \frac{\underline{I}\nu}{\pi\mu_e r} \sum_1^\infty \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0 (\cos n\nu\varphi\, \bar{e}_r - \sin n\nu\varphi\, \bar{e}_\varphi), \; r < r_0, \tag{66}$$

$$\underline{H}^{(e)} = \frac{\underline{I}\nu}{\pi\mu_e r} \sum_1^\infty \left(\frac{r_0}{r}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0 (\cos n\nu\varphi\, \bar{e}_r + \sin n\nu\varphi\, \bar{e}_\varphi), \; r < r_0. \tag{67}$$

Dacă în apropierea diedrului conductor se găsesc q fire parcurse de curenții $\underline{I}_q$ (fig. 5), potențialul magnetic vector se obține din ecuația (61) prin superpoziție:

$$A^{(e)} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^q \underline{I}_k \ln \sqrt{\frac{r^{2\nu} + r_{0k}^{2\nu} - 2r^\nu r_{0k}^\nu \cos\nu(\varphi + \varphi_{k0})}{r^{2\nu} + r_{0k}^{2\nu} - 2r^\nu r_{0k}^\nu \cos\nu(\varphi - \varphi_{0k})}} + c_w =$$

$$= \frac{1}{4\pi} \ln \prod_{k=1}^q \frac{r^{2\nu} + r_{0k}^{2\nu} - 2r^\nu r_{0k}^\nu \cos\nu(\varphi + \varphi_{0k})}{r^{2\nu} + r_{0k}^{2\nu} - 2r^\nu r_{0k}^\nu \cos\nu(\varphi - \varphi_{0k})} + c_w, \tag{68}$$

respectiv

$$\underline{A}^{(e)} = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^q \underline{I}_k \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{r}{r_{0k}}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi \sin n\nu\varphi_{0k} + c_w, \quad r < r_{0k}, \tag{69}$$

$$\underline{A}^{(e)} = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^q \underline{I}_k \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{r_{0k}}{r}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi \sin n\nu\varphi_{0k} + c_w, \quad r > r_{0k}. \tag{70}$$

Pentru intensităţile $\underline{E}^{(e)}$ şi $\underline{H}^{(e)}$ ale cîmpurilor electric şi magnetic rezultă expresiile

$$\underline{E}^{(e)} = -\frac{j\omega}{\pi}\sum_{k=1}^{q}\underline{I}_k\sum_{1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{r}{r_{0k}}\right)^{n\nu}\sin n\nu\varphi\sin n\nu\varphi_{0k} - jwc_w, \quad r < r_{ok}, \tag{71}$$

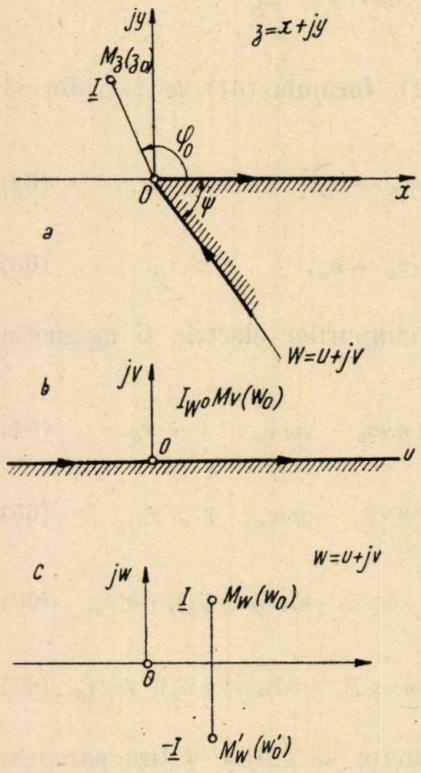


Fig. 4. — Schema pentru aplicarea metodei de transformare conformă a lui Christoffel-Schwartz pentru studiul efectului de proximitate, la refulare netă a curentului, între un fir drept şi un diedru conductor.

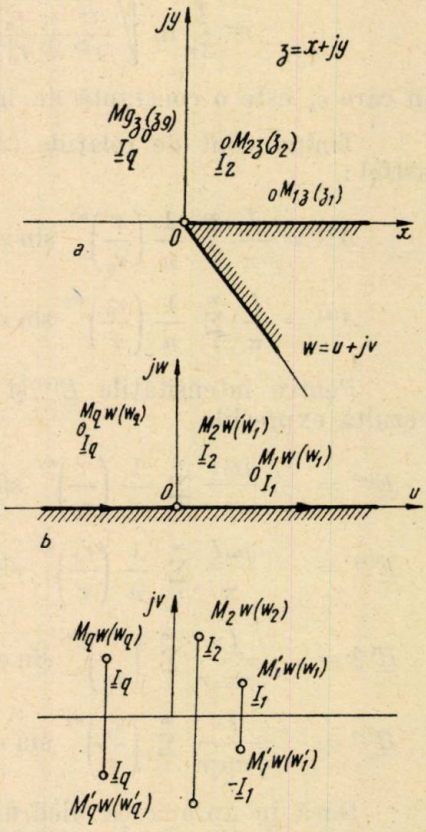


Fig. 5. — Schema pentru aplicarea metodei de transformare conformă a lui Christoffel-Schwartz pentru studiul efectului de proximitate, la refulare netă a curentului, între un sistem de fire şi un diedru conductor.

$$\underline{E}^{(e)} = -\frac{j\omega}{\pi}\sum_{k=1}^{q}\underline{I}_k\sum_{1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{r_0}{r}\right)^{n\nu}\sin n\nu\varphi\sin n\nu\varphi_0 - j\omega c_w, \quad r > r_0, \tag{72}$$

$$\underline{\overline{H}}^{(e)} = \frac{\nu}{\pi\mu_e r}\sum_{k=1}^{q}\underline{I}_k\sum_{1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{r}{r_0}\right)^{n\nu}\sin n\nu\varphi_0(\cos n\nu\varphi\,\overline{e}_r - \sin n\nu\varphi\,\overline{e}_\varphi), \quad r < r_0, \tag{73}$$

$$\underline{\overline{H}}^{(e)} = \frac{\nu}{\pi\mu_e r}\sum_{k=1}^{q}\underline{I}_k\sum_{1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{r_0}{r}\right)^{n\nu}\sin n\nu\varphi_0(\cos n\nu\varphi\,\overline{e}_r + \sin n\nu\varphi\,\overline{e}_\varphi), \quad r > r_0. \tag{74}$$

4. CALCULUL REZISTENȚEI ÎN ALTERNATIV A UNEI BARE CU SECȚIUNE PĂTRATĂ LA REFULARE NETĂ A CURENTULUI

Din expresia (52) a intensității cîmpului magnetic rezultă că valorile mari ale acesteia, deci și ale densității afluxului de putere prin suprafața laterală a conductoarelor prismatice cu secțiunea peste tot concavă, se găsesc în apropiere de muchii. O bună aproximație a fenomenelor trebuie să reproducă cu precizie în special repartiția cîmpului magnetic în apropierea muchiilor conductorului prismatic, pentru a da o expresie destul de precisă a puterii active disipate în conductor. Ținînd seama de această condiție, creșterea relativă a intensității cîmpului magnetic pe două fețe vecine ale barei cînd punctul pentru care este considerat se apropie de muchia dintre ele se poate aproxima prin creșterea relativă pe laturile vecine ale unui diedru, formînd între ele același unghi ca în conturul original al barei. Studiul refulării nete a curentului în bară se poate face cu o bună aproximație pe modelul diedrelor, avînd unghiurile egale cu unghiurile secțiunii barei (fig. 6).

Pentru bara cu secțiune pătrată de latură a (fig. 7) parcursă de curentul $\underline{I}$, intensitatea $\underline{H}_{e1}$ a cîmpului magnetic pe una dintre fețe se poate aproxima prin expresia (52)

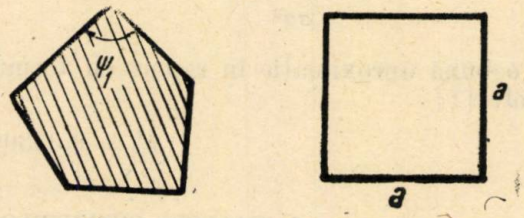


Fig. 7. — Conductor cu secțiune pătrată.

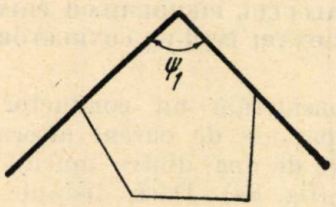


Fig. 6. — Schema pentru aplicarea metodei de aproximare prin diedre.

$$\underline{H}_{e1} = Cr^{\nu-1} = Cr^{-\frac{1}{3}}; \quad \nu = \frac{\pi}{2\pi - \frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3}.$$

Constanta C se calculează egalînd tensiunea magnetică pe fețele diedrului model cu intensitatea $\underline{I}$ a curentului electric în bară:

$$\int_{-a}^{a} H_{e1}\,\mathrm{d}r = 2C\int_{0}^{a} r^{-\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}r = 3Ca^{\frac{2}{3}} = \frac{\underline{I}}{2},$$

de unde rezultă

$$C = \frac{\underline{I}}{6a^{2/3}}.$$

Deoarece

$$\mathrm{Re}\{S\} = \frac{\alpha}{\sigma} H_{e1}^2 = \frac{\alpha}{\sigma} \frac{I^2}{36a^{4/3}} r^{-2/3},$$

puterea activă P absorbită de unitatea de lungime a barei este

$$P = 4\int_0^a S\mathrm{d}r = \frac{1}{3} \frac{\alpha I^2}{a\sigma} = R_a I^2,$$

de unde rezultă rezistența R_a în alternativ a unității de lungime a barei:

$$R_a = \frac{1}{3} \frac{\alpha}{a\sigma}.$$

Factorul de creștere în alternativ al rezistenței k_R, egal cu raportul dintre rezistența în alternativ R_a și rezistența în curent continuu R_c, este

$$k_R = \frac{R_a}{R_c} = \frac{\frac{1}{3}\frac{\alpha}{a\sigma}}{\frac{1}{\sigma a^2}} = \frac{\alpha a}{3} = \sim 0{,}333\ \alpha a$$

și reprezintă o bună aproximație în raport cu formula exactă k'_R a lui J. D. CocKroft [1]

$$k'_R = 0{,}33306\ \alpha a.$$

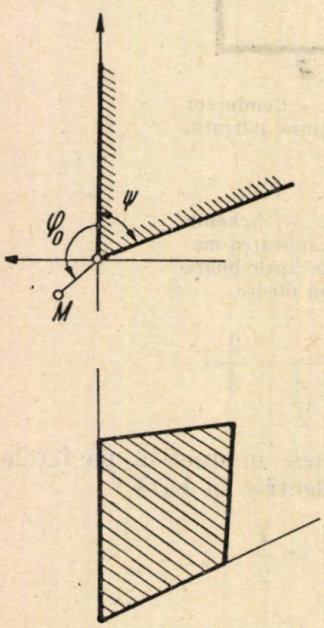


Fig. 8. — Descompunerea în diedre simple a unui conductor prizmatic.

5. CALCULUL PIERDERILOR PRIN CURENȚI TURBIONARI ÎNTR-UN CONDUCTOR PRISMATIC

Considerăm un conductor prismatic și un fir parcurs de curent alternativ situat în apropiere de una dintre muchii și paralel cu aceasta (fig. 8*a*). Dacă distanța dintre fir și muchia cea mai apropiată este mult mai mică decît distanțele față de celelalte muchii ale prismei, conductorul masiv poate fi aproximat prin diedrul corespunzînd muchiei apropiate (fig. 8*b*). În raport cu un sistem de coordonate cilindrice avînd axa oz în lungul muchiei și una dintre fețe OA (fig. 8*b*), intensitățile $\underline{H}^{(e)}$ ale cîmpului magnetic au pe fețele diedrului următoarele expresii calculate cu formulele (66) și (67):

— pe fața OA a diedrului:

$$\underline{H}'^{(e)}_{(OA)} = \frac{I\nu}{\pi\mu_e r} \sum_1^\infty \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0\,; \quad r < r_0, \quad (75)$$

$$\underline{H}''^{(e)}_{(OA)} = \frac{I\nu}{\pi\mu_e r}\sum_1^\infty \left(\frac{r_0}{r}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0\,; \quad r > r_0\,; \tag{76}$$

— pe fața OB a diedrului:

$$\underline{H}'^{(e)}_{(OB)} = \frac{I\nu}{\pi\mu_e r}\sum_1^\infty (-1)^n \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0\,; \quad r < r_0, \tag{77}$$

$$\underline{H}''^{(e)}_{(OB)} = \frac{I\nu}{\pi\mu_e r}\sum_1^\infty (-1)^n \left(\frac{r_0}{r}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0\,; \quad r > r_0. \tag{78}$$

Vectorul lui Poynting are expresiile,

— pe fața OA a diedrului:

$$\underline{S}'_{(OA)} = \frac{\gamma}{\sigma}\,\underline{H}'^{(e)2} = \frac{\gamma I^2\nu^2}{\pi^2\sigma\mu_e^2 r^2}\left[\sum_1^\infty \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0\right]^2\,; \quad r < r_0, \tag{79}$$

$$\underline{S}''_{(OA)} = \frac{\gamma}{\sigma}\,\underline{H}''^{(e)2} = \frac{\gamma I^2\nu^2}{\pi^2\sigma\mu_e^2 r^2}\left[\sum_1^\infty \left(\frac{r_0}{r}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0\right]^2\,; \quad r < r_0\,; \tag{80}$$

— pe fața OB a diedrului:

$$\underline{S}'_{(OB)} = \frac{\gamma \underline{H}'^{(e)2}}{\sigma} = \frac{\gamma I^2\nu^2}{\pi^2\sigma\mu_e^2 r^2}\left[\sum_1^\infty (-1)^n \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0\right]^2\,; \quad r < r_0\,; \tag{81}$$

$$\underline{S}''_{(OB)} = \frac{\gamma \underline{H}''^{(e)2}}{\sigma} = \frac{\gamma I^2\nu^2}{\pi^2\sigma\mu_e^2 r^2}\left[\sum_1^\infty (-1)^n \left(\frac{r_0}{r}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0\right]; \quad r > r_0. \tag{82}$$

Puterea complexă absorbită de diedru pe unitatea de lungime este

$$\underline{P} = \int_0^{r_0} \underline{S}'_{(OA)}\,dr + \int_{r_0}^\infty \underline{S}''_{(OA)}\,dr + \int_0^{r_0} \underline{S}'_{(OB)}\,dr + \int_{r_0}^\infty \underline{S}''_{(OB)}\,dr =$$

$$= \frac{\gamma I^2\nu^2}{\pi^2\sigma\mu_e^2}\left[\int_0^{r_0} \frac{1}{r^2}\left(\left(\sum_1^\infty \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0\right)^2 + \right.\right.$$

$$+\left.\left(\sum_1^\infty (-1)^n \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0\right)^2\right)dr + \int_{r_0}^\infty \frac{1}{r^2}\left(\left(\sum_1^\infty \left(\frac{r_0}{r}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0\right)^2 + \left(\sum_1^\infty (-1)^n \times\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\times \left(\frac{r_0}{r}\right)^{n\nu} \sin n\nu\varphi_0\right)^2\right)dr\right] = \frac{4\gamma I^2\nu^2}{\pi^2\sigma\mu_e^2 r_0} \sum_{\substack{p_1 q=1 \\ p+q=2n}}^\infty \frac{1}{(p+q)^2\nu^2 - 1} \sin p\nu\varphi_0 \sin q\nu\varphi_0,$$

iar puterea activă absorbită de bară este

$$P = \frac{4\alpha I^2\nu^2}{\pi^2\sigma\mu_e^2 r_0} \sum_{\substack{p_1 q=1 \\ p+q=2n}}^\infty \frac{1}{(p+q)^2\nu^2 - 1} \sin p\nu\varphi_0 \sin q\nu\varphi_0. \tag{83}$$

Cu formula (83) se pot calcula pierderile de putere prin curenți turbionari induși de fire parcurse de curent alternativ în părțile masive ale mașinilor și aparatelor electrice avînd formă prismatică.

Variația modulului intensității cîmpului magnetic pe fețele diedrului depinde de unghiul ψ prin parametrul ν. Din relațiile (66) și (67) rezultă că pentru deschideri $0 < \psi < \pi$, adică pentru $\frac{1}{2} < \nu < 1$, cîmpul magnetic este pe muchie infinit și tinde către zero la mare depărtare de muchie (fig. 9*a*); este finit pe muchie pentru $\psi = \pi$, adică pentru $\nu = 1$, și se anulează pe muchie pentru $\pi < \psi < 2\pi$, respectiv $1 < \nu < \infty$ (fig. 9*b* și *c*). În ultimul caz, modulul intensității cîmpului magnetic prezintă

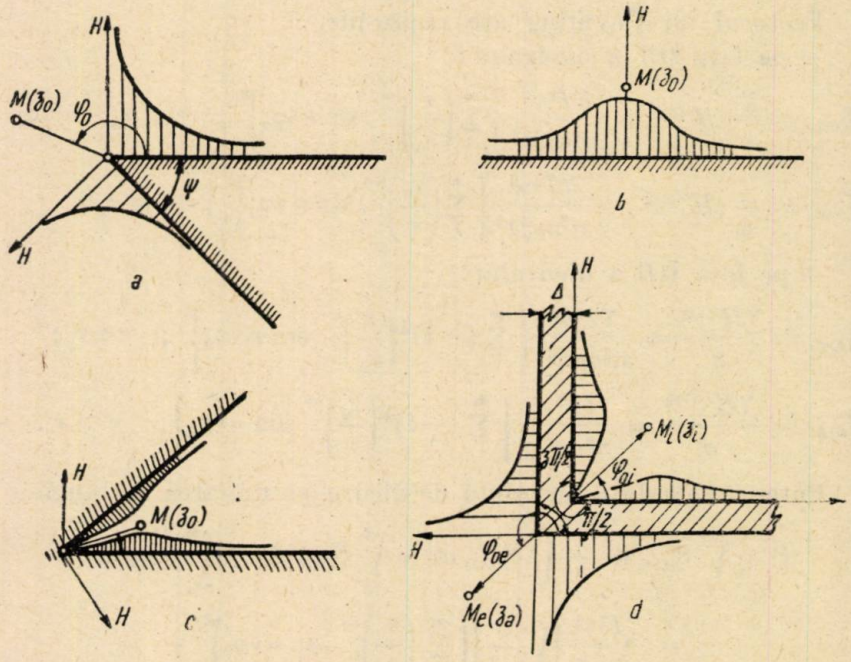


Fig. 9. — Variația intensității cîmpului magnetic pe fețele unui diedru: *a* — cînd $0<\psi<\pi$; *b* — cînd $\psi=\pi$; *c* — cînd $\pi<\psi<2\pi$; *d* — cînd $\psi_e=\frac{3\pi}{2}$, $\psi_i=\frac{\pi}{2}$

maxime diferite pe cele două fețe ale diedrului în puncte situate la depărtarea r_0 de muchie.

Rezultă că, atît la curent de aducție, cît și la curenți turbionari induși în diedru, cîmpul magnetic este infinit pe muchie, respectiv se anulează pentru aceleași valori ale unghiului ψ în condițiile arătate.

În figura 9*d* s-au reprezentat variațiile intensității cîmpului magnetic pe fețele unui ecran perfect de forma diedrului $\frac{\pi}{2}$; unul dintre fire, parcurs de curentul I_1, este situat în interior, iar celălalt fir, parcurs de curentul I_2, este situat în exteriorul ecranului.

BIBLIOGRAFIE

1. R. RĂDULEȚ, C. I. MOCANU, *Approximation des phénomènes de refoulement net du courant électrique alternatif dans les conducteurs prismatiques*, Rev. d'Electr. et d'Eng., **9**, *2*, 147—175 (1964).
2. J. D. COCKROFT, *Skin effect in rectangular conductors at high frequency*, Proc. Roy. Soc., **122**, 533—542 ( ).
3. C. I. MOCANU, *Le calcul de la résistance en alternatif des barres à section polygonale au refoulement net du courant électrique*, Rev. d'Electr. et d'Eng., Buc., **10**, *1*, 79—98 (1965).
4. R. RĂDULEȚ, C. I. MOCANU, *Auf dem abgeflachten Modellstab beruhende genaue Berechnung des Formfaktors des äquivalenten Einsatzwidwersatandes eisenloser Induktionsofen*, Rev. roum. sci. techn. electrotechn. energ., **10**, *1*, 318 (1965).
5. A. MILLEA, *Rezistența în curent alternativ a conductoarelor drepte de secțiune oarecare, cu aplicație la conductoarele plate, teză de disertație*, Min. înv., București, 1963.
6. I. M. RÎJÎC, I. S. GRADSTEIN, *Tabele de integrale, sume, serii și produse*, București, Edit. tehnică, 1955.
7. P. FRANK, R. von MISES, *Die Differential und Integralgleichungen der Mechanik und Physik*, Brunswick, Vieweg und Sohn, 1935.
8. C. I. MOCANU, *Asupra comportării cîmpului electromagnetic pe vîrfurile și muchiile conductoarelor*, Rev. roum. sci. techn. electr. energ., 4 (1967).

EFECTUL PELICULAR TRANZITORIU ȘI PARAMETRII TRANZITORII AI BARELOR CONDUCTOARE MASIVE DE SECȚIUNE DREPTUNGHIULARĂ AȘEZATE ÎN CRESTĂTURILE MAȘINILOR ELECTRICE

DE

C. V. BĂLĂ și A. ȚUGULEA

621.3.018.44 : 621.313.045.13

Utilizîndu-se forma operațională a ecuațiilor cîmpului se studiază efectul pelicular tranzitoriu în barele de secțiune dreptunghiulară situate în crestăturile deschise ale mașinilor electrice. Se determină astfel variația în timp a cîmpului magnetic, a cîmpului electric, a densității de curent a intensității curentului absorbit și a tensiunii la borne, fie la aplicarea treptei de tensiune, fie la injectarea treptei de curent. Sînt determinate și mărimile pătratice : energia magnetică acumulată în bară, puterea absorbită, forța exercitată asupra barei. Se studiază stingerea curentului în cazul scurtcircuitării barei.

Pe baza rezolvării problemei de cîmp se calculează parametrii tranzitorii ai barei cu și fără inductivitate exterioară, care permit descrierea comportării ei tranzitorii la orice altă variație în timp a tensiunii aplicate sau a curentului injectat. Pentru acești parametri se dau tabele de calcul și curbe universale de variație.

1. INTRODUCERE

Comportarea în regim electromagnetic tranzitoriu cvasistaționar a mașinilor și a transformatoarelor electrice nu poate fi studiată riguros utilizîndu-se parametrii definiți în cazul regimurilor staționare. Ca urmare a masivității conductoarelor care alcătuiesc înfășurările și, în unele cazuri, a pieselor polare, definițiile unor parametri cum sînt rezistențele și inductivitățile înfășurărilor, date, fie pentru regimul de curent continuu, fie pentru regimul armonic permanent nu mai sînt adecvate și pentru studiul regimurilor tranzitorii.

În ultima vreme, problema a fost abordată în general, elaborîndu-se o teorie care permite studiul unor asemenea regimuri [1], [2], conform căreia parametrii adecvați studiului elementelor de circuit cu conductoare masive sînt funcții de timp numiți parametri tranzitorii, cu ajuto-

rul cărora se pot scrie ecuațiile de comportare ale acestor circuite, ecuații care generalizează teoremele lui Kirchhoff. Aceste ecuații sînt de forma

$$i_d(t) = \sum_{k \in d} i_k(t),$$

$$e_q(t) = \sum_{k \in q} \left[u_k^0(t) + \sum_s l_{ks}^0 \frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^t r_{ks}(t-\xi)\, i_s(\xi)\, \mathrm{d}\xi \right] \quad (1.1)$$

sau de forma

$$i_d(t) = \sum_{k \in d} i_k(t),$$

$$e_q(t) = \sum_{k \in q} \left[u_k^0(t) + r_k^0\, i_k(t) + \sum_s \left(l_{ks}^0 \frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^{t-\varepsilon} l'_{ks}(t-\xi)\, i_s(\xi)\, \mathrm{d}\xi \right) \right], \quad (1.2)$$

n care

$r_{ks}(t)$ și $l_{ks}(t)$ sînt rezistențele și inductivitățile tranzitorii,

r_k^0 este rezistența în curent continuu a elementului,

l_{ks}^0 — inductivitatea mutuală exterioară a elementului de circuit,

$u_k^0(t)$ — un termen care ține seama de influența condițiilor inițiale de cîmp,

ε — un număr pozitiv și arbitrar de mic.

Pentru un circuit format din mai multe elemente, ecuațiile de mai sus pot fi scrise dacă pentru fiecare element se cunosc parametrii tranzitorii.

Determinarea acestor parametri presupune rezolvarea unei probleme de cîmp electromagnetic cvasistaționar în regim tranzitoriu pentru cazul în care elementului i se aplică fie o treaptă de tensiune, fie o treaptă de curent [1].

Pentru un element dipolar în condiții inițiale de repaus, ecuațiile explicitate în tensiune sînt

$$u(t) = l^0 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^t r(t-\xi)\, i(\xi)\, \mathrm{d}\xi \quad (1.3)$$

sau

$$u(t) = r^0 i + l^0 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^{t-\varepsilon} l'(t-\xi)\, i(\xi)\, \mathrm{d}\xi, \quad (1.4)$$

respectiv ecuaţiile explicitate în curent sînt

$$i(t) = c^0 \frac{du}{dt} + \frac{d}{dt}\int_0^t g(t-\xi)\, u(\xi)\, d\xi \tag{1.5}$$

sau

$$i(t) = g^0 u + c^0 \frac{du}{dt} + \frac{d}{dt}\int_0^{t-\varepsilon} c'(t-\xi)\, u(\xi)\, d\xi. \tag{1.6}$$

În aceste relaţii, $r(t)$, $l(t)$, $g(t)$ şi $c(t)$ sînt, respectiv, rezistenţa tranzitorie, inductivitatea tranzitorie, conductanţa tranzitorie şi capacitatea tranzitorie, funcţii de timp care caracterizează dipolul în regim tranzitoriu : r^0 şi g^0 sînt rezistenţele şi conductanţele în curent continuu $\left(r^0 = \frac{1}{g^0}\right)$; $r^0 = \lim_{t\to\infty} r(t)$; $g^0 = \lim_{t\to\infty} g(t)$, iar l^0 şi c^0 valorile iniţiale ale inductivităţii şi capacităţii : $l^0 = l(0^+)$ şi $c^0 = c\,(0^+)$, plusul specificînd limita la dreapta.

Ecuaţiile (1.4) şi (1.6) au sens numai în cazul în care $r^0 \neq 0$, respectiv $g_0 \neq \infty$.

Pentru elemente inductive, $l^0 = l_{ext}$ şi $c^\circ = 0$.

Pentru elemente capacitive $c^0 = c_{electrostatic}$ şi $l^0 = 0$.

Forma operaţională a ecuaţiilor de mai sus este

$$U(p) = l^0 p\, I(p) + p\, R(p)\, I(p) = r^0 I(p) + p^2 L(p)\, I(p) = Z(p)\, I(p) \tag{1.7}$$

şi

$$I(p) = c^0 p U(p) + pG(p)\, U(p) = g^0 U(p) + p^2 C(p)\, U(p) = Y(p)\, U(p), \tag{1.8}$$

din care rezultă următoarele definiţii ale imaginilor parametrilor tranzitorii [1] :

$$R(p) = \frac{Z(p)}{p} - l^0, \tag{1.9}$$

$$L(p) = \frac{Z(p)}{p^2} - \frac{r^0}{p^2}, \tag{1.10}$$

$$G(p) = \frac{Y(p)}{p} - c^0, \tag{1.11}$$

$$C(p) = \frac{Y(p)}{p^2} - \frac{g^0}{p^2}. \tag{1.12}$$

Mai observăm că pentru acelaşi element se pot defini toţi parametrii tranzitorii, independent de structura lui.

Între aceştia există relaţiile

$$r(t) = r^0 + \frac{dl}{dt}, \tag{1.13}$$

$$g(t) = g^0 + \frac{dc}{dt} \tag{1.14}$$

şi o ecuaţie integrală de legătură [1]:

$$c^0 r(t) + l^0 g(t) + \int_0^t r(t-\xi)\, g(\xi)\, d\xi = t. \tag{1.15}$$

În lucrarea de faţă se aplică această teorie la cazul particular al conductoarelor masive situate în crestăturile dreptunghiulare ale maşinilor electrice, cu scopul de a se putea studia mai exact regimurile tranzitorii ale acestora.

Cu această ocazie se determină unele mărimi de cîmp şi unele mărimi globale care nu sînt legate direct de definiţiile parametrilor tranzitorii, dar care prezintă interes în aplicaţii.

2. EFECTUL PELICULAR TRANZITORIU ÎNTR-O BARĂ DREPTUNGHIULARĂ ÎNALTĂ SITUATĂ ÎNTR-O CRESTĂTURĂ DESCHISĂ PENTRU CONDIŢII INIŢIALE DE REPAUS

2.1. Rezolvarea problemei de cîmp

Considerăm o bară dreptunghiulară de conductibilitate σ şi permeabilitate μ, avînd lăţimea a şi înălţimea h, situată într-o crestătură dreptunghiulară deschisă (fig. 1). Bara se presupune izolată de pereţii crestăturii cu un strat izolant de grosime neglijabilă, iar miezul feromagnetic se presupune format din tole nesaturate de permeabilitate practic infinită.

Lungimea barei l se presupune cu mult mai mare decît dimensiunile ei transversale, în aşa fel încît efectele de capete să se poată neglija, iar cîmpurile să se poată considera plan-paralele.

Pentru a pune în evidenţă caracterul dipolar al barei considerăm (fig. 2) drept conductor de întoarcere o bandă de lăţimea crestăturii, perfect conductoare şi situată fie imediat deasupra barei (izolată printr-un strat de grosime neglijabilă), în care caz inductivitatea exterioară a barei e nulă (fig. 2*a*), fie la o anumită înălţime h_1 (fig. 2*b*), în care caz inductivitatea exterioară nu mai e nulă şi are valoarea

$$l_{ext} = l^0 = \mu_0 \frac{h_1}{a}\, l. \tag{2.1}$$

Alegînd axele ca în figura 3 şi considerînd cîmpul plan-paralel, rezolvarea problemei de cîmp în interiorul barei revine la integrarea ecuaţiei (2 · 2) pentru intensitatea cîmpului magnetic:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial y^2} - \mu\sigma \frac{\partial H}{\partial t} = 0, \tag{2.2}$$

cu condiţia iniţială

$$H(y, 0) = 0; \tag{2.3}$$

deoarece se consideră că bara se alimentează brusc, cu condițiile pe frontieră

$$H(0, t) = 0 \tag{2.4}$$

și

sau

$$\left.\begin{aligned} H(h, t) &= \frac{i(t)}{a} \\ E(h, t) &= \frac{u(t)}{l} \end{aligned}\right\}, \tag{2.5}$$

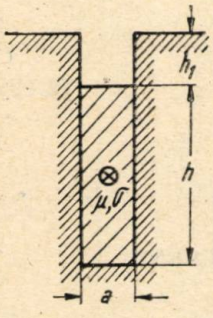


Fig. 1. — Bară de secțiune dreptunghiulară situată într-o crestătură deschisă.

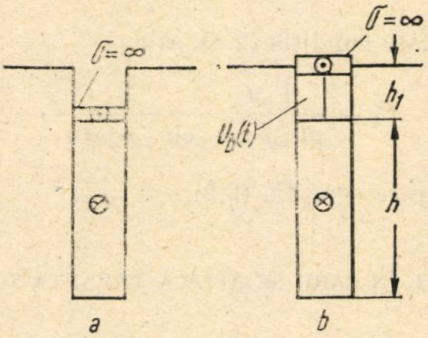


Fig. 2. — Bară de secțiune dreptunghiulară cu conductor de întoarcere supraconductor : a — inductivitate exterioară de dispersie nulă, $h_1 = 0$; b — inductivitate exterioară de dispersie diferită de zero, $h_1 \neq 0$.

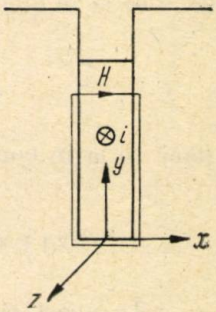


Fig. 3. — Alegerea axelor de coordonate pentru integrarea ecuațiilor cîmpului.

în care $i(t)$ este curentul injectat, iar $u(t)$ e partea din tensiune aplicată barei (în lungul unei linii situate pe fața superioară), egală chiar cu tensiunea aplicată la borne dacă inductivitatea exterioară e nulă (fig. 2 *a*).

În cele ce urmează vom presupune funcțiile $i(t)$ și $u(t)$ de forma $i(t) = I_0 . 1(t)$ și $u(t) = U_0 1(t)$.

Ținînd seama de relația (2·3), forma operațională a ecuației (2.2) se scrie astfel :

$$\frac{\mathrm{d}^2 H(y, p)}{\mathrm{d}y^2} - p\mu\sigma H(y, p) = 0, \tag{2.6}$$

cu condițiile pe frontieră

$$H(0, p) = 0 \tag{2.7}$$

și

$$H(h, p) = \frac{I_0}{pa}, \tag{2.8}$$

sau

$$E(h, p) = \frac{1}{\sigma}\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}y} = \frac{U_0}{pl}. \tag{2.9}$$

Soluţia generală a ecuaţiei (2.6) este

$$H(y, p) = C_1 \operatorname{sh} \sqrt{p\mu\sigma}\, y + C_2 \operatorname{ch} \sqrt{p\mu\sigma}\, y, \tag{2.10}$$

în care

$$C_2 = 0$$

în virtutea condiţiei (2.7), iar

$$C_1 = \frac{I_0}{ap \operatorname{sh} \sqrt{p\,\mu\sigma}\, h}, \tag{2.11}$$

dacă se ia în considerare condiţia (2.8), sau

$$C_1 = \frac{U_0\sigma}{pl\sqrt{p\,\mu\sigma}} \frac{1}{\operatorname{ch} \sqrt{p\,\mu\sigma}\, h}, \tag{2.12}$$

dacă se ia în considerare condiţia (2.9).

2.1.1. CAZUL ÎN CARE SE APLICĂ TREAPTA DE CURENT

În acest caz, cu expresia (2.11) pentru constanta de integrare C_1 obţinem soluţia

$$H(y, p) = \frac{I_0}{ap} \frac{\operatorname{sh} \sqrt{p\,\mu\sigma}\, y}{\operatorname{sh} \sqrt{p\,\mu\sigma}\, h}, \tag{2.13}$$

iar pentru densitatea de curent rezultă

$$J(y, p) = \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}y} = \frac{I_0}{ap} \sqrt{p\,\mu\sigma} \frac{\operatorname{ch} \sqrt{p\,\mu\sigma}\, y}{\operatorname{sh} \sqrt{p\,\mu\sigma}\, h}. \tag{2.14}$$

Relaţiile (2.13) şi (2.14) sînt funcţii meromorfe (rapoarte de funcţii întregi) şi inversarea lor poate fi făcută cu a doua formulă generalizată a lui Heaviside.

Dacă

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{p\,F_2(p)}, \tag{2.15}$$

unde $F_1(p)$ şi $F_2(p)$ sînt funcţii întregi, atunci

$$f(t) = \left[\frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{F_1(p_k)}{p_k F_2'(p_k)} \mathrm{e}^{p_k t} \right] 1(t), \tag{2.16}$$

unde p_k sînt rădăcinile nenule ale ecuaţiei (eventual transcendente)

$$F_2(p) = 0.$$

Se observă că relațiile (2.13) și (2.14) se mai pot scrie

$$H(y, p) = \frac{1}{p} \frac{I_0}{a} \frac{\frac{\operatorname{sh} \sqrt{p\mu\sigma}\, y}{\sqrt{p\mu\sigma}}}{\frac{\operatorname{sh} \sqrt{p\mu\sigma}\, h}{\sqrt{p\mu\sigma}}}, \tag{2.17}$$

respectiv

$$J(y, p) = \frac{1}{p} \frac{I_0}{ah} \frac{\operatorname{ch} \sqrt{p\mu\sigma}\, y}{\frac{\operatorname{sh} \sqrt{p\mu\sigma}\, h}{\sqrt{p\mu\sigma}\, h}}, \tag{2.18}$$

forme care ilustrează caracterul de funcții întregi al funcțiilor $\frac{\operatorname{sh} \sqrt{p\mu\sigma}\, h}{\sqrt{p\mu\sigma}}$, deoarece $\lim\limits_{p \to 0} \frac{\operatorname{sh} \sqrt{p\mu\sigma}\, h}{\sqrt{p\mu\sigma}} = h$ și deci punctul singular esențial din origine al funcției $\frac{\operatorname{sh} \sqrt{p\mu\sigma}\, h}{\sqrt{p\mu\sigma}}$ e aparent.

Aplicînd relația (2.16), din (2.17) și (2.18), obținem

$$H(y, t) = J_0 \left[y + \frac{2h}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \sin k\pi \frac{y}{h} e^{-\frac{k^2\pi^2}{\mu\sigma h^2} t} \right] 1(t), \tag{2.19}$$

respectiv

$$J(y, t) = J_0 \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cos k\pi \frac{y}{h} e^{-\frac{k^2\pi^2}{\mu\sigma h^2} t} \right] 1(t), \tag{2.20}$$

unde am notat cu

$$J_0 = \frac{I_0}{ah} = \frac{H_0}{h}; \tag{2.21}$$

introducînd coordonata relativă

$$\eta = \frac{y}{h}, \tag{2.22}$$

constanta de timp

$$\tau = \mu\sigma h^2 \tag{2.23}$$

și rădăcina de ordinul k a ecuației $\operatorname{sh} j\xi = 0$

$$\xi_k = k\pi, \tag{2.24}$$

relațiile (2.19) și (2.20) se transcriu

$$H(\eta, t) = H_0 \left[\eta + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \sin k\pi\eta \, e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}} \right] 1(t), \quad (2.25)$$

respectiv

$$J(\eta, t) = J_0 \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cos k\pi\eta \, e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}} \right] 1(t). \quad (2.26)$$

Tensiunea la bornele barei (cu $l_{ext} = 0$) rezultă

$$u(t) = lE(h, t) = r^0 I_0 \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}} \right] 1(t). \quad (2.27)$$

Puterea instantanee absorbită de bară este

$$p(t) = u(t) I_0 1(t) = r^0 I_0^2 \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}} \right] 1(t). \quad (2.28)$$

Pierderile Joule rezultă

$$p_J(t) = \frac{lah}{\sigma} \int_0^1 J^2(\eta, t) \, d\eta = r^0 I_0^2 \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} e^{-2\xi_k^2 \frac{t}{\tau}} \right] 1(t). \quad (2.29)$$

Energia magnetică totală acumulată în bară este

$$W_m = \int_0^{\infty} [p(t) - p_J(t)] \, dt = \int_0^{\infty} dt \left[\frac{\mu la}{2h} \int_0^1 H^2(\eta, t) \, d\eta \right] =$$

$$= r^0 I_0^2 \tau \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_k^2} = \frac{\tau r^0 I_0^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = l_{int}(\infty) \frac{I_0^2}{2}, \quad (2.30)$$

unde

$$l_{int}(\infty) = \mu \frac{hl}{3a} \quad (2.31)$$

e inductivitatea interioară a barei în curent continuu și unde s-a ținut seama că [4]

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}. \quad (2.32)$$

Forța electrodinamică exercitată asupra barei se obține prin integrarea tensiunilor maxwelliene pe suprafața exterioară și tinde să înfunde bara în crestătură:

$$-F_y = F = l \int_0^a \frac{\mu H_0^2}{2} \, dx = \frac{\mu l}{2} \frac{I_0^2}{a}, \quad (2.33)$$

fiind mereu constantă și independentă de repartiția curentului pe secțiunea barei.

Analizînd soluțiile obținute, se constată următoarele.

Pentru $t \to \infty$, toate expresiile tind către expresiile lor din curent continuu :

$$\lim_{t\to\infty} H(\eta, t) = \frac{I_0}{a}\,\eta = \frac{I_0}{a}\,\frac{y}{h}, \tag{2.34}$$

$$\lim_{t\to\infty} J(\eta, t) = I_0\,\frac{1}{ah} = J_0, \tag{2.35}$$

$$\lim_{t\to\infty} u(t) = r^0 I_0 = U^0, \text{ cu } r^0 = \frac{l}{\sigma ah}, \tag{2.36}$$

$$\lim_{t\to\infty} p(t) = \lim_{t\to\infty} p_J(t) = r^0 I_0^2. \tag{2.37}$$

În momentul inițial (0^+) pentru oricare $\eta \neq 1$

$$H(\eta, 0^+) = 0, \tag{2.38}$$

deoarece [5]

$$\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\,\frac{\sin k\pi\eta}{k} = -\eta.$$

Densitatea de curent are valoarea

$$J(\eta, 0) = J_0\left[1 + 2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\cos k\pi\eta\right] = \frac{I_0}{ah}\,\delta(1-\eta) =$$

$$= \frac{I_0}{a}\,\delta(h-y), \tag{2.39}$$

unde $\delta(1-\eta)$ este funcția-impulsie unitate a lui Dirac; se observă că distribuția inițială de curent e strict superficială, în conformitate cu o teoremă generală demonstrată în lucrarea [1].

Tensiunea inițială la borne rezultă infinită, deoarece s-a impus un salt brusc de curent într-un element inductiv. Atît puterea instantanee, cît și puterea Joule sînt din aceleași motive infinite în momentul inițial.

2.2. Cazul în care se aplică treapta de tensiune

Cu expresia (2.12) pentru constanta de integrare se obține

$$H(y, p) = \frac{U_0\,\sigma}{pl}\cdot\frac{\dfrac{\operatorname{sh}\sqrt{p\mu\sigma}\,y}{\sqrt{p\mu\sigma}}}{\operatorname{ch}\sqrt{p\mu\sigma}\,h}, \tag{2.40}$$

iar pentru densitatea de curent se obține

$$J(y, p) = \frac{U_0\,\sigma}{pl}\cdot\frac{\operatorname{ch}\sqrt{p\mu\sigma}\,y}{\operatorname{ch}\sqrt{p\mu\sigma}\,h} \tag{2.41}$$

și în acest caz funcțiile de la numărătorul și numitorul expresiilor care înmulțesc factorul $\frac{U_0 \sigma}{pl}$, sînt funcții întregi și deci relațiile (2.40) și (2.41) pot fi inversate cu formula (2.16). Pentru intensitatea cîmpului magnetic se obține

$$H(\eta, t) = H_0 \left[\eta - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m+1)^2} \sin (2m+1) \frac{\pi}{2} \eta \, e^{-\xi_m^2 \frac{t}{\tau}} \right] 1(t). \tag{2.42}$$

Pentru densitatea de curent se obține

$$J(\eta, t) = J_0 \left[1 - \frac{4}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m+1)} \cos (2m+1) \frac{\pi}{2} \eta \, e^{-\xi_m^2 \frac{t}{\tau}} \right] 1(t), \tag{2.43}$$

unde am folosit aceleași notații ca mai sus în afară de

$$\xi_m = (2m+1) \frac{\pi}{2}.$$

Intensitatea curentului absorbit rezultă

$$i(t) = \int_0^h aJ(y, t) \, dy = \int_0^1 ah \, J(\eta, t) \, d\eta =$$

$$= I_0 \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} e^{-\xi_m^2 \frac{t}{\tau}} \right] 1(t). \tag{2.44}$$

Puterea instantanee absorbită este dată de relația

$$p(t) = U_0 \, 1(t) \, i(t) = g^0 U_0^2 \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} e^{-\xi_m^2 \frac{t}{\tau}} \right] 1(t). \tag{2.45}$$

Puterea Joule are forma

$$p_J(t) = \frac{lah}{\sigma} \int_0^1 J^2(\eta, t) \, d\eta = g^0 U_0^2 \left[1 + \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} e^{-\xi_m^2 \frac{t}{\tau}} \right] 1(t). \tag{2.46}$$

Energia magnetică totală acumulată în bară este

$$W_m(\infty) = \int_0^{\infty} [p(t) - p_J(t)] \, dt = g^0 U_0^2 \frac{4}{\pi^2} \tau \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2 \xi_m^2} =$$

$$= g^0 U_0^2 \frac{16}{\pi^4} \tau \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^4} = \frac{1}{2} l_{int.} (g^0 U_0^2) = \frac{1}{2} l_{int.} I_0^2, \tag{2.47}$$

deoarece [5]

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^4} = \frac{\pi^4}{96}. \tag{2.48}$$

Forța de apăsare a barei rezultă

$$F = l\int_0^a \mu \frac{H^2(1,t)}{2}\,\mathrm{d}x = \frac{\mu l}{2} H_0^2 a\left[1 - \frac{8}{\pi^2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{(2m+1)^2}\,\mathrm{e}^{-\xi_m^2\frac{t}{\tau}}\right]^2 1(t). \quad (2.49)$$

Analizînd soluțiile obținute, constatăm următoarele :

— pentru $t \to \infty$, toate expresiile tind către valorile lor în curent continuu, aceleași ca în cazul precedent date de relațiile (2.40) — (2.43);

— în momentul inițial $t = 0^+$ se constată că intensitatea curentului, intensitatea cîmpului magnetic, densitatea de curent, puterea instantanee și pierderile Joule sînt nule. În acest scop e suficient să se țină seama de relațiile [5] :

$$1 = \frac{4}{\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m}{(2m+1)}\cos(2m+1)\frac{\pi}{2}\eta, \quad (2.50)$$

$$\eta = \frac{8}{\pi^2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m}{(2m+1)^2}\sin(2m+1)\frac{\pi}{2}\eta$$

și (2.51)

$$1 = \frac{8}{\pi^2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{(2m+1)^2}.$$

Din punct de vedere fizic rezultatul este explicabil, deoarece, prin aplicarea unei tensiuni finite unui element inductiv, intensitatea inițială a curentului și deci cîmpul magnetic inițial și densitatea inițială de curent sînt nule.

Pe măsura trecerii timpului, aceste valori tind către valorile din curent continuu.

2.3. Aplicații numerice

Pentru a aprecia ordinul de mărime al duratei în care are loc practic fenomenul de difuzie a cîmpului electromagnetic în bară, vom alege exemple apropiate de realitate și vom calcula constanta de timp τ care împreună cu constantele ξ_k^2 și ξ_m^2 caracterizează evoluția procesului.

Astfel, pentru o bară din cupru cu $h = 4$ cm; $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^7\ \Omega^{-1}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ și

$$\mu = \mu_0 = 4\pi 10^{-7}\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$$

obținem

$$\tau_{Cu} = \mu\sigma h^2 = 4\pi\cdot 5{,}7\cdot 16\cdot 10^{-4} = 0{,}1135\ \mathrm{s}.$$

Pentru o bară din aluminiu cu $h = 4$ cm; $\sigma = 2{,}9\cdot 10^7\ \Omega^{-1}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ și $\mu \cong \mu_0$ obținem

$$\tau_{Al} = 0{,}0582\ \mathrm{s}.$$

În realitate, rolul constantelor de timp pentru fiecare exponenţială în parte îl are mărimea

$$\frac{\tau}{\xi_k^2}, \quad \text{respectiv} \quad \frac{\tau}{\xi_m^2}, \quad \text{adică}$$

$\frac{\tau}{k^2\pi^2}$ şi $\frac{4\tau}{(2m+1)^2\pi^2}$, ceea ce arată că aceste constante sînt aproximativ de 10 ori mai mici la aplicarea treptei de curent ($k = 1$; $\pi^2 \cong 10$), respectiv de aproximativ 2,5 ori mai mici $\left(m = 0;\ \frac{4}{\pi^2} \approx \frac{1}{2{,}5}\right)$ în cazul aplicării treptei de tensiune. Pentru $k > 1$ şi $m > 0$, acestea se micşorează şi mai mult.

Prin urmare, procesul de pătrundere în conductor al cîmpului electromagnetic are o viteză de desfăşurare dependentă de modul în care se aplică excitaţia exterioară. În cazul aplicării tensiunii, el este mai lent decît în cazul aplicării unui salt de curent.

În acelaşi timp, observăm că, în cazul maşinilor de curent alternativ de 50 Hz, mărimile $\frac{\tau}{\pi^2}$ şi $\frac{4\tau}{\pi^2}$ sînt de ordinul de mărime al unei semiperioade. Prin urmare, aceste efecte trebuie luate în considerare numai în procesele tranzitorii cu constante de timp de ordinul unei semiperioade. Asemenea condiţii pot apărea la conectarea sau la deconectarea bruscă a maşinii, scurtcircuitarea bruscă a unei maşini generatoare la borne etc.

Într-adevăr, din cercetarea literaturii de specialitate [6] rezultă că constantele de timp ale proceselor „supratranzitorii" din maşinile sincrone sînt de ordinul de mărime al unei semiperioade.

3. EFECTUL PELICULAR TRANZITORIU LA SCURTCIRCUITAREA BRUSCĂ A BAREI PARCURSĂ DE CURENT CONTINUU

Presupunem bara alimentată în curent continuu repartizat uniform pe secţiunea conductorului şi, la momentul $t = 0$, presupunem că scurtcircuităm bornele de alimentare.

În acest caz, condiţiile iniţiale de cîmp nu vor mai fi condiţii de repaus. Cel mai potrivit este în acest caz să integrăm ecuaţia operaţională pentru densitate de curent :

$$\frac{\mathrm{d}^2 J}{\mathrm{d}y^2} - p\mu\sigma J = -\mu\sigma J_0, \tag{3.1}$$

a cărei soluţie generală este

$$J(y, p) = C_1 \operatorname{sh}\sqrt{p\mu\sigma}\, y + C_2 \operatorname{ch}\sqrt{p\mu\sigma}\, y + \frac{J_0}{p}. \tag{3.2}$$

Din condiţia la limită

$$H(0,p) = \frac{1}{\mu\sigma}\frac{\mathrm{d}J}{\mathrm{d}y}\bigg|_{y=0} = 0 \tag{3.3}$$

obţinem $C_2 = 0$, iar din condiţia de anulare a tensiunii şi deci a densităţii de curent la $y = h$ obţinem

$$C_1 \operatorname{ch}\sqrt{p\mu\sigma}\,h + J_0/p = 0, \tag{3.4}$$

adică

$$C_1 = -\frac{J_0}{p\operatorname{ch}\sqrt{p\mu\sigma}\,h}. \tag{3.5}$$

Soluţia în formă operaţională a densităţii de curent va fi

$$J(y,p) = \frac{J_0}{p}\left[1 - \frac{\operatorname{ch}\sqrt{p\mu\sigma}\,y}{\operatorname{ch}\sqrt{p\mu\sigma}\,h}\right]. \tag{3.6}$$

Aplicînd relaţia de inversiune, obţinem

$$J(y,t) = \frac{4}{\pi}J_0\left[\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m}{(2m+1)}\cos(2m+1)\frac{\pi}{2}\eta\cdot \mathrm{e}^{-\xi_m^2\frac{t}{\tau}}\right] \tag{3.7}$$

cu notaţiile din paragraful 2.2.

Rezultatul se putea obţine şi direct dacă se observă că anularea tensiunii U_0 e echivalentă cu aplicarea bruscă a unei trepte de tensiune $-U_0$ şi că la soluţia din regim permanent trebuie adăugat efectul tensiunii $-U_0$, adică din J_0 trebuie scăzută relaţia (2.37).

Variaţia în timp a intensităţii curentului va fi

$$i(t) = I_0\frac{8}{\pi^2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{(2m+1)^2}\mathrm{e}^{-\xi_m^2\frac{t}{\tau}}. \tag{3.8}$$

Energia transformată prin efect Joule va fi

$$W_J = \int_0^{\infty}\mathrm{d}t\int_0^{\eta}\frac{lah}{\sigma}J_0^2(\eta,t)\,\mathrm{d}\eta = \frac{1}{2}l_{int}I_0^2 = W_m(0). \tag{3.9}$$

Dacă se calculează constanta de timp de arie a expresiei (3.8) [7] se obţine

$$\tau_A = \frac{\int_0^{\infty} i(t)\,\mathrm{d}t}{I_0} = \frac{l_{int}}{r^0} = \tau^0, \tag{3.10}$$

adică valoarea constantei de timp determinată cu parametrii de curent continuu. Această proprietate e mai generală şi poate fi demonstrată şi direct.

4. EFECTUL PELICULAR TRANZITORIU LA APLICAREA UNEI TREPTE DE TENSIUNE ÎN CAZUL UNEI BARE CU INDUCTIVITATE EXTERIOARĂ DIFERITĂ DE ZERO

Presupunînd că firul de întoarcere e situat la o oarecare distanţă de faţa laterală superioară a barei, în aşa fel încît să existe o inductivitate exterioară l^0 nenulă la aplicarea tensiunii treaptă U_0, ecuaţia în valori instantanee va fi

$$U_0 = l^0 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + u_b(i), \tag{4.1}$$

unde $u_b(i)$ e parte din tensiune aplicată barei. Sub formă operaţională vom avea

$$\frac{U_0}{p} = pl^0 I(p) + Z(p) I(p), \tag{4.2}$$

unde

$$Z(p) = \frac{U_b(p)}{I(p)}$$

e impedanţa operaţională a barei.

Expresia ei rezultă, de exemplu, din (2.41)

$$Z(p) = \frac{\dfrac{U_0}{p}}{\displaystyle\int_0^h J(y,p)\, a\, \mathrm{d}y} = \frac{l}{a\sigma} \frac{\mathrm{ch}\sqrt{p\mu\sigma}h}{\dfrac{\mathrm{sh}\sqrt{p\mu\sigma}h}{\sqrt{p\mu\sigma}}}, \tag{4.3}$$

relaţie care mai poate fi scrisă şi astfel :

$$Z(p) = r^0 \frac{\mathrm{ch}\sqrt{p\tau}}{\mathrm{sh}\sqrt{p\tau}\dfrac{1}{\sqrt{p\tau}}}, \tag{4.4}$$

unde $\tau = \mu\sigma h^2$ are aceeaşi semnificaţie ca mai sus.

Explicitînd din relaţia (4.2) pe $I(p)$, obţinem

$$I(p) = \frac{\dfrac{U_0}{p}}{pl^0 + \dfrac{r^0 \mathrm{ch}\sqrt{p\tau}}{\dfrac{\mathrm{sh}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}}}} = \frac{U_0}{p} \frac{\dfrac{\mathrm{sh}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}}}{\left[r^0 \mathrm{ch}\sqrt{p\tau} + pl^0 \dfrac{\mathrm{sh}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}}\right]} = \frac{U_0}{p} Y_1(p) \tag{4.5}$$

Imaginea curentului fiind raportul a două funcţii întregi, i se poate aplica formula de inversare generalizată; în acest scop mai scriem

$$I(p) = \frac{I_0}{p} \frac{\dfrac{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}}}{\left[\operatorname{ch}\sqrt{p\tau} + p\tau^0 \dfrac{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}}\right]}, \tag{4.6}$$

unde

$$\frac{U_0}{r_0} = I_0 \text{ şi } \tau^0 = \frac{l^0}{r^0}.$$

Expresia în instantaneu a curentului va fi

$$i(t) = I_0 \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\dfrac{\operatorname{sh}\sqrt{p_k\tau}}{\sqrt{p_k\tau}}}{p_k \left(\operatorname{ch}\sqrt{p\tau} + p\tau^0 \dfrac{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}}\right)'_{p=p_k}} e^{p_k t}\right], \tag{4.7}$$

în care p_k sînt rădăcinile ecuaţiei transcendente

$$\operatorname{cth}\sqrt{p\tau} = -\sqrt{p\tau}\,\frac{\tau^0}{\tau}. \tag{4.8}$$

Introducînd o variabilă nouă,

$$j\xi = \sqrt{p\tau}, \tag{4.9}$$

se obţine ecuaţia

$$\operatorname{ctg}\xi = \frac{\tau^0}{\tau}\xi, \tag{4.10}$$

ale cărei soluţii reale sînt cunoscute în literatură [8]. Pentru a folosi tabelele de soluţii indicate în literatură, notăm

$$\frac{\tau^0}{\tau} = \frac{1}{m}, \tag{4.11}$$

astfel că ecuaţia (4.10) se transcrie

$$\operatorname{ctg}\xi = \frac{1}{m}\xi. \tag{4.12}$$

Primele şase rădăcini pentru o gamă foarte largă de valori ale parametrului m, $m \in [0,\infty]$ sînt date în tabela 4.1[1]).

[1]) Toate tabelele din această lucrare sînt reproduse după [8], această lucrare fiind în general greu accesibilă în prezent, fiind epuizată din 1952.

Tabela 4.1

Rădăcinile ecuaţiei $m \operatorname{ctg} \xi = \xi$

m	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6
0	0,0000	3,1416	6,2832	9,4248	12,5664	15,7080
0,001	0,0316	3,1419	6,2833	9,4249	12,5665	15,7080
0,002	0,0447	3,1422	6,2835	9,4250	12,5665	15,7081
0,004	0,0632	3,1429	6,2838	9,4252	12,5667	15,7082
0,006	0,0774	3,1435	6,2841	9,4254	12,5668	15,7083
0,008	0,0893	3,1441	6,2845	9,4256	12,5670	15,7085
0,01	0,0998	3,1448	6,2848	9,4258	12,5672	15,7086
0,02	0,1410	3,1479	6,2864	9,4269	12,5680	15,7092
0,04	0,1987	3,1543	6,2895	9,4290	12,5696	15,7105
0,06	0,2425	3,1606	6,2927	9,4311	12,5711	15,7118
0,08	0,2791	3,1668	6,2959	9,4333	12,5727	15,7131
0,1	0,3111	3,1731	6,2991	9,4354	12,5743	15,7143
0,2	0,4328	3,2039	6,3148	9,4459	12,5823	15,7207
0,3	0,5218	3,2341	6,3305	9,4565	12,5902	15,7270
0,4	0,5932	3,2636	6,3461	9,4670	12,5981	15,7334
0,5	0,6533	3,2923	6,3616	9,4775	12,6060	15,7397
0,6	0,7051	3,3204	6,3770	9,4879	12,6139	15,7460
0,7	0,7506	3,3477	6,3923	9,4983	12,6218	15,7524
0,8	0,7910	3,3744	6,4074	9,5087	12,6296	15,7587
0,9	0,8274	3,4003	6,4224	9,5190	12,6375	15,7650
1,0	0,8603	3,4256	6,4373	9,5293	12,6453	15,7713
1,5	0,9882	3,5422	6,5097	9,5801	12,6841	15,8026
2,0	1,0769	3,6436	6,5783	9,6296	12,7223	15,8336
3,0	1,1925	3,8088	6,7040	9,7240	12,7966	15,8945
4,0	1,2646	3,9352	6,8140	9,8119	12,8678	15,9536
5,0	1,3138	4,0336	6,9096	9,8928	12,9352	16,0107
6,0	1,3496	4,1116	6,9924	9,9667	12,9988	16,0654
7,0	1,3766	4,1746	7,0640	10,0339	13,0584	16,1177
8,0	1,3978	4,2264	7,1263	10,0949	13,1141	16,1675
9,0	1,4149	4,2694	7,1806	10,1502	13,1660	16,2147
10,0	1,4289	4,3058	7,2281	10,2003	13,2142	16,2594
15,0	1,4729	4,4255	7,3959	10,3898	13,4078	16,4474
20,0	1,4961	4,4915	7,4954	10,5117	13,5420	16,5864
30,0	1,5202	4,5615	7,6057	10,6543	13,7085	16,7691
40,0	1,5325	4,5979	7,6647	10,7334	13,8048	16,8794
50,0	1,5400	4,6202	7,7012	10,7832	13,8666	16,9519
60,0	1,5451	4,6353	7,7259	10,8172	13,9094	17,0026
80,0	1,5514	4,6543	7,7573	10,8606	13,9644	17,0686
100,0	1,5552	4,6658	7,7764	10,8871	13,9981	17,1093
∞	1,5708	4,7124	7,8540	10,9956	14,1372	17,2788

Efectuînd calculele cu (4.7) şi ţinînd seama de (4.8), respectiv de (4.12), obţinem în definitiv

$$i(t) = I_0 \left[1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m^2}{\xi_k^2 (m^2 + m + \xi_k^2)} \, e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}} \right] 1(t), \tag{4.13}$$

unde ξ_k sînt rădăcinile ecuaţiei transcendente (4.12). Relaţia (4.13) se mai poate scrie

$$\frac{i(t)}{I_0} = \left[1 - \sum_{k=1}^{\infty} B_k(m) \, e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}} \right] 1(t), \tag{4.14}$$

Tabela 4.2

Valorile coeficienților $B_k(m) = \dfrac{2m^2}{\xi_k^2(m^2+m+\xi_k^2)}$

m	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
∞	0,8106	0,0901	0,0324	0,0165	0,0100	0,0067
50,0	0,8260	0,0899	0,0323	0,0161	0,0095	0,0061
30,0	0,8354	0,0893	0,0315	0,0152	0,0086	0,0053
15,0	0,8565	0,0885	0,0279	0,0120	0,0060	0,0033
10,0	0,8743	0,0839	0,0236	0,0090	0,0040	0,0020
9,0	0,8796	0,0821	0,0222	0,0081	0,0035	0,0017
8,0	0,8859	0,0797	0,0205	0,0072	0,0030	0,0015
7,0	0,8932	0,0766	0,0185	0,0062	0,0025	0,0012
6,0	0,9021	0,0723	0,0162	0,0051	0,0020	0,0009
5,0	0,9130	0,0664	0,0135	0,0040	0,0015	0,0007
4,0	0,9264	0,0582	0,0104	0,0029	0,0010	0,0005
3,0	0,9430	0,0468	0,0070	0,0019	0,0006	0,0003
2,0	0,9635	0,0313	0,0037	0,0009	0,0003	0,0001
1,5	0,9749	0,0220	0,0023	0,0005	0,0002	0,0001
1,0	0,9862	0,0124	0,0011	0,0002	0,0001	
0,9	0,9882	0,0105	0,0009	0,0002	0,0001	
0,8	0,9903	0,0088	0,0007	0,0001		
0,7	0,9920	0,0070	0,0006	0,0001		
0,6	0,9939	0,0054	0,0004	0,0001		
0,5	0,9955	0,0040	0,0003	0,0001		
0,4	0,9973	0,0027	0,0002			
0,3	0,9982	0,0016	0,0001			
0,2	0,9995	0,0007				
0,1	1,0000	0,0002				

unde primele șase valori ale coeficienților $B_k(m)$

$$B_k(m) = \frac{2m^2}{\xi_k^2(m^2+m+\xi_k^2)} \tag{4.15}$$

sînt date în tabela 4.2 pentru o gamă largă de valori ale parametrului m.

Puterea instantanee absorbită de sistem va fi

$$p(t) = U_0 i(t) = U_0 I_0 \left[1 - \sum_{k=1}^{\infty} B_k(m)\, e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}}\right] 1(t); \tag{4.16}$$

pentru $t \to \infty$, această putere tinde către puterea de curent continuu : $p_0 = U_0 I_0$.

Densitatea de curent se calculează cu relația (2.18), înlocuind $\dfrac{I_0}{p}$ cu $I(p)$ (vezi expresia (4.5)) :

$$J(y,p) = \frac{U_0}{pah} \frac{\operatorname{ch}\sqrt{p\tau}\,\eta}{\left[r^0 \operatorname{ch}\sqrt{p\tau} + pl^0 \dfrac{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}}\right]} \tag{4.17}$$

Tabela 4.3

Valorile coeficientului $A_k = 2\,(-1)^{k+1}\dfrac{m\sqrt{m^2+\xi_k^2}}{\xi_k(m^2+m+\xi_k^2)}$

m	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
0,000	1,0000	−0,0000	0,0000	−0,0000	0,0000	−0,0000
0,001	1,0002	−0,0002	0,0000	−0,0000	0,0000	−0,0000
0,002	1,0004	−0,0004	0,0001	−0,0000	0,0000	−0,0000
0,004	1,0008	−0,0008	0,0002	−0,0001	0,0000	−0,0000
0,006	1,0012	−0,0012	0,0003	−0,0001	0,0001	−0,0000
0,008	1,0015	−0,0016	0,0004	−0,0002	0,0001	−0,0001
0,01	1,0020	−0,0020	0,0005	−0,0002	0,0001	−0,0001
0,02	1,0030	−0,0040	0,0010	−0,0004	0,0003	−0,0002
0,04	1,0065	−0,0080	0,0020	−0,0009	0,0005	−0,0003
0,06	1,0099	−0,0119	0,0030	−0,0013	0,0007	−0,0004
0,08	1,0130	−0,0158	0,0040	−0,0018	0,0010	−0,0006
0,10	1,0159	−0,0197	0,0050	−0,0022	0,0013	−0,0008
0,20	1,0312	−0,0381	0,0100	−0,0045	0,0025	−0,0016
0,30	1,0450	−0,0555	0,0148	−0,0067	0,0038	−0,0024
0,40	1,0581	−0,0719	0,0196	−0,0089	0,0050	−0,0032
0,50	1,0701	−0,0873	0,0243	−0,0110	0,0063	−0,0040
0,60	1,0813	−0,1025	0,0289	−0,0132	0,0075	−0,0048
0,70	1,0918	−0,1154	0,0335	−0,0153	0,0087	−0,0056
0,80	1,1016	−0,1282	0,0379	−0,0175	0,0100	−0,0064
0,90	1,1107	−0,1403	0,0423	−0,0196	0,0112	−0,0072
1,00	1,1192	−0,1517	0,0466	−0,0217	0,0124	−0,0080
1,5	1,1537	−0,2013	0,0667	−0,0318	0,0184	−0,0119
2,0	1,1784	−0,2367	0,0848	−0,0414	0,0241	−0,0157
3,0	1,2102	−0,2881	0,1154	−0,0589	0,0351	−0,0231
4,0	1,2287	−0,3215	0,1396	−0,0750	0,0451	−0,0300
5,0	1,2403	−0,3442	0,1588	−0,0876	0,0543	−0,0366
6,0	1,2478	−0,3604	0,1740	−0,0991	0,0626	−0,0427
7,0	1,2532	−0,3722	0,1861	−0,1089	0,0701	−0,0483
8,0	1,2569	−0,3812	0,1959	−0,1174	0,0768	−0,0535
9,0	1,2598	−0,3880	0,2039	−0,1246	0,0828	−0,0583
10,0	1,2612	−0,3934	0,2104	−0,1309	0,0881	−0,0676
15,0	1,2677	−0,4084	0,2320	−0,1514	0,1072	−0,0795
20,0	1,2699	−0,4147	0,2394	−0,1621	0,1182	−0,0901
30,0	1,2717	−0,4198	0,2472	−0,1718	0,1291	−0,1015
40,0	1,2723	−0,4217	0,2502	−0,1759	0,1340	−0,1069
50,0	1,2727	−0,4227	0,2517	−0,1779	0,1365	−0,1098
60,0	1,2728	−0,4232	0,2526	−0,1791	0,1379	−0,1115
80,0	1,2730	−0,4237	0,2535	−0,1803	0,1394	−0,1132
100,0	1,2731	−0,4239	0,2539	−0,1808	0,1405	−0,1141
∞	1,2732	−0,4244	0,2546	−0,1819	0,1415	−0,1157

sau încă

$$J(y,p) = \frac{I_0}{pah}\,\frac{\operatorname{ch}\sqrt{p\tau}\,\eta}{\left[\operatorname{ch}\sqrt{p\tau} + p\,\tau_0\,\dfrac{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}}\right]}, \tag{4.18}$$

cu $\eta = \dfrac{y}{h}$.

Aplicînd aceeaşi formulă de dezvoltare generalizată, obţinem

$$J(y,t) = J_0\left[1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4\sin\xi_k}{[2\xi_k + \sin 2\xi_k]} \cos \xi_k \eta \cdot e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}}\right] 1(t), \qquad (4.19)$$

unde s-a ţinut seama că ctg $\xi_k = \frac{1}{m}\xi_k$ sau încă

$$\frac{J(y,t)}{J_0} = \left[1 - \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos \xi_k \eta \, e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}}\right] 1(t), \qquad (4.20)$$

unde am notat cu

$$A_k = \frac{4\sin\xi_k}{2\xi_k + \sin 2\xi_k} = 2(-1)^{k+1} \frac{m\sqrt{m^2 + \xi_k^2}}{\xi_k(m^2 + m + \xi_k^2)}. \qquad (4.21)$$

Primele şase valori ale coeficienţilor A_k sînt date în tabela 4.3 pentru o gamă largă de valori ale parametrului m.

Se observă că pentru $m \to \infty$ ($l^0 \to \infty$) se obţin rezultatele din paragraful 3.

Cazul în care se aplică treapta de curent nu prezintă un interes deosebit faţă de soluţia în care se neglijează l^0, dată în paragraful 2, deoarece în acest caz la tensiunea aplicată conform ecuaţiei (4.1) se mai adaugă funcţia $l^0 I_0 \delta(t)$.

5. CALCULUL PARAMETRILOR TRANZITORII AI BAREI

5.1. Cazul barei cu inductivitatea exterioară nulă ($l^0 = 0$)

Parametrii tranzitorii ai barei se pot calcula fie pornind direct de la imaginile acestora definite de relaţiile (1.9) — (1.12), fie observînd că rezistenţa tranzitorie reprezintă tensiunea la bornele barei cînd i se aplică treapta-unitate de curent, respectiv conductanţa tranzitorie reprezintă curentul absorbit de bară la aplicarea treptei unitate de tensiune [1]. Inductivitatea tranzitorie şi capacitatea tranzitorie se pot calcula apoi prin integrarea ecuaţiilor de legătură (1.13), respectiv (1.14).

5.1.1. REZISTENŢA ŞI INDUCTIVITATEA TRANZITORIE A BAREI

Din relaţia (2.27), care reprezintă tensiunea la bornele barei atunci cînd se aplică treapta de curent I_0, se obţine conform definiţiilor de mai sus

$$r(t) = \frac{u(t)}{I_0} = r^0\left[1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}}\right]. \qquad (5.1)$$

Inductivitatea tranzitorie (cu $l^0 = l_{ext} = 0$) se obţine din (1.13):

$$l(t) = \int_0^t [r(t) - r^0]\, dt = l_{int}(\infty) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{6}{\xi_k^2}(1 - e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}}), \qquad (5.2)$$

unde $l_{int}(\infty) = \mu \frac{hl}{3a}$ reprezintă inductivitatea interioară a barei în curent continuu.

Introducem funcţiile universale

$$\rho(\theta) = \rho\left(\frac{t}{\tau}\right) = \frac{r(t)}{r^0} = \left(1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} e^{-\xi_k^2\theta}\right) \tag{5.3}$$

şi

$$\lambda(\theta) = \lambda\left(\frac{t}{\tau}\right) = \frac{l(t)}{l_{int}} = \left(1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{6}{\xi_k^2} e^{-\xi_k^2\theta}\right), \tag{5.4}$$

unde s-a ţinut seama că

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_k^2} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2\pi^2} = \frac{1}{6}. \tag{5.5}$$

Se observă că rezistenţa tranzitorie este infinită în momentul iniţial şi scade monoton către valoarea sa în curent continuu. Aceasta se explică prin faptul că în momentul iniţial repartiţia curentului e strict superficială, fapt care implică o tensiune aplicată infinită.

Acelaşi fapt explică anularea inductivităţii tranzitorii în momentul iniţial. Se observă că aceasta tinde treptat către valoarea ei de curent continuu.

La valori suficient de mari ale timpului adimensional θ din seriile conţinute în relaţiile (5.3) şi (5.4) se poate reţine şi numai cîte un singur termen.

Prin urmare, se poate aproxima

$$\rho(\theta) \approx (1 + 2e^{-\pi^2\theta}) \quad \text{pentru } \theta \geqslant 1, \tag{5.6}$$

şi

$$\lambda(\theta) \approx (1 - \frac{6}{\pi^2} e^{-\pi^2\theta}) \quad \text{pentru } \theta \geqslant 1. \tag{5.7}$$

Convergenţa este scăzută pentru valori mici ale timpului ($\theta \ll 1$).

Pentru a obţine o expresie de calcul a rezistenţei tranzitorii utilizabilă în vecinătatea originii timpului unde seria (5.3) e slab convergentă, vom prezenta soluţia sub o formă convenabilă, pornind de la expresia operaţională

$$R(p) = \frac{Z(p)}{p} = \frac{r^0}{p} \frac{\operatorname{ch}\sqrt{p\tau}}{\dfrac{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}}}. \tag{5.8}$$

Utilizînd dezvoltarea în serie

$$\frac{1}{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}} = 2\sum_{k=0}^{\infty} e^{-(2k+1)\sqrt{p\tau}}, \tag{5.9}$$

cum şi relaţia

$$\operatorname{ch}\sqrt{p\tau} = \frac{1}{2}\left(e^{\sqrt{p\tau}} + e^{-\sqrt{p\tau}}\right), \tag{5.10}$$

obţinem

$$\frac{R(p)}{r^0} = \rho(p) = \frac{\sqrt{\tau}}{\sqrt{p}}\left(1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} e^{-2k\sqrt{p\tau}}\right). \tag{5.11}$$

Observînd că [8], [9]

$$\mathfrak{L}^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{p}}\right) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \tag{5.12}$$

şi

$$\mathfrak{L}^{-1}\left(\frac{e^{-2k\sqrt{p\tau}}}{\sqrt{p}}\right) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{k^2\tau}{t}}, \tag{5.13}$$

obţinem

$$\rho(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi\theta}}\left(1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} e^{-\frac{k^2}{\theta}}\right). \tag{5.14}$$

Expresia obţinută e deosebit de comodă în aplicaţii. Inductivitatea tranzitorie poate fi obţinută efectuînd o operaţie analogă asupra imaginii sale operaţionale sau efectuînd integrarea relaţiei de mai sus în expresia

$$\begin{aligned}\frac{l(t)}{r^0} = \lambda(\theta)\frac{\tau^0}{\tau} &= \int_0^{\theta}[\rho(\theta) - 1]\,d\theta = \\ &= \int_0^{\theta} 1(\theta)\left[\frac{1}{\sqrt{\pi\theta}}\left(1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} e^{-\frac{k^2}{\theta}}\right) - 1\right]d\theta = \\ &= \left[2\sqrt{\frac{\theta}{\pi}} - \theta + 4\sum_{k=1}^{\infty}\sqrt{\theta}\,\operatorname{ierfc}\frac{k}{\sqrt{\theta}}\right],\end{aligned} \tag{5.15}$$

de unde se obţine

$$\lambda(\theta) = \frac{\tau}{\tau^0}\sqrt{\frac{\theta}{\pi}}\left[2 - \sqrt{\pi\theta} + 4\sqrt{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\operatorname{ierfc}\frac{k}{\sqrt{\theta}}\right], \tag{5.16}$$

unde [8]

$$\operatorname{ierfc}\xi = \int_{\xi}^{\infty}\operatorname{erfc}\xi\,d\xi = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-\xi^2} - \xi\operatorname{erfc}\xi. \tag{5.17}$$

Valorile funcției ierfc ξ sînt date în [8].

Cu foarte bună aproximație se poate considera

$$\lambda(\theta) = 6\sqrt{\frac{\theta}{\pi}}\left(1 - \sqrt{\frac{\pi}{4}\theta}\right), \text{ pentru } \theta \ll 1. \tag{5.18}$$

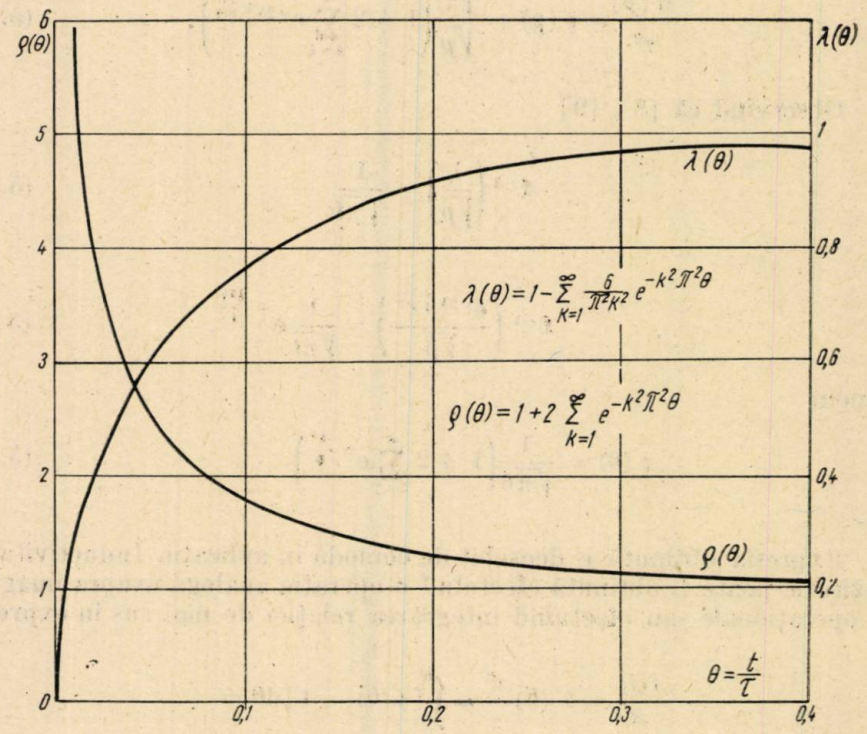


Fig. 4. — Funcțiile universale $\rho(\theta)$ și $\lambda(\theta)$ pentru bara cu inductivitate de dispersie exterioară nulă.

Funcțiile $\rho(\theta)$ și $\lambda(\theta)$ sînt reprezentate grafic în diagramele din figura 4.

5.1.2. CALCULUL CONDUCTANȚEI ȘI CAPACITĂȚII TRANZITORII A BAREI

Din relația (2.38), care reprezintă curentul absorbit la treapta de tensiune U_0 și cu definiția dată în paragraful 5.1 pentru conductanța tranzitorie, obținem

$$g(t) = g^0\left[1 - \frac{8}{\pi^2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{e^{-(2m+1)^2\frac{\pi^2}{4}\frac{t}{\tau}}}{(2m+1)^2}\right], \tag{5.19}$$

care mai poate fi scrisă sub forma unei funcţii universale

$$\gamma(\theta) = \frac{g(\theta)}{g^0} = \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2\,m+1)^2} e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4}\theta}\right]. \qquad (5.20)$$

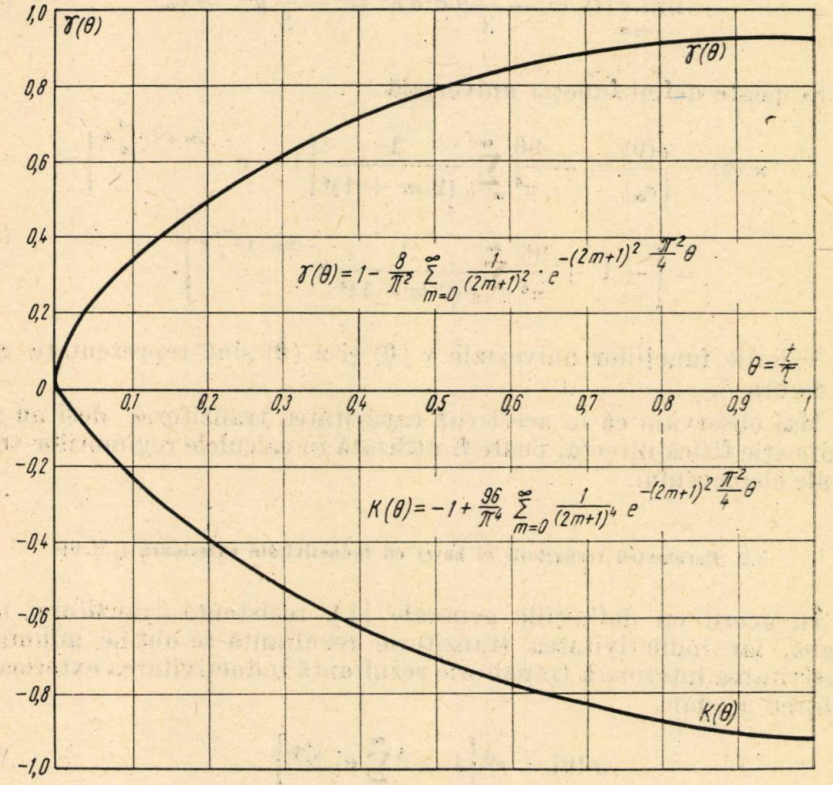


Fig. 5. — Funcţiile $\gamma(\theta)$ şi $\varkappa(\theta)$ pentru bara cu inductivitate de dispersie exterioară nulă.

Conductanţa tranzitorie se anulează în momentul iniţial, deoarece rezistenţa tranzitorie e infinită în acest moment şi tinde către valoarea sa de curent continuu o dată cu trecerea timpului. Seria (5.20) e foarte convergentă chiar la valori mici ale timpului relativ θ.

Capacitatea tranzitorie se obţine prin integrare din relaţia (1.14) şi are expresia

$$c(t) = \int_0^t [g(t) - g^0]\,dt = -g^0 \frac{32}{\pi^4} \sum_{m=0}^{\infty} \tau \frac{1 - e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4}\theta}}{(2\,m+1)^4} = \qquad (5.21)$$

$$= \frac{32}{\pi^4} \sigma a h \mu \sigma h^2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2\,m+1)^4} \left[1 - e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4}\theta}\right].$$

Se observă că valoarea iniţială a acestei capacităţi e nulă (fapt care atestă caracterul inductiv al elementului [1]), fiind mereu negativă, iar la valori mari ale timpului se obţine

$$\lim_{t\to\infty} c(t) = -\frac{1}{3}\mu\sigma^2 a h^3 = -\frac{1}{3}g^0\tau = c_\infty. \tag{5.22}$$

Se poate defini funcţia universală

$$\varkappa(\theta) = \frac{c(\theta)}{|c_\infty|} = -\frac{96}{\pi^4}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{(2m+1)^4}\left[1 - e^{-(2m+1)^2\frac{\pi^2}{4}\theta}\right] =$$

$$= \left[-1 + \frac{96}{\pi^4}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{(2m+1)^4}e^{-(2m+1)^2\frac{\pi^2}{4}\theta}\right]. \tag{5.23}$$

Valorile funcţiilor universale $\gamma(\theta)$ şi $\varkappa(\theta)$ sînt reprezentate grafic şi în figura 5.

Mai observăm că în acest caz capacitatea tranzitorie, deşi nu are o semnificaţie fizică directă, poate fi utilizată în calculele regimurilor tranzitorii ale elementului.

5.2. Parametrii tranzitorii ai barei cu inductivitate exterioară $l_0 \neq 0$)

În acord cu definiţiile generale [1], rezistenţa tranzitorie nu se schimbă, iar inductivitatea tranzitorie rezultantă se obţine adunînd la inductivitatea interioară tranzitorie rezultantă inductivitatea exterioară l^0. Se obţine aşadar

$$r(\theta) = r^0\left[1 + 2\sum_{k=1}^{\infty}e^{-\xi_k^2\theta}\right] \tag{5.24}$$

şi

$$l(\theta) = \left[l^0 + l_{\text{int}}(\infty)\left[1 - \frac{6}{\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}e^{-k^2\pi^2\theta}\right]\right]. \tag{5.25}$$

Conductanţa tranzitorie se modifică în acest caz şi rezultă în conformitate cu definiţia generală din relaţia (4.13)

$$g(\theta) = g^0\left[1 - \sum_{k=1}^{\infty}\frac{2m^2}{\xi_k^2(m^2+m+\xi_k^2)}e^{-\xi_k^2\theta}\right]. \tag{5.26}$$

Se poate defini funcţia universală

$$\gamma(\theta, m) = \frac{g(\theta, m)}{g^0} = \left[1 - \sum_{k=1}^{\infty}B_k(m)\,e^{-\xi_k^2\theta}\right], \tag{5.27}$$

cu semnificaţia din (4.15) pentru $B_k(m)$. Capacitatea tranzitorie rezultă

$$c(\theta) = \left[- g^0 \tau \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2m^2}{\xi_k^4 (m^2 + m + \xi_k^2)} (1 - e^{-\xi_k^2 \theta}) \right]. \tag{5.28}$$

Deoarece (vezi (4.5))

$$g(0^+) = \lim_{p \to \infty} pG_r(p) = \lim_{p \to \infty} \frac{1}{Z_r(p)} = 0, \tag{5.29}$$

rezultă

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2m^2}{\xi_k^2 (m^2 + m + \xi_k^2)} = 1. \tag{5.30}$$

Deoarece

$$c(\infty) = \lim_{p \to 0} pC(p) = \lim_{p \to 0} \frac{1}{p} [Y_r(p) - g^0] = - g^0 \tau \frac{m+3}{3m}, \tag{5.31}$$

mai rezultă

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2m^2}{\xi_k^4 (m^2 + m + \xi_k^2)} = \frac{m+3}{3m}. \tag{5.32}$$

Se poate defini deci funcţia universală

$$\varkappa(\theta, m) = \frac{c(\theta)}{|c(\infty)|} = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{6m^3}{\xi_k^4 (m^2 + m + \xi_k^2)(m+3)} (1 - e^{-\xi_k^2 \theta}). \tag{5.33}$$

reprezentînd capacitatea tranzitorie. În figura 6 sînt reprezentate curbele $\gamma(\theta, m)$ şi $\varkappa(\theta, m)$ pentru $m = 10$.

În principiu, determinarea curentului la aplicarea unei tensiuni treaptă U_0 în cazul barei cu inductivitate exterioară se putea face pornind de la ecuaţiile (1.1) sau (1.4), în care intervin inductivitatea şi rezistenţa tranzitorie :

$$u(t) = l^0 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^t r(t - \xi) i(\xi) \, \mathrm{d}\xi =$$

$$= r^0 i + l^0 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^{t-\varepsilon} l'(t - \xi) i(\xi) \, \mathrm{d}\xi. \tag{5.34}$$

Ţinînd seama că $l^0 = l_{\mathrm{ext}}$ şi de relaţiile (5.24) şi (5.25), obţinem ecuaţia

$$U_0 = l^0 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^t r_0 \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\frac{k^2 \pi^2}{\tau}(t - \xi)} \right] i(\xi) \, \mathrm{d}\xi \tag{5.35}$$

sau

$$U_0 = r^0 i + l^0 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^t \frac{6}{\tau} \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\frac{k^2 \pi^2}{\tau}(t - \xi)} i(\xi) \, \mathrm{d}\xi. \tag{5.36}$$

S-au obţinut astfel două ecuaţii integro-diferenţiale, echivalente cu o structură mai puţin cunoscută în literatură, dar care pot fi incluse în grupul ecuaţiilor integrale de tip Voltera [10] dacă se observă că limitele

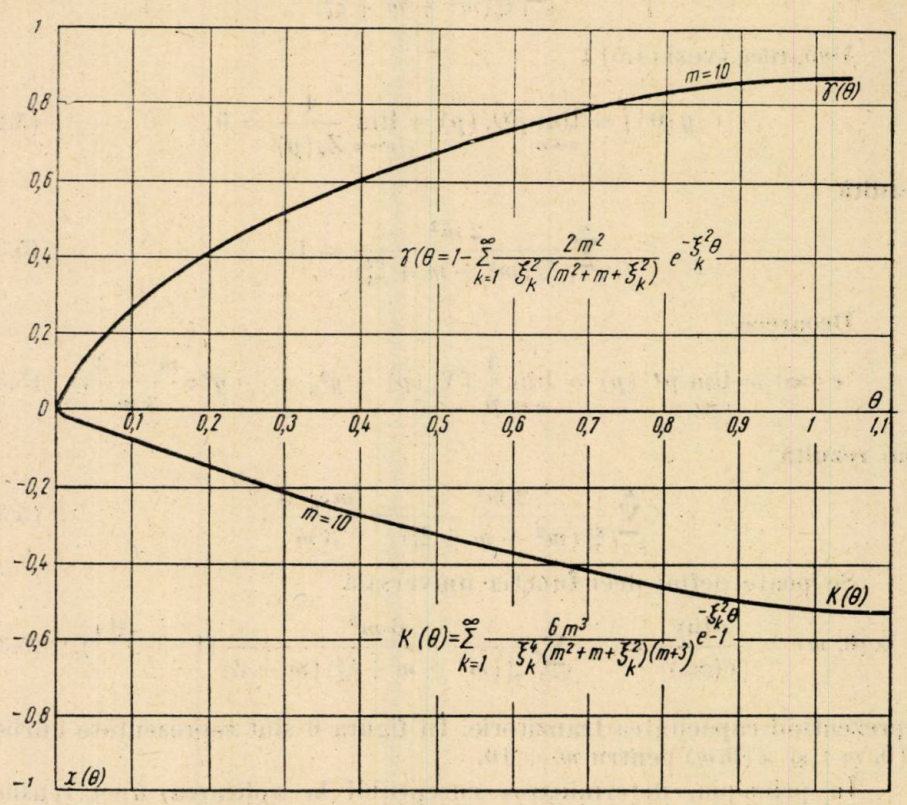


Fig. 6. — Funcţiile $\gamma(\theta, m)$ şi $\varkappa(\theta, m)$ pentru $m = 10$ în cazul barei cu inductivitate exterioară nenulă.

de integrare sînt variabile. Soluţia acestora obţinută direct pe cale operaţională este

$$i(t) = g^0 U_0 \left[1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2m^2}{\xi_k^2 (m^2 + m + \xi_k^2)} e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}}\right]. \qquad (5.37)$$

În cazuri mai generale, inversarea soluţiei operaţionale nu e întotdeauna posibilă şi e mai comod să se aplice un procedeu iterativ de rezolvare a ecuaţiilor integrale de mai sus.

6. CONCLUZII

În lucrare s-a studiat efectul pelicular tranzitoriu din barele dreptunghiulare masive ale maşinilor electrice pentru mai multe cazuri de alimentare (treaptă de tensiune sau treaptă de curent), ţinînd cont sau neglijînd

inductivitatea exterioară. A fost studiată de asemenea influenţa condiţiilor iniţiale de cîmp. Cu ajutorul soluţiilor obţinute s-au determinat parametrii tranzitorii ai barei, dîndu-se tabele şi curbe pentru calculul lor, cum şi expresii asimptotice pentru valori mici respectiv mari ale constantelor intrinsece de timp.

Aplicaţiile numerice arată că constantele de timp care intervin în procesele de efect pelicular tranzitoriu pot avea influenţă apreciabilă asupra proceselor supratranzitorii din maşinile electrice. În acest fel, studiul efectuat permite eventual abordarea mai profundă a modului de definire şi de măsurare a reactanţelor supratranzitorii ale maşinilor sincrone.

Observăm că utilizarea calculului operaţional în problemele rezolvate în lucrare nu e obligatorie, aceeaşi soluţie putînd fi obţinută prin aplicarea metodei clasice a separării variabilelor [5] ecuaţiilor în valori instantanee ale cîmpurilor.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleţ, Al. Timotin, A. Ţugulea, *Introducerea parametrilor tranzitorii în studiul circuitelor electrice lineare avînd elemente nefiliforme şi pierderi suplimentare*, St. cerc. energ. electr., **16**, *4*, 857–929 (1966).
2. — *O teorie generală a parametrilor lineici tranzitorii ai liniilor electrice lungi în prezenţa solului*, St. cerc. energ. electr., **16**, *3*, 417—449 (1966).
3. G. Doetsch, *Handbuch der Laplace transformation, Birkhauser*, vol. 1, Basel, 1950.
4. И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев, *Справочник по математике*, Москва, Наука, 1964.
5. G. P. Tolstov, *Serii Fourier*, Bucureşti Edit. tehnică.
6. Г. Н. Петров, *Электрические машины*, ч.2, Москва, Госэнергоиздат, 1956.
7. A. Avramescu, *Über die Zeitkonstante der Skinefektes ETZ-A*, **80**, *3*, 78–82.
8. А. В. Лыков, *Теория теплопроводности*. Москва, Государственное издательство технико-теоретической литературы. 1962.
9. В. А. Диткин, А. П. Прудников, *Справочник по операционному исчислению*, Москва, Изд. Высшая школа, 1965.
10. Tr. Lalescu, *Introducere la teoria ecuaţiilor integrale*, Bucureşti, Edit. Acad. R.P.R.,1956.

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC AL UNEI ÎNFĂŞURĂRI PARCURSE DE CURENT ALTERNATIV MONOFAZAT DISPUSE ÎN ÎNTREFIERUL UNEI MAŞINI ELECTRICE IDEALIZATE

DE

N. GALAN

538.311 : 621.313.3.00.1

Folosind metoda separării variabilelor s-a integrat ecuaţia diferenţială a potenţialului vector pentru o maşină electrică idealizată cu o înfăşurare dispusă în întrefierul uniform al maşinii.

Potenţialul vector şi prin urmare cîmpul electromagnetic s-a calculat atît pentru o înfăşurare formată din bobine dispuse la periferia statorului cît şi pentru o înfăşurare cu o repartiţie spaţială continuă oarecare.

Calculul s-a făcut atît în cazul rotorului masiv cît şi în cazul rotorului construit din tole; calculîndu-se componenta tangenţială a cîmpului magnetic se pune în evidenţă modul cum se transmite puterea electromagnetică spre rotor prin intermediul cîmpului electromagnetic.

S-au definit parametrii rotorici, utili în schemele echivalente.

Considerăm maşina electrică idealizată caracterizată prin următoarele :

— are sistemul magnetic nesaturat;

— se neglijează influenţa crestăturilor;

— cîmpul electromagnetic se consideră plan-paralel.

În această lucrare vom avea în vedere mai întîi o maşină electrică idealizată cu întrefier uniform şi rotor masiv, aşa cum este indicat în figura 1.

Deoarece statorul este construit din tole, se va neglija influenţa curenţilor turbionari care se stabilesc în stator, iar calculul se va conduce în cadrul regimului cvasistaţionar al cîmpului electromagnetic.

St. cerc. energ. electr. tom. 17, nr. 3, p. 649—666 Bucureşti 1967

În aceste condiții, integrarea ecuației diferențiale a potențialului vector se va face relativ simplu.

Mai întîi considerăm un conductor filiform paralel cu axa mașinii, dispus în întrefier la o distanță oarecare d de axă și parcurs de curentul $i = I\sqrt{2}\sin\omega t$.

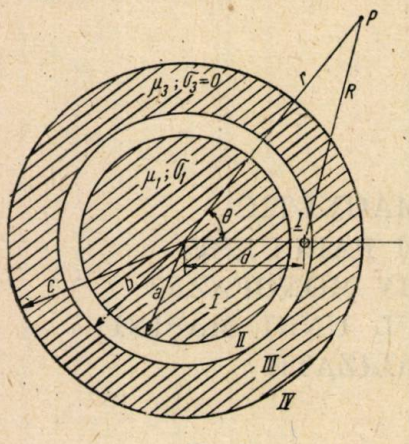


Fig. 1

Modul de rezolvare a unei asemenea probleme este cunoscut din lucrarea [4]; în conducerea calculului vom avea în vedere particularitățile enunțate mai sus.

Considerăm un sistem de coordonate cilindrice avînd axa OZ coincidentă cu axa mașinii, urmînd să integrăm următoarele ecuații ale potențialului vector în cele patru domenii:

$$\Delta \underline{A}_1 = -\mu_1 \underline{J}_1 \text{ pentru domeniul I,} \quad (1)$$

$$\Delta \underline{A}_i = 0 \qquad \text{pentru } i = 2, 3, 4, \quad (2)$$

unde prin $\underline{A}_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$) s-au notat reprezentările în complex ale componentei potențialului vector după axa OZ corespunzătoare celor patru domenii, care depind numai de r și $\underline{\theta}$, adică

$$\underline{A}_i = \overline{K} A_{Zi}(r, \theta). \quad (3)$$

Pentru că

$$J_{Z1} = \sigma_1 E_{Z1} = -j\,\omega\,\sigma_1 A_1, \quad (4)$$

ecuația (1) devine

$$\Delta \underline{A}_1 - j\,\omega\,\mu_1\,\sigma_1\,\underline{A}_1 = 0 \quad (5)$$

sau

$$\Delta \underline{A}_1 + \gamma_1^2 \underline{A}_1 = 0, \quad \text{unde } \gamma_1^2 = -j\,\omega\,\mu_1\,\sigma_1.$$

Vom proceda la găsirea soluției pentru fiecare domeniu.

1. SOLUȚIA PROBLEMEI ÎN DOMENIILE I ȘI III

Scriem explicit laplaceanul în coordonate cilindrice:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A_1}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \underline{A}_1}{\partial \theta^2} + \gamma_1^2 \underline{A}_1 = 0. \quad (6)$$

Folosind metoda separării variabilelor, se caută o soluție de forma

$$\underline{A}_1 = R_1(r)\,\Theta_1(\theta). \quad (7)$$

Aceasta conduce la ecuațiile

$$\frac{d^2\Theta_1}{d\theta^2} + n^2\Theta_1 = 0, \tag{8}$$

$$\frac{d^2R_1}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR_1}{dr} + \left(\gamma_1^2 - \frac{n_2^2}{r}\right)R_1 = 0, \tag{9}$$

unde n este un număr întreg.

Soluțiile ecuațiilor (8) și (9) sînt

$$\begin{aligned}\Theta_n^1 &= D_n' \sin n\,\theta + E_n' \cos n\,\theta,\\ R_n^1 &= F_n^1 J_n(\gamma_1 r) + G_n^1 Y_n(\gamma_1 r).\end{aligned} \tag{10}$$

Avînd în vedere că planul care conține conductorul și axa mașinii reprezintă un plan de simetrie pentru problema dată, rezultă că $D_n^1 = 0$, iar $Y_n(\gamma_1 r) \to \infty$ pentru $\gamma = 0$; însă, cum potențialul vector este o mărime finită, rezultă $G_n' = 0$.

Soluția pentru domeniul I este de forma

$$\underline{A}_1 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^1 J_n(\gamma_1 r)\cos n\theta \text{ unde } A_n' = E_n^1 F_n^1. \tag{11}$$

Pentru domeniul III procedăm ca mai sus, însă avem în vedere că $\gamma_3 = 0$, deoarece statorul este construit din tole și deci $\sigma_3 \approx 0$; în acest caz, soluția se prezintă sub forma

$$\underline{A}_3 = (A_0^3 \ln r + B_0^3)(D_0^3\,\theta + 1) + \sum_{1}^{\infty}(A_n^3 r^n + B_n^3 r^{-n})\cos n\theta. \tag{12}$$

2. SOLUȚIA PROBLEMEI ÎN DOMENIILE II ȘI IV

Pentru a ține seama de singularitatea logaritmică corespunzătoare firului, soluția problemei în domeniile II și IV se va căuta sub forma

$$\begin{aligned}\underline{A}_2 &= \underline{A}_2' + \underline{A}_2'',\\ \underline{A}_n &= \underline{A}_n' + \underline{A}_n'',\end{aligned} \tag{13}$$

unde

$$A_2'' = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\left[-\ln d + \displaystyle\sum_1^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{r}{d}\right)^n \cos n\,\theta\right] & \text{pentru } a \leqslant r \leqslant d,\\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\left[-\ln r + \displaystyle\sum_1^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{d}{r}\right)^n \cos n\,\theta\right] & \text{pentru } d \leqslant r \leqslant b, \end{cases} \tag{14}$$

$$A_4'' = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[-\ln r + \sum_1^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{d}{r}\right)^n \cos n\,\theta\right] \quad \text{pentru } r > c > d.$$

În aceste condiții, A_i' $(i = 2, 4)$ va satisface ecuația lui Laplace în domeniile II și IV:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial_r}\left(r\frac{\partial^2 \underline{A}_i'}{\delta r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \underline{A}_i'}{\partial \theta^2}=0; \tag{15}$$

căutînd soluția sub forma

$$\underline{A}_i' = R_i(r)\,\Theta_i(\theta) \qquad (i = 2, 4), \tag{16}$$

se obțin ecuațiile

$$\begin{aligned}&\frac{d^2\Theta_i}{d\theta^2}+n^2\Theta_i=0,\\ &\frac{d^2R_i}{dr^2}+r\frac{dR_i}{dr}-n^2R_i=0.\end{aligned} \tag{17}$$

Pentru domeniul II soluția ecuației va fi de forma

$$\underline{A}_2' = (A_0^2 \ln r + B_0^2)(D_0^2\,\theta + 1) + \sum_1^\infty (A_n^2 r^n + B_n^2 r^{-n})\cos n\,\theta. \tag{18}$$

Pentru domeniul IV, dacă ținem seama că la infinit potențialul vector este finit, soluția ecuației va fi

$$\underline{A}_4' = \sum_1^\infty A_n^4 r^{-n}\cos n\,\theta. \tag{19}$$

3. DETERMINAREA CONSTANTELOR

Pentru determinarea constantelor punem condițiile de trecere pentru cele trei frontiere:

$$\left.\begin{aligned}&\underline{A}_1(a,\theta)=\underline{A}_2(a,\theta),\\ &\frac{1}{\mu_1}\left(\frac{\partial \underline{A}_1}{\partial r}\right)_{r=a}=\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \underline{A}_2}{\partial r}\right)_{r=a}\\ &\underline{A}_2(b,\theta)=\underline{A}_3(b,\theta),\\ &\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \underline{A}_2}{\partial r}\right)_{r=b}=\frac{1}{\mu_3}\left(\frac{\partial \underline{A}_3}{\partial r}\right)_{r=b}\\ &\underline{A}_3(c,\theta)=\underline{A}_4(c,\theta)\\ &\frac{1}{\mu_3}\left(\frac{\partial \underline{A}_3}{\partial r}\right)_{r=c}=\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \underline{A}_4}{\partial r}\right)_{r=c}\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Ținînd seama se expresiile (11), (12), (13), (14), (18), (19) și introducîndu-le în (20), obținem

$$A_0^1 J_0(\gamma_1 a)+\sum_1^\infty A_n^1 J_n(\gamma_1 a)\cos n\,\theta = (A_0^2 \ln a + B_0^2)(D_0^2\,\theta+1)+$$

$$+\sum_1^\infty (A_n^2 a^n + B_n^2 a^{-n})\cos n\theta + \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[-\ln d + \sum_1^\infty \frac{1}{n}\left(\frac{a}{d}\right)^n \cos\theta\right],$$

$$\frac{1}{\mu_1}\left[A_0^1\gamma_1 J_0'(\gamma_1 a)+\sum_1^\infty A_n^1\gamma_1 J_n'(\gamma_1 a)\cos n\,\theta\right]=\frac{1}{\mu_0}\left[\frac{A_0^2}{a}(D_0^2\,\theta+1)+\right.$$

$$\left.+\sum_1^\infty n\,(A_n^2 a^{n-1}-B_n^2 a^{-n-1})\cos n\theta+\frac{I\,\mu_0}{2\pi\,\mathrm{d}}\sum_1^\infty\left(\frac{a}{d}\right)^n\cos n\,\theta\right],$$

$$(A_0^2\ln b+B_0^2)(D_0^2\,\theta+1)+\sum_1^\infty(A_n^2 b^n+B_n^2 b^{-n})\cos n\theta+\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[-\ln b+\right.$$

$$\left.+\sum_1^\infty\frac{1}{n}\left(\frac{d}{b}\right)^n\cos n\,\theta\right]=(A_0^3\ln b+B_0^3)(D_0^3\,\theta+1)+$$

$$+\sum^\infty(A_n^3 b^n+B_n^3 b^{-n})\cos n\theta,$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left[\frac{A_0^1}{b}(D_0^2\,\theta+1)+\sum_1^\infty n\,(A_n^2 b^{n-1}-B_n^2 b^{-n-1})\cos n\theta\right]+\frac{I}{2\pi}\left[-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{b}-\frac{1}{b}\sum_1^\infty\left(\frac{d}{b}\right)^n\cos n\,\theta\right]=\frac{1}{\mu_3}\left[\frac{A_0^3}{b}(D_0^3\theta+1)+\right.$$

$$\left.+\sum_1^\infty n\,(A_n^3 b^{n-1}-B_n^3 b^{-n-1})\cos n\,\theta\right],$$

$$(A_0^3\ln c+B_0^3)(D_0^3\,\theta+1)+\sum_1^\infty(A_n^3 c^n+B_n^3 c^{-n})\cos n\,\theta=$$

$$=A_0^4+\sum_1^\infty A_n^4 c^{-n}\cos n\theta+\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[-\ln c+\sum_1^\infty\frac{1}{n}\left(\frac{d}{c}\right)^n\cos n\theta\right],$$

$$\frac{1}{\mu_3}\left[\frac{A_0^3}{c}(D_0^3\,\theta+1)+\sum_1^\infty n\,(A_n^3 c^{-n-1}-B_n^3 c^{-n-1})\cos n\,\theta\right]=$$

$$=-\frac{1}{\mu_0}\sum A_n^4\,n\,c^{-n-1}\cos n\,\theta+\frac{I}{2\pi c}\left[-1-\sum\left(\frac{d}{c}\right)^n\cos n\theta\right].$$

Deoarece relațiile de mai sus trebuie să fie satisfăcute pentru orice θ, rezultă următoarele relații între constantele de integrare:

$$\begin{aligned}
&D_0^2=D_0^3=0,\\
&A_0^1 J_0(\gamma_1 a)=A_0^2\ln a+B_0^2-\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln d,\\
&\gamma_1 A_0' J_0'(\gamma_1 a)=\frac{\mu_1}{\mu_0}\frac{A_0^2}{a},\\
&A_0^2\ln b+B_0^2-\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln b=A_0^3\ln b+B_0^3,\\
&\frac{A_0^2}{\mu_0 b}-\frac{I}{2\pi b}=\frac{A_0^3}{\mu_3 b},\\
&A_0^3\ln c+B_0^3=A_0^4-\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln c,\\
&\frac{A_0^3}{\mu_3 c}=-\frac{I}{2\pi c},
\end{aligned}\qquad(21)$$

iar pentru constantele de ordinul n rezultă

$$A_n^1 J_n(\gamma_1 a) = A_n^2 a^n + B_n^2 a^{-n} + \frac{1}{n}\left(\frac{a}{d}\right)^n \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi},$$

$$\gamma_1 A_n' J_n'(\gamma_1 a) = \frac{\mu_1}{\mu_0}\left[n(A_n^2 a^{n-1} - B_n^2 a^{-n-1}) + \frac{I\mu_0}{2\pi a}\left(\frac{a}{d}\right)^n\right],$$

$$A_n^2 b^n + B_n^2 b^{-n} + \frac{\mu_0 I}{2\pi n}\left(\frac{d}{b}\right)^n = A_n^3 b^n + B_n^3 b^{-n},$$

$$n(A_n^2 b^{n-1} - B_n^2 b^{-n-1}) - \frac{I\mu_0}{2\pi b}\left(\frac{d}{b}\right)^n = \frac{\mu_0}{\mu_3} n(A_n^3 b^{n-1} - B_n^3 b^{-n-1}), \quad (22)$$

$$A_n^3 c^n + B_n^3 c^{-n} = A_n^4 c^{-n} + \frac{\mu_0 I}{2\pi n}\left(\frac{d}{c}\right)^n,$$

$$n(A_n^3 c^{n-1} - B_n^3 c^{-n-1}) = -\frac{\mu_3}{\mu_0} n A_n^4 c^{-n-1} - \frac{\mu_3 I}{2\pi c}\left(\frac{d}{c}\right)^n.$$

Rezolvînd sistemul de ecuaţii (21), rezultă

$$\begin{aligned}
\underline{A}_0^1 &= 0,\\
\underline{A}_0^2 &= 0,\\
\underline{B}_0^2 &= \frac{\mu_0 \underline{I}}{2\pi}\ln d,\\
\underline{A}_0^3 &= -\frac{\mu_3 \underline{I}}{2\pi},\\
\underline{B}_0^3 &= \frac{\mu_0 \underline{I}}{2\pi}\ln\frac{d}{b} + \frac{\mu_3 \underline{I}}{2\pi}\ln b,\\
\underline{A}_0^4 &= \frac{\mu_0 \underline{I}}{2\pi}\ln\frac{d}{b}\, c + \frac{\mu_3 \underline{I}}{2\pi}\ln\frac{b}{c}.
\end{aligned} \quad (23)$$

Rezolvînd sistemul de ecuaţii (22), rezultă

$$\underline{A}_n' = -\frac{\underline{I}\mu_1 n^2}{\pi abc\,\Delta n}\left\{\left(-\frac{1+\mu_3/\mu_b}{b^n} + \frac{-1+\mu_3/\mu_0}{c^{2n}} b^n\right)\left[\left(\frac{d}{b}\right)^n + \left(\frac{b}{d}\right)^n\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_0}{\mu_3}\left[\frac{1+\mu_3/\mu_0}{b^n} + \frac{-1+\mu_3/\mu_0}{c^{2n}} b^n\right]\left[\left(\frac{d}{b}\right)^n - \left(\frac{b}{d}\right)^n\right]\right\},$$

$$\underline{A}_n^2 = \frac{\underline{I}}{2b\pi\Delta_n}\left\{\left(\frac{a}{bd}\right)^n\left(-\frac{n\mu_1}{a} J_n + \gamma_1 J_n' \mu_0\right)\left[\frac{n}{cb^n}\left(1+\frac{\mu_3}{\mu_0}\right)\cdot\right.\right.$$

$$\left.\cdot\left(\frac{\mu_0}{\mu_3} - 1\right) + \frac{nb^n}{c^{2n+1}}\left(\frac{\mu_3}{\mu_0} - 1\right)\left(1+\frac{\mu_0}{\mu_3}\right)\right] + \left(\frac{d}{ba}\right)^n\left(J_n\frac{n\mu_1}{a} + \right.$$

$$\left.\left. + \gamma_1\mu_0 J_n'\right)\left[\frac{n}{cb^n}\left(1+\frac{\mu_3}{\mu_0}\right)\left(1-\frac{\mu_0}{\mu_3}\right) - \frac{nb^n}{c^{2n+1}}\left(-1+\frac{\mu_3}{\mu_0}\right)\left(1+\frac{\mu_0}{\mu_3}\right)\right]\right\},$$

$$\underline{B}_n^2 = \frac{\underline{I}\,\frac{n}{c}}{2\pi\,\Delta_n\,b}\left[\left(\frac{ad}{b^2}\right)^n\left(1+\frac{\mu_3}{\mu_0}\right)\left(-1+\frac{\mu_0}{\mu_3}\right)+\left(\frac{ad}{c^2}\right)^n\left(-1+\frac{\mu_3}{\mu_0}\right)\times\right.$$

$$\times\left(1+\frac{\mu_0}{\mu_3}\right)+\left(\frac{a}{d}\right)^n\left(1+\frac{\mu_3}{\mu_0}\right)\left(-1\,\frac{\mu_0}{\mu_3}\right)+\left(\frac{ab^2}{dc^2}\right)^n\left(-1+\frac{\mu_3}{\mu_0}\right)\left(1-\frac{\mu_0}{\mu_3}\right)\Big]\times$$

$$\left.\times\left[-J_n\frac{n\,\mu_1}{a}+\gamma_1 J_n'\,\mu_0\right]\right],$$

$$\underline{A}_n^3 = -\frac{\underline{I}\,\mu_1\,n^2\,J_n}{\pi\Delta_n\,abc^{2n+1}}\left(-1+\frac{\mu_3}{\mu_0}\right)\left[\left(\frac{d}{a}\right)^n+\left(\frac{a}{d}\right)^n\right]-$$

$$-\frac{n\,\gamma_1\,\mu_0\,\underline{I}\,J_n'}{\pi\,\Delta_n\,bc^{2n+1}}\left(-1+\frac{\mu_3}{\mu_0}\right)\left[\left(\frac{d}{a}\right)^n-\left(\frac{a}{d}\right)^n\right], \qquad (24)$$

$$\underline{B}_n^3 = -\frac{\underline{I}\,n^2}{\pi\,\Delta_n\,c}\left(-1+\frac{\mu_3}{\mu_0}\right)\frac{\mu_1}{ab}\cdot\left[\left(\frac{d}{a}\right)^n+\left(\frac{a}{d}\right)^n\right]-$$

$$-\frac{\underline{I}\,n\,\gamma_1 J_n'\,\mu_0}{\pi\,\Delta_n\,bc}\left[\left(\frac{d}{a}\right)^n-\left(\frac{a}{d}\right)^n\right]\left(\frac{\mu_3}{\mu_0}-1\right),$$

$$A_n^4 = \frac{\mu_1\,n^2\,J_n\,\underline{I}}{\pi\,\Delta_n\,abc^{n+1}}\left[\left(\frac{d}{a}\right)^n+\left(\frac{a}{d}\right)^n\right]+\frac{n\,\gamma_1\,\mu_0\,J_n'\underline{I}}{\pi\,\Delta_n\,bc^{n+1}}\left[\left(\frac{d}{a}\right)^n-\left(\frac{a}{d}\right)^n\right],$$

$$\Delta_n = \frac{n^2}{bc}\left(J_n\frac{\mu_1}{\mu_0}\,n+\gamma_1\,a\,J_n'\right)\left[2+\frac{\mu_3}{\mu_0}+\frac{\mu_0}{\mu_3}+\left(\frac{b}{c}\right)^{2n}\times\right.$$

$$\left.\times\left(2-\frac{\mu_3}{\mu_0}-\frac{\mu_0}{\mu_3}\right)\right]a^{-n-1}+\frac{n^2}{bc}\left(\gamma_1\,a\,J_n'-\frac{\mu_1\,n}{\mu_0}\,J_n\right)\frac{a^{n-1}}{b^{2n}}\left(\frac{\mu_3}{\mu_0}-\frac{\mu_0}{\mu_3}\right)\left[1-\left(\frac{b}{c}\right)^{2n}\right]$$

unde în loc de $J_n\,(\gamma_1\,a)$ am folosit notația simplă J_n. Cunoscînd caracteristicile materialelor și dimensiunile geometrice, se pot calcula constantele de integrare și deci se cunoaște expresia potențialului vector în cele patru domenii.

4. POTENȚIALUL VECTOR PRODUS DE O ÎNFĂȘURARE DISPUSĂ LA PERIFERIA STATORULUI

Ca o aplicație directă a celor arătate mai sus, vom calcula potențialul vector și deci și cîmpurile în domeniile care ne interesează pentru o înfășurare repartizată uniform la periferia statorului compusă din q_1 spire, așa cum se arată în figura 2.

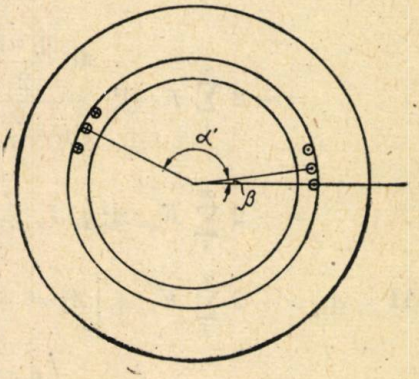


Fig. 2

Avînd în vedere principiul suprapunerii efectelor, potențialul unei spire cu pas scurtat, adică avînd cel de-al doilea conductor la unghiul $\alpha' < \pi$ față de primul conductor, se calculează ușor observînd că unghiul θ devine pentru al doilea conductor $\theta - \alpha'$. Deci obținem

$$\text{I} \quad \underline{A}_{1S} = \sum_1^\infty \underline{A}'_n J_n(\gamma_1 r)\,[\cos n\,\theta - \cos\, n\,(\theta - \alpha')] =$$

$$= -2 \sum_1^\infty \underline{A}'_n J_n(\gamma_1 r) \sin n\left(\theta - \frac{\alpha'}{2}\right) \sin n \frac{\alpha'}{2},$$

$$\text{II} \quad \underline{A}_{2S} = -2 \sum_1^\infty \left[\underline{A}''_n r^n + B''_n r^{-n} + \frac{1}{n} \frac{\underline{I}\,\mu_0}{2\pi} \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \left(\frac{r}{b}\right)^n \right] \sin n\left(\theta - \frac{\alpha'}{2}\right) \sin n \frac{\alpha'}{2}, \tag{25}$$

$$\text{III} \quad \underline{A}_{3S} = -2 \sum_1^\infty \left(\underline{A}''_n r^n + \underline{B}''_n r^{-n}\right) \sin n\left(\theta - \frac{\alpha'}{2}\right) \sin n \frac{\alpha'}{2},$$

$$\text{IV} \quad \underline{A}_{4S} = -2 \sum_1^\infty \left[\underline{A}''_n r^{-n} + \frac{\mu_3 I}{2\pi} \cdot \frac{1}{n} \left(\frac{b}{r}\right)^n \right] \sin n\left(\theta - \frac{\alpha'}{2}\right) \sin \frac{\alpha'}{2},$$

unde s-a luat $d = b$, iar constantele sînt date de relațiile (24). În continuare vom nota $\sin n \dfrac{\alpha}{2} = K_n$, care se mai numește și coeficientul de scurtare a pasului.

Rezultatul găsit mai sus este valabil și pentru o bobină cu N conductoare dispuse concentrat, cu condiția ca secțiunea bobinei să aibă dimensiunile mult mai mici în comparație cu dimensiunile principale ale mașinii; în acest caz, I devine NI.

Pentru o înfășurare cu q_1 spire egale, decalate cu același unghi una față de alta și parcurse de același curent I luat ca origine de fază, se obțin următoarele expresii pentru potențialul vector:

$$\text{I} \quad \underline{A}_{1f} = -2 \sum_1^\infty K_n \underline{A}^1_n J_n(\gamma_1 r) \sum_{q=0}^{q_1-1} \sin n\left(\theta - \beta q - \frac{\alpha'}{2}\right) =$$

$$= -2 \sum_1^\infty K_n \underline{A}^1_n \frac{\sin \dfrac{q_1 n \beta}{2}}{\sin n \dfrac{\beta}{2}} J_n(\gamma_1 r) \sin n\left(\theta - \frac{q_1 - 1}{2}\beta - \frac{\alpha'}{2}\right) =$$

$$= -2 \sum_1^\infty K_{wn} \underline{A}^1_n q_1 J_n(\gamma_1 r) \sin n\left(\theta - \frac{q_1 - 1}{2}\beta - \frac{\alpha'}{2}\right),$$

$$\text{II} \quad \underline{A}_{2f} = -2 \sum_1^\infty K_{wn} q_1 \left[\underline{A}''_n r^n + \underline{B}''_n r^{-n} + \frac{\underline{I}\,\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{1}{n} \left(\frac{r}{b}\right)^n \right] \sin n \cdot \tag{26}$$

$$\cdot \left(\theta - \frac{q_1 - 1}{2}\beta - \frac{\alpha'}{2}\right),$$

$$\text{III}\quad \underline{A}_{3f} = -2\sum_{1}^{\infty} K_{wn}\, q_1 \left[\underline{A}_n^3\, r^n + \underline{B}_n^3\, r^{-n}\right] \sin n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{\alpha'}{2}\right),$$

$$\text{IV}\quad \underline{A}_{4f} = -2\sum_{1}^{\infty} K_{wn}\, q_1 \left[\underline{A}_n^4\, r^{-n} + \frac{\mu_0 I}{2\pi}\cdot\frac{1}{n}\left(\frac{b}{r}\right)^n\right] \sin n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{\alpha'}{2}\right),$$

unde s-a notat $K_{wn} = K_n \dfrac{\sin\dfrac{q_1 n\beta}{2}}{q_1 \sin n\dfrac{\beta}{2}} = \dfrac{\sin\dfrac{q_1 n\beta}{2}}{q_1 \sin n\dfrac{\beta}{2}} \sin n\dfrac{\alpha'}{2}$, care, de fapt, este factorul de înfășurare cunoscut din teoria clasică a mașinilor electrice.

În cazul în care înfășurarea are p perechi de poli, adică avem p bobine dispuse la intervale egale, iar unghiul între axele a două bobine succesive este $\dfrac{2\pi}{p}$, atunci expresiile potențialului vector vor fi

$$\text{I}\quad \underline{A}_{1f}^p = -2\sum_{1}^{\infty} q_1 K_{wn}\, \underline{A}'_n J_n(\gamma_1 r) \sum_{k=0}^{p-1} \sin n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{\alpha'}{2} - \frac{2k}{p}\pi\right) =$$

$$= -2\sum_{1}^{\infty} q_1 K_{wn} K_{pn}\, \underline{A}'_n J_n(\gamma_1 r) \sin n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right),$$

$$\text{II}\quad \underline{A}_{2f}^p = -2\sum_{1}^{\infty} q_1 K_{wn} K_{pn}\left[\underline{A}_n r^n + \underline{B}_n^2 r^{-n} + \frac{I\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{1}{n}\left(\frac{r}{b}\right)^n\right] \times$$

$$\times \sin n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right), \qquad (27)$$

$$\text{III}\quad \underline{A}_{3f}^p = -2\sum_{1}^{\infty} q_1 K_{wn} K_{pn}\left[\underline{A}_n^3 r^n + \underline{B}_n^3 r^{-n}\right] \sin n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right),$$

$$\text{IV}\quad \underline{A}_{4f}^p = -2\sum_{1}^{\infty} q_1 K_{wn} K_{pn}\left[\underline{A}_n^4 r^{-n} + \frac{\mu_0}{2\pi}\underline{I}\,\frac{1}{n}\left(\frac{b}{r}\right)^n\right] \times$$

$$\times \sin n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{2}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right),$$

unde

$$K_{pn} = \frac{\sin n\pi}{\sin\dfrac{\pi n}{p}},$$

$$K_{pn} = 0 \quad \text{pentru } \frac{n}{p} \neq \nu\ (\nu - \text{număr întreg}), \qquad (28)$$

$$K_{pn} = \frac{n}{\nu}(-1)^{n-\nu} \quad \text{pentru } \frac{n}{p} = \nu.$$

5. POTENȚIALUL VECTOR AL UNEI ÎNFĂȘURĂRI CU REPARTIȚIE CONTINUĂ

Presupunem o înfășurare cu repartiție continuă pe o suprafață cilindrică, situată în întrefier lîngă stator coaxială cu sistemul dat și deci de raza b, a cărui densitate de curent superficială este $J_S(\theta')$, așa cum este indicat în figura 3.

Potențialul vector al unei astfel de înfășurări se deduce simplu cunoscînd potențialul vector al unui fir rectiliniu. Astfel luăm un element de înfășurare de lățime $b\,d\theta'$ străbătut de curentul $d\underline{I} = \underline{J}_S\, b\, d\theta'$, care poate fi asimilat cu un fir și deci potențialul vector al acestui element va fi

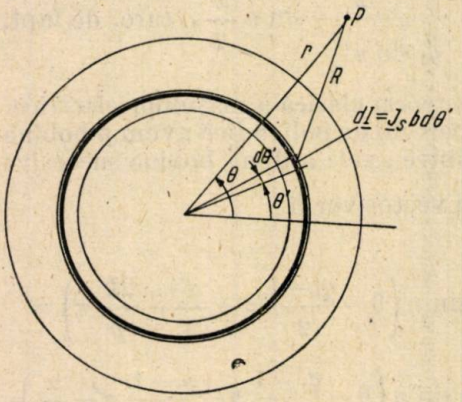


Fig. 3

$$d\underline{A}'' = \frac{\mu_0\, d\underline{I}}{2\pi}\left[-\ln d + \sum\left(\frac{r}{b}\right)^n \frac{1}{n}\cos n(\theta-\theta')\right] \text{ pentru } r \leqslant b,$$
$$d\underline{A}'' = \frac{\mu_0\, d\underline{I}}{2\pi}\left[-\ln r + \sum_1^\infty \frac{1}{n}\left(\frac{b}{r}\right)^n \cos n(\theta-\theta')\right] \text{ pentru } r \geqslant b. \tag{29}$$

Prin integrare obținem

$$A'' = \begin{cases} \dfrac{\mu_0\, b}{2\pi}\left[-(\ln b)\displaystyle\int_0^{2\pi} \underline{J}_S(\theta')\,d\theta' + \right. \\ \left. + \displaystyle\sum_1^\infty \frac{1}{n}\left(\frac{b}{r}\right)^n \int_0^{2\pi} \underline{J}_S(\theta')\cos n(\theta-\theta')\,d\theta'\right] \text{pentru } r \geqslant b, \\ \dfrac{\mu_0\, b}{2\pi}\left[-(\ln r)\displaystyle\int_0^{2\pi} \underline{J}_S(\theta')\,d\theta' + \right. \\ \left. + \displaystyle\sum_1^\infty \frac{1}{n}\left(\frac{r}{b}\right)^n \int_0^{2\pi} \underline{J}_S(\theta')\cos n(\theta-\theta')\,d\theta'\right] \text{pentru } r \leqslant b. \end{cases} \tag{30}$$

În acest caz, potențialul vector, pentru cele patru domenii devine

$$\text{I}\quad \underline{A}_{1c} = \sum_0^\infty \underline{A}'_n J_n(\gamma_1 r)\, b \int_0^{2\pi} \underline{J}_S(\theta')\cos n(\theta-\theta')\,d\theta',$$

$$\text{II}\quad \underline{A}_{2c} = b(\underline{A}_0^2 \ln r + \underline{B}_0^2)\int_0^{2\pi} \underline{J}_S(\theta')\,d\theta' + b\sum_1^\infty (\underline{A}_n^2 r^n + \underline{B}_n^2 r^{-n})\int_0^{2\pi} \underline{J}_S(\theta')\cdot$$
$$\cdot \cos n(\theta-\theta')\,d\theta' + \frac{\mu_0\, b}{2\pi}\left[-(\ln d)\int_0^{2\pi} \underline{J}_S(\theta')\,d\theta' + \right.$$

$$+\sum_1^\infty \frac{1}{n}\left(\frac{r}{b}\right)^n \int_0^{2\pi} \underline{J}_S(\theta')\cos n\,(\theta-\theta')\,\mathrm{d}\theta'\Big], \tag{31}$$

$$\text{III}\quad \underline{A}_{2c}=b\,(\underline{A}_0^3\ln r+\underline{B}_0^3)\int_0^{2\pi}\underline{J}_S(\theta')\,\mathrm{d}\theta'+\mathrm{d}\sum_1^\infty(\underline{A}_n^3 r^n+$$

$$+\underline{B}_n^3 r^{-n})\int_0^{2\pi}\underline{J}_S(\theta')\cos n\,(\theta-\theta')\,\mathrm{d}\theta',$$

$$\text{IV}\quad \underline{A}_{4c}=b\sum_{n=0}^\infty \underline{A}_n^4 r^{-n}\int_0^{2\pi}\underline{J}_S(\theta')\cos n\,(\theta-\theta')+$$

$$+\frac{\mu_0 b}{2}\Big[-(\ln r)\int_0^{2\pi}\underline{J}_S(\theta')\,\mathrm{d}\theta'+\sum_1^\infty\frac{1}{n}\cdot\left(\frac{b}{r}\right)^n\int_0^{2\pi}\underline{J}_S(\theta')\cos n(\theta-\theta')\,\mathrm{d}\theta'\Big].$$

Expresiile generale ale potențialului vector obținute mai sus pot fi particularizate pentru un caz foarte important, întîlnit foarte adesea în cazul mașinilor electrice, și anume

$$\underline{J}_S=\underline{J}\sin p\theta. \tag{32}$$

Înlocuind în (31) obținem

$$\text{I}\quad \underline{A}_{1c}=\underline{J}\,\pi\,b\,\underline{A}'_p J_p(\gamma_1 r)\sin p\,\theta,$$

$$\text{II}\quad \underline{A}_{2c}=\underline{J}\,\pi\,b\,(\underline{A}_p^2 r^p+B_p^2 r^{-p})\sin p\,\theta+\frac{\mu_0 b}{2}\underline{J}\cdot\frac{1}{p}\left(\frac{r}{b}\right)^p\sin p\,\theta, \tag{33}$$

$$\text{III}\quad \underline{A}_{3c}=\underline{J}\,\pi\,b\,(\underline{A}_p^3 r^p+B_p^3 r^{-p})\sin p\,\theta,$$

$$\text{IV}\quad \underline{A}_{4c}=\underline{J}\,\pi\,b\,\underline{A}_p^4 r^{-p}\sin p\,\theta+\frac{\mu_0 b}{2}\underline{J}\frac{1}{p}\left(\frac{b}{r}\right)^p\sin p\,\theta.$$

Deci, cînd o înfășurare este repartizată sinusoidal la periferia statorului, potențialul vector se compune dintr-un singur termen, și acest fapt coincide cu concluziile teoriei clasice. Constantele din expresiile (31) și (33) se calculează din (24) după ce expresiile (24) s-au împărțit cu I.

6. EXPRESIILE POTENȚIALULUI VECTOR PENTRU $\sigma_1 = 0$

Cazul cînd $\sigma_1 = 0$ înseamnă că și rotorul este construit din tole; această situație se întîlnește cel mai des la mașinile electrice, de aceea prezintă interes să se calculeze potențialul vector și în acest caz, repetînd raționamentele de mai sus, se obține

$$\text{I}\quad \underline{A}'^p_{1f}=-2\sum_1^\infty q_1 K_{wn}K_{pn}\underline{A}'^1_n r^n\sin n\left(\theta-\frac{q_1-1}{p}\beta-\frac{p-1}{p}\pi-\frac{\alpha'}{2}\right),$$

$$\text{II}\quad \underline{A}'^p_{2f}=-2\sum_1^\infty q_1 K_{wn}K_{pn}\Big[\underline{A}'^2_n r^n+\underline{B}'^2_n r^{-n}+\frac{\underline{I}\,\mu_0}{2\pi}\frac{1}{n}\times$$

$$\times\left(\frac{r}{b}\right)^4\Big]\sin n\left(\theta-\frac{q_1-1}{2}\beta-\frac{p-1}{p}\pi-\frac{\alpha'}{2}\right),$$

$$\text{III}\quad \underline{A}'^{p}_{3f}=-2\sum_1^\infty q_1 K_{wn} K_{pn}\left[\underline{A}'^{3}_{n} r^n \underline{B}'^{3}_{n} r^{-n}\right]\times \tag{34}$$

$$\times \sin n\left(\theta-\frac{q_1-1}{2}\beta-\frac{p-1}{p}\pi-\frac{\alpha'}{2}\right),$$

$$\text{IV}\quad \underline{A}'^{p}_{4f}=-2\sum_1^\infty q_1 K_{wn} K_{pn}\left[\underline{A}'^{4}_{n} r^{-n}+\frac{\mu_0}{2\pi}\underline{I}\frac{1}{n}\left(\frac{b}{r}\right)^n\right]\times$$

$$\times \sin n\left(\theta-\frac{q_1-1}{2}\beta-\frac{p-1}{p}\pi-\frac{\alpha'}{2}\right),$$

unde noile constante se calculează uşor, făcînd în expresiile (24) următoarele înlocuiri :

$$\begin{aligned} &J_n(\gamma_1 a)\dashrightarrow a^4,\\ &\gamma_1 J'_n(\gamma_1 a)\dashrightarrow n a^{n-1}. \end{aligned} \tag{35}$$

Se observă, de fapt, că expresiile potenţialului vector deduse mai sus se obţin formal din (27) dacă pe lîngă înlocuirile de mai sus facem şi înlocuirea

$$J_n(\gamma_1 \sigma)\dashrightarrow r^n. \tag{36}$$

Potenţialul vector al unei înfăşurări repartizate continuu se obţine uşor din (31) dacă se fac înlocuirile (35) şi (36). Pentru înfăşurarea repartizată sinusoidal facem înlocuirile de mai sus în (33)

7. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC

Cunoscînd experienţa potenţialului vector, se poate calcula intensitatea cîmpului magnetic şi intensitatea cîmpului electric în cele patru domenii după relaţiile

$$\begin{aligned} \underline{H}^i_r &= \frac{1}{\mu_i}\cdot\frac{1}{r}\frac{\partial \underline{A}_i}{\partial\theta},\\ \underline{H}^i_\theta &= -\frac{1}{\mu_i}\frac{\partial \underline{A}_i}{\partial r}, \end{aligned} \tag{37}$$

$$\underline{E}^i_z = -j\omega \underline{A}_i \qquad (i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

Mai întîi vom efectua acest calcul pentru rotorul masiv. Din expresia potenţialului vector obţinem

$$\underline{H}^1_r=-\frac{2}{\mu_1}\frac{q_1}{r}\sum_1^\infty n K_{wn} K_{pn} \underline{A}^1_n J_n(\gamma_1 r)\cos n\left(\theta-\frac{q_1-1}{2}\beta-\frac{p-1}{p}\pi-\frac{\alpha'}{2}\right),$$

$$\underline{H}^1_\theta=\frac{2}{\mu_1}q_1\gamma_1\sum_1^\infty K_{wn} K_{pn} \underline{A}^1_n J'_n(\gamma_1 r)\sin n\left(\theta-\frac{q_1-1}{2}\beta-\frac{p-1}{p}\pi-\frac{\alpha'}{2}\right), \tag{38}$$

$$\underline{E}_z^1 = 2j\,\omega\,q_1 \sum_1^\infty K_{wn} K_{pn} \underline{A}_n^1 J_n(\gamma_1 r) \sin n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right),$$

$$\underline{J}_z^1 = 2j\,\omega\,q_1\,\sigma_1 \sum_1^\infty K_{wn} K_{pn} \underline{A}_n^1 J_n(\gamma_1 r) \sin n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right).$$

Atît potențialul vector, cît și cîmpul electromagnetic pot fi puse sub forma unor unde învîrtitoare.

Astfel potențialul vector pentru domeniul I se poate scrie

$$\begin{aligned}\underline{A}_{1f}^p &= -\sum_1^\infty \underline{A}_n \sin n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right) = \\ &= -\sum_1^\infty |\underline{A}_n|\, e^{j\varphi} \sin n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{2}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right),\end{aligned} \tag{39}$$

unde

$$\underline{A}_n = 2\,q_1 K_{wn} K_{pn} \underline{A}'_n J_n(\gamma_1 r),$$

$$\operatorname{tg}\varphi_n = \frac{I_m(\underline{A}_n)}{\operatorname{Re}(\underline{A}_n)}.$$

Expresia în instantaneu a potențialului vector va fi

$$\begin{aligned}a_{1f}^p &= -\sqrt{2}\sum_1^\infty |\underline{A}_n| \sin(\omega t + \varphi_n) \sin n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right) = \\ &= -\sum_1^\infty \frac{|\underline{A}_n|}{\sqrt{2}}\left\{\cos\left[\omega t + \varphi_n - n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{2}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right)\right] - \right. \\ &\quad \left. - \cos\left[\omega t + \varphi_n + n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right)\right]\right\}.\end{aligned} \tag{40}$$

Expresia în instantaneu a componentelor radială și tangențială a cîmpului magnetic se obține urmînd aceeași cale ca la potențialul vector :

$$\begin{aligned}h'_r &= -\sum_1^\infty \frac{|\underline{H}_n|}{\sqrt{2}}\left\{\sin\left[\omega t + \varphi'_n - n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right)\right] + \right. \\ &\quad \left. + \sin\left[\omega t + \varphi'_n + n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right)\right]\right\}, \\ h'_\theta &= \sum_1^\infty \frac{|\underline{H}'_n|}{\sqrt{2}}\left\{\cos\left[\omega t + \varphi''_n - n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right)\right] - \right. \\ &\quad \left. - \cos\left[\omega t + \varphi''_n + n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right)\right]\right\},\end{aligned} \tag{41}$$

unde $\underline{H}_n$, $\underline{H}'_n$, φ'_n, φ''_n se pot calcula ușor din expresia în complex a cîmpului magnetic.

Se constată că atît potențialul vector, cît și cîmpul magnetic (ca de altfel și celelalte mărimi calculate) pot fi reprezentate sub forma a două unde învîrtitoare, directă și inversă, a căror amplitudine și defazaj în timp depinde de distanța r.

Unda învîrtitoare directă are viteza unghiulară

$$\Omega \frac{n}{1} = \frac{\omega}{n}, \tag{42}$$

iar unda învîrtitoare inversă are viteza

$$\Omega \frac{n}{2} = -\frac{\omega}{n}.$$

Cele două unde au amplitudinile egale și vitezele unghiulare egale și de semne contrare.

Rezultă că undele învîrtitoare ale cîmpului magnetic calculate ca mai sus generalizează undele învîrtitoare ale cîmpului magnetic din teoria clasică.

Pentru cazul în care statorul și rotorul sînt din tole a căror permeabilitate magnetică este foarte mare, undele învîrtitoare ale cîmpului magnetic în întrefier vor fi

$$h_r^2 \approx -\frac{I\sqrt{2}}{\pi r}\sum_1^\infty \frac{q_1 K_{wn} K_{pn}}{1-\left(\frac{a}{b}\right)^{2n}}\left[\left(\frac{r}{b}\right)^n+\left(\frac{a}{r}\right)^n\right]\left\{\sin\left[\omega t - n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - \pi - \frac{p-1}{p} - \frac{\alpha'}{2}\right)\right] + \sin\left[\omega t + n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right)\right]\right\},$$

$$h_\theta^2 \approx \frac{\sqrt{2}\, I g_1}{\pi r}\sum_1^\infty \frac{K_{wn} K_{pn}}{1-\left(\frac{a}{b}\right)^{2n}}\left[\left(\frac{r}{b}\right)^n-\left(\frac{a}{r}\right)^n\right]\left\{\cos\left[\omega t - n\left(\theta - \right.\right.\right. \tag{43}$$

$$\left.\left.\left. - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right)\right] - \cos\left[\omega t + n\left(\theta - \frac{q_1-1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right)\right]\right\}.$$

La expresiile (43) s-a ajuns făcînd aproximația

$$\mu_1 = \mu_3 \gg \mu_0. \tag{44}$$

Deoarece r variază în intervalul închis $[a, b] = [\delta]$ foarte mic în raport cu a și b, se poate face următoarea aproximație:

$\frac{r}{b} \approx \frac{a}{r} \approx 1$ și $\left(\frac{a}{b}\right)^n = 1 - n\frac{\delta}{b}$ unde $\delta = b - a$ — întrefierul mașinii, în care caz componenta tangențială a cîmpului magnetic tinde către zero; în realitate însă este foarte mică, iar pentru componenta

radială a cîmpului magnetic obținem valoarea cunoscută din teoria clasică :

$$h_r^2 \approx -\frac{I\sqrt{2}}{\pi\,\delta}\sum^{\infty}\frac{q_1}{n}K_{wn}K_{pn}\left\{\sin\left[\omega t - n\left(\theta-\frac{q_1-1}{2}\beta-\frac{p-1}{p}\pi-\frac{\alpha'}{2}\right)\right]+\right.$$
$$\left.+\sin\left[\omega t + n\left(\theta-\frac{q_1-1}{2}\beta-\frac{p-1}{p}\pi-\frac{\alpha'}{2}\right)\right]\right\}, \tag{45}$$

în care q_1 este numărul de spire pe perechea de poli.

Cunoscînd cîmpul magnetic pentru o înfășurare se poate calcula ușor cîmpul magnetic pentru m înfășurări dispuse oricum în raport cu prima înfășurare parcurse de diferiți curenți.

Componenta tangențială a cîmpului magnetic, deși este foarte mică, din punct de vedere principial prezintă importanță deoarece pune în evidență transferul de putere de la înfășurarea statorică spre rotor, ceea ce în teoria clasică nu se poate explica, deoarece se presupune că componenta tangențială a cîmpului magnetic este zero. Dată fiind valoarea mică a componentei tangențiale trebuie calculată fără aproximații în punctul în care ne interesează.

8. CALCULUL PUTERII TRANSMISE ROTORULUI MASIV

Cunoscînd componentele cîmpului magnetic și cîmpului electric, se poate calcula expresia vectorului Poynting după direcția normalei la suprafața rotorului ($r = a$) :

$$S = -E_z^1 H_\theta^{1*} = -\frac{4\,q_1^2}{\mu_1}\omega j\sum K_{wn}K_{pn}\underline{A}_n^1 J_n(\gamma_1 a)\sin n\left(\theta-\right.$$
$$\left.-\frac{q_1-1}{2}\beta-\frac{p-1}{p}\pi-\frac{\alpha'}{2}\right)\times\left[\sum K_{wn}K_{pn}\underline{A}_n^1\gamma_1 J_n'(\gamma_1 a)\sin n\left(\theta- \right.\right. \tag{46}$$
$$\left.\left.-\frac{q_1-1}{2}\beta-\frac{p-1}{p}\pi-\frac{\alpha'}{2}\right)\right]^*.$$

Puterea absorbită de rotor pe lungimea l va fi egală cu fluxul vectorului Poynting prin suprafață cilindrică aleasă ($r = a$) ; prin suprafețele laterale acest flux este egal cu zero, deoarece vectorul cîmp electric este perpendicular pe aceste suprafețe.

Deci

$$\underline{P} = \int_\Sigma \underline{S}\,\mathrm{d}A =$$
$$= al\int_0^{2\pi}\underline{S}\,\mathrm{d}\theta = al\,\frac{4\,q_1^2\,\omega j}{\mu_1}\pi\sum_1^{\infty}K_{wn}^2K_{pn}^2|\underline{A}_n^1|^2\gamma_1^* J_n(\gamma_1 a)J_n'^*(\gamma_1 a). \tag{47}$$

Dacă avem în vedere particularitățile pe care le întîlnim la mașinile electrice asincrone cu rotor masiv, adică $|\gamma_1 a| \gg 1$, $\mu_1 = \mu_3 \gg \mu_0$ și între-

fierul $\delta = b - a$ foarte mic, atunci neglijăm pe μ_0 față de μ_1 și μ_3, iar raportul $\left(\frac{a}{b}\right)^{2n} = 1 - 2n\frac{\delta}{b}$.

Pentru $|\gamma_1 a| \gg 1$ folosim formulele asimptotice ale funcțiilor Bessel:

$$J_n(\gamma_1 a) = \sqrt{\frac{2}{\gamma_1 a \pi}} \cos\left(\gamma_1 a - \frac{2n+1}{4}\pi\right)$$

$$\underline{P} = \frac{8\, al\, q_1^2\, \alpha_1^3\, I^2}{\pi\, \sigma_1}(1+j)\sum \times$$

$$\times \frac{K_{wn}^2\, K_{pn}^2\left(1 - 2n\frac{\delta}{b}\right)}{\left[\left(\frac{\mu_1}{\mu_0} n^2 \frac{\delta}{b}\right)^2 + 2(\alpha_1 a)^2\left(1 - n\frac{\delta}{b}\right)^2\right] \operatorname{cth} \alpha_1 a + 2(\alpha_1 a)\frac{\mu_1}{\mu_0}\cdot\frac{\delta}{b}\left(1 - n\frac{\delta}{b}\right)}. \tag{48}$$

Din ultima relație se observă că, independent de cum definim curentul rotoric, reactanța echivalentă a rotorului este egală cu rezistența echivalentă a rotorului, ceea ce s-a arătat și în lucrarea [4].

Pentru definirea parametrilor echivalenți ai rotorului utili în schemele electrice echivalente, vom considera rotorul format dintr-o infinitate de faze, fiecare fază având $w_2 = \frac{1}{2}$ spire.

Luăm un volum elementar din rotor, așa cum se vede în figura 4.

Curentul care se stabilește în acest volum elementar, corespunzător termenului de ordinul n, va fi

$$\Delta \underline{I}_n = \int_S \underline{J}_{zn}\, dA = \int_0^a \int_\theta^{\theta+\Delta\theta} 2j\, \sigma K_{wn} K_{pn}\, q_1\, \omega \underline{A}'_n J_n(\gamma_1 r) \sin n$$

$$\left(\theta - \frac{q_1 - 1}{2}\beta = \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right) r\, dr\, d\theta =$$

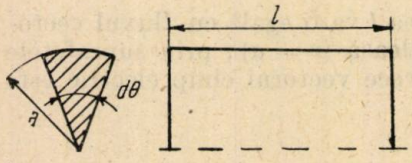


Fig. 4

$$= 2j\, \sigma K_{wn}\, K_{pn}\, q_1\, \omega \underline{A}'_n\, \Delta\theta \sin n\left(\theta - \right.$$

$$\left. - \frac{q_1 - 1}{2}\beta - \frac{p-1}{p}\pi - \frac{\alpha'}{2}\right) \int_0^a J_n(\gamma_1 r)\, r\, dr. \tag{49}$$

Pierderile joule în acest volum elementar corespunzătoare termenului de ordinul n vor fi

$$\Delta P_{jn} = \int_V J_{2n}^2\, d = l \int_\theta^{\theta+\Delta\theta} \int_0^a (2\sigma\omega\, q_1\, K_{wn}\, K_{pn}\, |A'_n|)^2 J_n(\gamma_1 r)\, J_n^*(\gamma_1 r) \sin^2 n\left(\theta -\right.$$

$$-\frac{q_1-1}{2}\beta-\frac{p-1}{p}\pi-\frac{\alpha'}{2}\Big) r\,dr\,d\theta = \tag{50}$$

$$= l\,(2\sigma\omega q_1 K_{wn} K_{pn} |\underline{A}'_n|)^2\,\Delta\theta \sin^2 n\left(\theta-\frac{q_1-1}{2}\beta-\frac{p-1}{p}\pi-\frac{\alpha'}{2}\right)\int_0^a J_n(\gamma_1 r)\,r\,dr.$$

Rezistența echivalentă a volumului elementar pentru termenul de ordinul n va fi

$$R=\frac{\Delta P_{jn}}{|\Delta \underline{I}_n|^2}=\frac{\rho l}{\Delta\theta}\cdot\frac{\int_0^a J_n(\gamma_1 r)\,J_n^*(\gamma_1 r)\,r\,dr}{\left|\int_0^a J_n(\gamma_1 r)\,r\,dr\right|^2}\approx X. \tag{51}$$

În cazul în care se consideră o fază fiecare volum elementar, numărul fazelor va fi

$$m_2=\frac{2\pi}{\Delta\theta},$$

iar coeficientul de raportare la stator în cazul în care pe stator se află m_1 faze va fi

$$K=\frac{m_1(K_{wn}W_1)^2}{m_2(K_{w_2}W_2)^2}=\frac{2m_1(K_{wn}V_1)^2}{\pi}\Delta\theta. \tag{52}$$

Parametrii rotorici raportați vor fi

$$R'\approx X'=\frac{K_{wn}^2 W_1^2\,\rho l m_1}{\pi}\cdot\frac{\int_0^a J_n(\gamma_1 r)\,J_n^x(\gamma_1 r)\,r\,dr}{\left|\int_0^a J_n(\gamma_1 r)\,r\,dr\right|^2}=\frac{K_{wn}^2 W_1^2\,\rho l m_1}{\pi}\cdot \tag{53}$$

$$\cdot\frac{\int_0^a [ber_n^2(\sqrt{2}\,\alpha_1 r)+bei_n^2(\sqrt{2}\,\alpha_1 r)\,r\,dr]}{\left[\int_0^a ber_n(\sqrt{2}\,\alpha_1 r)\,r\,dr\right]^2+\left[\int_0^a bei(\sqrt{2}\,\alpha_1 r)\,r\,dr\right]^2}.$$

Integralele de mai sus se pot rezolva grafic.

Parametrii rotorici calculați mai sus prezintă mare importanță în teoria motorului asincron cu rotor masiv, deoarece se pot calcula în anumite ipoteze caracteristicile de funcționare. În literatura de specialitate se întîlnesc multe expresii ale parametrilor rotofici, diferite între ele, funcție de ipotezele făcute de autori.

Expresiile parametrilor sînt valabile numai în cazul în care rotorul este calat. Parametrii rotorici la funcționarea în sarcină în anumite condiții se pot exprima în funcție de parametrii rotorici ai mașinii cu rotorul calat.

9. CONCLUZII

Folosind metoda separării variabilelor, s-a integrat ecuația diferențială a potențialului vector pentru o mașină electrică idealizată cu o înfășurare în întrefierul uniform al mașinii. Ipotezele în care s-a făcut calculul sînt foarte generale, fapt care face ca teoria elaborată pentru această mașină în lucrările de specialitate să devină un caz particular.

Potențialul vector și, prin urmare, cîmpul electromagnetic s-a calculat atît pentru o înfășurare formată din spire dispuse pe periferia statorului, cît și pentru o înfășurare repartizată continuu ; în cazul ultimei înfășurări, metoda de calcul se poate aplica și în cazul cînd funcția $J_s = J_s(\theta')$ are un număr finit de discontinuități de prima speță, împărțind suprafața pe care se află pînza de curent în intervale mărginite de punctele de discontinuitate.

Calculul făcut în această lucrare rezolvă practic majoritatea problemelor întîlnite la această clasă de mașini.

Calculul s-a făcut atît în cazul rotorului masiv, cît și în cel al rotorului construit din tole, în acest din urmă caz prin aproximații s-a ajuns la expresiile clasice ale cîmpurilor învîrtitoare radiale și s-a calculat componența tangențială a cîmpului care pune în evidență modul cum se transmite puterea electromagnetică spre rotor prin intermediul cîmpului electromagnetic. Pentru rotorul masiv s-a definit curentul rotoric și rezistența rotorică exact ; în mod aproximativ s-a calculat reactanța, însă suficient de exact pentru cazurile practice, parametrii prezentînd mare interes pentru schema electrică echivalentă.

Calculul potențialului vector și deci al cîmpului electromagnetic pentru m înfășurări care formează m faze simetrice se face relativ ușor prin suprapunerea soluțiilor găsite pentru fiecare domeniu, avînd în vedere decalajul spațial dintre înfășurări. Calculul se poate efectua și în cazul fazelor nesimetrice, pe baza celor arătate în prezenta lucrare. În cazul în care $\alpha' = \pi$ sau foarte apropiat de π, termenii de ordin par din expresia potențialului vector dispar sau se pot neglija. Cîmpul electromagnetic calculat în cazul rotorului masiv prezintă interes în calculul forțelor ce se exercită la pornire.

Soluțiile găsite nu sînt valabile în punctele unde se află conductoarele.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Țugulea, *Efectul de proximitate.* St. cerc. energ. electr., **14**, 63—70 (1964).
2. C. V. Bălă, *Pierderile în rotorul masiv al turboalternatorului la funcționarea în regim asincron,* St. cerct. energ., **10**, *2*, 353—367 (1960).
3. A. Țugulea, *Cîmpul electromagnetic al conductoarelor rectilinii.* St. cerc. energ., **14**, *4*, 807—846 (1964).
4. N. Galan, *Cîmpul electromagnetic al unui fir rectiliniu.* St. cerc. energ., *2* (1965).

CONSIDERAȚII ASUPRA SISTEMELOR DE EXCITAȚIE ALE MAȘINILOR SINCRONE DE MARE PUTERE

DE

C. APETREI

621.313.072.2

Se formulează cîteva aspecte importante ale problemei sistemelor de excitație ale mașinilor sincrone, precizîndu-se că rezolvarea corectă a problemei poate fi făcută prin considerarea simultană a mașinii sincrone și a sistemului energetic la care este conectată mașina.

Analiza comportării și stabilirea performanțelor sistemelor de excitație pot fi făcute prin reprezentarea ansamblului sistem de excitație, mașină sincronă, sistem energetic sub forma schemelor-bloc utilizate în studiul sistemelor automate. Pentru rezolvarea problemei pe cale analitică, elementele schemei-bloc, de regulă neliniare, urmează a fi echivalate în mod corespunzător. Pentru exemplificare, se indică o metodă de echivalare a elementelor neliniare. Se dau indicații asupra selecționării sistemelor de excitație în vedere determinării sistemului tehnic-economic optim.

1. FORMULAREA PROBLEMEI

1.1. Dezvoltarea sistemelor electroenergetice prin mărirea puterii instalate și a gradului de interconexiune, precum și cerințele de perfecționare continuă a tehnicii de exploatare sînt factorii care au determinat realizarea de mașini sincrone, turbogeneratoare și hidrogeneratoare cu puteri unitare din ce în ce mai mari, la parametri funcționali și constructivi diferiți față de mașinile construite în urmă cu 15 — 20 de ani.

În prezent se construiesc în mod curent mașini generatoare cu puteri unitare de ordinul sutelor de megawați, iar în programele fabricilor constructoare de mașini electrice din străinătate figurează proiectarea și realizarea unor mașini cu puteri unitare cuprinse între 600 și 1 000 MW.

În aceste condiții, conținutul nou al problemei sistemelor de excitație este determinat în principal de necesitatea sporirii siguranței în exploatarea unor mașini cu puteri unitare importante în raport cu puterea

totală instalată a sistemului energetic. Este deci esențial ca problema sistemelor de excitație să fie tratată prin considerarea simultană a evoluției construcției mașinilor sincrone, a structurii și a cerințelor caracteristice sistemelor energetice actuale.

1.2. Exploatarea sistemelor energetice impune o rezervă de stabilitate statică și dinamică suficientă pentru funcționarea fără întreruperi a sistemului și livrarea energiei electrice la parametri variabili între limite prescrise. Satisfacerea acestor condiții determină anumite limitări pentru parametrii funcționali ai mașinilor sincrone conectate în sistem, ca, de exemplu, limitarea valorii superioare a reactanței sincrone, păstrarea reactanțelor tranzitorii și supratranzitorii între anumite valori-limită, prescrierea unor valori-limită inferioare pentru constanta de timp mecanică a grupurilor energetice etc.

Limitările în privința parametrilor funcționali se fac simțite îndeosebi la mașinile sincrone instalate în centralele electrice conectate în sistem prin intermediul liniilor de transport de mare și foarte mare lungime, situație inevitabilă în cazul sistemelor energetice cu grad evoluat de interconexiune.

Față de cerințele exploatării sistemelor energetice, „evoluția naturală" [1] a parametrilor mașinilor sincrone cu puteri unitare din ce în ce mai mari este de regulă, contradictorie. Astfel, de exemplu, perfecționarea sistemelor de răcire adoptate la mașinile sincrone de mare putere — răcirea directă a conductoarelor, utilizarea hidrogenului sau a apei ca agenți de răcire cu circulație forțată — permite creșterea considerabilă a pînzei de curent a indusului. Valorile relativ mari ale pînzei de curent fac posibilă realizarea mașinii la gabarit redus și randamente comparabile cu mașinile răcite după schema clasică indirectă. Totodată, însă creșterea pînzei de curent determină majorarea reactanțelor mașinii — caracteristice regimurilor staționare și tranzitorii — și descreșterea constantelor de timp mecanice ale mașinii [1].

În tabela 1 sînt indicate pentru exemplificare valorile caracteristice „naturale" ale parametrilor hidrogeneratoarelor de mare și foarte mare putere și valorile uzuale solicitate de exploatare [2].

Tabela 1

	R.S.C. la $2p =$			x'_d *(u.r.)* la $2p =$			T_j la $2p =$		
	8—14	16—30	>30	8—14	16—30	>30	8—14	16—30	>30
Valori „naturale"	0,65—0,80	0,70—0,85	1,00—1,10	0,28—0,32	0,32—0,37	0,37—0,50	3—5	4—6	5—7
Valori uzuale	0,80—1,00	0,90—1,20	1,00—1,30	0,25—0,35			4—6	5—8	6—9

Din examinarea datelor din tabela 1 se constată diferențele dintre valorile „naturale" ale parametrilor, valori care asigură economicitatea proprie mașinii, și valorile uzuale, convenabile exploatării.

[1] Evoluția rezultată din legile interne, proprii mașinii electrice, considerată ca unitate de sine stătătoare.

Rezolvarea contradicției semnalate este posibilă, deși doar parțial, prin adoptarea unor sisteme de excitație convenabile, care însă, în condițiile speciale arătate, vor trebui să obțină funcțiuni noi. Este deci necesar ca sistemul de excitație al mașinii sincrone, realizată cu parametri „naturali" în condiții de maximă economicitate, să preia asupra sa funcțiuni impuse de asigurarea optimizării exploatării sistemului energetic.

1.3. Conținutul nou al problemei sistemelor de excitație derivă și din natura nouă a elementelor sale componente. În ultimii 10 ani se manifestă tendința înlocuirii mașinii de curent continuu ca sursă de excitație prin scheme de redresare, statice sau rotative, constituite din elemente semiconductoare cu germaniu sau cu siliciu.

Inițial, tendința menționată a apărut ca urmare a creșterii puterii de excitație, pe măsura creșterii puterii unitare a mașinilor sincrone construite și a dificultăților ivite la realizarea unor mașini de curent continuu excitatoare de foarte mare putere.

În tabela 2 sînt indicate pentru exemplificare date orientative care ilustrează tendința evoluției puterilor de excitație P_e necesare mașinilor sincrone.

Tabela 2

Perioada	1935—1960	1960—1965	1965—1970
P_e (kW)	40—400	500—2000	2000—5000

Realizarea unor mașini de curent continuu cu puteri de ordinul miilor de kW la viteze de rotație relativ ridicate întîmpină dificultăți, care, parțial, pot fi eliminate în stadiul actual de dezvoltare al tehnicii de fabricație a elementelor semiconductoare.

Este de remarcat faptul că, deși inițial introducerea elementelor redresoare statice a fost solicitată îndeosebi de unitățile de mare și foarte mare putere, domeniul de aplicabilitate a schemelor de excitație cu elemente de redresare statică se extinde în momentul de față și la mașinile sincrone de putere mică și medie.

1.4. Sistemele de excitație actuale, cărora, după cum s-a văzut, li se impun funcțiuni noi, își conservă în mod evident celelalte servituți: asigurarea excitației mașinii sincrone în regimuri de funcționare diferite la tensiuni bine determinate, asigurarea repartiției sarcinii reactive între mașinile sau centralele electrice conectate în sistem etc.

Tratarea corectă a problemei sistemelor de excitație trebuie să fie făcută prin considerarea simultană a tuturor funcțiunilor sale, funcțiuni impuse de gradul de dezvoltare actual al tehnicii de fabricație a mașinilor sincrone și al exploatării sistemelor energetice.

2. CARACTERIZAREA COMPORTĂRII SISTEMELOR DE EXCITAȚIE

Analiza sistemelor de excitație poate fi făcută în mod diferit în funcție de scopul urmărit. Calea de prezentare și descriere a fiecărei scheme de excitație în parte, cel puțin a acelora care prezintă interes în momentul de

față, deși dificilă, poate fi adoptată cînd se urmărește constituirea unei scheme de excitație concrete care să răspundă în condiții optime unei mașini sincrone bine determinate.

Prezentarea modului actual de caracterizare a comportării sistemelor de excitație poate fi făcută și prin intermediul clasificării acestor sisteme, clasificare care are la bază analiza schemelor-bloc utilizate curent în studiul sistemelor automate.

2.1. Sistemele de excitație formate din schema de excitație — elementele care asigură energia necesară magnetizării mașinii — și schema de reglare a excitației pot fi reprezentate printr-o schemă-bloc de forma celei indicate în figura 1.

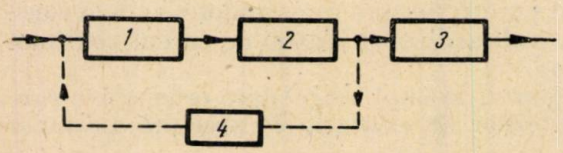


Fig.1. — Schema-bloc a sistemului de excitație și a mașinii sincrone: *1* — traductorul de eroare și amplificatorul semnalului; *2* — sursa de excitație; *3* — mașina sincronă excitată.

Elementele schemei-bloc pot fi realizate din punct de vedere constructiv în mod diferit; sistemele de excitație utilizate în tehnica actuală pot fi clasificate urmărind modul de realizare a elementelor constituente 1 și 2.

Traductorul de eroare poate fi realizat sub forma unui regulator cu contacte vibrante, potențiometru cu comandă de tensiune, amplificator rotativ sau static-magnetic, respectiv electronic etc. Pentru amplificarea semnalului se mai poate apela fie la redresoare uscate comandate, fie la rezistențe introduse în circuitul de excitație comandate din exterior.

Sursa de excitație este elementul care definește structura schemei de excitație; soluțiile care intervin, de regulă, în practică sînt următoarele:

a) excitatoare rotative de curent continuu cu excitație independentă; excitația se asigură de la o subexcitatoare, cu excitație derivație sau compound. Excitatoarea poate fi cuplată mecanic cu axul mașinii sincrone sau antrenată de motor propriu, alimentat de la bornele generatorului sincron principal sau de la barele serviciilor auxiliare. Variația puterii de excitație se realizează fie prin intermediul unor rezistențe variabile sau al unor elemente survoltoare conectate în circuitul de excitație, fie prin înzestrarea mașinii cu înfășurări de excitație speciale în circuitul cărora se introduc elemente survoltoare;

b) excitatoare rotative de curent alternativ la frecvență industrială sau frecvență ridicată, cu elemente redresoare statice dispuse pe rotor; redresoarele se alimentează de la bornele înfășurării indusului dispusă pe armătura rotorică. Excitatoarele de curent alternativ pot fi cuplate mecanic cu mașina sincronă principală sau antrenate de motor propriu, alimentat de la bornele generatorului principal sau de la barele serviciilor auxiliare. Excitația excitatoarelor de curent alternativ se asigură de la o sursă independentă de curent continuu sau printr-o schemă de autoexcitație cu elemente redresoare statice (înfășurarea de excitație a excitatoarei de curent alternativ este dispusă pe armătura statorică). Variația puterii de excitație se realizează prin acționarea în circuitul de excitație al excitatoarei de curent alternativ;

c) excitatoare rotative de curent alternativ, la frecvență industrială sau frecvență ridicată, cu elemente redresoare statice fixe; schema are particularitățile schemei precedente, cu observația că în acest caz înfășurarea indusului este dispusă pe armătura statorică, tensiunea de la bornele ei alimentînd schema statică de redresare;

d) excitatoare cu elemente redresoare statice, cu mercur sau siliciu și alimentare fie de la barele mașinii sincrone principale prin intermediul unui transformator potrivit, fie de la barele serviciilor auxiliare.

În ultimele două cazuri, controlul puterii de excitație se realizează prin comanda corespunzătoare a elementelor redresoare cu amplificatoare magnetice sau electronice sau prin compoundare după curentul de sarcină al generatorului.

Precizările făcute asupra sistemelor de excitație prin considerarea elementelor principale ale schemei-bloc, deși nu epuizează toate situațiile concrete din practică, sînt suficiente pentru descrierea modului de caracterizare a sistemelor de excitație utilizate în mod curent.

2.2. Criteriile introduse în prezent în literatură pentru analiza sistemelor de excitație ale mașinii sincrone au în vedere, de regulă, caracterizarea comportării dinamice a sistemelor de excitație. În acest sens, regimurile dinamice se caracterizează prin „plafonul de tensiune" și „viteza de răspuns".

Plafonul de tensiune este definit de raportul dintre valoarea maximă a tensiunii ce poate fi aplicată înfășurării de excitație a mașinii sincrone U_{ep} și tensiunea de excitație U_{en}, care, la funcționarea mașinii sincrone

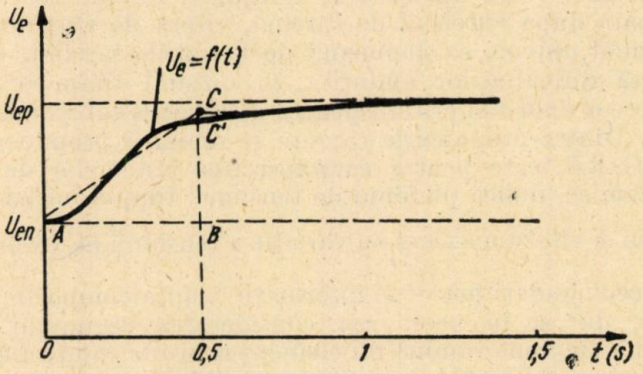


Fig. 2. — Ajutătoare pentru definiția vitezei de răspuns.

în condiții nominale, asigură tensiunea nominală la borne. Timpul de funcționare la tensiunea-plafon este diferit și se stabilește prin norme în funcție de structura sistemului de excitație și de caracteristicile mașinii sincrone considerate și a sistemului energetic.

Viteza de răspuns a schemei de excitație se definește conform normelor existente prin raportul mărimilor segmentelor $\overline{BC}$ și $\overline{AC}$ (vezi fig. 2); abscisa punctului C de pe dreapta AC, construită în planul sistemului de coordonate otU_e, se ia în mod convențional egală cu 0,5 s,

iar ordonata se determină din condiția egalității ariei triunghiului ABC cu aria mărginită de segmentele AB, BC și curba $U_e = f(t)$; $U_e = f(t)$ reprezintă variația în timp a tensiunii de excitație la ieșirea elementului 2 din schema-bloc reprezentată în figura 1 cînd U_e în cele două regimuri staționare succesive ia valorile $U_e = U_{en}$ și, respectiv, $U_e = U_{ep}$.

Viteza de răspuns se poate exprima în V/s sau în $u.r/s$ prin raportarea tensiunii corespunzătoare mărimii segmentului $\overline{BC}$ la tensiunea nominală U_{en} corespunzătoare mărimii segmentului $\overline{OA}$.

Reținînd plafonul tensiunii ca parametru important pentru caracterizarea sistemului de excitație asupra modului de definiție a vitezei de răspuns, se impun cîteva observații din care va rezulta necesitatea reformulării acestui indice caracteristic.

În primul rînd se observă că la definirea vitezei de răspuns nu s-au făcut precizări asupra regimului de funcționare al mașinii sincrone, reprezentat de elementul *3* în schema-bloc din figura 1, care, evident, va influența comportarea elementului *2* în cazul intervenției regimului tranzitoriu; se lasă deschisă chiar posibilitatea determinării vitezei de răspuns a elementului *2* fără considerarea elementului *3*.

Totodată trebuie reliefat faptul că timpul de 0,5 *s*, ales în mod convențional, nu mai satisface, de regulă, sistemele de excitație moderne, care în majoritatea cazurilor sînt caracterizate de inerții electromagnetice foarte mici și la care deci tensiunea-plafon poate fi realizată la timpuri mai mici ca 0,5 *s*. De asemenea, întrucît valoarea vitezei de răspuns, definită anterior, nu variază proporțional cu timpul, schimbarea timpului convențional contat poate conduce la rezultate diferite pentru același sistem de excitație. În sfîrșit, în cazul unor scheme de excitație, ca, de exemplu, schemele care apelează la înfășurări de excitație serie sau la impulsuri luate după curentul de sarcină, viteza de răspuns nu poate fi definită în mod univoc, ea depinzînd de variațiile sarcinii.

Datorită dificultăților amintite, în ultimul timp se fac încercări de introducere a unor noi criterii pentru aprecierea comportării sistemelor de excitație. Dintre propunerile recente se remarcă propunerile discutate în cadrul CIGRE, care pentru caracterizarea sistemelor de excitație în regimuri dinamice, indică plafonul de tensiune, timpul inițial de întîrziere al răspunsului și viteza maximă de variație a tensiunii de excitație $\left(\frac{dU_e}{dt}\right)_{max}$.

Parametrii recomandați pot oferi informații asupra comportării sistemului de excitație, dar și în acest caz considerarea regimului de funcționare al mașinii sincrone rămîne un element arbitrar supus unor convenții.

În același cadru sînt de menționat studiile întreprinse pentru caracterizarea sistemului de excitație în cazul variațiilor lente, relativ mici, ale semnalului de intrare. În aceste studii reține atenția faptul că analiza sistemului de excitație se extinde și asupra mașinii sincrone, în considerații intervenind în afara oscilațiilor posibile ale sistemului de excitație, oscilațiile proprii mașinii sincrone, conectate la rețea.

Propunerile semnalate, în stadiu de discuție, scot în evidență necesitatea definirii a noi parametri pentru caracterizarea comportării sistemelor de excitație, parametri cu valabilitate cît mai universală față de diferitele sisteme de excitație și regimurile de funcționare intervenite la exploatarea mașinii sincrone în cadrul sistemului energetic.

3. ANALIZA ANSAMBLULUI FORMAT DIN SISTEMUL DE EXCITAȚIE, MAȘINA SINCRONĂ ȘI SISTEMUL ENERGETIC

3.1. Metoda adoptată pentru studiul sistemelor de excitație trebuie să facă posibilă analiza completă a comportării sistemului de excitație în raport cu regimurile de funcționare ale mașinii sincrone pentru ca prin comparația sistemelor de excitație principial utilizabile să se poată asigura alegerea sistemului optim.

Întrucît comportarea mașinii sincrone în sistem va fi definită în final de ansamblul parametrilor proprii sistemului de excitație, mașinii sincrone și sistemului energetic la care este conectată, rezultă prima concluzie importantă pentru formularea problemei. Metoda adoptată pentru analiza sistemelor de excitație trebuie să apeleze la reprezentarea unui ansamblu format din sistemul de excitație, mașina sincronă și sistemul electric, fiecare dintre elementele enumerate urmînd să fie caracterizat de parametrii săi proprii.

O asemenea reprezentare poate fi făcută prin intermediul schemelor-bloc utilizate în mod curent în analiza sistemelor automate. Sistemul de excitație, mașina sincronă și sistemul energetic vor putea fi reprezentate fiecare printr-unul sau mai multe elemente ale schemei-bloc, în funcție de scopul investigației ce urmează a se face.

În acest mod se creează posibilitatea reunirii într-un tot a parametrilor caracteristici sistemului de excitație, mașinii sincrone și sistemului energetic și deci posibilitatea analizei interdependenței dintre acești parametri. Caracterizarea sistemului de excitație se poate face în regimuri dinamice și regimuri pseudostatice, principial în mod asemănător. Totodată apare posibilitatea ca metoda de analiză teoretică să fie reprodusă, completată și verificată pe cale experimentală.

Pentru rezolvarea problemei este necesar să se precizeze regimul ce urmează a fi analizat pentru ca rezultatele analizei în cadrul metodei adoptate să fie suficient de cuprinzătoare în situațiile concrete, diferite, care pot interveni în practică.

Acestei formulări i se pot aduce precizări suplimentare care delimitează domeniul de lucru, fără ca prin aceasta să se elimine complet anumite convenții. În acest sens este necesar ca regimul de funcționare considerat să evidențieze toți parametrii caracteristici, cel puțin pe cei principali, regimurilor staționare și tranzitorii, electromagnetice și electromecanice. Domeniul poate fi restrîns prin introducerea unor criterii practice, ca, de exemplu, ușurința calculelor și a posibilității de reproducere pe cale experimentală a regimului considerat etc.

Simplificarea analizei poate fi făcută în continuare prin considerarea aproximativă a caracteristicilor sistemului energetic sau situarea, în cazurile particulare a unor regimuri tranzitorii electromagnetice, respectiv electromecanice etc.

Utilizarea schemelor-bloc prezintă interes fără precizări suplimentare în cazul rezolvării problemei pe cale analogică cu ajutorul calculatoarelor electronice.

Rezolvarea problemei pe cale analitică trebuie să specifice suplimentar modul de echivalare a elementelor schemei-bloc, pentru a face posibilă stabilirea funcției de transfer a sistemului considerat. Liniarizarea la care se apelează, de regulă, în vederea simplificării problemei este inacceptabilă în cazul considerat, datorită prezenței în sistem a unor elemente cu caracter pronunțat neliniar (mașini, transformatoare etc.). În cadrul punctului următor se va indica o metodă pentru echivalarea elementelor schemei-bloc în vederea „liniarizării" sistemului și creării condițiilor necesare pentru stabilirea funcției de transfer.

3.2. Întrucît echivalarea elementelor schemei-bloc reprezintă prima etapă în rezolvarea problemei formulate, se indică pentru exemplificare

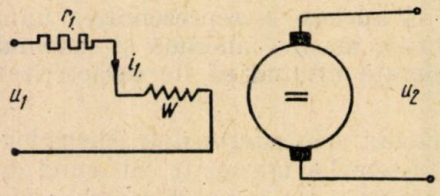


Fig. 3. — Schema mașinii de curent continuu cu excitație independentă.

modul de echivalare a excitatoarei de curent continuu cu excitație independentă, considerată ca element al schemei-bloc corespunzătoare unui sistem de excitație.

Se consideră regimul de funcționare în gol a unei mașini de curent continuu cu excitație independentă (vezi fig. 3).

Tensiunea aplicată excitației u_1, egală la $t = 0$ cu U_{1n}, variază în salt și ia valoarea U_{1p}; curentul i_1, egal la $t = 0$ cu I_{10n}, ia valoarea I_{10p} la $t = \infty$.

Ecuația regimului de funcționare considerat, la viteză de rotație a indusului constantă, are forma

$$r_1 i_1 + w \frac{d\Phi}{dt} = U_{1p}, \tag{1}$$

unde fluxul Φ este cu suficientă exactitate direct proporțional cu tensiunea u_2 de la bornele mașinii.

Să considerăm regimul inițial regim de referință și să împărțim termenii ecuației (1) cu U_{1n}; notînd cu

$$\frac{i_1}{I_{10n}} = i; \quad \frac{\Phi}{\Phi_n} = \varphi; \quad T_1 = w \frac{\Phi_n}{U_{1n}}; \quad \frac{t}{T_1} = \tau, \tag{2}$$

ecuația (1), cu mărimile exprimate conform relațiilor (2), ia forma

$$i + \frac{d\varphi}{dt} = p_t. \tag{3}$$

S-a considerat regimul inițial caracterizat de $i_1 = I_{10n}$ și $u_1 = U_{1n}$, deoarece regimurile dinamice care vor interveni în studiu apar la un nivel al excitației bine determinat diferit de zero, iar sistemul magnetic al

mașinii este saturat. În literatură, regimul adoptat de regulă este $i_1 = 0$; $u_1 = 0$, cu variație în salt a lui u_1 la valoarea U_{1p}. Regimul respectiv este convenabil la mașina nesaturată, deoarece comportarea dinamică a mașinii este aceeași indiferent de valorile inițiale ale lui i_1 și u_1 dacă intervalul de variație a lui u_1 rămîne neschimbat.

Relația prin intermediul căreia vom considera saturația mașinii are forma

$$i = \frac{\varphi}{a - b\varphi}, \tag{4}$$

unde a și b satisfac condițiile

$$\begin{aligned} i = 1 &\Rightarrow \varphi = 1, \\ i = p_t &\Rightarrow \varphi = \varphi_p, \end{aligned} \tag{5}$$

și deci din (4) rezultă

$$a - b = 1, \tag{6}$$

respectiv

$$a = \frac{(p_t - 1)\,\varphi_p}{(\varphi_p - 1)\,p_t},$$

$$b = \frac{p_t - \varphi_p}{(\varphi_p - 1)\,p_t}.$$

Se remarcă faptul că relația (4) poate reproduce caracteristica magnetică la funcționarea în gol a mașinilor electrice cu erori relativ mici (de exemplu, la reproducerea caracteristicii standart, erorile sînt de circa $\pm 5\%$).

Prin eliminarea lui i sau φ din (3) și (4) se obțin ecuațiile

$$\frac{\varphi}{a - b\varphi} + \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\tilde{\sigma}} = p_t, \tag{7}$$

$$i + \frac{a}{(1 + bi)^2}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}\tilde{\sigma}} = p_t, \tag{8}$$

care prin integrare determină legile de variație ale fluxului (tensiunii la borne) și respectiv, ale curentului de excitație în raport cu timpul în condițiile precizate.

Integrînd ecuațiile (7) și (8), se obține

$$\tau_{1\varphi} = \frac{1}{(p_t - 1)p_t}\left[(\varphi_p - 1)\varphi_p \ln\frac{\varphi_p - 1}{\varphi_p - \varphi} + (p_t - \varphi_p)(\varphi - 1)\right], \tag{9}$$

$$\tau_{1i} = \frac{\varphi_p - 1}{p_t - 1}\left[\frac{(p_t - \varphi_p)(i - 1)}{(\varphi_p - 1)p_t + (p_t - \varphi_p)i} - \frac{\varphi_p}{p_t}\ln\frac{\varphi_p(p_t - i)}{(\varphi_p - 1)p_t + (p_t - \varphi_p)i}\right]. \tag{10}$$

În cazul în care tensiunea u_1 variază în salt de la valoarea 0 la $(p_t - 1)$, iar fluxul variază de la 0 la $(\varphi_p - 1)$, se obțin expresiile

$$\tau_{0\varphi} = \frac{(\varphi_p - 1)\varphi_p + (p_t - \varphi_p)}{(p_t - 1)(\varphi_p - 1)\varphi_p p_t}\left\{[(\varphi_p - 1)\varphi_p + \right.$$

$$\left. + (p_t - \varphi_p)]\ln\frac{\varphi_p - 1}{(\varphi_p - 1) - \varphi} + (p_t - \varphi_p)\varphi\right\}, \tag{11}$$

$$\tau_{0i} = \frac{(p_t - 1)\varphi_p}{(p_t - 1)p_t - (p_t - \varphi_p)}\left[\frac{(p_t - \varphi_p)\,i}{(\varphi_p - 1)\,p_t + (p_t - \varphi_p)i} - \right.$$

$$\left. - \frac{(\varphi_p - 1)p_t}{(p_t - 1)\,p_t - (p_t - \varphi_p)}\ln\frac{[(p_t - 1) - i](\varphi_p - 1)\,p_t}{(p_t - 1)\,[(\varphi_p - 1)\,p_t + (p_t - \varphi_p)i]}\right]. \tag{12}$$

Expresiile (9), (10), (11) și (12) pot reproduce rezultatele ce se obțin în cazuri particulare diferite:

a) mașina nesaturată și variații ale tensiunii u_1 de la 1 la p_t, respectiv de la 0 la $(p_t - 1)$; în acest caz, $p_t = \varphi_p$ și deci

$$\tau'_{1\varphi} = \ln\frac{p_t - 1}{p_t - \varphi}, \tag{9'}$$

$$\tau'_{1i} = \ln\frac{p_t - 1}{p_t - i}, \tag{10'}$$

$$\tau'_{0\varphi} = \ln\frac{p_t - 1}{(p_t - 1) - \varphi}, \tag{11'}$$

$$\tau'_{0i} = \ln\frac{p_t - 1}{(p_t - 1) - i}; \tag{12'}$$

b) mașina saturată și variații ale lui u_1 cuprinse între 0 și 1; în acest caz, expresiile (11) și (12) pentru $(\varphi_p - 1) = 1$ și $(p_t - 1) = 1$ devin

$$\tau''_{0\varphi} = \frac{b}{a}\varphi - \frac{1}{a}\ln(1 - \varphi), \tag{11''}$$

$$\tau''_{0i} = \frac{bi}{1 + bi} - \frac{1}{a}\ln\frac{1 - i}{1 + bi}, \tag{12''}$$

unde a și b satisfac condiția $a - b = 1$;

c) mașina nesaturată și variații în salt a lui u_1 de la 0 la 1; la $b = 0$ și $a = 1$, expresiile (11'') și (12'') iau forma

$$\tau'''_{0\varphi} = \ln\frac{1}{1 - \varphi}, \tag{11'''}$$

$$\tau'''_{0i} = \ln\frac{1}{1 - i}. \tag{12'''}$$

Se observă că la mașina nesaturată variațiile lui i și φ sînt identice, iar comportarea în regim tranzitoriu este independentă de starea inițială la interval de variație al tensiunii identic.

Constantele de timp echivalente corespunzătoare variației fluxului φ și curentului i se definesc în așa fel, încît prin introducerea lor studiul mașinii să se poată efectua ca și cum sistemul magnetic ar fi nesaturat.

Pentru aceasta, expresia (9), de exemplu, se scrie sub forma

$$t = T_1\left[A \ln \frac{\varphi_p - 1}{\varphi_p - \varphi} + B(\varphi - 1)\right], \tag{13}$$

unde pentru simplificare s-a notat

$$A = \frac{(\varphi_p - 1)\varphi_p}{(p_t - 1)p_t}; \qquad B = \frac{p_t - \varphi_p}{(p_t - 1)p_t}. \tag{14}$$

În cazul sistemului liniar, variația fluxului în timp de la valoare 1 la φ_p este definită de relația cunoscută

$$t = T_{1e} \ln \frac{\varphi_p - 1}{\varphi_p - \varphi} \tag{15}$$

cînd tensiunea u_1 variază în salt de la valoarea 1 la φ_p.

Expresiile (13) și (15) definesc variații ale fluxului care satisfac aceleași condiții inițiale și finale, însă evoluția procesului în timp este diferită. Problema constă în a defini pe T_{1e} în așa fel, încît abaterea în cazul variației fluxului conform relației (15) față de variația efectivă a fluxului determinată de (13) să fie minimă.

Problema poate fi rezolvată diferit (vezi, de exemplu, [5]).

În cadrul lucrării de față, T_{1e} se determină prin considerarea vitezei de variație a fluxului la $t = 0$ (din această condiție se definește constanta de timp echivalentă T_{1ed}) și prin considerarea variației fluxului între limite determinate (relația de egalitate a integralelor funcțiilor (13) și (15) la variații ale fluxului între 1 și 0,95 φ_p definește constanta de timp echivalentă T_{1es}).

Constanta de timp echivalentă T_{1e} se determină de media aritmetică a constantelor definite anterior, T_{1ed} și T_{1es}, deci

$$T_{1e} = \frac{T_{1ed} + T_{1es}}{2}. \tag{16}$$

Procedînd în acest mod, se obține în cazul considerării legii de variație a fluxului (13) și (15):

$$(T_{1ed})_\varphi = \frac{\varphi_p - 1}{p_t - 1} T_1 \tag{17}$$

și

$$(T_{1es})_\varphi = T_1\left\{\frac{B(0{,}95\varphi_p - 1)^2}{2\left[(0{,}95\varphi_p - 1) - 0{,}05\varphi_p \ln \dfrac{\varphi_p - 1}{0{,}05\varphi_p}\right]} + A\right\} \tag{18}$$

sau, dacă înlocuim valorile A și B rezultate din (14), se obține

$$(T_{1es})_\varphi = \frac{T_1}{(p_t-1)p_t}\left\{\frac{(p_t-\varphi_p)(0{,}95\varphi_p-1)^2}{2\left[(0{,}95\varphi_p-1)-0{,}05\varphi_p\ln\frac{\varphi_p-1}{0{,}05\varphi_p}\right]}+(\varphi_p-1)\varphi_p\right\}. \tag{18'}$$

Înlocuind în (16) T_{1ed} și T_{1es} rezultate din (17) și (18'), se obține

$$(T_{1e})_\varphi = \frac{T_1}{2(p_t-1)p_t}\left\{\frac{(p_t-\varphi_p)(0{,}95\varphi_p-1)^2}{2\left[(0{,}95\varphi_p-1)-0{,}05\varphi_p\ln\frac{\varphi_p-1}{0{,}05\varphi_p}\right]}+(\varphi_p-1)(\varphi_p+p_t)\right\}. \tag{19}$$

În cazul considerării expresiei variației curentului (10), procedînd în mod analog, se obțin expresiile

$$(T_{1ed})_i = \frac{p_t}{\varphi_p}\,\frac{\varphi_p-1}{p_t-1}\,T_1, \tag{20}$$

$$(T_{1es})_i = \frac{T_1(\varphi_p-1)\left[(0{,}95p_t-1)-0{,}05\varphi_p\ln\left(\frac{0{,}95p_t-1}{0{,}05\varphi_p}+1\right)\right]}{(p_t-1)\left[(0{,}95p_t-1)+0{,}05p_t\ln\frac{0{,}05p_t}{p_t-1}\right]}, \tag{21}$$

$$(T_{1e})_i = \frac{T_1(\varphi_p-1)}{2(p_t-1)}\left[\frac{(0{,}95p_t-1)-0{,}05\varphi_p\ln\left(\frac{0{,}95p_t}{0{,}05\varphi_p}+1\right)}{(0{,}95p_t-1)+0{,}05p_t\ln\frac{0{,}05p_t}{p_t-1}}+\frac{p_t}{\varphi_p}\right]. \tag{22}$$

În urma echivalării făcute, expresiile care definesc legea de variație a fluxului $(1\ldots\varphi_p)$ și a curentului $(1\ldots p_t)$ se pot pune sub forma

$$\tau = k_\varphi \ln\frac{\varphi_p-1}{\varphi_p-\varphi} \tag{23}$$

și, respectiv,

$$\tau = k_i \ln\frac{p_t-1}{p_t-i}, \tag{24}$$

unde

$$k_e = \frac{(T_{1e})_\varphi}{T_1}; \quad k_i = \frac{(T_{1e})_i}{T_1}. \tag{25}$$

Procedeul expus arată calea principială de echivalare a elementelor schemei-bloc în vederea analizei ansamblului format din sistemul de excitație, mașina sincronă și sistemul energetic.

4. MODUL DE SELECȚIONARE A SISTEMELOR DE EXCITAȚIE ÎN CAZUL GENERATOARELOR SINCRONE

Pentru scoaterea în relief a problemelor concrete care trebuie rezolvate la analiza sistemelor de excitație, se schițează etapele principale ale selecționării sistemelor de excitație (vezi [4]).

4.1. O primă selecție a sistemelor de excitație, tehnic posibile față de soluțiile principiale, rezultă pe baza examinării caracteristicilor mașinii sincrone, a sistemului energetic la care se conectează mașina și analiza condițiilor concrete de funcționare ale mașinii în sistemul energetic dat.

Verificarea etapizată a tehnicității soluției va avea în vedere următoarele:

a) verificarea sursei de excitație la puterea de excitație a mașinii sincrone în condiții nominale de lucru; se examinează dacă sursa de excitație, prin natura ei, poate să asigure puterea de excitație necesară;

b) verificarea caracteristicilor proprii ale sistemului de excitație în vederea determinării capacității de exercitare a funcțiunilor sale esențiale la regimurile de funcționare posibile ale mașinii sincrone în sistemul energetic dat. Se verifică deci dacă sistemul de excitație cu structură dată poate interveni corect în mod autonom în cazul cînd mașina sincronă ia succesiv regimurile de funcționare posibile în rețea, normale sau de avarii (regimuri staționare, pseudostaționare, dinamice). Autonomia sistemului de excitație în raport cu regimurile de funcționare ale mașinii și sistemului, deși reprezintă un element limitativ, nu trebuie considerat eliminatoriu. Problema fundamentală constă în existența posibilităților de control dirijat, după necesități, a sistemului de excitație, chiar în cazul dependenței sale de regimurile de funcționare exterioare ale mașinii sincrone sau ale sistemului, nu în asigurarea autonomiei în sine a sistemului de excitație. Deși acest mod de formulare a problemei contrazice modul de reprezentare tradiționalist al factorului autonomie, el este întărit de practica sistemelor de excitație actuale în curs de afirmare;

c) compararea indicilor de performanță ai sistemelor de excitație reținute pentru analiză. Nivelul performanțelor pentru sistemul de excitație considerat optim trebuie să aibă în vedere mașina sincronă dată, importanța ei în sistem, structura și regimurile de funcționare ale sistemului energetic;

d) verificarea siguranței sistemului de excitație în exploatare. Analiza siguranței în funcționare va avea în vedere numărul de elemente ale sistemului de excitație și siguranța în funcționare a fiecărui element luat în parte.

4.2. Verificarea tehnică etapizată a sistemelor de excitație principial posibile poate conduce în condiții date la unul sau mai mult sisteme de excitație tehnic posibile. Analiza economicității sistemelor tehnic posibile trebuie să decidă asupra sistemului de excitație optim. Prețul de cost al sistemului de excitație și cheltuielile de exploatare constituie elementele principale care participă direct la stabilirea economicității sistemului de excitație.

Analiza economicității sistemelor de excitație trebuie să considere și prezența unor elemente exterioare sistemului de excitație : mașina sincronă și sistemul energetic. Din acest punct de vedere, o schemă de excitație mai scumpă și cu cheltuieli de exploatare relativ ridicate va reprezenta soluția „economică optimă" dacă prin acceptarea ei mașina sincronă se poate realiza cu valorile naturale ale parametrilor funcționali la performanțe ale sistemului energetic identice.

Această formulare a problemei va conduce, de regulă, către soluții care îndreptățesc perfecționarea tehnică a sistemelor de excitație, mai ales dacă se are în vedere că la mașini sincrone de puteri comparabile diferențele în privința prețului de cost al sistemelor de excitație tehnic posibile, determinate de factorii direcți, iau valori relativ mici în raport cu prețul de cost al mașinii sincrone.

În fine, la examinarea economicității sistemului de excitație trebuie avut în vedere că acest element, de regulă important, poate să intervină cu pondere diferită în funcție de puterea mașinii sincrone. Rolul economicității proprii sistemului de excitație se va micșora în raport cu elementul tehnic pe măsură ce puterea mașinii sincrone crește.

5. CONCLUZII

5.1. În lucrarea de față s-au formulat cîteva dintre aspectele esențiale ale problemei sistemelor de excitație ale mașinilor sincrone de mare și de foarte mare putere. S-au dat indicații asupra parametrilor introduși în momentul de față pentru caracterizarea comportării și a performanțelor sistemelor de excitație.

5.2. Analiza caracteristicilor sistemelor de excitație este indicat să se facă prin considerarea simultană a mașinii sincrone și a sistemului energetic la care este conectată mașina. Utilizarea schemelor-bloc pentru studiul sistemelor de excitație pe cale analitică este posibilă dacă în prealabil elementele schemei se echivalează în mod corespunzător. În acest sens, în lucrare se indică, ca exemplificare, un mod pentru echivalarea elementelor neliniare.

5.3. Criteriile tehnic și economic reprezintă factorii ce determină sistemul de excitație optim al unei mașini sincrone care funcționează în sistem în condiții date. Tehnicitatea sistemului de excitație se apreciază prin prisma gradului de autonomie în comportare și prin considerarea influenței regimului mașinii sincrone asupra sistemului de excitație. Economicitatea sistemului de excitație se analizează atît din punctul de vedere al factorilor interni, direct legați de structura sistemului, cît și a factorilor exteriori care influențează indirect economicitatea sistemului de excitație.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Apetrei, *Variația indicilor tehnico-economici ai mașinilor sincrone cu sistem de răcire direct* St. cerc. energ., **IX**, *4*, 651 (1959).
2. Raportul nr. 142, sesiunea CIGRE, 1964.
3. C. Apetrei, *Viteza de răspuns a mașinilor de curent continuu funcționînd în scheme de excitație a generatoarelor sincrone*, Buletinul Institutului politehnic București, **XVIII**.
4. — *Criterii pentru aprecierea tehnico-economică a schemelor de excitație ale mașinilor sincrone*, St. cerc. energ., **X**, *1*, 127 (1960).
5. C. Penescu, *O metodă pentru identificarea proceselor nelineare*, memoriu depus I.E., 1966.

SCHIMB DE EXPERIENȚĂ CU R. D. G. PENTRU APLICAREA OSCILOMOTOARELOR PARAMETRICE LA ACȚIONAREA COMPRESOARELOR DE FRIGIDERE

În continuarea experienţelor anterioare (noiembrie 1964 şi mai 1965) făcute în cadrul schimbului de experienţă cu R. D. G. în problema acţionării cu oscilomotor a compresoarelor de frigidere, a avut loc la Institutul de energetică, în intervalul 24 noiembrie — 1 decembrie 1966, a treia serie de probe efectuate asupra a trei prototipuri de oscilomotoare de 60 waţi.

Dintre acestea, două au fost construite în R. D. G., iar unul de către Uzinele „Steagul Roşu" din Bucureşti.

Probele au fost executate pe o instalaţie specială de răcire pusă la dispoziţie de partea germană, care a participat cu o delegaţie a Institutului pentru tehnica frigului din Dresda, compusă din trei specialişti. Rezultatele obţinute, consemnate într-un protocol, au marcat o ameliorare progresivă a performanţelor obţinute cu noile prototipuri faţă de prototipurile care au făcut obiectul măsurătorilor anterioare. A rămas ca singură problemă încă nerezolvată, problema reducerii nivelului de zgomot, care este încă deasupra nivelului normal.

Toate celelalte performanţe sînt competitive cu actualul sistem de acţionare şi anume, cu motor rotativ şi sistem bielă-manivelă, marcînd însă o superioritate netă în privinţa construcţiei, care este simplă şi compactă, în privinţa randamentului şi a factorului de putere, care sînt, pe ansamblul agregatului, mai ridicate ca la sistemul clasic. De asemenea noul sistem de acţionare nu necesită relee de pornire şi de protecţie.

Problema reducerii nivelului de zgomot urmează să fie rezolvată pe calea unui reglaj automat al dispozitivului antişoc cu care a fost echipat prototipul construit de Uzinele „Steagul Roşu".

Probele definitive urmează să fie efectuate pe o instalaţie de răcire fixă la Institutul pentru tehnica frigului din Dresda.

M. Marinescu

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile: discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole, numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la 2 rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii;

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; figurile pe calc în tuş, însoţite de cîte două copii şi de o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, şase rînduri; un rezumat de circa 2 000 semne;

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională;

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie: Bucureşti, Şos. Vitan, nr. 236 raionul Tudor Vladimirescu.

REVISTE PUBLICATE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ
STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ
STUDII ŞI CERCETĂRI DE METALURGIE
REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES
— SÉRIE DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE
— SÉRIE D'ÉLECTROTECHNIQUE ET D'ÉNERGETIQUE
— SÉRIE DE MÉTALURGIE

M. ELEFTERESCU

620.9

CONTRIBUȚII LA ANALIZA INFLUENȚEI TRANSPORTULUI INTERN DE COMBUSTIBIL ASUPRA BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

Considerîndu-se necesar ca paralel cu cercetările privind perfecționarea metodelor de rezolvare a modelului matematic al bilanțului energetic general să se desfășoare și cercetări privind posibilitatea simplificării acestuia, se propune o ipoteză simplificatoare, și anume aceea a nelocalizării centrelor producătoare și a celor consumatoare de energie, precizîndu-se condițiile și domeniile de valabilitate ale ipotezei.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 459 București 1967

C. HAIDUC

621.039 ; 621.391

DETERMINAREA INDICILOR TEHNICI-ECONOMICI AI CENTRALELOR ELECTRONUCLEARE COMBINATE ECHIPATE CU REACTORI CU APĂ SUB PRESIUNE

În lucrare se dau expresiile analitice de calcul al indicilor tehnici-economici ai centralelor electronucleare combinate și pentru determinarea economicității acestor centrale față de CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic. Din analiza tehnică-economică efectuată reiese că economicitatea treptei nucleare a CENC este mai ridicată decît a CEN cu supraîncălzire cu combustibil clasic.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 473 București 1967

C. A. VASILESCU

536.7

DIAGRAMA ENTROPICĂ CU AXE CURBE PENTRU CALCULUL EXACT AL CURGERII ADIABATICE LA GAZELE PERFECTE

În lucrare se arată erorile care se fac la calculul curgerii adiabatice, folosindu-se o valoare constantă a exponentului izentropic ; se scoate în relief necesitatea de a calcula viteza de curgere și a stabili regimul critic (presiunea critică) cu ajutorul unei diagrame entropice realizată pentru 1 kg de substanță a cărei construcție este redată.

În cazul amestecurilor a două componente în proporție variabilă se propune o construcție particulară a diagramelor entropice cu axe curbe.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 487 București 1967

RASIN GEORGESCU

621.039.553.34 ; 536.248.2

STUDIUL EXPERIMENTAL PRIVIND STRUCTURA ȘI HIDRODINAMICA CURGERII AMESTECULUI APĂ-ABUR ÎN CANALE ROTUNDE VERTICALE ÎNCĂLZITE ȘI NEÎNCĂLZITE

În lucrare se studiează experimental problemele legate de hidrodinamica curgerii amestecului apă-abur în canale rotunde cu diametru mic, verticale, încălzite și neîncălzite. Datele experimentale sînt obținute prin măsurarea directă a conținutului real de abur în țeava experimentală (φ) cu ajutorul izotopului radioactiv Tu—170. Prelucrarea datelor experimentale a arătat existența vitezei relative a aburului față de apă, prezentîndu-se valorile grafice respective în limita parametrilor studiați. Pe baza datelor experimentale se recomandă o formulă pentru calculele aparatelor termice ce utilizează ca agent termic amestecul apă-abur.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 501 București 1967

G. BĂRĂNESCU, B. GRÜNWALD, T. DUDAȘ și A. MANOLE
621.43

CALCULUL PROCESULUI DE SCHIMBARE A ÎNCĂRCĂTURII CILINDRULUI ÎN MOTOARELE CU ARDERE INTERNĂ, CU CONSIDERAREA OSCILAȚIILOR DIN CONDUCTELE DE DISTRIBUȚIE A GAZELOR

În lucrare se prezintă o metodă de calcul a procesului de schimbare a încărcăturii cilindrului cu considerarea oscilațiilor coloanelor de gaz din conductele de distribuție. Eliminînd unele simplificări adoptate curent în literatura de specialitate, metoda ia în considerare schimburile energetice ale fluidului din cilindru, precum și variația căldurilor specifice cu temperatura și permite determinarea regimului de unde din colector pe o bază nouă, cu ajutorul diagramelor termodinamice.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 517 București 1967

S. FAUR
621.43

FOLOSIREA AMESTECURILOR DE MOTORINĂ ȘI PETROL ÎN MOTORUL DIESEL. DETERMINĂRI DE LABORATOR ȘI ÎNCERCĂRI EXPERIMENTALE. CONCLUZII GENERALE

Se prezintă rezultatele obținute pentru verificarea prin determinări de laborator și încercări experimentale pe motoare monocilindrice a concluziilor stabilite în două articole anterioare ale autorului [1], [2] privind studiul teoretic al comportării amestecurilor de motorină cu petrol în motorul cu aprindere prin compresiune.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 533 București 1967

C. STAMATESCU, M. GRIGORIU și T. DUICU
621.57

CRITERII BAZATE PE RANDAMENTELE EXERGETICE LA STABILIREA UNOR PARAMETRI DETERMINANȚI ÎN PROCESELE DE PRODUCERE A FRIGULUI PRIN COMPRIMARE DE VAPORI

Pe baza bilanțului exergetic se stabilește relația de calcul a randamentului exergetic al procesului de producere a frigului prin comprimare de vapori într-o treaptă.

Se aplică relația stabilită la două cazuri : procesul simplu și procesul ameliorat prin subrăcirea condensului. Rezultă în fiecare caz variația randamentului exergetic cu parametrii determinanți și condițiile proceselor care au loc cu randamente exergetice maxime.

Se definește cîte o caracteristică de calitate pentru fiecare caz și se întocmesc nomograme utilizabile pentru alegerea parametrilor optimi pentru aceste procese.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3. p. 547 București 1967

I. CARABOGDAN
662.61

CORELAȚIA DINTRE VITEZA DE ARDERE A PARTICULEI DE COMBUSTIBIL SOLID ȘI CONCENTRAȚIA DE OXIGEN A MEDIULUI

Se prezintă dependența celor trei componente ale timpului de ardere a particulei de combustibil solid (τ_p, τ_v, τ_r) de concentrația de oxigen a mediului.

Pe baza rezultatelor obținute au fost stabilite relații generale de calcul ale componentelor timpului de ardere funcție de natura combustibilului și caracteristicile principale ale mediului în ipoteza că viteza relativă mediu-particulă este nulă.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 557 București 1967

V. V. GHIA și N. LEMNEANU 532 : 662.61

PULSAȚIILE JETULUI PULVERIZAT LA INJECTOARELE CU CAMERĂ DE TURBIONARE

Lucrarea stabilește modelul fizic care descrie mecanismul producerii pulsațiilor, determinînd factorii principali care influențează frecvența și amplitudinea pulsațiilor. De asemenea se stabilesc cauzele care pot produce pulsația jetului de pulverizat.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 567 București 1967

AL. TIMOTIN și A. ȚUGULEA 621.3.018.44 : 621.3.09 : 621.315.2

PARAMETRII TRANZITORII LONGITUDINALI AI LINIEI COAXIALE

În lucrare se calculează rezistența lineică tranzitorie și inductivitatea lineică tranzitorie ale unei linii electrice constituite dintr-o conductă coaxială cu coaja exterioară de grosime oarecare. Rezultatele obținute se prezintă sub formă de funcții universale de timpul raportat la anumite constante de timp specifice conductorului central, respectiv cojii exterioare. Se dau expresii asimptotice sau aproximative pentru calculul practic ale acestor funcții și se interpretează rezultatele obținute din punctul de vedere al teoriei generale dezvoltate de acad. R. Răduleț și de autori în lucrări anterioare.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 577 București 1967

C. I. MOCANU 537.311.5:621.3.018.44

APROXIMAȚII ALE EFECTULUI PELICULAR ÎNTR-UN DIEDRU CONDUCTOR

În lucrare se studiază problemele efectelor pelicular la curent de aducție și de proximitate în raport cu un fir pentru un diedru conductor. Se stabilesc formele de calcul al intensității cîmpului magnetic la refulare netă a curentului și se aplică rezultatele obținute la calculul rezistenței în alternativ a barelor drepte în secțiune poligonală și la calculul pierderilor de putere prin curenți turbionari induși în conductoare masive de formă prismatică.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 603 București 1967

C. V. BĂLĂ și A. ȚUGULEA 621.3.018.44 : 621.313.045.13

EFECTUL PELICULAR TRANZITORIU ȘI PARAMETRII TRANZITORII AI BARELOR CONDUCTOARE MASIVE DE SECȚIUNE DREPTUNGHIULARĂ AȘEZATE ÎN CRESTĂTURILE MAȘINILOR ELECTRICE

Utilizîndu-se forma operațională a ecuațiilor cîmpului se studiază efectul pelicular tranzitoriu în barele masive de secțiune dreptunghiuară situate în crestăturile deschise ale mașinilor electrice. Se determină astfel variația în timp a cîmpului magnetic, a cîmpului electric, a densității de curent a intensității curentului absorbit și a tensiunii la borne, fie la aplicarea treptei de tensiune, fie la injectarea treptei de curent. Sînt determinate și mărimi pătratice : energia magnetică acumulată în bară, puterea absorbită forța exercitată asupra barei. Se studiază stingerea curentului în cazul scurtcircuitării barei.

Pe baza rezolvării problemei de cîmp se calculează parametrii tranzitorii ai barei cu și fără inductivitate exterioară, care permit descrierea comportării ei tranzitorie la orice altă variație în timp a tensiunii aplicate sau a curentului injectat. Pentru acești parametri se dau tabele de calcul și curbe universale de variație.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 621 București 1967

N. GALAN

538.311 :621.313.3.001

CIMPUL ELECTROMAGNETIC AL UNEI ÎNFĂŞURĂRI PARCURSE DE CURENT ALTERNATIV, DISPUSĂ ÎN ÎNTREFIERUL UNEI MAŞINI ELECTRICE IDEALIZATE

Folosind metoda separării variabilelor s-a integrat ecuaţia diferenţială a potenţialului vector pentru o maşină electrică idealizată cu o înfăşurare dispusă în întrefierul uniform al maşinii.

Potenţialul vector şi prin urmare cîmpul electromagnetic s-a calculat atît pentru o înfăşurare formată din bobine dispuse la periferia statorului cît şi pentru o înfăşurare cu o repartiţie spaţială continuă oarecare.

Calculul s-a făcut atît în cazul rotorului masiv, cît şi în cazul rotorului construit din tole ; calculîndu-se componenta tangenţială a cîmpului magnetic se pune în evidenţă modul cum se transmite puterea electromagnetică spre rotor prin intermediul cîmpului electromagnetic.

S-au definit parametrii rotorici utili în schemele echivalente.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 649 Bucureşti 1967

C. APETREI

621.313.072.2

CONSIDERAŢII ASUPRA SISTEMELOR DE EXCITAŢIE ALE MAŞINILOR SINCRONE DE MARE PUTERE

Se formulează cîteva aspecte importante ale problemei sistemelor de excitaţie ale maşinilor sincrone, precizîndu-se că rezolvarea corectă a problemei poate fi făcută prin considerarea simultană a maşinii sincrone şi a sistemului energetic la care este conectată maşina.

Analiza comportării şi stabilirea performanţelor sistemelor de excitaţie pot fi făcute prin reprezentarea ansamblului sistem de excitaţie, maşină sincronă, sistem energetic sub forma schemelor-bloc utilizate în studiul sistemelor automate. Pentru rezolvarea problemei pe cale analitică, elementele schemei-bloc, de regulă neliniare urmează a fi echivalate în mod corespunzător. Pentru exemplificare se indică o metodă de echivalare a elementelor neliniare. Se dau indicaţii asupra selecţionării sistemelor de excitaţie în vederea determinării sistemului tehnic-economic optim.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 3 p. 667 Bucureşti 1967

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1963

1967 NOV 26

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. MANEA, *Câteva probleme ale teoriei plăcilor plane elastice*, 1966, 255 p., 8,75 lei.

T. OROVEANU, *Scurgerea fluidelor multifazice prin medii poroase*, 1966, 599 p., 41 lei.

GH. CARTIANU, *Modulația de frecvență*, 1966, 693 p., 44 lei.

V.N. CONSTANTINESCU, *Teoria lubrificației în regim turbulent*, 1965, 343 p., 29 lei.

V. PIMSNER, C.A. VASILESCU și GH. RĂDULESCU, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, 1964, 756 p., 45 lei.

C.C. TEODORESCU, *Teoria șinei fără joante supuse la variații de temperatură*, 1965, 260 p., 3 pl., 19,50 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS și VICTOR PIMSNER, *Exploatarea rațională a gazelor naturale*, 1963, 367 p. + 7 pl., 26,40 lei.

V.M. POPOV, *Hiperstabilitatea sistemelor automate*, 1966, 304 p., 16 lei.

S. HÎNCU, *Modelarea hidraulică în curenți de aer subpresiune*, 1967, 246 p., 11 lei.

AL. NICA, *Sisteme de lubrificație*, 1967, 262 p., 14,50 lei.

GH. VASILICA, OLGA BIȚĂ, *Procese de lubrificație frecare și uzură la suprafețele metalice*, 1967, 416 p., 29 lei.

H. PASCAL, *Curgerea nestaționară a gazelor prin conducte magistrale*, 1967, 273 p., 16 lei

I. P. „Informația" – c. 5382

43821

Lei 18.—

F 1736

REFERATIVA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

4

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 4, p. 683—884 Bucureşti 1967

Comitetul de redacție

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Ing. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Ing. V. PIMSNER;
Ing. C. A. VASILESCU;
Ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție.*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 72 lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa:
BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 17, Nr. 4 1967

OSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR DOKUMENTÁCIÓS OSZTÁLY 1963 INCOLUMES

SUMAR

Pag.

Electroenergetică şi electrotehnică

V. D. SAVIUC, Contribuţii la studiul efectului pelicular în conductoare feromagnetice care ocupă un semispaţiu la cîmpuri magnetice intense pe suprafaţă 685
P. OPRIŞAN, Amortizarea oscilaţiilor curentului din indusul motorului sincron la funcţionarea în regim de sarcină variabilă periodic 705
CAROL SAAL, Contribuţii la studiul funcţionării oscilomotorului bifazat sincron 721
A. MORARU, Pornirea prin oscilaţii a micromotorului sincron monofazat . . 741
P. DIMO, Scheme REI fără „liniarizarea" sarcinilor exterioare nodului în studiu 761
M. POMÂRLEANU, Utilizarea unor scheme echivalente la calculul curenţilor de scurtcircuit 769
I. ADĂMUŢ, Contribuţii la rezolvarea ecuaţiilor de propagare pe liniile electrice lungi multifilare cu pierderi, nesimetrii şi influenţe mutuale 783
I. PONNER, Caracteristicile de transfer ale redresoarelor polifazate cu tiristoare cu sarcină inductivă, comandate de oscilatoare de relaxare cu tranzistoare unijoncţiune 803
E. RODEANU, Discriminator de bandă largă cu reacţie pozitivă 815

Termoenergetică şi termotehnică

N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, Stabilizarea arderii pe grile. Influenţa parametrilor geometrici şi dinamici 829
V. GHIA, N. LEMNEANU, Influenţa mediului sărac în oxigen asupra timpilor de ardere a picăturilor de păcură 837
N. PĂNOIU, Contribuţii la studiul traiectoriei şi timpului de separare a suspensiei solide în focarul ciclon orizontal la funcţionare izotermică 851

Note

V. PIMSNER, I. MĂRĂCINEANU, Instalaţie experimentală pentru studiul transferului de căldură în reţelele de palete 869

Recenzii 879

Index alfabetic 881

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 4, p. 683—884 Bucureşti 1967

MAGYAR SZABADALMI HIVATAL 1963

CONTRIBUȚII LA STUDIUL EFECTULUI PELICULAR ÎN CONDUCTOARE FEROMAGNETICE CARE OCUPĂ UN SEMISPAȚIU LA CÎMPURI MAGNETICE INTENSE PE SUPRAFAȚĂ

DE

V. D. SAVIUC

538.542 :621.313.001

O metodă de calcul, fundamentată în lucrări anterioare, se extinde la studiul efectului pelicular în cîmpuri intense la care variația permeabilității cu intensitatea cîmpului este hiperbolică. Se studiază influența formei de variație a permeabilității în ipoteze simplificatoare asupra rezistenței și reactanței interne a unui conductor convențional. Se compară cu date experimentale și se trasează diagrame universale pentru cazul variației hiperbolice a permeabilității cu intensitatea cîmpului.

În această lucrare se dezvoltă metoda de studiere a efectului pelicular în conductoare feromagnetice masive propusă în [1] pentru o expresie $B_m \cos\chi$ de forma

$$B_m \cos\chi = a - \frac{b}{H_m}, \tag{1}$$

în care a, b = const. Această expresie este valabilă pentru $H_m > \frac{b}{a}$, considerîndu-se $B_m = 0$ pentru $H_m < \frac{b}{a}$; ea poate fi utilizată în cazul cîmpurilor magnetice intense pe suprafața conductorului cu erori mici.

Notațiile, alegerea sistemului de coordonate și ipotezele de calcul de bază sînt aceleași ca în lucrarea [1].

Determinarea funcției $f(x)$ se face exprimînd f_1 prin relația

$$f_1 = \omega\sigma\mu\cos\chi = \omega\sigma\mu_0 f_{1r} = \frac{a_1}{H_m} - \frac{b_1}{H_m^2}, \tag{2}$$

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 4, p. 685—704, București 1967

respectiv

$$f_{1r} = \mu_r \cos\chi = \frac{a_{1r}}{H_m} - \frac{b_{1r}}{H_m^2}. \tag{2'}$$

Această expresie se anulează pentru $H_{m0} = \frac{b_1}{a_1}$; pentru $H_{mk} = 2H_{m0}$ are valoarea maximă $f_{1\max} = \frac{a_1}{2H_{mk}}$. Constantele a_1 și b_1 se pot determina din condiția trecerii curbei f_1 prin două puncte experimentale, de exemplu $H_m \approx \frac{2}{3} H_{ms}$ și $H_m = (0{,}75 \div 0{,}95)\, H_{mk}$.

Fiind îndeplinite condițiile $\lim\limits_{f\to 0} f_1 f^4 = 0$ și $\lim\limits_{f\to 0} f_2 f^4 = 0$, pentru f_2 se obține

$$f_2 = \omega\sigma\mu \sin\chi = \omega\sigma\mu_0 f_{2r} = \frac{a_1}{H_m}\frac{1-2\alpha_0^2}{3\alpha_0} + \frac{b_1\alpha_0}{H_m^2} = \frac{a_2}{H_m} + \frac{b_2}{H_m^2}, \tag{3}$$

respectiv

$$f_{2r} = \mu_r \sin\chi = \frac{a_{1r}}{H_m}\frac{1-2\alpha_0^2}{3\alpha_0} + \frac{b_{1r}\alpha_2}{H_m^2} = \frac{a_{2r}}{H_m} + \frac{b_{2r}}{H_m^2}. \tag{3'}$$

În figura 1 sînt reprezentate pentru comparație curbele $f_{1r}(H_m)$ și $f_{2r}(H_m)$ obținute pe cale experimentală și calculate cu relațiile de mai sus pentru $\alpha_0 = 0{,}656$ (cu cerculeț goale) pentru un material dat. De aici reiese că valorile obținute cu expresiile de mai sus se apropie foarte mult de cele experimentale în domeniul cîmpurilor magnetice intense, domeniul cel mai important pentru redarea corectă a fenomenului studiat.

Cu această expresie pentru f_1, din

$$\int \frac{f\,df}{\sqrt{\int_0^f f_1 f^3\,df}} = -\sqrt{\frac{2}{\alpha_0}}\,x + c_0, \tag{4}$$

se determină cu ușurință $f(x)$:

$$f(x) = \frac{3}{2}\frac{H_{m0}}{H_{ms}} + \frac{\omega\sigma\mu_0 a_{1r}}{12H_{ms}}\left(c_0 - x\sqrt{\frac{2}{\alpha_0}}\right)^2. \tag{4'}$$

Determinîndu-se constanta c_0 din condiția $x = 0$, $f = 1$, se obține

$$f(x) = \frac{3}{2}\frac{H_{m0}}{H_{ms}} + \left(1 - \frac{3H_{m0}}{2H_{ms}}\right)\left[1 - x\sqrt{\frac{\omega\sigma\mu_0 a_{1r}}{6\alpha_0 H_{ms}\left(1 - \frac{3H_{m0}}{2H_{ms}}\right)}}\right]^2, \tag{4''}$$

sau, notînd cu

$$x_0 = \sqrt{\frac{6\alpha_0 H_{ms}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{H_{m0}}{H_{ms}}\right)}{\omega\sigma\mu_0 a_{1r}}}, \tag{5}$$

se obține în final pentru $f(x)$ expresia

$$f(x) = \frac{3}{2}\frac{H_{m0}}{H_{ms}} + \left(1 - \frac{3}{2}\frac{H_{m0}}{H_{ms}}\right)\left(1 - \frac{x}{x_0}\right)^2. \qquad (4''')$$

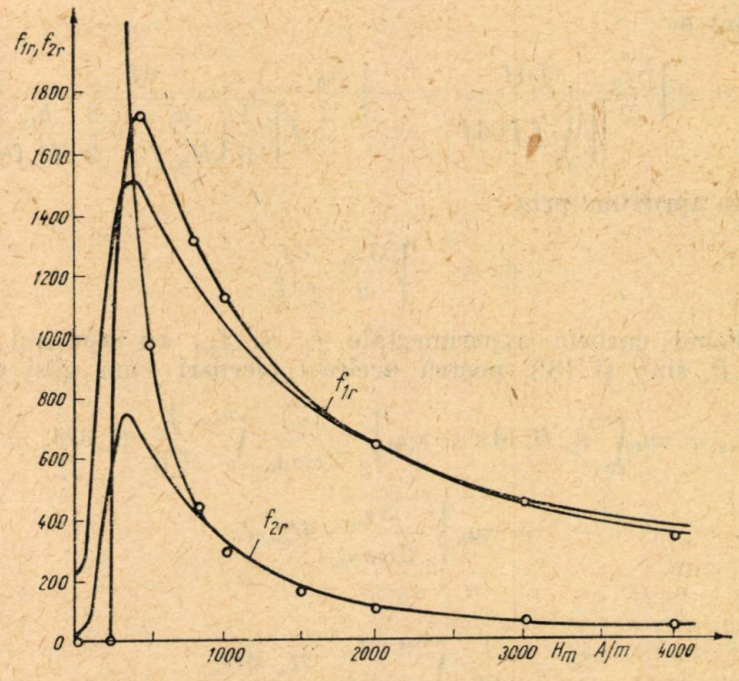


Fig. 1. — Comparație între curbele $f_{1r} = \mu_r \cos\chi$ și $f_{2r} = \mu_r \sin\chi$ experimentale și calculate (trasate prin cerculeț goale, $\alpha_0 = 0{,}656$) pentru un material dat.

Determinarea constantei α_0 se face din condiția egalității pierderilor prin histerezis pe ciclu în întreg materialul feromagnetic, calculate cu relația $w_h = \pi H_m B_m \sin\chi$ sau cu cunoscuta formulă empirică $w_h = \eta B_m^{\prime}$ a pierderilor pe ciclu și unitatea de volum.

Din prima relație (3′) și (4‴) pentru pierderile prin histerezis pe ciclu și unitatea de suprafața în întreg materialul feromagnetic se obține expresia

$$W_{h1} = \int \pi B_m H_m \sin\chi \, dV = \pi\mu_0 \int_0^{x_0} f_{2r} H_m^2 \, dx =$$

$$= \pi\mu_0 x_0 \left[\frac{1 - 2\alpha_0^2}{3\alpha_0}\frac{a_{1r}}{3}(H_{ms} + 3H_{m0}) + \alpha_0 b_{1r}\right]. \qquad (6)$$

Cum expresia

$$\sqrt{\int_0^f f_1 f^3 df} = f^2 \sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{a_1}{H_{ms} f} - \frac{3}{2}\frac{b_1}{H_{ms}^2 f^2}\right)} \qquad (7)$$

pentru $H_m > 2H_{mk}$ este

$$\sqrt{\int_0^f f_1 f^3 \, df} \approx f^2 \sqrt{\frac{1}{3} f_1}, \tag{7'}$$

expresia lui dx

$$dx = -\sqrt{\frac{\alpha_0}{2}} \frac{f \, df}{\sqrt{\int_0^f f_1 f^3 \, df}} = -\sqrt{\frac{\alpha_0}{2}} \frac{df}{f \sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{a_1}{H_{ms} f} - \frac{3}{2} \frac{b_1}{H_{ms}^2 f^2}\right)}} \tag{8}$$

se va putea aproxima prin

$$dx \approx -\sqrt{\frac{3\alpha_0}{2}} \frac{df}{f\sqrt{f_1}}. \tag{8'}$$

Utilizînd curbele experimentale f_{1r} şi f_{2r}, cu ajutorul relaţiei $w_h = \pi H_m B_m \sin\chi$ şi (8'), pentru aceleaşi pierderi vom găsi expresia

$$W_{h2} = \pi\mu_0 \int_0^\infty f_{2r} H_m^2 \, dx = \pi\mu_0 \sqrt{\frac{3\alpha_0}{2\omega\sigma\mu_0}} \int_0^{H_{ms}} \frac{f_{2r}}{\sqrt{f_{1r}}} H_m dH_m =$$

$$= \pi\mu_0 \sqrt{\frac{3\alpha_0}{2\omega\sigma\mu_0}} H_{ms}^2 \mathcal{J}, \tag{9}$$

în care

$$\mathcal{J} = \frac{1}{H_{ms}^2} \int_0^{H_{ms}} \frac{f_{2r}}{\sqrt{f_{1r}}} H_m \, dH_m \tag{10}$$

se obţine prin integrare grafică cu ajutorul curbelor experimentale.

Ţinînd seama că $\cos\chi$ diferă sensibil de unitate numai în apropiere de H_{mk}, domeniu în care în general expresia (2') este mai mare decît valorile experimentale, în cazul cîmpurilor magnetice intense ($\nu = 2$), considerînd $\eta = \text{const.}$ şi utilizînd relaţiile $w_h = \eta B_m^\nu$, (2') şi (8), se obţine următoarea expresie pentru pierderile prin histerezis :

$$W_{h3} = \eta\mu_0^2 a_{1r}^2 x_0 \left[1 + \frac{1}{3}\frac{H_{m0}}{H_{ms}} - \right.$$

$$\left. - \frac{5}{\sqrt{6}} \sqrt{\frac{H_{m0}}{H_{ms}}} \frac{1}{1 - \frac{3}{2}\frac{H_{m0}}{H_{ms}}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{2H_{ms}}{3H_{m0}} - 1}\right]. \tag{11}$$

Deşi s-a considerat $\nu = 2 = \text{const.}$ pentru întreg intervalul $0 \div B_{ms}$, erorile de calcul cu această relaţie vor fi mici chiar dacă B_{ms} depăşeşte doar cu 10 —15% valoarea inducţiei B_m deasupra căreia se poate considera $\nu = 2$, deoarece curba $B_m(x)$ descreşte iniţial foarte încet, scăzînd repede la zero în apropiere de $x = x_0$.

Din egalitatea $W_{h1} = W_{h2}$ se obține o ecuație de gradul doi în α_0, a cărei rădăcină utilă ($\alpha_0 > 0$) este dată de relația

$$\alpha_0 = -\mathcal{A} + \sqrt{\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}}, \tag{12}$$

în care

$$\mathcal{A} = \frac{\frac{9}{8}\mathcal{J}}{\sqrt{\frac{a_{1r}}{H_{ms}}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{H_{m0}}{H_{ms}}\right)^3}} \tag{13}$$

și

$$\mathcal{B} = \frac{1}{2}\,\frac{1 + \frac{3H_{m0}}{H_{ms}}}{1 - \frac{3H_{m0}}{2H_{ms}}}. \tag{14}$$

Din egalitatea $W_{h1} = W_{h3}$ se obțin pentru α_0 și $\mathcal{B}$ aceleași expresii ca mai sus; pentru $\mathcal{A}$ se obține expresia

$$\mathcal{A} = \frac{9\eta\mu_0}{4\pi}\,\frac{a_{1r}}{H_{ms}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{H_{m0}}{H_{ms}}\right)}\left[1 + \frac{1}{3}\frac{H_{m0}}{H_{ms}} - 1{,}360\sqrt{\frac{H_{m0}}{H_{ms}}\,\frac{1}{1 - \frac{3H_{m0}}{2H_{ms}}}}\,\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{2H_{ms}}{3H_{m0}} - 1}\right]. \tag{15}$$

Trebuie remarcat că în general nu se cunosc funcțiile experimentale $f_{1r}(H_m)$ și $f_{2r}(H_m)$, ci doar pierderile prin histerezis la o anumită inducție ($B_m = 1$ Wb/m^2), deci η, utilizîndu-se pentru $\mathcal{A}$ expresia (15).

Rezistența R, reactanța internă X și impedanța Z a unui paralelipiped cu latura paralelă cu cîmpul electric de lungime l_E, cea paralelă cu cîmpul magnetic de lungime l_H, iar a treia latură, dirijată în adîncimea conductorului, de lungime infinită, luîndu-se în considerare variația permeabilității și pierderile prin histerezis, se determină după indicațiile date în [1], ținînd seama că

$$\left(\sqrt{\int_0^f f_1 f^3\,\mathrm{d}f}\right)_{f=1} = \sqrt{\omega\sigma\mu_0\left(\frac{a_{1r}}{3H_{ms}} - \frac{b_{1r}}{2H_{ms}^2}\right)}. \tag{16}$$

Astfel pentru R obținem relația

$$R = \frac{l_E}{l_H}\sqrt{\frac{\omega\rho\mu_0}{2\alpha_0}\,\frac{a_{1r}}{H_{ms}}\left(\frac{4}{3} - \frac{H_{mk}}{H_{ms}}\right)} = \frac{l_E}{l_H}\sqrt{\frac{\omega\rho\mu_0}{2}\,\frac{\mu_{rep}\cos\chi_s}{\alpha_0}}, \tag{17}$$

în care permeabilitatea magnetică relativă echivalentă efectului pelicular este

$$\mu_{rep} = \frac{a_{1r}}{H_{ms}}\left(\frac{4}{3} - \frac{H_{mk}}{H_{ms}}\right)\frac{1}{\cos \chi_s}. \tag{18}$$

Ţinînd seama că pentru $x = 0$ avem

$$\mu_{rs} \cos \chi_s = \frac{a_{1r}}{H_{ms}}\left(1 - \frac{H_{m0}}{H_{ms}}\right), \tag{2''}$$

expresia rezistenţei devine

$$R = \frac{l_E}{l_H}\sqrt{\frac{\omega \rho \mu_0 \mu_{rs}}{2}\frac{\cos \chi_s}{\alpha_0}\frac{\frac{4}{3} - \frac{H_{mk}}{H_{ms}}}{1 - \frac{H_{mk}}{2H_{ms}}}}. \tag{17'}$$

Este util de studiat variaţia cu $\frac{H_{mk}}{H_{ms}}$ şi cu χ_s a rapoartelor mărimilor R, X, Z şi α_0 faţă de valorile lor din cazul cînd permeabilitatea magnetică este considerată constantă şi egală cu valoarea de pe suprafaţa conductorului ($\mu = \mu_s = \text{const.}$) iar pierderile prin histerezis se neglijează ($\chi = 0$):

$$R_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}} = \frac{l_E}{l_H}\sqrt{\frac{\omega \rho \mu_s}{2}}; \quad X_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}} = \frac{l_E}{l_H}\sqrt{\frac{\omega \rho \mu_s}{2}};$$

$$Z_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}} = \frac{l_E}{l_H}\sqrt{\omega \rho \mu_s}; \quad \frac{X_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}{R_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}} = \alpha_{0\mu=\text{const.}}{}_{\chi=0} = 1. \tag{19}$$

Raportul $\frac{X}{R}$ se calculează cu relaţia (12) în care $\mathcal{B}$ este dat de relaţia (14) iar $\mathcal{A}$ de relaţia

$$\mathcal{A} = \frac{9}{8}\sin 2\chi_s \frac{1 + \frac{1}{6}\frac{H_{mk}}{H_{ms}} - 1{,}360\sqrt{\frac{H_{mk}}{2H_{ms}}\frac{1}{1 - \frac{3H_{mk}}{4H_{ms}}}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{4H_{ms}}{3H_{mk}} - 1}}{\left(1 - \frac{H_{mk}}{2H_{ms}}\right)\left(1 - \frac{3H_{mk}}{4H_{ms}}\right)}, \tag{15'}$$

Pentru raportul rezistenţelor se obţine

$$\frac{R}{R_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}} = \sqrt{\frac{\cos \chi_s}{\alpha_0}\frac{\frac{4}{3} - \frac{H_{mk}}{H_{ms}}}{1 - \frac{H_{mk}}{2H_{ms}}}}, \tag{20}$$

iar cele ale reactanțelor și impedanțelor se calculează respectiv din relațiile

$$\frac{X}{X_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}} = \alpha_0 \frac{R}{R_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}, \quad \frac{Z}{Z_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}} = \sqrt{\frac{1+\alpha_0^2}{2}} \frac{R}{R_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}. \tag{21}$$

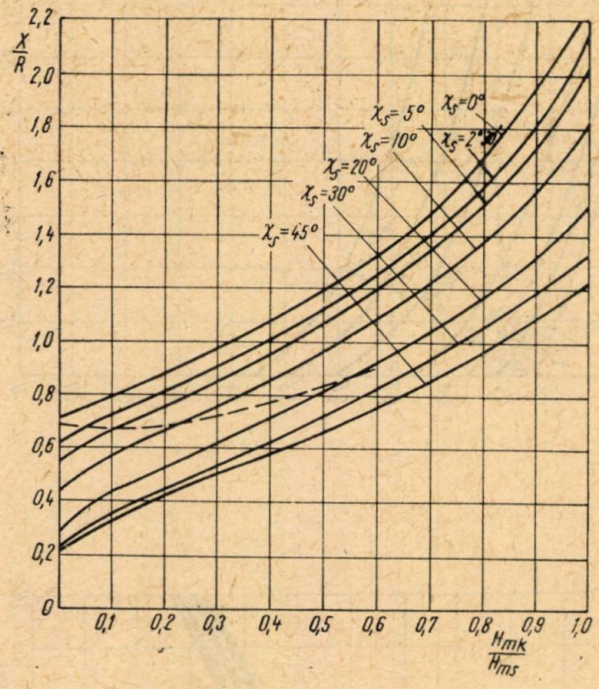


Fig. 2. — Variația cu $\frac{H_{mk}}{H_{ms}}$ a raportului $\frac{X}{R}$ pentru diferite valori ale lui χ_s.

Familiile de curbe obținute pentru aceste rapoarte pentru $\chi_s = 0°$, 2°30′, 5°, 10°, 20°, 30° și 45° și $\frac{H_{mk}}{H_{ms}}$ variind de la 0 la 1, sînt reprezentate în figurile 2, 3, 4 și 5.

Din aceste figuri rezultă că pentru $\chi_s = \text{const.}$ $\frac{R}{R_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}$ și $\frac{Z}{Z_{\substack{\mu-\text{const.}\\ \chi=0}}}$ scad iar $\frac{X}{X_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}$ și α_0 cresc cu $\frac{H_{mk}}{H_{ms}}$. Pentru $\frac{H_{mk}}{H_{ms}} = \text{const.}$ raportul $\frac{R}{R_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}$ crește iar $\frac{X}{X_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}$ și α_0 scad cu creșterea lui χ_s.

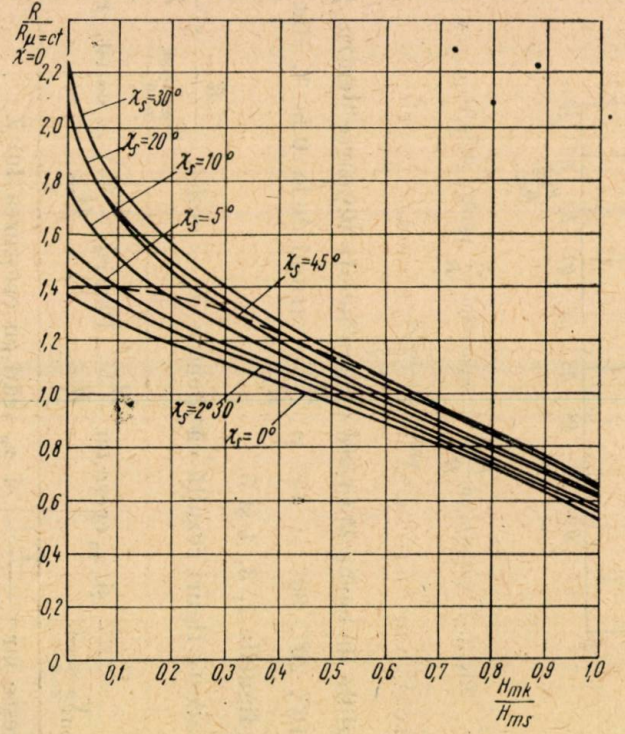


Fig. 3. — Variația cu $\frac{H_{mk}}{H_{ms}}$ a raportului $\frac{R}{R_{\mu=\text{const.}}}$ pentru diferite valori ale lui χ_s.

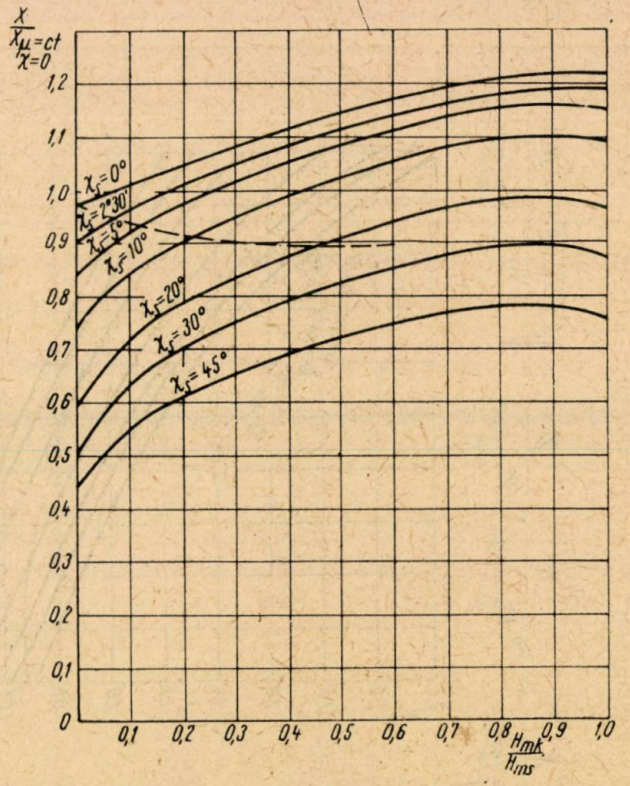


Fig. 4. — Variația cu $\frac{H_{mk}}{H_{ms}}$ a raportului $\frac{X}{X_{\mu=\text{const.}}}$ pentru diferite valori ale lui χ_s.

Însă χ_s variază cu $\frac{H_{mk}}{H_{ms}}$ și de la material la material ; în tabela 1 este dată această variație pentru oțelurile cu 0,35 %C și 0,05 %C. Deoarece pentru

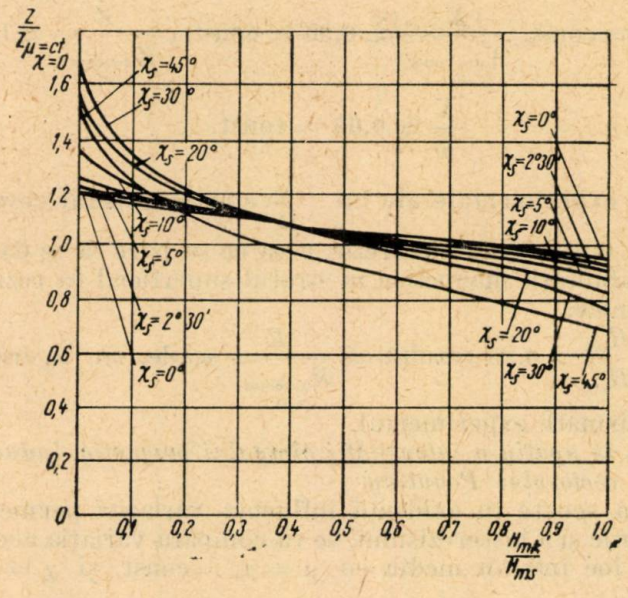


Fig. 5. — Variația cu $\frac{H_{mk}}{H_{ms}}$ a raportului $\frac{Z}{Z_{\mu=\text{const.}}}$ pentru diferite valori ale lui χ_s.

materialele curente curbele $\chi\left(\frac{H_{mk}}{H_{ms}}\right)$ variază în limite înguste, se pot trasa niște curbe medii (trasate cu linie întreruptă în figurile 2 —5 prin valorile medii de mai sus) de variație ale rapoartelor studiate cu $\frac{H_{mk}}{H_{ms}}$.

Tabela 1

Variația cu $\frac{H_{mk}}{H_{ms}}$ a argumentului permeabilității magnetice pentru două conductoare (0,35% C și 0,05% C)

Nr. cond. \ $\frac{H_{mk}}{H_m}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
1	7°	12°	16°	20°	24°	27°
2	5°30′	10°	13°	16°30′	19°	21°

Din aceste curbe rezultă că pentru $\frac{H_{mk}}{H_{ms}} = 0{,}05 - 0{,}30$ (pentru materialele feromagnetice curente) rapoartele studiate variază puţin, practic putîndu-se considera

$$\frac{R}{R_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}} \approx 1{,}4 = \text{const.}\,; \quad \frac{X}{X_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}} \approx 0{,}90 = \text{const.}\,; \quad \frac{Z}{Z_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}} \approx 1{,}15 = \text{const.}\,;$$

$$\frac{X}{R} \approx 0{,}65 = \text{const.} \tag{22}$$

Valorile experimentale ale lui $\frac{X}{R}$ sînt în general ceva mai mici decît valoarea 0,65 obţinută teoretic, ceea ce se pare că se datoreşte micşorării permeabilităţii magnetice în stratul superficial ca rezultat al prelucrării mecanice.

Pentru $\frac{H_{mk}}{H_{ms}} > 0{,}25$ rezultă că $\frac{R}{R_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}$ scade, iar α_0 creşte cu $\frac{H_{mk}}{H_{ms}}$, concluzii confirmate experimental.

Variaţia în spaţiu a intensităţii cîmpului magnetic, inducţiei, cîmpului electric şi vectorului Poynting.

Pentru a scoate în evidenţă influenţa variaţiei permeabilităţii cu cîmpul magnetic şi a histerezisului, se va compara variaţia acestora cu cea care ar avea loc într-un mediu cu $\mu = \mu_s = \text{const.}$ şi $\chi = 0$.

În figurile 6 — 9 sînt reprezentate variaţiile rapoartelor $\frac{H_m}{H_{ms\mu=\text{const.}\ \chi=0}}$, $\frac{E_m}{E_{ms\mu=\text{const.}\ \chi=0}}$, $\frac{B_m}{B_{ms\mu=\text{const.}\ \chi=0}}$, $\frac{P}{P_{s\mu=\text{const.}\ \chi=0}}$, ψ_H, ψ_E şi ψ_B în funcţie de $\frac{x}{\delta_{\mu=\text{const.}\ \chi=0}}$ în ipoteza $\underline{H}_{ms} = H_{ms}$ ($\psi_{H_s} = 0$) pentru un conductor de $\rho = 13{,}1 \cdot 10^8\ \Omega m$, $H_{m0} = 208\ A/\text{m}$, $H_{ms} = 4000\ A/\text{m}$, $\chi_t = 5°40'$, $\mu_{rs} = 370$;
în aceste figuri s-au notat cu 1 curbele trasate cu linie groasă obţinute cu relaţiile de mai jos pentru $\alpha_0 = 0{,}67$, cu 2 curbele trasate cu linie subţire pentru $\alpha_0 = 0{,}77$ (cazul unor pierderi neglijabile prin histerezis) şi cu 3 curbele trasate cu linie întreruptă obţinute în cazul $\mu = \mu_s = \text{const.}$ şi $\chi = 0$.

Primul raport s-a calculat cu relaţia (4'''), iar argumentul cîmpului magnetic cu relaţia

$$\psi_H = \psi_{H_s} + \alpha_0 \ln f(x) = 2{,}303\ \alpha_0 \log \left[\frac{3}{2} \frac{H_{m0}}{H_{ms}} + \left(1 - \frac{3}{2} \frac{H_{m0}}{H_{ms}}\right)\left(1 - \frac{x}{x_0}\right)^2 \right]. \tag{23}$$

Cîmpul electric este dat de relaţia

$$\underline{E}_m = \rho \frac{\mathrm{d}\underline{H}_m}{\mathrm{d}x} = (1 + \mathrm{j}\alpha_0)\, \underline{H}_{ms}\, [f(x)]^{\mathrm{j}\alpha_0} f'(x) =$$

$$= -\frac{2\rho}{x_0} \sqrt{1 + \alpha_0^2}\ H_{ms} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{H_{m0}}{H_{ms}}\right)\left(1 - \frac{x}{x_0}\right) e^{\mathrm{j}[\psi_{H_s} + \operatorname{arctg} \alpha_0 + 2{,}303\ \alpha_0 \log f(x)]}. \tag{24}$$

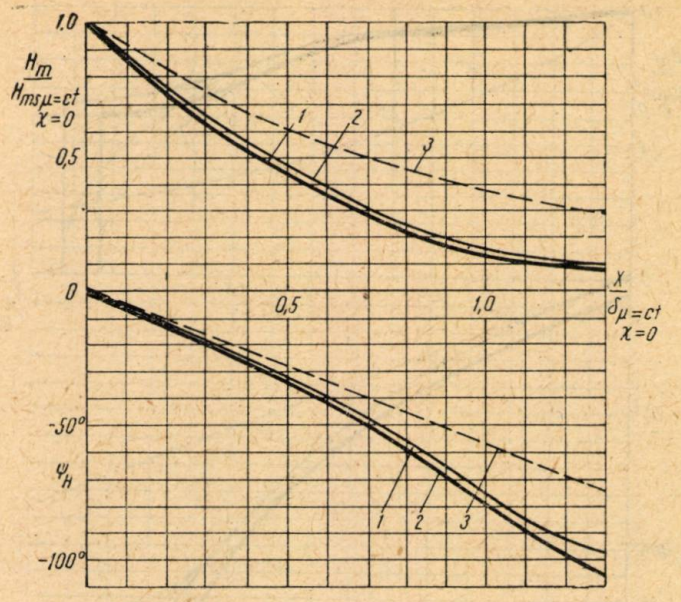


Fig. 6. — Variațiile în spațiu ale raportului $\frac{H_m}{H_{ms\,\mu=\text{const.}}}$ și argumentului ψ_H calculate cu relațiile propuse pentru $\alpha_0 = 0{,}67$ (curba *1*), $\alpha_0 = 0{,}77$ (curba *2*) și pentru cazul $\mu = \mu_s = \text{const.}$ și $\chi = 0$ (curba *3*).

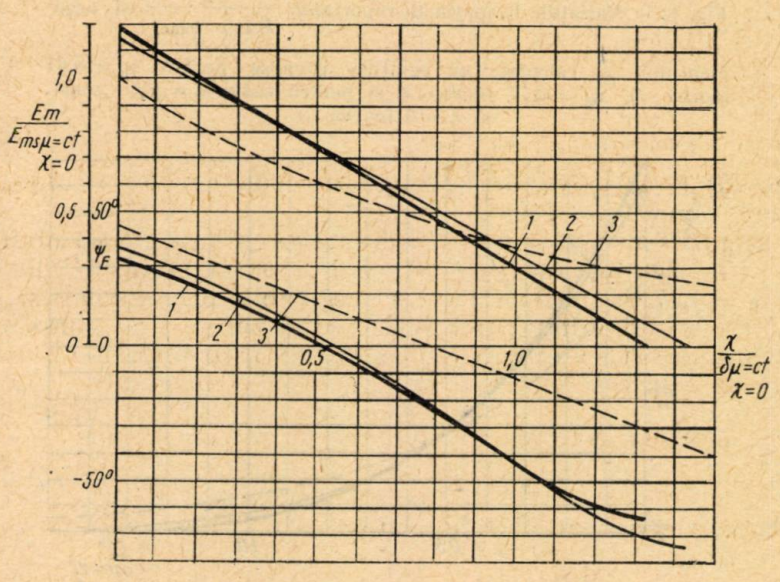


Fig. 7. — Variațiile în spațiu ale raportului $\frac{E_m}{E_{ms\,\mu=\text{const.}}}$ și argumentului ψ_E calculate cu relațiile propuse pentru $\alpha_0 = 0{,}67$ (curba *1*), $\alpha_0 = 0{,}77$ (curba *2*) și pentru cazul $\mu = \mu_s = \text{const.}$ și $\chi = 0$ (curba *3*).

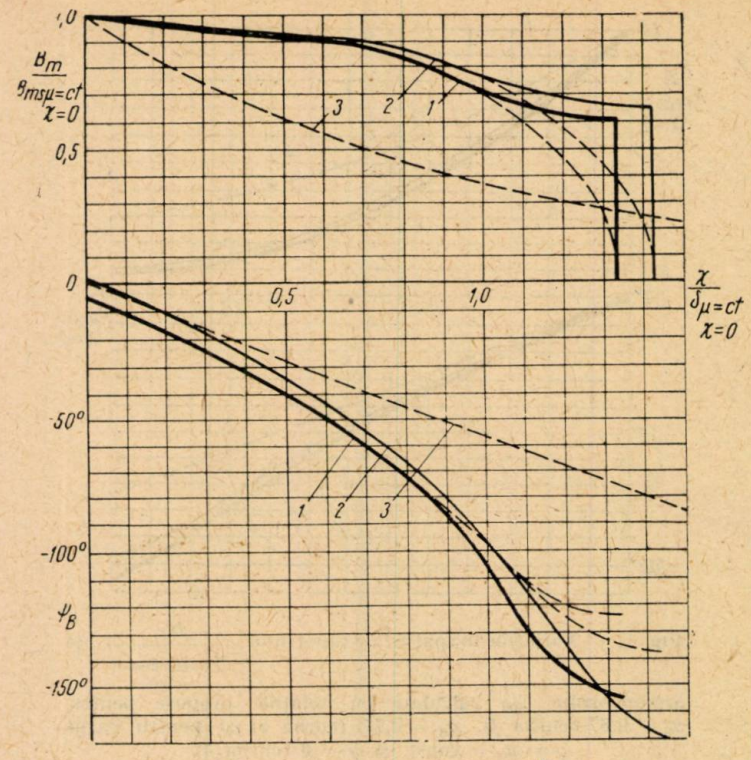


Fig. 8. — Variaţiile în spaţiu ale raportului $\frac{B_m}{B_{ms\,\mu=\text{const.}}}$ şi argumentului ψ_B calculate cu relaţiile propuse pentru $\alpha_0 = 0{,}67$ (curba *1*), $\alpha_0 = 0{,}77$ (curba *2*) şi pentru cazul $\mu = \mu_s = \text{const.}$ şi $\chi = 0$ (curba *3*).

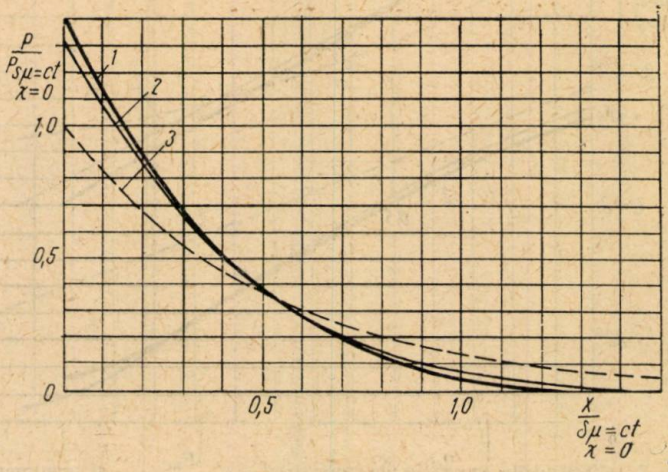


Fig. 9. — Variaţia în spaţiu a raportului $\frac{P}{P_{s\,\mu=\text{const.}}}$ calculată cu relaţia propusă pentru $\alpha_0 = 0{,}67$ (curba *1*), $\alpha_0 = 0{,}77$ (curba *2*) şi pentru cazul $\mu = \mu_s = \text{const.}$ şi $\chi = 0$ (curba *3*).

Astfel

$$\frac{E_m}{E_{ms\,\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}} = \sqrt{\frac{2(1+\alpha_0^2)\cos\chi_s}{3\alpha_0}\cdot\frac{1-\dfrac{3H_{m0}}{2H_{ms}}}{1-\dfrac{H_{m0}}{H_{ms}}}\left(1-\frac{x}{x_0}\right)} \tag{25}$$

și argumentul cîmpului electric

$$\psi_E = \operatorname{arctg}\alpha_0 + 2{,}303\,\alpha_0 \log f(x). \tag{26}$$

Inducția magnetică fiind $\underline{B}_m = B_m\, e^{j\psi_B} = \mu e^{-j\chi} H_m\, e^{j\psi_H}$, vom avea

$$\frac{B_m}{B_{ms\,\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}} = \frac{\sqrt{f_{1r}^2+f_{2r}^2}}{\mu_{rs}} f(x) \tag{27}$$

și

$$\psi_B = 2{,}303\,\alpha_0 \log f(x) - \operatorname{arctg}\frac{f_{2r}}{f_{1r}}. \tag{28}$$

Deoarece pentru $H_m < 3H_{m0}$, f_{1r} și în special f_{2r} se abat de la curbele experimentale, curbele $\dfrac{B_m}{B_{ms\,\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}$ și ψ_B calculate cu relațiile (27) și (28) se vor abate de la cele reale (desenate în mod aproximativ cu linie întreruptă) în acest domeniu.

Valoarea medie în timp a vectorului Poynting P, raportat la valoarea acestuia pentru $x = 0$ și $\mu = \mu_s = \text{const.}$, $\chi = 0$,

$$P_{s\mu=\text{const.}\atop\chi=0} = \frac{1}{2} H_{ms\mu=\text{const.}\atop\chi=0} E_{ms\mu=\text{const.}\atop\chi=0} \cos\varphi_{\mu=\text{const.}\atop\chi=0}, \quad \cos\varphi_{\mu=\text{const.}\atop\chi=0} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \tag{29}$$

s-a calculat cu relația

$$\frac{P}{P_{s\mu=\text{const.}\atop\chi=0}} = \sqrt{2}\,\frac{E_m}{E_{ms\mu=\text{const.}\atop\chi=0}}\,\frac{H_m}{H_{ms\mu=\text{const.}\atop\chi=0}}\cos(\psi_E-\psi_H) =$$

$$= \sqrt{\frac{(4(1+\alpha_0^2)\cos\chi_s}{3\alpha_0}\,\frac{1-\dfrac{3}{2}\dfrac{H_{m0}}{H_{ms}}}{1-\dfrac{H_{m0}}{H_{ms}}}\left(1-\frac{x}{x_0}\right)} f(x)\cos\operatorname{arctg}\alpha_0. \tag{30}$$

Adîncimea de pătrundere teoretică, pentru care P se anulează este dată de relația

$$\delta_0 = x_0 = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_s}\,\frac{3\alpha_0}{\cos\chi_s}\left(1-\frac{H_{m0}}{H_{ms}}\right)\left(1-\frac{3H_{m0}}{2H_{ms}}\right)} =$$

$$= \delta_{\mu=\text{const.}\atop\chi=0}\sqrt{\frac{3\alpha_0}{\cos\chi_s}\left(1-\frac{H_{m0}}{H_{ms}}\right)\left(1-\frac{3H_{m0}}{2H_{ms}}\right)} = \varepsilon\,\delta_{\mu=\text{const.}\atop\chi=0}, \tag{31}$$

în care adîncimea echivalentă de pătrundere în cazul $\mu = \mu_s = \text{const.}$ și $\chi = 0$ este dată de relația

$$\delta_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_s}}. \tag{32}$$

Pentru exemplul luat $\varepsilon = 1{,}333$ pentru $\alpha_0 = 0{,}67$ și $\varepsilon = 1{,}43$ pentru $\alpha_0 = 0{,}77$.

Adîncimea practică de pătrundere $\delta_{0,05}$, adică distanța x de la suprafața conductorului pe care vectorul Poynting ajunge la valoarea 0,05 din valoarea sa de pe suprafață, se determină din relația

$$\left(1 - \frac{x}{x_0}\right) f(x) = 0{,}05\,; \tag{33}$$

astfel obținem

$$\delta_{0,05} = \delta_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}} \sqrt{\frac{3\alpha_0}{\cos\chi_s}\left(1 - \frac{H_{m0}}{H_{ms}}\right)\left(1 - \frac{3H_{m0}}{2H_{ms}}\right)}\left\{1 - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{1}{\frac{2H_{ms}}{3H_{m0}} - 1}}\,\text{sh}\left[\frac{1}{3}\,\text{argsh}\,\frac{5\sqrt{3}}{100}\,\frac{H_{ms}}{H_{m0}}\sqrt{\frac{2H_{ms}}{3H_{m0}} - 1}\right]\right\}. \tag{34}$$

Pentru exemplul de mai sus la $\alpha_0 = 0{,}67$, $\delta_{0,05} = 0{,}924\ \delta_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}$.

Din figurile 6—9 rezultă că intensitatea cîmpului magnetic, a cîmpului electric și vectorul Poynting variază mai repede iar inițial inducția magnetică descrește mai încet decît în cazul $\mu = \text{const.}$, $\chi = 0$; ψ_H, ψ_E și ψ_B sînt mai mici sau egali și descresc mai repede decît valorile obținute în cazul $\mu = \text{const.}$, $\chi = 0$. Curba $\dfrac{H_m}{H_{ms\,\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}$ variază parabolic; raportul $\dfrac{E_m}{E_{ms\,\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}$ variază liniar, fiind supraunitar la $x = 0$; raportul $\dfrac{B_m}{B_{ms=\mu\,\substack{\text{const.}\\ \chi=0}}}$ variază inițial foarte încet. Fenomenul de histerezis micșorează adîncimea de pătrundere, mărind panta de variație a tuturor mărimilor precum și pe E_{ms}, $\psi_E - \psi_H$ și deci pe P_s. Deci, atît variația permeabilității cu cîmpul magnetic, cît și fenomenul de histerezis măresc neuniformitatea repartiției cîmpului magnetic și electric, ceea ce explică obținerea unor valori supraunitare pentru raportul $\dfrac{R}{R_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}$.

Verificarea rezultatelor obținute cu relațiile prezentate mai sus pentru un conductor ale cărui caracteristici se cunosc detaliat, se face comparîndu-se cu rezultatele obținute prin metoda ecuațiilor cu diferențe finite [2], luîndu-se în considerare și histerezisul. Caracteristicile conductorului circular utilizat în cadrul celor două metode sînt: $\rho = 14{,}9 \cdot 10^{-8}$ Ωm,

diametrul exterior $d_e = 82$ mm, $\mu_r(H_m)$ și $\chi(H_m)$ date în figura 10. Cu aceste valori s-au calculat f_{1r}, f_{2r} și prin integrare grafică $\mathcal{J}$ (fig. 10). Din condiția ca f_{1r} să treacă prin punctele $H_m = 250$ A/m, $f_{1r} = 1960$ și $H_m = 2.000$ A/m, $f_{1r} = 700$, s-a obținut $a_{1r} = 1{,}53.10^6$ A/m și b_{1r}

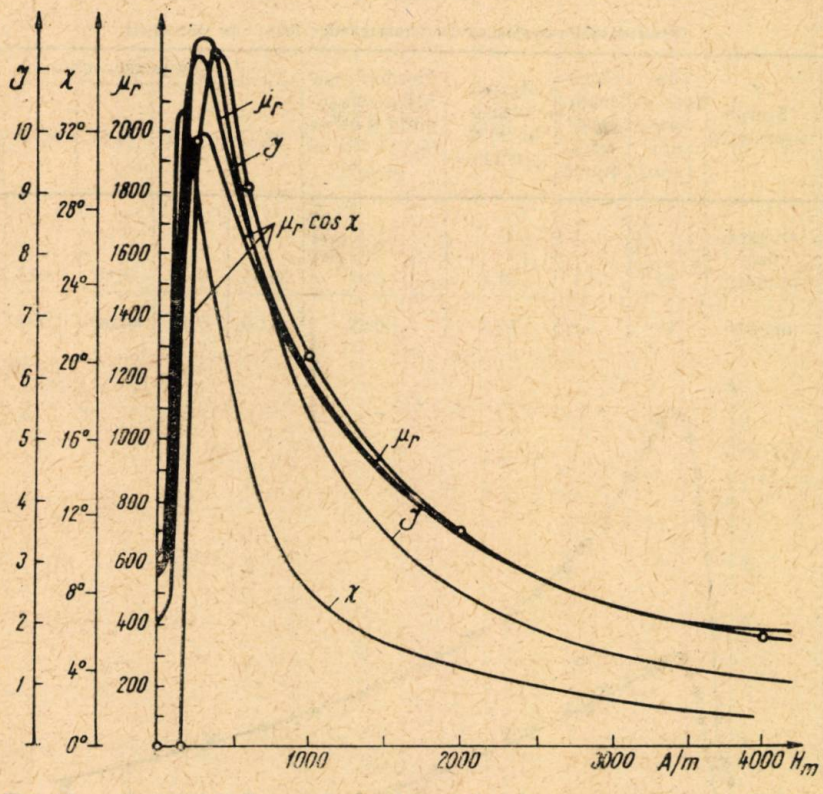


Fig. 10. — Caracteristicile conductorului utilizat la compararea rezultatelor obținute cu metoda propusă și cu metoda ecuațiilor cu diferențe finite.

$b_{1r} = 2{,}6.10^8$ A²/m², rezultînd $H_{mk} = 340$ A/m; curba obținută astfel pentru f_{1r} este reprezentată în figura 10 cu cercuțe goale.

Rezultatele obținute pentru o lungime axială a conductorului $l_E = 1$ m sînt reprezentate în figura 11 pentru rezistență și pentru reactanța internă; cu cercuțe pline s-au notat rezultatele obținute prin metoda ecuațiilor cu diferențe finite și cu cercuțe goale cele obținute prin metoda expusă în această lucrare. Din aceste figuri rezultă că cele două metode concordă foarte bine.

Comparația rezultatelor obținute din relațiile propuse mai sus cu rezultatele experimentale s-a făcut pentru două conductoare de oțel sub forma de tuburi cu caracteristici mult diferite între ele; caracteristicile lor sînt date în tabela 2. Curbele lor fundamentale de magnetizare și ciclul de histerezis pentru $B_{max} = 1$ Wb/m² sînt date în figura 12; aceste curbe au fost determinate prin metoda balistică pe inele tăiate din tuburile stu-

diate ; din suprafeţele ciclurilor de histerezis s-au determinat pierderile prin histerezis la $B_{max}=1$ Wb/m² pe ciclu şi m³, trecute în tabela 2. Variaţia rezistivităţii cu temperatura pentru cele două conductoare este dată în figura 13 ;

Tabela 2

Caracteristicile conductoarelor feromagnetice folosite în măsurători

Nr. cond.	Starea suprafeţei	Diametrul exterior [mm]	Grosimea peretelui [mm]	Rezistivitate la 20°C [$10^8\,\Omega$m]	Pierderi prin histerezis pe ciclu şi m³ la $B_m=1$Wb/m² [J/m³]	Compoziţie chimică				
						% C	% Mn	% Si	% P	% S
1	neagră, uşor oxidată	99	4,1	21,6	1610	0,35	0,53	0,19	0,018	0,025
2	neagră	48	3,8	13,1	693	0,05	0,40	urme	0,079	0,036

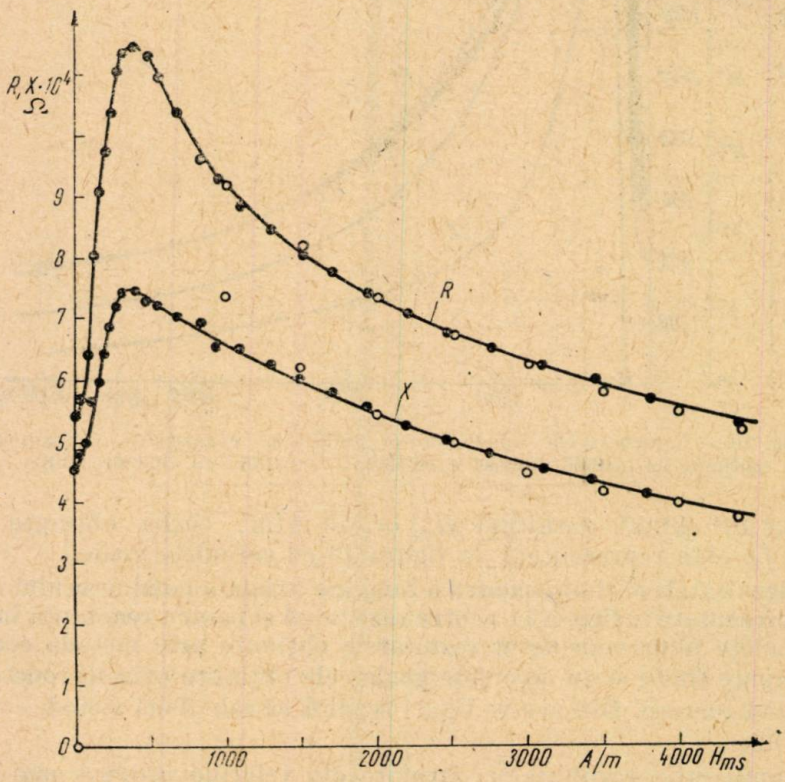


Fig. 11. — Comparaţie între rezultatele obţinute pentru rezistenţă şi reactanţa internă cu metoda propusă (cerculeţe goale) şi cu metoda ecuaţiilor cu diferenţe finite (cerculeţe pline).

din aceste curbe s-au obţinut pentru coeficienţii de variaţie a rezistivităţii cu temperatura α_ρ, respectiv valorile $3{,}13.10^{-3}$ 1/°C şi $5{,}05.10^{-3}$ 1/°C.

Măsurătorile de rezistență și reactanță internă s-au făcut cu un compensator de curent alternativ prelucrat de L. R. Neiman [3], [4] la un curent practic sinusoidal; aceste măsurători s-au făcut practic la tempera-

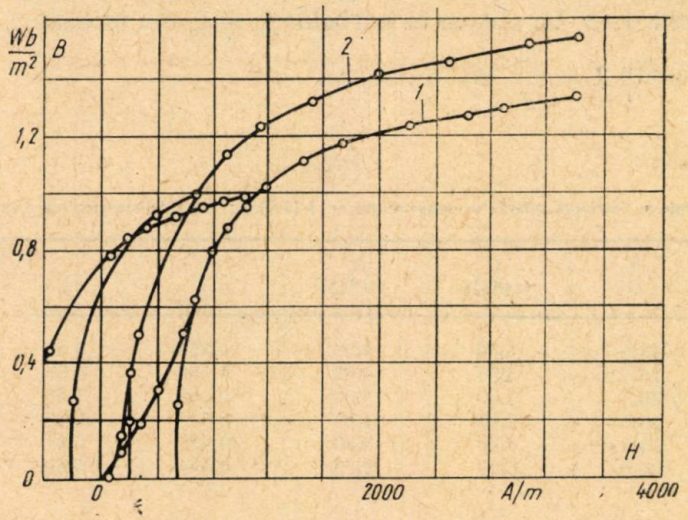


Fig. 12. — Curbele fundamentale de magnetizare și ciclul de histerezis la $B_{max} = 1 \frac{Wb}{m^2}$ pentru conductoarele feromagnetice utilizate la măsurători.

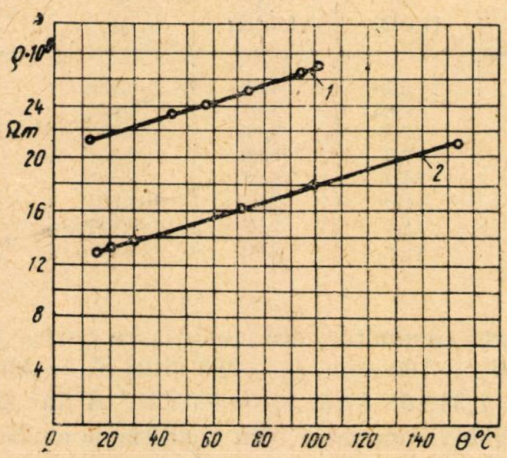


Fig. 13. — Curbele măsurate $\rho(\theta)$ pentru cele două conductoare utilizate.

tură staționară, temperatura determinîndu-se cu termocuplul. Rezultatele experimentale obținute pentru cele două conductoare sînt date în tabelele 3 și 4 pentru diferite valori efective ale curentului; valorile acestora la 20°C s-au obținut, după cum reiese din relația (17), prin împărțirea cu coeficientul $\sqrt{1 + \alpha_\rho(\theta - 20°)}$.

Pentru calculul rezistenței și reactanței interne ale acestor conductoare s-a determinat mai întîi permeabilitatea magnetică statică din curba $B(H)$ și apoi permeabilitatea necesară în calcule prin înmulțirea cu coeficientul mediu 1,14. La obținerea curbelor f_{1r} și f_{2r} s-a utilizat χ determinat din relația $\sin \chi = \frac{1}{\pi} \eta\mu$.

Tabela 3

Rezistența și reactanța internă a conductorului nr. 1 în funcție de valoarea efectivă a curentului

I [A]	θ [°C]	R [$10^4\Omega$]	X [$10^4\Omega$]	$\frac{X}{R}$	la 20°C	
					R	X
50	13,5	5,00	4,29	0,858	5,05	4,33
100	16,7	5,93	4,62	0,780	5,96	4,64
200	23,5	7,53	5,00	0,665	7,50	4,98
400	46,5	7,03	4,34	0,615	6,75	4,17
600	73,5	6,60	3,89	0,590	6,11	3,60
800	98,0	6,27	3,73	0,594	5,60	3,30

Tabela 4

Rezistența și reactanța internă a conductorului nr. 2 în funcție de valoarea efectivă a curentului

I [A]	θ [°C]	R [$10^4\Omega$]	X [$10^4\Omega$]	$\frac{X}{R}$	la 20°C	
					R	X
10	16	5,84	4,83	0,830	5,90	4,88
20	16	8,83	5,81	0,659	8,92	5,87
50	21	17,5	8,96	0,512	17,50	8,96
100	29,7	17,0	9,50	0,559	16,60	9,27
200	49,3	14,2	8,38	0,590	13,30	7,84
300	71,4	11,9	7,06	0,595	10,60	6,31
400	98,3	11,4	7,03	0,590	9,67	5,96
500	154,5	11,3	6,80	0,601	8,70	5,23

Pentru primul conductor, din condiția ca curba $f_{1r}(H_m)$ să treacă prin punctele 1) $H_m = 700$ A/m, $f_{1r} = 785$ și 2) $H_m = 3000$ A/m, $f_{1r} = 377$, s-a obținut $a_{1r} = 1{,}31.10^6$ A/m, $b_{1r} = 5{,}32.10^8$ A^2/m^2 și $H_{m0} = 406$ A/m.

Pentru al doilea conductor, din condiția ca curba $f_{1r}(H_m)$ să treacă prin punctele 1) $H_m = 300$ A/m, $f_{1r} = 1440$ A/m și 2) $H_m = 2000$ A/m, $f_{1r} = 640$ A^2/m^2, s-a obținut $a_{1r} = 1{,}428.10^6$ A/m, $b_{1r} = 2{,}98.10^8$ A^2/m și $H_{m0} = 208$ A/m.

În figurile 14 și 15 sînt reprezentate curbele de variație cu curentul I a rezistenței și reactanței interne pentru cele două conductoare; valorile experimentale sînt notate cu cercuțe pline, iar cele calculate cu relațiile propuse în lucrare cu cruciulițe. Din aceste figuri rezultă că erorile sînt în general sub 8% — fiind admisibile.

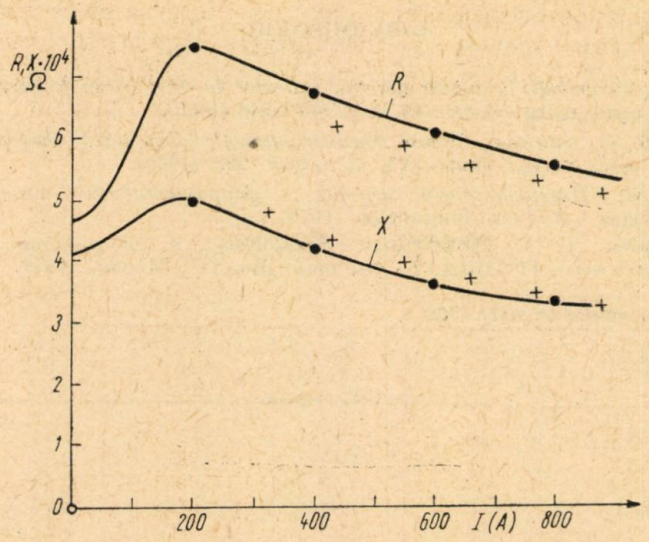


Fig. 14. — Compararea rezultatelor experimentale (cerculeţe pline) cu cele calculate cu metoda propusă (cruciuliţe) pentru rezistenţa şi reactanţa internă a conductorului nr. 1.

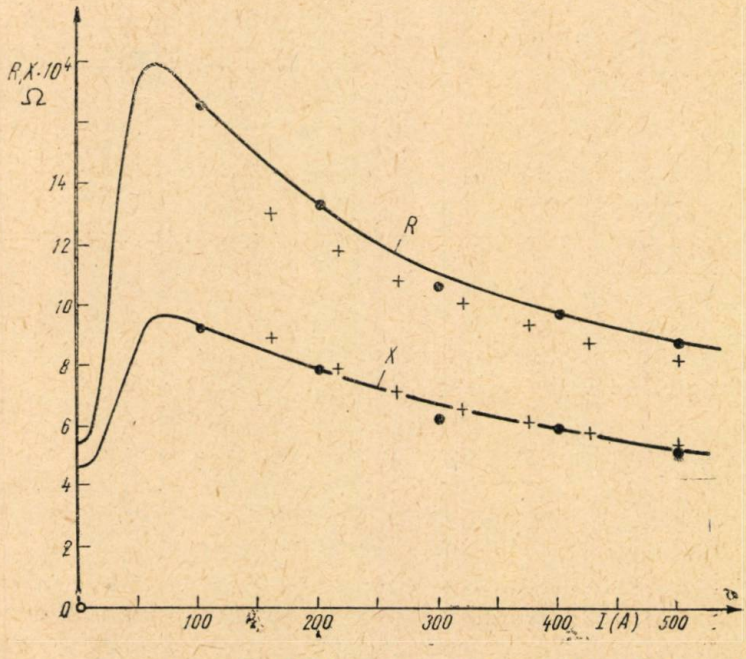


Fig. 15. — Compararea rezultatelor experimentale (cerculeţe pline) cu cele calculate cu metoda propusă (cruciuliţe) pentru rezistenţa şi reactanţa internă a conductorului nr. 2.

BIBLIOGRAFIE

1. V. D. Saviuc, *Contribuţii la studiul efectului pelicular în conductoare feromagnetice masive*, St. cerc., energ., electr., **15**, *3*, p. 539—548 (1965).

2. C. V. Bălă, S. Şt. Ghețaru, *Cîmpul magnetic alternativ tangenţial în mediul feromagnetic*, St. cerc., energ., electr., **15**, *2*, p. 267—292 (1965).

3. Л. Р. Нейман, *Поверхностный эффект в ферромагнитных телах*, Госэнергоиздат, Москва-Ленинград, 1949.

4. Л. Р. Нейман, К. С. Демирчан, *Руководство к лаборатории электромагнитного поля*, ГОСИЗДАТ „Высшая Школа", Москва, 1961.

Primit la redacţie la 9.III.1966.

AMORTIZAREA OSCILAȚIILOR CURENTULUI DIN INDUSUL MOTORULUI SINCRON LA FUNCȚIONAREA ÎN REGIM DE SARCINĂ VARIABILĂ PERIODIC

DE

P. OPRIȘAN

621.313.32.018.7

Acționarea agregatelor cu cuplu rezistent variabil în timp cu ajutorul motoarelor sincrone determină oscilații ale curentului absorbit cu amplitudinea dependentă de mărimea oscilațiilor cuplului rezistent. În cazul motoarelor sincrone de putere mare, dacă cuplul rezistent variază între limite însemnate, oscilațiile curentului absorbit reprezintă o sursă permanentă de perturbații introduse în sistem. În lucrare se prezintă posibilitatea compensării oscilațiilor curentului din indusul motorului sincron în regim de pendulații ale roții polare prin introducerea unei componente alternative artificiale a curentului în axa longitudinală, folosind metoda excitării mașinii sincrone cu o tensiune variabilă periodic, legea de variație fiind determinată de variația cuplului rezistent în timp.

1. GENERALITĂȚI

1.1. Regimul de funcționare la sarcină variabilă periodic în timp poate fi întîlnit atît în cazul generatoarelor, cît și în cazul motoarelor sincrone, dacă cuplul activ al mașinii primare sau cuplul rezistent al agregatului acționat variază periodic în timp după o anumită lege.

Dacă la generatoare astfel de cazuri au totuși un caracter mai izolat și sînt întîlnite de obicei la unități de mică putere (grupuri electrogene cu diferite destinații), la motoarele sincrone regimul variabil periodic poate fi întîlnit pe toată gama de puteri pe unitate realizată pînă în prezent. Amintim în acest sens utilizarea motoarelor sincrone la acționarea compresoarelor cu piston, a laminoarelor, a morilor de măcinat etc., la care cuplul rezistent variază periodic în timp, periodicitatea fenomenului avînd un caracter constant în cazul primului exemplu sau variabil în cazul ultimelor două.

1.2. Din cauza prezenței cuplului activ sau rezistent variabil periodic, roata polară execută pendulații întreținute în jurul unei valori medii a

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, nr. 4, p. 705–719, București 1967

unghiului intern. Oscilațiilor unghiului intern al mașinii sincrone le corespund oscilații ale cuplului electromagnetic dezvoltat la tensiune de borne constantă și, prin urmare, oscilații ale curentului total prin indus.

În cazul motoarelor sincrone de mare putere, dacă cuplul rezistent variază în limite largi, prezența pulsațiilor curentului la o frecvență de 1 —4 Hz, corespunzătoare frecvenței de pulsație a cuplului rezistent, reprezintă o sursă de perturbații în întregul sistem de alimentare.

1.3. O trecere în revistă a lucrărilor mai importante, tratînd diverse aspecte ale comportării mașinii sincrone în regim de pendulații întreținute, se face în [6].

În majoritatea cazurilor tratate se pleacă de la anumite ipoteze simplificatoare fără care calculul devine extrem de laborios și uneori imposibil de realizat, chiar dacă se apelează la mijloace moderne, calculatoarele electronice, cifrice sau analogice. Dintre ipotezele simplificatoare fac parte :

— considerarea în calcul a mașinii sincrone trifazate idealizate, pentru care pierderile sînt neglijate, circuitul magnetic cu permeabilitate constantă, iar tensiunea magnetică repartizată sinusoidal în întrefier ;

— rețeaua la care este conectată mașina sincronă se consideră de putere infinită, tensiunea și frecvența rămînînd practic neschimbate ;

— considerarea că oscilațiile roții polare sînt liniare, ipoteză admisă în mod frecvent pentru oscilații a căror amplitudine nu depășește 20°.

1.4. În lucrarea de față se examinează posibilitatea reducerii amplitudinii oscilațiilor curentului absorbit de un motor sincron în regim de sarcină variabilă periodic, cu periodicitate constantă, prin crearea unei componente alternative artificiale a curentului în axa longitudinală în scopul compensării componentei naturale ce apare la funcționarea în regim de pendulații întreținute. Se calculează curentul din indusul mașinii în cazul regimului de oscilații necompensate ; pentru un caz concret se stabilește expresia curentului din regimul de oscilații compensate și se calculează, de asemenea, pentru un caz concret, curentul compensat, rezultatele obținute analitic comparîndu-se cu cele experimentale. Se urmărește influența parametrilor componentei artificiale asupra curentului total. Se prezintă în final modul de efectuare a determinărilor experimentale.

2. CURENTUL ÎN INDUSUL MAȘINII SINCRONE ÎN REGIMUL DE OSCILAȚII ÎNTREȚINUTE NEAMORTIZATE

2.1. Expresiile componentelor curentului total al mașinii sincrone după cele două axe la funcționarea în regim de pendulații în ipoteza mașinii sincrone idealizate stabilite în [2] sînt de forma :

$$i_d = \frac{E_d}{X_d} - \frac{U \cos \delta}{X_d(p)}, \tag{2.1}$$

$$i_q = \frac{U \sin \delta}{X_q(p)}, \tag{2.2}$$

în care $X(p)$ reprezintă reactanța mașinii în regim de pendulații iar δ unghiul intern al mașinii, a cărui expresie în cazul pendulațiilor sinusoidale ale roții polare devine

$$\delta = \delta_0 + \delta_1 \sin \Omega_p t, \tag{2.3}$$

Ω_p fiind pulsația de pendulare.

Prin dezvoltarea lui $\sin\delta$ și $\cos\delta$ în serie și introducerea funcțiilor Bessel dependente de amplitudinea oscilației, expresiile (2.1) și (2.2) devin :

$$i_d = \frac{E_d}{X_d} - U\left[\frac{J_0}{X_d} + 2\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{J_{2\nu}}{X_{d,2\nu}}\cos(2\nu\Omega_p t - \varphi_{2\nu})\right]\cos\delta_0 + \\ + 2U\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{J_{2\nu+1}}{X_{d,2\nu+1}}\sin[(2\nu+1)\,\Omega_p t - \varphi_{2\nu+1}]\sin\delta_0, \tag{2.4}$$

$$i_q = U\left[\frac{J_0}{X_q} + 2\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{J_{2\nu}}{X_{q,2\nu}}\cos(2\nu\Omega_p t - \Psi_{2\nu})\right]\sin\delta_0 + \\ + 2U\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{J_{2\nu+1}}{X_{q,2\nu+1}}\sin[(2\nu+1)\,\Omega_p t - \Psi_{2\nu+1}]\cos\delta_0. \tag{2.5}$$

Seria obținută fiind rapid convergentă, este suficient să reținem numai primii trei termeni ai dezvoltării care conțin pe J_0, J_1, și J_2, al patrulea termen avînd o pondere extrem de redusă din cauza valorii lui J_3.

Ecuațiile celor două componente după dezvoltarea funcțiilor trigonometrice și ordonarea termenilor vor fi

$$i_d = \frac{E_d}{X_d} - U\frac{J_0}{X_d}\cos\delta_0 + 2U\frac{J_1}{X_{d,1}}\sin\delta_0(\sin\Omega_p t\cos\varphi_1 - \cos\Omega_p t\sin\varphi_1) - \\ - 2U\frac{J_2}{X_{d,2}}\cos\delta_0(\sin 2\Omega_p t\sin\varphi_2 + \cos 2\Omega_p t\cos\varphi_2), \tag{2.6}$$

$$i_q = U\frac{J_0}{X_q}\sin\delta_0 + 2U\frac{J_1}{X_{q,1}}\cos\delta_0(\sin\Omega_p t\cos\Psi_1 - \cos\Omega_p t\sin\Psi_1) + \\ + 2U\frac{J_2}{X_{q,2}}\sin\delta_0(\sin 2\Omega_p t\sin\Psi_2 + \cos 2\Omega_p t\cos\Psi_2). \tag{2.7}$$

Se constată că atît i_d cît și i_q au cîte o componentă constantă, a căror valoare este determinată de valoarea medie a unghiului intern și de reactanța sincronă în axa respectivă, nivelul de excitație a mașinii influențînd numai asupra componentei longitudinale a curentului total.

Armonicile componentelor alternative, cu valori determinate de parametrii interni ai mașinii, intervin cu o pondere rapid descrescătoare pe măsura creșterii ordinului respectiv. Variația curenților în timpul unei

oscilații complete a roții polare se face după o elipsă în cazul considerării numai fundamentalei componentelor alternative sau după o elipsă deformată în cazul considerării armonicilor de ordin superior, gradul de deformare a elipsei fiind determinat de ponderea cu care participă aceste armonici (în cazul considerat numai armonica de ordinul doi).

Amplitudinile armonicilor componentei alternative a curentului în axa transversală, inferioare ca valoare celor din axa longitudinală deoarece $X_{q,\nu} > X_{d,\nu}$, determină variații între limite mai restrînse ale curentului i_q față de i_d.

2.2. Pentru ilustrarea modului de variație a curentului total al mașinii sincrone și a celor două componente, funcție de unghiul intern în regim de pendulații, se prezintă următorul exemplu de calcul:

$$U = 1\,; \quad E = 1{,}77\,; \quad X_d = 1{,}31\,; \quad X_q = 1{,}29\,; \quad \delta_0 = 44°\,; \quad \delta_1 = 21{,}5°.$$

Corespunzător valorii lui δ_1 se iau tabele: $J_0 = 0{,}965$

$$J_1 = 0{,}18422 \text{ și se determină } J_2 = 0{,}0174.$$

Reactanțele $X_{d,1}$, $X_{d,2}$, $X_{q,1}$, $X_{q,2}$ și defazajele φ_1, φ_2, Ψ_1, Ψ_2, corespunzătoare primelor două armonici din expresiile curenților i_d și i_q, se determină din expresia reactanței operaționale $X(p)$, dedusă în [6], din sistemul de ecuații ale mașinii sincrone și se exprimă funcție de curentul din înfășurarea indusului corespunzător celor două axe în următoarea formă:

$$X_d(p) = \omega R \frac{i_d(p)}{p\,[I_d - i_d(p)]}, \tag{2.8}$$

$$X_q(p) = \omega R \frac{i_q(p)}{p\,[I_q - i_q(p)]}, \tag{2.9}$$

I_d și I_q reprezentînd valorile curenților $i_d(t)$ și $i_q(t)$ în momentul $t = 0$ iar $i_d(p)$ și $i_q(p)$ transformatele acelorași curenți, a căror expresie analitică se deduce din analiza oscilogramelor respective transpuse în planul semilogaritmic.

În final, pentru cazul considerat se obține

$$X_d(p) = 1{,}31 \frac{34{,}7\,p^2 + 23{,}5\,p + 1}{514\,p^2 + 264\,p + 1}, \tag{2.10}$$

$$X_q(p) = 1{,}29 \frac{22{,}1\,p^2 + 15{,}33\,p + 1}{306\,p^2 + 45{,}6\,p + 1}. \tag{2.11}$$

Înlocuind în expresiile de mai sus p cu $j\nu\Omega_r$, în care Ω_r reprezintă pulsația de pendulare raportată la pulsația sincronă $\left(\frac{\Omega_p}{\Omega_s}\right)$, iar ν ordinul armonicii considerate, se obține

$$X_{d,1} = 0{,}185\,; \quad X_{d,2} = 0{,}1325\,; \quad X_{q,1} = 0{,}862\,; \quad X_{q,2} = 0{,}577,$$

exprimate în unități relative, frecvența de pendulare fiind $f_p = 1{,}65$ Hz. Defazajele φ_1, φ_2, ψ_1, ψ_2, reprezentînd argumentele mărimilor $X_d(j\nu\Omega_r)\,e^{j\varphi\nu}$ și $X_q(j\nu\Omega_r)\,e^{j\Psi\nu}$, se determină prin metodele cunoscute din aceleași expresii, rezultatele obținute fiind

$$\varphi_1 = -48°20'; \quad \varphi_2 = -32°45'; \quad \Psi_1 = -38°50'; \quad \Psi_2 = -48°05'.$$

Avînd toți parametrii determinați, expresiile (2.6) și (2.7) devin

$$i_d = 0{,}82 + 1{,}38\,(0{,}6648 \sin \Omega_p t + 0{,}747 \cos \Omega_p t) - \\ - 0{,}189\,(0{,}84 \cos 2\Omega_p t - 0{,}54 \sin 2\Omega_p t), \tag{2.12}$$

$$i_q = 0{,}511 + 0{,}304\,(0{,}779 \sin \Omega_p t + 0{,}627 \cos \Omega_p t) + \\ + 0{,}0413\,(0{,}668 \cos 2\Omega_p t - 0{,}744 \sin 2\Omega_p t). \tag{2.13}$$

Din expresia (2.12) reiese că amplitudinea fundamentalei componentei alternative a curentului i_d depășește valoarea componentei continue, astfel încît în timpul pendulațiilor curentul i_d va lua valori atît pozitive cît și negative.

Amplitudinile oscilațiilor celor doi curenți sînt diferite, variația curentului i_q fiind relativ redusă comparativ cu variația lui i_d.

În figura 1 se prezintă modul de variație a curentului total și a componentelor sale funcție de unghiul intern.

Se constată că în timp ce variația curentului i_d are loc între limitele $-0{,}55$ și $+2{,}3$, curba *1*, variația curentului i_q se face între limite mult mai reduse și anume între 0,19 și 0,8, curba *2*.

Curentul total i, (3), variază după o curbă mult diferită de o elipsă, datorită faptului că valoarea sa rămîne în permanență pozitivă, deși componenta i_d schimbă semnul în timpul pendulării rotorului. Variația curen-

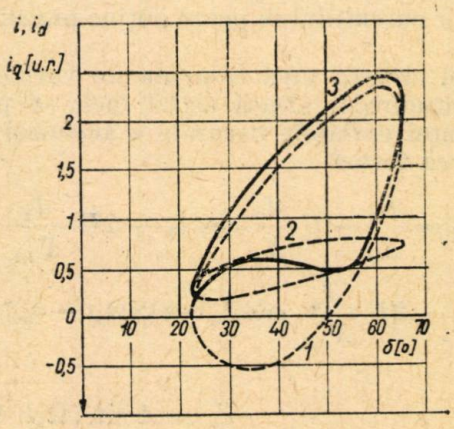


Fig. 1. — Variația curentului total i și a componentelor sale i_d și i_q funcție de unghiul intern în regim de pendulații.

tului total determinată de variația componentelor sale, se face între limitele 0,25 și 2,4 pentru variații ale unghiului intern de $\delta_1 = \pm 21{,}5°$, față de valoarea medie admisă, $\delta_0 = 44°$.

2.3. Exemplul de calcul corespunde unui regim reprodus experimental, comparația rezultatelor obținute (analitic și experimental) făcîndu-se în 4.

2.4. Prezența unor astfel de oscilații ale curentului absorbit (limitele de variație a curentului în cazul examinat au fost intenționat exagerate) reprezintă, fără îndoială, o sursă permanentă de perturbații introduse în sistem, mai ales în cazul mașinilor de putere ridicată.

În asemenea condiții a apărut necesitatea rezolvării problemei amortizării oscilațiilor curentului absorbit de motorul sincron în regim de sarcină variabilă periodic.

3. AMORTIZAREA OSCILAȚIILOR CURENTULUI ABSORBIT PRIN PRODUCEREA UNEI COMPONENTE ALTERNATIVE ARTIFICIALE A CURENTULUI i_d

3.1. Pentru cercetarea posibilităților de amortizare a oscilațiilor curentului absorbit se fac următoarele ipoteze :

— tensiunea sistemului de alimentare se consideră practic constantă, adică se neglijează reacția curenților din mașină asupra rețelei ;

— forma de variație în timp a cuplului rezistent rămîne neschimbată.

3.2. Una dintre metodele folosite în mod frecvent pentru reducerea amplitudinii oscilațiilor în regimul de sarcină variabilă periodic o constituie creșterea momentului de inerție a maselor în mișcarea de rotație. Cum această metodă are eficacitate limitată, problema amortizării oscilațiilor a rămas în continuare deschisă.

3.3. Metoda analizată pentru limitarea maximă a amplitudinii de oscilație a curentului absorbit constă în crearea unei componente alternative artificiale a curentului i_d, care să compenseze componenta alternativă naturală ce apare în regimul de pendulații neamortizate ale mașinii.

Cum ponderea maximă în determinarea oscilațiilor curentului total revine fundamentalei componentei variabile a curentului i_d, notată în cele ce urmează cu i_{1dv}, rezultă că eficacitatea maximă în compensarea oscilațiilor curentului se poate obține numai prin amortizarea acestei componente.

Prin crearea unei componente variabile artificiale a curentului în axa longitudinală, aleasă astfel încît să poată compensa fundamentala componentei variabile naturale a aceluiași curent, expresia (2.6) obține următoarea formă

$$i_d = \frac{E_d}{X_d} - U\frac{J_0}{X_d}\cos\delta_0 + 2U\frac{J_1}{X_{d,1}}\sin\delta_0\sin(\Omega_p t - \varphi_1) - \\ -2U\frac{J_2}{X_{d,2}}\cos\delta_0\cos(2\Omega_p t - \varphi_{2v}) + A\sin(\Omega_p t + \alpha_1), \tag{3.1}$$

în care

$$i'_{dv} = A\sin(\Omega_p t + \alpha_1) \tag{3.2}$$

reprezintă componenta variabilă artificială a curentului determinată astfel încît

$$i_{1dv} + i'_{dv} = 0. \tag{3.3}$$

Singura mărime din expresia lui i_d, asupra căreia se poate interveni din exterior în vederea creării componentei i'_{dv} este E_d, tensiunea electro-

motoare indusă în înfășurarea statorului, dependentă de curentul din circuitul de excitație.

Prin crearea unei componente alternative a tensiunii electromotoare induse, cu amplitudine și fază reglabile, aleasă astfel încît variația în timp să se facă după aceeași lege cu a componentei i_{1dv}, există posibilitatea compensării totale a acesteia din urmă.

În acest caz, expresia t.e.m. E_d este de forma

$$E_d = E_0 + E_1 \sin (\Omega_p t + \gamma_1), \tag{3.4}$$

iar expresia componentei variabile artificiale a curentului devine

$$i'_{dv} = \frac{E_1}{X_{d,1}} \sin (\Omega_p t + \alpha_1). \tag{3.5}$$

Cu acestea, se obține

$$\begin{aligned} i_a = {} & \frac{E_0}{X_d} - U \frac{J_0}{X_d} \cos \delta_0 + 2U \frac{J_1}{X_{d,1}} \sin \delta_0 \sin (\Omega_p t - \varphi_1) + \\ & + \frac{E_1}{X_{d,1}} \sin (\Omega_p t + \alpha_1) - 2U \frac{J_2}{X_{d,2}} \cos \delta_2 \cos (2\Omega_p t - \varphi_2). \end{aligned} \tag{3.6}$$

Prin crearea unei componente alternative artificiale a curentului în axa longitudinală, la U, δ_0 și δ_1 constante, curentul în axa transversală rămîne neschimbat.

3.4. Parametrii componentei variabile artificiale de a căror alegere depinde gradul compensării fundamentalei componentei variabile naturale sînt : a) defazajul α_1 dintre curentul i'_{dv} și unghiul intern δ în regim staționar ; b) amplitudinea $\frac{E_1}{X_{d,1}}$.

3.5. Alegerea corespunzătoare a defazajului α_1 are o importanță hotărîtoare în asigurarea unei compensări satisfăcătoare a componentei alternative a curentului i_a. Un defazaj necorespunzător poate conduce la amplificarea amplitudinii oscilației curentului i_d și deci a curentului total absorbit de mașină. Funcție de valoarea defazajului admis, variația curentului i_d în timpul unei oscilații complete se face după o curbă a cărei alură diferă mai mult sau mai puțin de o elipsă. Modificarea defazajului determină o rotire a elipselor deformate în jurul unui punct fix corespunzător valorilor medii ale curentului i_d și unghiului intern.

Pentru o anumită valoare a lui α_1 amplitudinea oscilației curentului i_d devine minimă, dar nu nulă, deoarece, conform condiției impuse, componenta artificială creată compensează numai fundamentala componentei alternative naturale.

Valoarea exactă a defazajului optim poate fi determinată direct din expresia (3.6) în care pentru condiția $i_{1dv} + i'_{dv} = 0$ rezultă

$$2U \frac{J_1}{X_{d,1}} \sin \delta_0 \sin (\Omega_p t - \varphi_1) + \frac{E_1}{X_{d,1}} \sin (\Omega_p t + \alpha_1) = 0, \tag{3.7}$$

relația fiind satisfăcută pentru $\alpha_1 = -\varphi + \pi$ la amplitudini egale.

În figura 2 se prezintă pentru comparație curbele de variație a curentului i_d pentru cazul oscilațiilor necompensate (1) și compensate la defazaj optim (2).

Fiind cunoscut modul de variație a curentului i_d, funcție de unghiul intern la diferite valori ale defazajului α_1, se poate determina variația curentului total i funcție de același parametru.

Deoarece prin producerea unei componente artificiale în axa longitudinală la δ_0 și δ_1 constante variația componentei transversale rămîne neschimbată, modul de variație a curentului total pentru diferite valori ale defazajului va fi determinat în principiu de variația curentului i_d.

Pentru valori diferite ale lui α_1, curbele curentului total, a căror formă de data aceasta se abate mult de la o elipsă, se rotesc în jurul unui punct fix, amplitudinile oscilațiilor variind în limite largi.

La α_1 optim, variația curentului are loc între limite restrînse, curba 2 (fig. 3), unde pentru comparație s-a prezentat și variația în regim necompensat, curba *1*.

Necompensarea armonicii de ordinul doi din curba curentului i_d și a armonicilor curentului i_q influențează asupra gradului de compensare a curentului total într-o măsură cu atît mai mare cu cît este mai mare

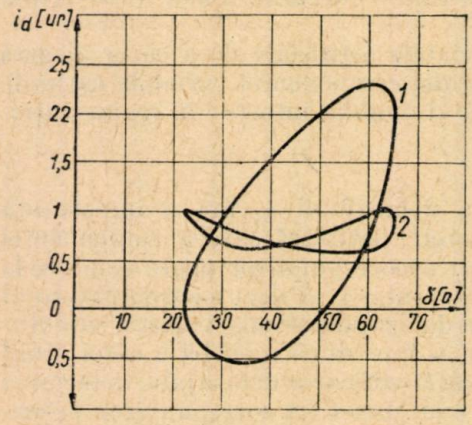


Fig. 2. — Curbele de variație a curentului i_d funcție de unghiul intern în regim necompensat (*1*) și compensat (*2*) la defazaj optim.

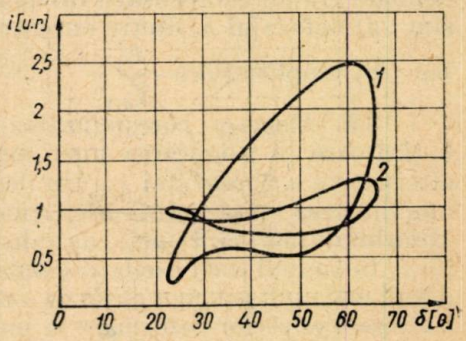


Fig. 3. — Variația curentului absorbit funcție de unghiul intern în regim necompensat (*1*) și compensat la defazaj optim (*2*).

ponderea cu care intervin aceste armonici în determinarea curenților respectivi. Acest neajuns poate fi, la rîndul său, înlăturat parțial prin alegerea unei amplitudini optime pentru componenta i'_{dv}.

3.6. Odată stabilit defazajul optim pentru care efectul compensației este maxim, se pune problema stabilirii influenței pe care o are la acest defazaj amplitudinea componentei i'_{dv} asupra variației curentului i_d și implicit asupra lui i.

Modul de variație a curentului i_d funcție de unghiul intern, amplitudinea componentei i'_{dv} fiind parametru, se determină pornind de la relația (3.6), în care se introduce valoarea defazajului optim. Variația curentului i_d are loc tot după o elipsă deformată, gradul deformației fiind funcție de valoarea amplitudinii considerate.

Modificarea amplitudinii determină rotirea curbelor în jurul unui punct deasemenea fix, corespunzător valorilor medii ale curentului i_d și unghiului intern δ, sensul de rotație fiind invers celui în care α_1 era parametru.

Variația amplitudinii conduce la modificarea în limite largi a curentului i_d. Pentru o anumită valoare a amplitudinii, considerată optimă, oscilațiile curentului i_d devin minime.

Orice valoare a amplitudinii sub valoarea optimă determină un regim subcompensat, după cum orice valoarea depășind pe cea optimă determină un regim supracompensat.

Influența amplitudinii asupra curentului total i este ilustrată în figura 4, în care sînt prezentate curbele de variație a curentului total funcție de unghiul intern pentru diferite valori ale parametrului i'_{dvM}.

Curbele *1* și *2* corespund regimului subcompensat, curba *1* reprezentînd cazul limită pentru care $i'_{dvM} = 0$, curbele *4* și *5* aparțin regimului supracompensat, iar curba *3* regimului de oscilații minime. Rezultă că schimbarea amplitudinii la defazaj optim determină modificarea substanțială a limitelor de variație a curentului absorbit. Dacă în regimul necom-

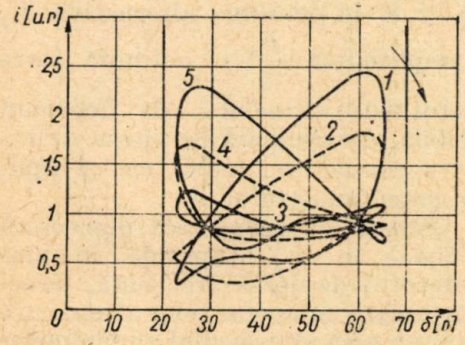


Fig. 4. — Variația curentului total funcție de unghiul intern în regim compensat pentru diferite valori ale amplitudinii componentei variabile artificiale.

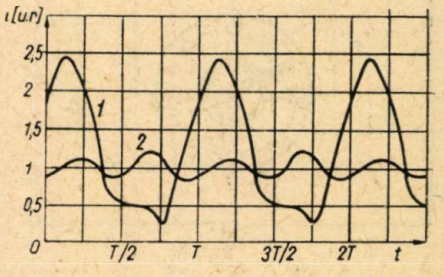


Fig. 5. — Variația curentului total funcție de timp în cazul regimului necompensat (*1*) și în cel cu compensație optimă (*2*).

pensat aceste limite erau între 0,25 și 2,4, în regim optim calculat, limitele devin 0,82 și 1,2.

Variația în timp a curentului total absorbit în regim necompensat, curba *1*, și variația sa în regim de compensație optimă, curba *2*, pentru δ_0 și δ_1 constante, este prezentată în figura *5*.

Modificarea limitelor de variație a curentului din indus în regimul de pendulații prin metoda compensării în axa longitudinală este evidentă.

3.7. Problema amortizării totale a oscilațiilor curentului absorbit este lipsită de interes și practic nu se poate pune. Amortizarea componentei alternative a curentului i_a și a armonicilor curentului i_{av} ar fi legată de dificultăți, pentru învingerea cărora eforturile depuse n-ar fi justificate. Luînd în considerare numai fundamentala curentului i_{av} în vederea amortizării oscilațiilor, determinarea analitică și experimentală a compensării se simplifică radical.

4. DETERMINĂRI EXPERIMENTALE

4.1. Încercările experimentale efectuate cu o mașină sincronă în vederea urmăririi comportării sale în regim de sarcină variabilă periodic în condiții de laborator a necesitat punerea la punct a unei baze experimentale adecvate.

A fost realizat în acest scop un dispozitiv special pentru măsurarea și înregistrarea unghiului intern al mașinii sincrone în orice regim dinamic de funcționare al acesteia, bazat pe principiul traducerii valorii momentane a unghiului intern într-o tensiune continuă proporțională, citită la un aparat corespunzător sau oscilografiată.

Pentru crearea cuplului rezistent variabil periodic și a unei excitații pulsatorii a fost realizat un generator de funcții de joasă frecvență, prezentat în figura 6, funcționînd pe principiul transformării tensiunii continue U_1 aplicată unui grup de patru rezistențe R_1, R_2, R_3, R_4 în punctele a și b, în tensiune alternativă U_2 de amplitudine $\frac{U_1}{2}$, obținută între punctul 0 (0′) și inelul i, de frecvență variabilă, determinată de viteza de rotație a contactului mobil cm și aplicată potențiometrului P.

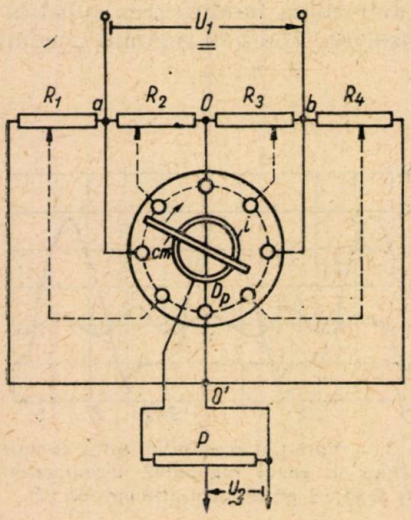


Fig. 6. — Generatorul de funcții de joasă frecvență.

Schema experimentală, prezentată principial în [6], cuprinde în plus generatorul de joasă frecvență, necesar generării componentelor alternative introduse prin intermediul amplidinelor în excitațiile mașinii de curent continuu și motorului sincron în vederea modelării cuplului rezistent și tensiunii de excitație pulsatorie.

În timpul încercărilor s-au oscilografiat: curentul, puterea activă absorbită, unghiul intern, curentul de excitație și puterea debitată de generatorul de curent continuu antrenat de motorul sincron.

4.2. În oscilograma din figura 7 *a*, se prezintă modul de variație a curentului, unghiului intern și puterii active în regim de sarcină variabilă periodic fără compensarea curentului în axa longitudinală, iar în figura 7*b*, curentul din indus și din circuitul de excitație la același regim.

Cu parametrii acestui regim s-a calculat exemplul numeric de la punctul 2.2 și s-a prezentat modul de variație a curentului total și a componentelor sale.

Pentru compararea rezultatelor obținute, în figura 8 se prezintă variația curentului total funcție de timp, $i = f(t)$, determinată anali-

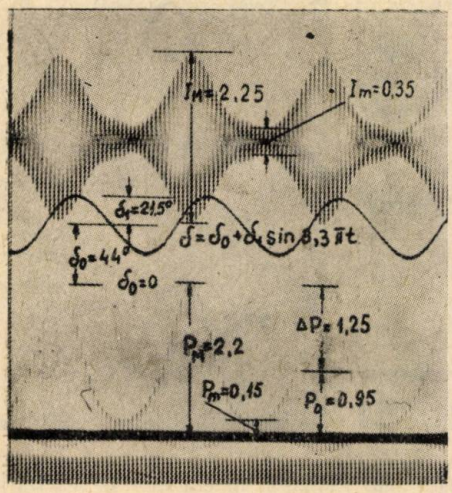


Fig. 7*a*. — Oscilograma curentului, unghiului intern și puterii active în regim de pendulații neamortizate la f_p = 1,65 Hz.

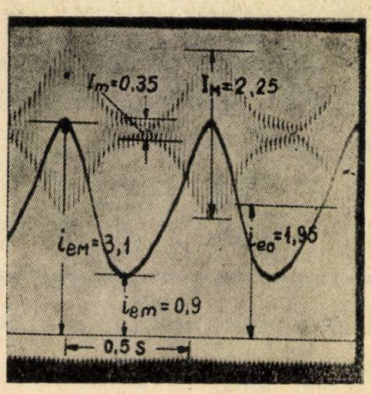


Fig. 7*b*. — Oscilograma curentului în indus și în circuitul de excitație în regim de pendulații neamortizate la f_p = 1,65 Hz.

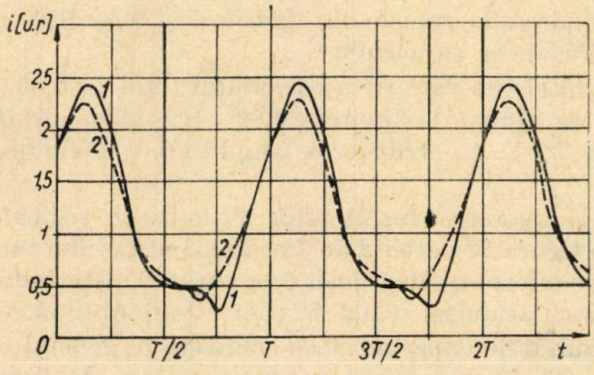


Fig. 8. — Variația în tip a curentului total în regim necompensat determinată analitic (*1*) și experimental (*2*).

tic, curba *1* și experimental, curba *2*. Rezultă o bună concordanță atît în ceea ce privește forma, cît și limitele de variație, între 0,25 și 2,4 pentru exemplul calculat și 0,35 și 2,25 pentru cel experimentat.

În figura 9 *a* se prezintă oscilograma curentului total, unghiului intern și puterii active în regim de pendulații ale roții polare cu compensarea componentei alternative a curentului i_d, iar în figura 9*b* oscilograma tensiunii generate de (G.J.F) pentru producerea componentei alternative

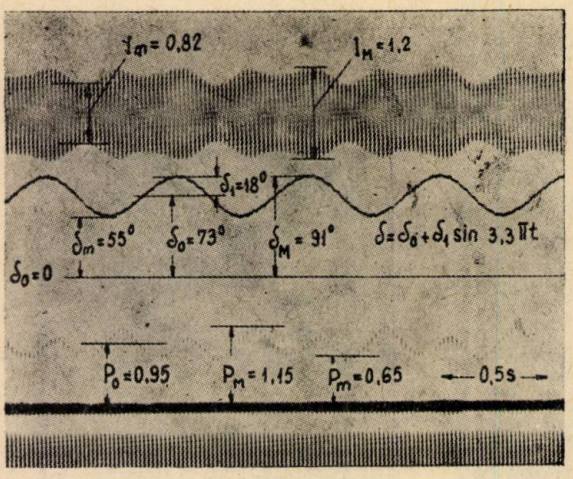


Fig. 9*a*. — Oscilograma curentului, unghiului intern și puterii active în regimul de pendulații cu compensarea curentului în axa longitudinală la f_p = 1,65 Hz.

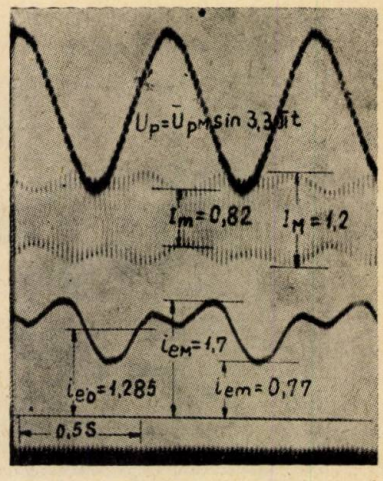


Fig. 9*b*. — Oscilograma curentului în indus și în circuitul de excitație în regimul de pendulații cu compensarea curentului în axa longitudinală la f_p = 1,65 Hz.

a t.e.m. E_d, curentul prin indus și curentul de excitație a mașinii sincrone la același regim.

Comparînd oscilogramele din figurile 7 și 9 rezultă eficacitatea componentei artificiale a curentului i_d.

De la limitele de variație a curentului total de 0,35 și 2,25 în regim necompensat se ajunge la limitele 0,82 —1,2, adică de la o variație de 1,9 U. r. la 0,38 U. r., reducerea amplitudinii făcîndu-se în raportul 1,9/0,38 = 5.

Pentru compararea rezultatelor obținute în regim de compensație se prezintă în figura 10 curba *2* de variație a curentului total, determinată experimental conform oscilogramei 9 și curba *1*, determinată analitic, utilizînd parametrii aceluiași regim de compensare optimă.

4.3. Rezultatele experimentale confirmă în general calculul analitic, așa cum reiese din exemplele prezentate anterior și din comparațiile făcute. Prezența unor abateri este justificată avînd în vedere unele simplificări introduse în calculul analitic, menționate în capitolele anterioare.

4.4. O importanță deosebită pentru calculul acestor regimuri o prezintă determinarea parametrilor interni ai mașinii sincrone.

Metoda folosită, a răspunsului tranzitoriu în curent și tensiune după cele două axe ale mașinii la variația în treaptă unitară a tensiunii de ali-

mentare, expusă pe larg în [6], a condus la obținerea expresiilor reactanțelor operaționale (2.10) și (2.11), prezentate în 2.

Pe baza acestor expresii au fost determinați parametrii utilizați în exemplele de calcul anterioare.

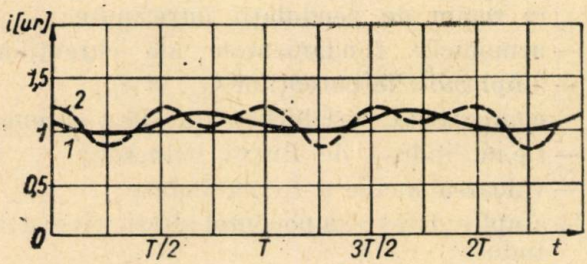


Fig. 10. — Curbele de variație a curentului din indus în regim de oscilații cu compensarea curentului în axa longitudinală, determinate analitic (*1*) și experimental (*2*).

4.5. Mașina sincronă experimentată, avînd parametrii $P = 24\,kW$, $\cos \varphi = 1$, $U = 380/220$ V, corespunde parțial ipotezelor de calcul acceptate, avînd tensiunea magnetică distribuită sinusoidal prin realizarea unui bobinaj trifazat simetric în vederea producerii de tensiuni sinusoidale.

5. ÎNCHEIERE

Metoda utilizată pentru compensarea oscilațiilor curentului absorbit la funcționarea motorului sincron în regim de sarcină variabilă periodic cu periodicitate constantă dă rezultate favorabile, limitele de variație a curentului reducîndu-se într-o măsură însemnată.

Valoarea minimă a oscilațiilor în regim de compensație are loc în condițiile determinării unei amplitudini și defazaj optim a componentei variabile artificiale a curentului față de unghiul intern al mașinii sau o amplitudine și defazaj optim a componentei alternative a tensiunii de excitație față de curba cuplului rezistent. Este necesar deci ca în instalațiile experimentale sau în cazurile de aplicare practică concretă a acestei metode să existe posibilitatea reglării convenabile a celor doi parametri.

Diminuarea efectului perturbator a cărui cauză nu poate fi înlăturată, utilizarea agregatelor cu cuplu variabil periodic fiind impusă de unele procese tehnologice sau ramuri de producție, prezintă reale avantaje pentru întregul sistem și ceilalți consumatori cuplați în paralel, a căror stabilitate în funcționare este în mare măsură determinată de prezența unei tensiuni de alimentare constantă.

NOTAȚII

i_d, i_q — componentele curentului total în indusul mașinii sincrone după axele longitudinală și transversală;

i_{dv}, i_{qv} — componentele variabile naturale ale curenților i_d și i_q în regim de pendulații întreținute;

i_{1dv}, i_{1qv}, — armonicile fundamentale ale curenților i_{dv} și i_{qv};

i_{1dvM}, i_{1qvM} — amplitudinile curenților i_{1dv} și i_{1qv};

i'_{dv} — componenta variabilă artificială a curentului i_d;

E_d — t.e.m. indusă de fluxul inductor;

E_0 — valoarea medie a t.e.m. induse;

E_1 — amplitudinea componentei alternative artificiale a t.e.m. induse;

δ — unghiul intern al mașinii sincrone;

δ_0 — valoarea medie a unghiului intern;

δ_1 — amplitudinea componentei alternative a unghiului intern;

J_0, J_1, J_2 — funcțiile Bessel de speța I, de argument δ_1;

Ω_p — pulsația de pendulare a rotorului;

Ω_r — pulsația de pendulare raportată la pulsația sincronă;

X_d, X_q — reactanțele sincrone, longitudinală și transversală;

$X_d(p)$ $X_q(p)$ — reactanțele operaționale în regim staționar în axele longitudinală și transversală;

$X_{d,\nu}$, $X_{q,\nu}$ — reactanțele operaționale în regim staționar corespunzătoare armonicilor de ordinul ν ale curenților;

φ_ν — defazajul reactanței operaționale $X_{d,\nu}$ în regim staționar față de axa reală;

Ψ_ν — defazajul reactanței operaționale $X_{q,\nu}$ în regim staționar față de axa reală;

γ_1 — defazajul componentei alternative artificiale a t.e.m. induse față de unghiul intern;

α_1 — defazajul curentului i'_{dv} față de unghiul intern.

Primit la redacție la 28.XII.1966.

BIBLIOGRAFIE

1. Th. Laible, *Le service en parallèle des machines synchrones à couple moteur irrégulier*, Bul. Oerlikon, *311*, 45–58 (1955).
2. R. P. Park, *Two reaction theories of synchronous machines*, T.A.I.E.E., *48*, 716 (1929).
3. Е. Я. Казовский, *Переходные процессы в электрических машинах переменного тока*, Москва-Ленинград, Издательство Академии наук СССР, 1962.
4. C. V. Bălă, *Cu privire la impedanța de pendulare a mașinii sincrone*, St. cerc. energ., **XI**, *3*, 567–579 (1961).
5. V. N. Nedelcu, *Influența pendulării rotorului mașinii sincrone cu poli aparenți asupra curentului statorului*, Comunicările Academiei, **VI**, *7*, 863–870 (1956).

6. C. V. BĂLĂ, P. OPRIȘAN, *Oscilațiile sinusoidale întreținute ale mașinii sincrone cuplate la bare de putere infinită*, St. cerc. energ. electr., **16**, *3*, 560—575 (1966).
7. И. Д. УРУСОВ, *Линейная теория колебаний синхронной машины*, Москва-Ленинград, Издательство Академии наук СССР, 1960.
8. M. BÎRGĂUANU, D. CREȚU, P. OPRIȘAN, *Contribuții la studiul reanclașării motorului sincron de antrenare a compresoarelor cu piston*, St. cerc. energ. electr., **15**, *4*, 841—842 (1965).
9. R. RICHTER, *Mașini electrice*, vol. II, *Mașina sincronă*, București, Edit, tehnică, 1960.
10. H. FISCHER, R. PENSELER, V. RUMPEL, *Einsteuerung der Polradstellung bei SynchronKompressor Motoren unter Last*, ETZ-A, **85**, *4*, 65—71 (1964).

CONTRIBUȚII LA STUDIUL FUNCȚIONĂRII OSCILOMOTORULUI BIFAZAT SINCRON [1])

DE

CAROL SAAL

621.313.823.5

Se stabilesc ecuațiile de funcționare ale oscilomotorului bifazat reactiv, în ipoteza unui regim de funcționare rezistiv vîscos. Se integrează aproximativ sistemul de ecuații; neglijarea rezistențelor bobinelor duce la verificarea prezenței unei armonici de ordinul trei în curenții bobinelor de fază ale motorului.

Teoria simplificată a oscilomotorului bifazat, în regimul de funcționare rezistiv vîscos, permite aprecierea factorului de putere optim.

Se exprimă și unele considerente de ordin energetic legate de puterea mecanică dezvoltată de motor.

Primele preocupări în domeniul oscilomotoarelor se situează pe la sfîrșitul secolului al XIX-lea, P. Boucherot ocupîndu-se de unele motoare oscilante liniare sincrone, denumite de el *caposcilla* și *motoscilla* [1], [2], ele putînd funcționa chiar capacitiv. Alte motoare sincrone au fost dezvoltate ulterior de către A. Moskvitin [3], prof. dr. docent M. Marinescu, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România, care a inventat și a dezvoltat motoarele cu histerezis electromecanic [4] — [5], prof. dr. E. R. Laithwaite [16] —[18] și alții [19], [22]. Literatura de specialitate consemnează preocupări relativ recente și în domeniul motoarelor liniare de inducție, oscilante sau de tip progresiv, folosite în diverse domenii, citate în [23], [25].

În lucrarea [20] s-a prezentat de către M. Cristea un oscilomotor bifazat reactiv, schițat în figura 1*a*, iar în [21] s-a studiat ecuația de mișcare a armăturii oscilomotorului menționat, în ipoteza unor bobine de fază inegale și a unor forțe active longitudinale proporționale cu pătratul inducției magnetice cu frecare vîscoasă.

[1]) Excepție fac primele motoare electrice care au o mișcare rectilinie alternativă (de exemplu motorul Bourbouze).

Cum în lucrarea [21] nu se studiase şi nici nu se stabilise ansamblul ecuaţiilor de funcţionare ale motorului, în lucrarea de faţă se caută stabilirea acestor ecuaţii, cu premisele de calcul de mai jos, rezolvarea lor şi elaborarea unei teorii simplificate a oscilomotorului bifazat cu bobine egale de fază, desenat în figura 1*b*. Principiul de funcţionare în ambele variante

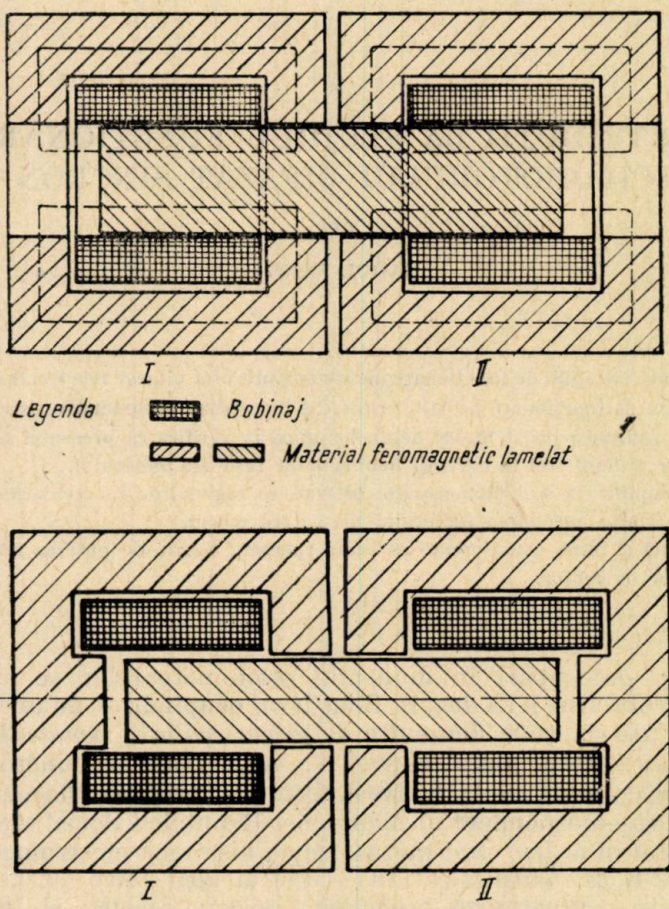


Fig. 1. — *Oscilomotor bifazat reactiv*: 1*a* — varianta constructivă [20]; 1*b* — variantă constructivă propusă.

constructive este acelaşi: bobinele de fază alimentîndu-se cu tensiuni sinusoidale defazate cu $\frac{\pi}{2}$ rad, cîmpurile magnetice asociate curenţilor din cele două bobine fac ca armătura feromagnetică comună să se deplaseze sub influenţa forţelor de natură magnetică. Deplasarea armăturii se va datori neomogenităţii cîmpului magnetic produs, deoarece, cînd cîmpul magnetic produs de o bobină este maxim, celălalt cîmp produs de cealaltă bobină este nul; consecinţa va fi mişcarea alternativă a armăturii.

Se constată deci că motorul prezentat este în fond un ansamblu de doi electromagneți cu plonjor, avînd armătura comună și bobinele de excitație alimentate cu tensiuni sinusoidale, defazate cu $\frac{2}{\pi}$ rad. Varianta constructivă *b* (fig. 1) prezintă avantajul eliminării fenomenelor de saturație magnetică în funcționarea motorului. Armătura poate fi cilindrică sau paralelipipedică, ultima formă fiind mai ușor de asamblat din table; la frecvențe scăzute de funcționare, armătura poate fi masivă, cu crestături longitudinale pentru micșorarea curenților turbionari.

1. STABILIREA ECUAȚIILOR DE FUNCȚIONARE ALE OSCILOMOTORULUI

1.1. *Premise de calcul.* Se va presupune că bobinele de fază sînt identice, cu același număr w de spire și aceeași rezistență activă R. Se vor neglija căderile de tensiune magnetică în fier, curenții turbionari și histerezisul magnetic. La frecvențele de 10—50 Hz și armătură lamelată, aceste premise sînt apropiate de fenomenele reale, circuitul magnetic fiind construit și el din table.

În teoria simplificată a motorului, fluxul de dispersie va fi socotit neglijabil, avînd în vedere cursele mici ale armăturii, care va fi parcursă de marea majoritate a liniilor de cîmp magnetic.

Ecuația de mișcare a armăturii se va scrie în ipoteza unei forțe rezistive de natura unei frecări vîscoase.

Premisele admise se folosesc în literatură în studiul dinamic al electromagneților [24] sau al mașinilor liniare [3]. în teoria lor simplificată.

1.2. *Determinarea forței ce se exercită longitudinal asupra armăturii.* Cu premisele de calcul menționate, circuitul magnetic echivalent al primei bobine va fi acela din figura 2, în care wi_1 este tensiunea magnetomotoare, Λ_{1x} permeanța magnetică a întrefierului util (cel din stînga armăturii, fig. 1 *b*), iar Λ_a permeanța întrefierului transversal parazit. Pentru cea de-a doua bobină vor apărea în circuitul magnetic mărimi similare, care vor fi afectate de indicele 2.

Permeanțele totale ale primului și ale celui de-al doilea circuit magnetic, corespunzătoare bobinelor de fază, vor fi

$$\Lambda_1 = \frac{\Lambda_{1x}\Lambda_a}{\Lambda_{1x}+\Lambda_a} \; ; \; \Lambda_2 = \frac{\Lambda_{2x}\Lambda_a}{\Lambda_{1x}+\Lambda_a}, \quad (1)$$

fluxurile magnetice fasciculare Φ_1 și Φ_2 din cele două circuite magnetice fiind

$$\Phi_1 = wi_1\Lambda_1 \quad ; \quad \Phi_2 = wi_2\Lambda_2. \quad (2)$$

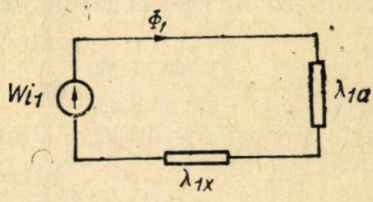


Fig. 2. — Circuitul magnetic echivalent primei bobine.

Forțele instantanee f_1 și f_2, produse de curenții i_1, i_2 din cele două bobine, vor fi date în modul de relațiile

$$f_1 = \frac{1}{2}(wi_1)^2\left|\frac{d\Lambda_1}{dx}\right| \; ; \; f_2 = \frac{1}{2}(wi_2)^2\left|\frac{d\Lambda_2}{dx}\right|, \quad (3)$$

x fiind deplasarea armăturii față de poziția de permeanță medie, caracterizată de lungimea comună l_0 a unei linii medii de cîmp în întrefierele utile longitudinale.

Deoarece

$$\Lambda_{1x} = \frac{\mu_0 S}{l_0 + x} \quad ; \quad \Lambda_{2x} = \frac{\mu_0 S}{l_0 - x}, \tag{4}$$

se deduce

$$f_1 = \frac{1}{2}(wi_1)^2 k_{1a}^2 \frac{\Lambda_{1x}^2}{\mu_0 S} = \frac{\Phi_1^2}{2\mu_0 S}, \tag{5}$$

$$f_2 = \frac{1}{2}(wi_2)^2 k_{2a}^2 \frac{\Lambda_{2x}^2}{\mu_0 S} = \frac{\Phi_2^2}{2\mu_0 S}, \tag{5'}$$

μ_0 fiind constanta magnetică, S suprafaţa transversală în secţiune a armăturii, iar k_{1a} şi k_{2a}, coeficienţi ce ţin seama de influenţa întrefierelor transversale parazite, au expresia

$$k_{1a} = \frac{\Lambda_a}{\Lambda_a + \Lambda_{1x}} \quad ; \quad k_{2a} = \frac{\Lambda_a}{\Lambda_a + \Lambda_{2x}}, \tag{6}$$

avînd în vedere acelaşi întrefier transversal. În relaţiile (5), (5'), fluxurile magnetice fasciculare din cele două circuite magnetice au expresiile

$$\Phi_1 = k_{1a}(wi_1)\Lambda_{1x} \quad , \quad \Phi_2 = k_{2a}(wi_2)\Lambda_{2x}. \tag{2'}$$

Forţa rezultantă activă care va acţiona longitudinal asupra armăturii va fi

$$\bar{f} = \bar{f}_1 + \bar{f}_2 = (f_2 - f_1))\,\bar{i},$$

$\bar{i}$ fiind versorul semiaxei pozitive a x-lor, dirijat în sensul lui $\bar{f}_2$. Avînd în vedere relaţiile (5) şi (5'), se obţine

$$f = f_2 - f_1 = \frac{\Phi_2^2 - \Phi_1^2}{2\mu_0 S}. \tag{7}$$

Se observă că, cu premisele de calcul admise, forţa rezultantă ce acţionează asupra armăturii este o forţă de tip Maxwell.

1.3. *Ecuaţiile de funcţionare ale motorului.* Teorema a doua a lui Kirchhoff va furniza ecuaţiile de echilibru electric pentru cele două bobine :

$$R_{i1} + w\frac{\mathrm{d}\Phi_1}{\mathrm{d}t} = u_1 \quad ; \quad R_{i2} + w\frac{\mathrm{d}\Phi_2}{\mathrm{d}t} = u_2. \tag{8}$$

Ecuaţia de mişcare a armăturii va fi

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \beta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\Phi_2^2 - \Phi_1^2}{2\mu_0 S}, \tag{9}$$

m fiind masa armăturii, iar β factorul de frecare vîscoasă.

Curenţii instantanei din cele două bobine se obţin din (2), cu considerarea relaţiilor (4) :

$$i_1 = \frac{\Phi_1(l_0 + x)}{k_{1a}\mu_0 Sw} \quad ; \quad i_2 = \frac{\Phi_2(l_0 - x)}{k_{2a}\mu_0 Sw}. \tag{10}$$

Eliminînd curenții dintre ecuațiile (8) și (10), se obțin relațiile

$$w\frac{d\Phi_1}{dt}+\frac{l_0 R}{k_{1a}\mu_0 Sw^2}\Phi_1+\frac{R}{k_{1a}\mu_0 Sw}\Phi_1 x=u_1, \tag{11}$$

$$w\frac{d\Phi_2}{dt}+\frac{l_0 R}{k_{2a}\mu_0 Sw^2}\Phi_2-\frac{R}{k_{1a}\mu_0 Sw}\Phi_2 x=u_2. \tag{12}$$

Cu observația că

$$k_{1a}=k_{2a}=k_a\simeq \text{const}<1, \tag{13}$$

ceea ce s-a arătat în anexa I, și avînd în vedere că tensiunile aplicate la bornele bobinelor de fază sînt

$$u_1=U\sqrt{2}\cos\omega t;\quad u_2=U\sqrt{2}\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=U\sqrt{2}\sin\omega t, \tag{14}$$

se obțin ecuațiile de funcționare ale motorului:

$$\frac{d\Phi_1}{dt}+bl_0\Phi_1+b\Phi_1 x=c\cdot\cos\omega t, \tag{15'}$$

$$\frac{d\Phi_2}{dt}+bl_0\Phi_2-b\Phi_2 x=c\cdot\sin\omega t, \tag{15''}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+r\frac{dx}{dt}=n\left(\Phi_2^2-\Phi_1^2\right), \tag{15'''}$$

în care s-au introdus notațiile

$$b=\frac{R}{k_a\mu_0 Sw^2};\quad c=\frac{U\sqrt{2}}{w};\quad n=\frac{1}{2m\mu_0 S};\quad r=\frac{\beta}{m}. \tag{16}$$

Curenții instantanei i_1 și i_2 din bobinele de fază ale motorului dați de ecuațiile (10), capătă forma

$$i_1=\frac{w}{R}b(l_0+x)\Phi_1\quad;\quad i_2=\frac{w}{R}b(l_0-x)\Phi_2. \tag{17}$$

Sistemul de ecuații (15), completat cu ecuațiile (17), permite examinarea comportării motorului în ipoteza unei funcționări cu sarcină rezistivă vîscoasă în funcție de fluxurile Φ_1 și Φ_2 și deplasarea x. Examinarea sistemului (15) arată că el nu poate fi integrat exact pe cale analitică din cauza produselor $\Phi_1 x$ și $\Phi_2 x$.

2. REZOLVAREA ECUAȚIILOR DE FUNCȚIONARE A MOTORULUI

Rezolvarea aproximativă a ecuațiilor de funcționare a motorului se va putea face cu sau fără considerarea rezistențelor active ale bobinelor. În primul caz se va recurge la rezolvarea aproximativă prin serii de puteri (anexa II). Neglijarea rezistențelor permite integrarea ușoară a ecuațiilor

(15), cum se va vedea mai jos. De remarcat faptul că, dacă se consideră rezistențele nenule, studierea comportării oscilomotorului prezintă dificultăți importante, chiar în ipotezele de calcul simplificatoare admise inițial.

2.1. *Rezolvarea aproximativă prin neglijarea rezistențelor.* Făcînd $R = 0$, ecuațiile de funcționare (15) devin

$$\frac{d\Phi_1}{dt} = c \cdot \cos \omega t \; ; \; \frac{d\Phi_2}{dt} = c \cdot \sin \omega t \; ; \; \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} = n(\Phi_2^2 - \Phi_1^2). \tag{18}$$

Curenții sînt dați de relațiile (17), care se pot scrie și sub forma

$$i_1 = g(l_0 + x)\Phi_1 \quad ; \quad i_2 = g(l_0 - x)\Phi_2, \text{ unde } g = \frac{1}{k_0 \mu_0 Sw}. \tag{17'}$$

Din sistemul de ecuații (18) se deduce imediat

$$\Phi_1 = \frac{c \cdot \sin \omega t}{\omega}, \quad \Phi_2 = -\frac{c \cdot \cos \omega t}{\omega}, \tag{19}$$

cu care ecuația de mișcare ia forma

$$\frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} = \frac{nc^2}{\omega^2} \cos 2\omega t = F'_m \cos 2\omega t. \tag{20}$$

Aceasta arată că forța instantanee care acționează asupra armăturii datorită eforturilor electromagnetice are amplitudinea

$$F_m = \frac{c^2 mn}{\omega^2} = \frac{U^2}{\mu_0 S \omega^2 w^2} = mF'_m, \tag{20'}$$

fiind o funcție armonică de pulsație dublă față de pulsația tensiunilor de alimentare. Ecuația de mișcare (20) are transformata Laplace, cu condițiile inițiale $x(0) = 0$, $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{x=0} = v(0) = 0$,

$$p^2 X(p) + rpX(p) = \frac{pF'_m}{p^2 + 4\omega^2}, \tag{21}$$

de unde

$$X(p) = \frac{F'_m}{(r + p)(p^2 + 4\omega^2)}. \tag{22}$$

Funcția originală x căutată va da legea de variație a armăturii față de poziția inițială, corespunzătoare permeanței medii utile în circuitele magnetice ale ambelor bobine. Se obține

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{F'_m}{\sqrt{r^2 + 4\omega^2}} \left[\frac{e^{-rt}}{\sqrt{r^2 + 4\omega^2}} + \frac{\sin(2\omega t - \alpha)}{2\omega} \right] = \\ &= \frac{F'_m}{\sqrt{r^2 + 4\omega^2}} \left[\frac{\cos \alpha}{r} e^{-rt} + \frac{\sin(2\omega t - \alpha)}{2\omega} \right], \end{aligned} \tag{23}$$

unde

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{2\omega}{r} = \operatorname{arctg} \frac{2\omega m}{\beta}. \tag{24}$$

Soluția de regim permanent $\left(t \geqslant \frac{4}{r}\right)$ va fi

$$x_p = \frac{F'_m}{2\omega \sqrt{r^2 + 4\omega^2}} \sin(2\omega t - \alpha) = X_m \sin(2\omega t - \alpha), \tag{25}$$

amplitudinea mișcării armăturii fiind

$$X_m = \frac{F'_m}{2\omega \sqrt{r^2 + 4\omega^2}} = \frac{F'_m \cos\alpha}{2\omega r}. \tag{26}$$

Expresiile generale ale curenților, date de relațiile (17′), capătă forma

$$i_1 = \frac{gl_0\, c \cdot \sin\omega t}{\omega} + \frac{cg F'_m \sin\omega t}{\omega \sqrt{r^2 + 4\omega^2}} \left[\frac{\cos\alpha}{r} e^{-rt} + \frac{\sin(2\omega t - \alpha)}{2\omega}\right], \tag{27}$$

$$i_2 = -\frac{gl_0\, c \cdot \cos\omega t}{\omega} + \frac{cg F'_m \cos\omega t}{\omega \sqrt{r^2 + 4\omega^2}} \left[\frac{\cos\alpha}{r} e^{-rt} + \frac{\sin(2\omega t - \alpha)}{2\omega}\right]. \tag{28}$$

Introducînd notațiile

$$a = \frac{\omega}{cl_0 g} = \frac{w^2 k_a \mu_0 S}{\sqrt{2}\, U l_0}, \quad A = \frac{X_m}{l_0} = \frac{F'_m}{2\omega l_0 \sqrt{r^2 + 4\omega^2}}, \tag{29}$$

curenții de regim permanent vor fi

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{1}{a}[\sin\omega t + A \sin\omega t \cdot \sin(2\omega t - \alpha)]. \\ i_2 &= \frac{1}{a}[-\cos\omega t + A \cos\omega t \cdot \sin(2\omega t - \alpha)]. \end{aligned} \tag{30′}$$

După transformări elementare, acești curenți pot fi scriși :

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{1}{a}\left[\sin\omega t + \frac{1}{2} A \cos(\omega t - \alpha) - \frac{1}{2} A \cos(3\omega t - \alpha)\right], \\ i_2 &= \frac{1}{a}\left[-\cos\omega t + \frac{1}{2} A \sin(\omega t - \alpha) + \frac{1}{2} A \sin(3\omega t - \alpha)\right]. \end{aligned} \tag{30″}$$

Relațiile anterioare arată prezența unei armonici de ordinul trei în componența curenților.

Din examinarea relației (30″), care pune în evidență deformarea curentului din prima bobină față de o funcție sinusoidală de pulsație ω, se observă că i_{1f}, componenta fundamentală, este dată de relația

$$i_{1f} = \frac{\sin\omega t}{a} + \frac{1}{2}\frac{A}{a} \cos(\omega t - \alpha), \tag{31}$$

a cărei imagine în complex simplificat, folosindu-se forma în sinus, este

$$\underline{I}_{1f} = \frac{1}{a\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\frac{A}{a}\cdot\frac{e^{j\left(\frac{1}{2}\pi - \alpha\right)}}{\sqrt{2}}, \tag{31'}$$

relaţie care va fi utilizată ulterior în teoria simplificată a maşinii.

3. TEORIA SIMPLIFICATĂ A OSCILOMOTORULUI BIFAZAT CU SARCINĂ REZISTIVĂ VÎSCOASĂ

Examinînd relaţia ($30_1''$), se observă că componenta fundamentală a curentului în regim permanent în bobina de fază I, redată în complex simplificat în relaţia (31'), se compune din

$$\underline{I}_r = \frac{1}{a\sqrt{2}}, \tag{32}$$

care nu depinde de amplitudinea X_m a deplasării armăturii, şi din

$$\underline{I}_m = \frac{A}{2a}\cdot\frac{e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}}{\sqrt{2}} = \frac{X_m}{2al_0}\frac{e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}}{\sqrt{2}}, \tag{33}$$

care depinde de amplitudinea X_m a deplasării armăturii. Interpretarea fizică a acestor două componente $\underline{I}_r$ şi $\underline{I}_m$ devine evidentă din considerarea variaţiei lor în funcţie de X_m. Dacă $X_m = 0, \underline{I}_{1f} = \underline{I}_r$, $\underline{I}_r$ va fi deci imaginea curentului pe care l-ar absorbi bobina I în absenţa mişcării armăturii, într-o poziţie de permeanţă medie a întrefierului util, deoarece armonica de ordinul trei se anulează pentru $X_m = 0$. Aşadar, $\underline{I}_r$ va fi imaginea *curentului de repaus*, trebuind să fie defazat cu $1/2\ \pi$ rad în urma tensiunii aplicate la bornele primei bobine, în ipotezele de calcul menţionate anterior.

În ce priveşte $\underline{I}_m$, aceasta va fi în condiţiile neglijării armonicii de ordinul trei, imaginea *componentei de mişcare* a curentului. Eroarea comisă prin neglijarea acestei armonici va fi studiată ulterior.

Dacă se consideră relaţia de fazori

$$\underline{I}_{1f} = \underline{I}_r + \underline{I}_m, \tag{34}$$

ea va conduce în planul complex, dacă se alege I_r ca origine de fază, la diagrama de fazori din figura 3. Extremitatea M a fazorului I_m se va deplasa pe un cerc dacă unghiul α variază, unghi impus de factorul de frecare vîscoasă β (de sarcină), de frecvenţă şi de masa armăturii. Din relaţia (24) rezultă că, pentru o anumită frecvenţă şi factor de frecare, punctul M se va găsi în punctul D_2 în cazul-limită de masă nulă a armăturii ($\alpha = 0$); dacă masa armăturii tinde spre infinit, $\alpha \to \frac{1}{2}\pi$ rad, M tinzînd către punctul D_1, mişcarea fiind imposibilă şi factorul de putere nul. Avîndu-se

în vedere aceste două cazuri-limită, motorul studiat va avea un punct de funcționare M ce se va găsi pe sfertul de cerc D_1D_2.

3.1. *Factorul de putere al motorului* Factorul de putere al motorului, care prezintă interes, va fi aproximat prin cos φ, unde φ semnifică unghiul de defazaj dintre $\underline{I}_{1f}$ și $\underline{U}_1$, ultima mărime fiind imaginea în complex a tensiunii aplicate la bornele bobinei întîi de fază. Din triunghiurile OMM'

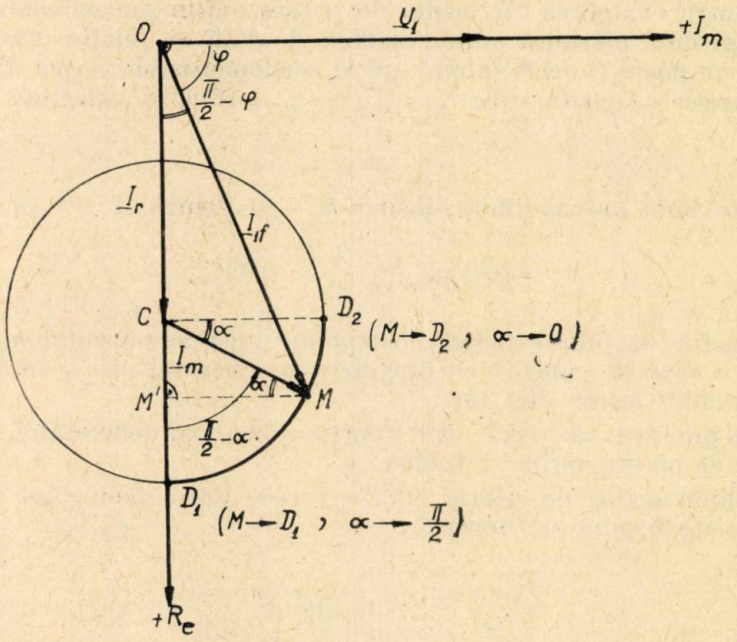


Fig. 3. — Diagrama de fazori a componentelor armonicii fundamentale a curentului din prima bobină.

și $M'MC$ (fig. 3), unde M' este proiecția pe axa reală a extremității M a fazorului I_m, se obțin relațiile

$$I_{1f}\cos\varphi = I_m\cos\alpha, \tag{35}$$
$$I_{1f}\sin\varphi = I_r + I_m\sin\alpha,$$

de unde

$$\cos\varphi = \frac{I_m\cos\alpha}{\sqrt{I_r^2 + I_m^2 + 2I_r I_m\sin\alpha}} = \frac{A\cdot\cos\alpha}{\sqrt{A^2 + 4A\sin\alpha + 4}}, \tag{36}$$

avînd în vedere și relațiile (32) și (33).

Pentru ca unghiul de defazaj să fie minim, trebuie ca punctul M să fie în D_2, segmentul CD_2 făcînd unghiul de $\pi/2$ rad în avans față de semiaxa pozitivă reală, adică $\alpha = 0$. *Factorul de putere optim se va obține pentru un unghi* α *nul adică pentru un defazaj de* $\pi/2$ *rad între deplasarea* x dată de relația (25) *și forța instantanee* f,

$$f = F_m\cos 2\omega t. \tag{37}$$

Rezultă

$$(\cos \varphi)_{opt} = (\cos \varphi)_{\alpha=0} = \frac{A}{\sqrt{A^2 + 4}}, \tag{38}$$

ceea ce arată că acest motor nu poate atinge un factor unitar de putere; factorul de putere optim va fi cu atît mai ridicat, cu cît A va fi mai mare

Pentru evaluarea factorului de putere optim sau oarecare, trebuie să se aprecieze mărimea adimensională A, dată de relația (29). Această mărime nu poate fi decît subunitară la oscilomotoarele ce pot fi construite, deoarece se poate scrie $l_0 = X_m + \varepsilon$, ε fiind o cantitate pozitivă. Așadar,

$$A \leqslant 1, \tag{39}$$

egalitatea fiind un caz-limită, pentru $\varepsilon \to 0$. Pentru $A = 1$ se obține

$$(\cos \varphi)_{opt} = \frac{1}{\sqrt{5}} = 0{,}447. \tag{40}$$

Acest factor de putere optim corespunde unei amplitudini în mișcarea armăturii care să coincidă cu lungimea întrefierului util l_0 într-o poziție de permeanță medie (fig. 1*b*).

În practică, $A \simeq 0{,}7$ —0,9. Pentru cazul mai defavorabil, $A = 0{,}7$, factorul de putere optim va fi 0,33.

Ținînd seama de relația (29), expresia (38) a factorului de putere optim poate fi pusă sub forma

$$(\cos \varphi)_{opt} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2l_0}{X_m}\right)^2 + 1}}. \tag{38'}$$

Se remarcă obținerea unor factori optimi cu atît mai mari, cu cît raportul l_0/X_m va fi mai mic, la limită 1.

Deoarece

$$X_m = \frac{V_m}{2\omega}, \tag{41}$$

V_m fiind amplitudinea vitezei armăturii, relația (38') poate fi scrisă și astfel :

$$(\cos \varphi)_{opt} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{4\omega l_0}{V_m}\right)^2 + 1}} \tag{38''}$$

care reliefează dependența factorului de putere optim față de parametrii l_0, V_m și pulsația rețelei de alimentare.

În legătură cu valoarea apreciată pentru factorul de putere optim, se constată că ea este apropiată de valorile factorilor de putere realizați de oscilomotoare reactive monofazate de alte tipuri, neprevăzute, cu o înfășurare de magnetizare suplimentară în curent continuu ; oscilomotoarele de tip Marinescu prezintă un factor de putere mai ridicat.

De observat că, dacă neglijarea căderii de tensiune magnetică prin fierul circuitului magnetic ar duce la un factor de putere mai mic față de cel calculat, considerarea pierderilor în fier și cupru, neluate în seamă în raționamentul expus, are un efect contrar. Se poate deci aprecia că relațiile deduse pentru factorul de putere vor fi apropiate de cele reale.

3.2. *Evaluarea erorii comise prin neglijarea armonicii de ordinul trei.* Pentru aprecierea erorii efectuate prin neglijarea armonicii de ordinul trei din componența curentului de fază se va calcula raportul k dintre valoarea efectivă a armonicii fundamentale I_{1f} și valoarea efectivă I_1 a curentului:

$$k = \frac{I_{1f}}{I_1} = \frac{I_{1f}}{\sqrt{I_{1f}^2 + I_3^2}}; \tag{42}$$

acest calcul va fi însoțit de calculul coeficientului de distorsiune a curentului [26, p. 299];

$$k_d = \frac{I_d}{I_1}, \tag{43}$$

unde I_d, reziduul deformant, este în cazul considerat

$$I_d = I_3 = \frac{A}{2\sqrt{2a}}, \tag{44}$$

valoarea efectivă I_3 a armonicii de ordinul trei care rezultă din relația $(30_1'')$, coincizînd cu reziduul deformant.

În ce privește I_1 acesta este

$$I_1 = \sqrt{I_{1f}^2 + I_3^2} = \frac{1}{a\sqrt{2}} \sqrt{1 + A \cdot \sin\alpha + \frac{1}{2} A^2}. \tag{45}$$

Rezultă

$$k = \sqrt{\frac{4 + A^2 + 4A \sin\alpha}{4 + 2A^2 + 4A \sin\alpha}} \tag{46}$$

și

$$k_d = \frac{A}{\sqrt{4 + 4A \sin\alpha + 2A^2}}. \tag{47}$$

Pentru calculul acestor mărimi adimensionale se va aprecia A ca fiind 0,7 —0,9 pe baza considerațiilor expuse anterior. În ce privește $\sin\alpha$, care poate lua valori cuprinse numai între 0 și 1, el are expresia

$$\sin\alpha = \frac{2\omega}{\sqrt{r^2 + 4\omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{\beta^2}{4\omega^2 m^2}}}. \tag{48}$$

Valorile mici ale lui $\sin\alpha$ se vor obține cu factori de frecare vîscoasă β ridicați pentru mase mici m ale armăturii, în cazul unei frecvențe constante,

impuse, a rețelei de alimentare. Valorile apropiate de unitate se vor atinge pentru β mic și m mare.

Făcînd calculele, rezultă pentru valori-limită ale lui $\sin\alpha$:

$$\begin{aligned} &A = 0{,}7,\ \sin\alpha = 0 \ ;\ k = 0{,}95,\ k_d = 0{,}32,\\ &A = 0{,}8,\ \sin\alpha = 0 \ ;\ k = 0{,}91,\ k_d = 0{,}35,\\ &A = 0{,}7,\ \sin\alpha = 1 \ ;\ k = 0{,}97,\ k_d = 0{,}25,\\ &A = 0{,}8,\ \sin\alpha = 1 \ ;\ k = 0{,}96,\ k_d = 0{,}28. \end{aligned} \tag{49}$$

Se observă cum k rămîne apropiat de unitate, influența lui $\sin\alpha$ fiind redusă, de ordinul a cîtorva procente, pentru întreaga gamă de valori pe care le poate lua; coeficientul de distorsiune este, totuși, destul de important.

4. ASPECTE ENERGETICE ÎN FUNCȚIONAREA MOTORULUI

În cazul tratat al bobinelor identice de fază, forța instantanee f, care acționează longitudinal asupra armăturii, la alimentarea bobinelor oscilomotorului cu un sistem bifazat simetric de tensiuni, are expresia (37), unde F_m este dată de relația (20′).

Legea de variație a deplasării armăturii în regim permanent este

$$x = X_m \sin(2\omega t - \alpha) = \frac{V_m}{2\omega} \sin(2\omega t - \alpha), \tag{50}$$

unghiul α fiind definit de relația (24). Lucrul mecanic A_c, calculat pe ciclul de deplasare al armăturii, va fi

$$A_c = 2\int_{-X_m}^{+X_m} f \cdot \mathrm{d}x = 2V_m F_m \int_{-\frac{T}{8}}^{\frac{T}{8}} \cos\omega t \cdot \cos(2\omega t - \alpha)\,\mathrm{d}t,$$

deoarece $\mathrm{d}x = V_m \cos(2\omega t - \alpha)\mathrm{d}t$. Efectuînd calculul, rezultă

$$A_c = \frac{1}{4} V_m F_m T \cdot \cos\alpha, \tag{51}$$

T fiind perioada tensiunilor aplicate la bornele fazelor statorului.

Puterea mecanică furnizată de motor prin deplasarea armăturii va fi

$$P_m = \frac{2A_c}{T} = \frac{1}{2} F_m V_m \cos\alpha, \tag{52}$$

avînd în vedere că frecvența deplasării x este dublă față de frecvența rețelei.

Dacă F este valoarea efectivă a forței instantanee, care acționează în sensul longitudinal asupra armăturii sub influența eforturilor de natură electromagnetică, iar V valoarea efectivă a vitezei armăturii, se remarcă posibilitatea scrierii relației (52) sub forma:

$$P_m = FV\cos\alpha = FV\frac{\beta}{\sqrt{4\omega^2 m^2 + \beta^2}}. \tag{52′}$$

Puterea mecanică poate fi exprimată și în funcție de cursa l a armăturii, $l_m = 2X_m$. Deoarece $V_m/2\omega = X_m$, rezultă

$$P_m = \frac{1}{2} F_m l\omega \cos \alpha. \tag{52''}$$

Forța medie se deduce din lucrul mecanic calculat pe jumătate de ciclu al deplasării armăturii:

$$\widetilde{F} \cdot l = \frac{1}{2} A_c,$$

de unde

$$\widetilde{F} = \frac{F_m V_m}{8 l f_1}, \tag{53}$$

frecvența f_1 a rețelei de alimentare fiind inversa lui T. Știind că $V_m = l\omega = 2\pi f_1 l$, forța medie $\widetilde{F}$ devine

$$\widetilde{F} = \frac{\pi F_m}{4} \cos \alpha. \tag{53'}$$

Aceasta arată că, la motorul studiat, raportul dintre amplitudinea forței electromagnetice F_m și valoarea sa medie $\widetilde{F}$ este

$$\frac{F_m}{\widetilde{F}} = \frac{4}{\pi \cos \alpha} = \frac{1{,}27}{\cos \alpha}. \tag{54}$$

În fine, puterea activă absorbită de la rețea fiind notată cu P, iar randamentul motorului fiind η, va trebui ca din egalitatea $P_m = P\eta$ să rezulte expresia cursei:

$$l = \frac{P\eta}{\pi f_1 F_m \cos \alpha}. \tag{55}$$

5. CONCLUZII

Cu premisele de calcul expuse în 1.1, s-au stabilit ecuațiile de funcționare ale oscilomotorului bifazat reactiv în ipoteza unui regim de funcționare rezistiv vîscos. Sistemul de ecuații diferențiale constituit de acestea nu poate fi rezolvat decît pe cale aproximativă.

În ipoteza neglijării rezistențelor bobinelor, teoria simplificată a oscilomotorului conduce la constatarea prezenței unei armonici de ordinul trei în componența curenților. Astfel se confirmă și pentru acest oscilomotor prevederile lui A. I. Moskvitin [3], referitoare la oscilomotoare monofazate reactive care funcționează în regim alternativ de deplasare a armăturii.

Factorul de putere optim ideal al motorului studiat este de circa 0,45; la motoarele realizabile, acesta va fi mai scăzut, de ordinul 0,35.

Motorul prezentat ar putea avea aplicații la acționarea unor mici compresoare; în regimuri de funcționare diferite de cel studiat, el ar putea fi utilizat ca vibrator la îndesarea nisipului în formele de turnare, ca ciocan

de spart piatra sau pavajul ori la baterea prin vibrare a piloților folosiți în construcții. Studiul său trebuie continuat în alte lucrări. Se remarcă posibilitatea obținerii a două tensiuni defazate între ele cu $\pi/2$ rad, luînd o tensiune de linie și tensiunea de fază dintre faza liberă și nul dintr-un sistem trifazat.

ANEXA I

Pentru studierea coeficienților k_{1a} și k_{2a}, dați de relațiile (6), se vor avea în vedere mărimile care intră în componența lor. Se observă că se poate scrie

$$k_{1a} = \frac{1}{1 + \dfrac{\Lambda_{1x}}{\Lambda_a}}, \tag{I.1}$$

unde

$$\Lambda_a = \frac{\mu_0 S_a}{a}, \quad \Lambda_{1x} = \frac{\mu_0 S}{l_0 + x}, \tag{I.2}$$

S și S_a fiind suprafețele de trecere a fluxului magnetic prin întrefierul parazit transversal, respectiv util longitudinal. Cu cotele indicate în figura I-1 se obține, neținînd seama de umflarea liniilor de cîmp,

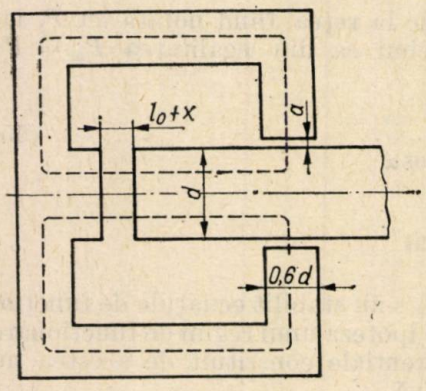


Fig. I–1

$$\frac{\Lambda_{1x}}{\Lambda_a} = \frac{S}{S_a} \cdot \frac{a}{l_0 + x} = \frac{\pi d^2}{0{,}6\pi d\,(d+2a)} \cdot$$

$$\cdot \frac{a}{l_0 + x} = \frac{1{,}66}{1 + \dfrac{2a}{d}} \cdot \frac{a}{l_0 + x} \simeq \tag{I.3}$$

$$\simeq 1{,}66 \frac{a}{l_0} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{x}{l_0}},$$

deoarece $a \ll d$. La o mașină care poate fi realizată în practică, $x_{max} = X_m = hl_0$, h fiind un coeficient pozitiv subunitar, dar apropiat de unitate ($h \in [0{,}8\,;1]$). Deci $1 + \dfrac{x}{l_0}$ variază în limitele $1 + h$, $1 - h$, avînd în vedere o mișcare alternativă a armăturii, de amplitudine X_m.

Rezultă pentru k_{1a}, după calcule elementare,

$$k_{1a} = \frac{1}{1 + (0{,}55 \ldots 1{,}66)\dfrac{a}{l_0}}, \tag{I.4}$$

deoarece $a \ll l_0$, k_{1a} va fi practic constant, subunitar și apropiat de unitate. De exemplu, dacă $a = 0{,}5$ mm și $l_0 = 10$ mm, rezultă $a/l_0 = 0{,}05$, iar k_{1a} variază între 0,97 și 0,92. Același lucru se petrece pentru k_{2a}.

Prin urmare, se poate admite cu suficientă precizie

$$k_{1a} = k_{2a} = k_a < 1, \tag{I.5}$$

k_a fiind valoarea medie a lui k_{1a} sau k_{2a}.

ANEXA II

Expresiile ce se caută pentru mărimile x, Φ_1, Φ_2 care să satisfacă sistemul de ecuații diferențiale (15) se presupun de forma

$$x = \sum_{k=2}^{\infty} \alpha_k t^k; \quad \Phi_1 = \sum_{j=1}^{\infty} \beta_j t^j; \quad \Phi_2 = \sum_{s=1}^{\infty} \beta'_s t^s. \tag{II.1}$$

Lipsa termenului constant și al celui de gradul întîi din dezvoltarea lui x, ca și lipsa termenilor constanți din Φ_1 și Φ_2, se datorește condițiilor inițiale $x(0) = 0$, $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0} = 0$, $\Phi_1(0) = \Phi_2(0) = 0$ [1]).

Coeficienții β_1 și β'_1 pot fi determinați din relațiile (15') și (15''), rezultînd

$$\beta_1 = \left(\frac{d\Phi_1}{dt}\right)_{t=0} = c; \quad \left(\frac{d\Phi_2}{dt}\right)_{t=0} = \beta'_1 = 0. \tag{II.2}$$

În concordanță cu relațiile (II.1), relațiile (15') și (15'') furnizează

$$c + \sum_{j=2}^{\infty} j\,\beta_j t^{j-1} = c \sum_{v=0}^{\infty} (-1)^v \frac{\omega^{2v} t^{2v}}{(2v)!} - bl_0 \left(ct + \sum_{j=2}^{\infty} \beta_j t^j\right) - \\ - b\left(ct + \sum_{j=2}^{\infty} \beta_j t^j\right) \sum_{k=2}^{\infty} \alpha_k t^k; \tag{II.3}$$

$$\sum_{s=2}^{\infty} s\beta'_s t^{s-1} = c \sum_{v=1}^{\infty} (-1)^{v+1} \frac{\omega^{2v-1} t^{2v-1}}{(2v-1)!} - bl_0 \sum_{s=2}^{\infty} \beta'_s t^s + \\ + b\left(\sum_{s=2}^{\infty} \beta'_s t^s\right) \sum_{k=2}^{\infty} \alpha_k t^k, \tag{II.4}$$

relații în care sinusul și consinusul de argument ωt au fost înlocuiți prin dezvoltările lor în serie. Prin identificare, din relația (II.3) se obține șirul de relații:

$$2\beta_2 = -bcl_0, \quad 3\beta_3 = -\frac{c\omega^2}{2!} - bl_0\beta_2, \quad 4\beta_4 = +bl_0\beta_3 - bc\alpha_2, \tag{II.5}$$

[1]) Ultimele două condiții țin seama de procesele tranzitorii magnetice.

$$5\beta_5 = \frac{c\omega^4}{4!} - bl_0\,\beta_4 - bc\,\alpha_3 - b\beta_2\,\alpha_2,$$

$$6\beta_6 = -bl_0\,\beta_5 - bc\alpha_4 - b\,(\beta_2\,\alpha_3 + \beta_3\,\alpha_2),$$

$$7\beta_7 = -\frac{c\omega^6}{6!} - bl_0\,\beta_6 - bc\,\alpha_5 - b\,(\beta_2\,\alpha_4 + \beta_3\,\alpha_3 + \beta_4\,\alpha_2),$$

$$8\beta_8 = -bl_0\beta_7 - bc\alpha_6 - b(\beta_2\,\alpha_5 + \beta_3\alpha_4 + \beta_4\,\alpha_3 + \beta_5\,\alpha_2),$$

. . . . . .

Analog, din relația (II.4) se obține

$$\begin{aligned}
2\beta_2' &= c\omega,\\
3\beta_3' &= -bl_0\,\beta_2',\\
4\beta_4' &= -\frac{c\omega^3}{3!} - bl_0\,\beta_3',\\
5\beta_5' &= -bl_0\,\beta_4' + b\beta_2'\,\alpha_2,\\
6\beta_6' &= \frac{c\omega^5}{5!} - bl_0\,\beta_5' + b\,(\beta_2'\,\alpha_3 + \beta_3'\,\alpha_2),\\
7\beta_7' &= -bl_0\,\beta_6' + b\,(\beta_2'\,\alpha_4 + \beta_3'\,\alpha_3 + \beta_4'\,\alpha_2),\\
8\beta_8' &= -\frac{c\omega^7}{7!} - bl_0\,\beta_7' + b\,(\beta_2'\,\alpha_5 + \beta_3'\,\alpha_4 + \beta_4'\,\alpha_3 + \beta_5'\,\alpha_2).
\end{aligned} \tag{II.6}$$

. . . . . .

Ecuația (15''') va servi deducerii relațiilor de recurență pentru coeficienții α_k. Avînd în vedere (II-1), se obține

$$\sum_{k=2}^{\infty} k\,(k-1)\,\alpha_k\,t^{k-2} + r\sum_{k=2}^{\infty} k\alpha_k\,t^{k-1} = n\left[\sum_{j=1}^{\infty}(\beta_j'^2 - \beta_j^2)\,t^{2j} + 2\sum_{\substack{k=1\\(k\neq j)}}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}(\beta_k'\beta_j' - \beta_k\,\beta_j)\,t^{k+j}\right]. \tag{II.7}$$

Prin identificare se ajunge la relațiile

$$\begin{aligned}
&\alpha_2 = \alpha_3 = 0,\\
&4\cdot 3\alpha_4 + 3r\alpha_3 = -nc,\\
&5\cdot 4\alpha_5 + 4r\alpha_4 = -2cn\,\beta_2,\\
&6\cdot 5\alpha_6 + 5r\alpha_5 = n\,(\beta_2'^2 - \beta_2^2) - 2cn\,\beta_3,\\
&7\cdot 6\,\alpha_7 + 6r\alpha_6 = 2n(\beta_2'\,\beta_3' - c\beta_4 - \beta_2\,\beta_3),\\
&8\cdot 7\alpha_8 + 7r\alpha_7 = n\,(\beta_3'^2 - \beta_3^2) + 2n(\beta_2'\,\beta_4' - c\beta_5 - \beta_2\,\beta_4),
\end{aligned} \tag{II.8}$$

. . . . . .

Din ansamblul relaţiilor (II.5), (II.6) şi (II.8), se deduc coeficienţii dezvoltărilor în serie :

$$\beta_1 = c,$$

$$\beta_2 = -\frac{}{2} bcl_0,$$

$$\beta_3 = \frac{1}{3!} b^2 cl_0^2 - \frac{c\omega^2}{3!},$$

$$\beta_4 = -\frac{b^3 cl_0^1}{4!} - \frac{bcl_0\,\omega^2}{4!},$$

$$\beta_5 = \frac{b^4 cl_0^4}{5!} + \frac{b^2 cl_0^2\,\omega^2}{5!} + \frac{c\omega^4}{5!}, \qquad \text{(II.9)}$$

$$\beta_6 = -\frac{b^5 cl_0^5}{6!} - \frac{b^3 cl_0^3\,\omega^2}{6!} - \frac{bcl_0\,\omega^4}{6!} + \frac{bc^2 n}{72},$$

$$\beta_7 = \frac{b^6 cl_0^6}{7!} + \frac{b^4 c\, l_0^4\,\omega^2}{7!} + \frac{b^2 cl_0^2\,\omega^4}{7!} - \frac{b^2 c^2 l_0 n}{504} -$$

$$- \frac{bc^2 nr}{420} - \frac{b^2 c^3 l_0 n}{70} - \frac{b^2 c^2 l_0 n}{140} - \frac{c\omega^6}{7!},$$

. . . . . .

$$\beta_1' = 0,$$

$$\beta_2' = \frac{1}{2} c\omega,$$

$$\beta_3' = -\frac{bcl_0\,\omega}{3!},$$

$$\beta_4' = -\frac{c\omega^3}{4!} + \frac{b^2 cl_0^2\,\omega}{4!},$$

$$\beta_5' = \frac{bc\, l_0\,\omega^3}{5!} - \frac{b^3 cl_0^3\,\omega}{5!}, \qquad \text{(II.10)}$$

$$\beta_6' = \frac{c\omega^5}{6!} - \frac{b^2 cl_0\,\omega^3}{6!} + \frac{b^4 cl_0^4\,\omega}{6!},$$

$$\beta_7' = -\frac{bcl_0\,\omega^5}{7!} + \frac{b^3 cl_0^3\,\omega^3}{7!} - \frac{b^5 cl_0\,\omega}{7!} - \frac{bc^2 n\omega}{168},$$

$$\alpha_2 = \alpha_3 = 0,$$

$$\alpha_4 = -\frac{cn}{12}$$

$$\alpha_5 = \frac{cn}{10}\left(\frac{r}{6} + bc\,l_0\right), \tag{II.11}$$

$$\alpha_6 = \frac{cn}{30}\left(-\frac{r^2}{12} - \frac{7b^2\,cl_0^2}{12} + \frac{c\omega^2}{3} - \frac{bcl_0\,r}{2}\right),$$

. . . . . .

Expresiile curenților instantanei i_1 și i_2 rezultă imediat din (17), cu considerarea relațiilor (II.1).

Primit la redacție la 4.IV. 1966.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Boucherot, *Appareils et machines à courant alternatifs*, Bull. de la Société Internationale des Electriciens, VIII, 731—755 (1908).
2. R. Bidot, *Exposition d'Electricité à Marseille*, Révue électrique, *111*, 114 (1908).
3. M. Moskvitin, *Mașini electrice cu mișcare rectilinie alternativă*, București, Edit. energ. de stat (litografiat), 1953.
4. M. Marinescu ș.a., *L'effet d'hystérèse électromécanique. Un nouveau processus de transformation de l'énergie électrique en travail mécanique. Application à la réalisation de nouvelles machines électriques*, R.G.E., **71**, *12*, 545—556 (1962).
5. M. Marinescu, *Moteurs électromagnétiques à mouvement alternatif et générateurs magnétostrictifs d'ultrasons*, R.G.E., **72**, *11*, 565—572 (1963).
6. — *Sur un nouveau moteur électrique à mouvement alternatif*, R.G.E., **70**, 453—459 (1961).
7. M. Marinescu, L. Vrancea, *Der Motor mit elektromechanischer Hysteresis und Hinundherbewegung*, Elektrie, **17**, *6*, 198—200 (1963).
8. M. Marinescu, *Sur le principe du „transfert extremal de l'énergie" dans les systemes électromécaniques*, C. R. Acad. Sci. Paris, **258**, *8*, 2282—2284 (1964).
9. — *Sur certains effets d'instabilité électromécanique*, C. R. Acad. Sci. Paris, 257, 3578—3581 (1963).
10. — *Despre transformarea directă a forțelor electromagnetice pulsatorii în forțe alternative*. St. cerc. energ. electr., **15**, *1*, 63—72 (1965).
11. — *Funcționarea optimală a oscilomotoarelor electromagnetice*, St. cerc. energ., electr., **15**, *3*, 629—642 (1965).
12. — *Schimb de experiență cu R.D.G. privind aplicarea oscilomotoarelor parametrice la acționarea compresoarelor pentru frigidere*, St. cerc. energ. electr., **15**, *2*, 421—422 (1965).
13. — *Asupra unor noi proprietăți ale electromagneților de tip solenoidal*, St. cerc. energ. electr., **14**, *1*, 195—201 (1964).
14. — *Etude de l'application d'une charge apériodique aux moteurs à hystérésis électromécanique*, Rev. Roum. Sci. Techn., série Electr. Energ., **9**, *3*, 323—330 (1964).
15. M. Marinescu, *Despre o nouă tehnică a producerii energiei sonice (ultrasunete) prin magnetostricțiune*, Com. Acad. R.S.R., **XIII**, 3, 253—258 (1963).
16. E. R. Laithwaite, R. S. Mamak, *An Oscillating Synchronous Linear Machine*, Pr. I.E.E., **109 A**, *47*, 415—426 (1962).
17. E. R. Laithwaite, *Oscillating Machines, Synchronous and Asynchronous*, Pr. I. E. E., **109 A**, 47, 411—414 (1962).
18. — *Electrical Machines of the Future*, Pr. I.E.E., **109 A**, *39*, 119 (1962).
19. W. Späth, *Ein elektromechanischer Schwingungserzeuger (Schwingungsmotor)*, E.T.Z., **50**, *13*, 455—458 (1929).

20. M. Cristea, *Motorul sincron bifazat cu reacție, cu mișcare rectilinie alternativă*, Lucrări științifice, Fac. mecanică, Inst. pol. Brașov, **V**, 59—71 (1962).
21. C. Saal, *Aspecte teoretice ale funcționării motorului bifazat cu mișcare rectilinie alternativă*, Bul. Inst. pol. Iași, serie nouă, **XI (XV)**, *3—4*, 249—262 (1965).
22. M. Russenberger, *Theorie und Anwendung elektromagnetischer Schwingungsmotoren*, Schw. Techn. Zeitschrift, **59**, *48*, 941—947 (1962).
23. H. Sequenz, *Elektrische Maschinen mit geradliniger Bewegung*, E.u. M., **81**, *17*, 421—432 (1964).
24. V. Hartopan, *Динамика быстродействующих электромагнитов*, *М.* — *Л.*, Изд. „Энергия" 1965.
25. H. Sequenz, *Atomkraftwerke une Atomkraftantriebe*, E.u.M., **72**, 15/16, 357 (1955).
26. A. Timotin ș.a., *Lecții de bazele electrotehnicii*, vol. II, București, E.D.P., 1964.

PORNIREA PRIN OSCILAȚII A MICROMOTORULUI SINCRON MONOFAZAT

DE

A. MORARU

621.313.323.025.1-181.4-573.2

Cuplul pulsatoriu care se exercită în micromotoarele sincrone monofazate poate determina pornirea din repaus prin oscilații crescătoare a rotorului. Se studiază condițiile de amorsare și de creștere a oscilațiilor rotorului la pornire. Prin liniarizarea ecuației de mișcare se stabilesc pe cale analitică condițiile necesare, iar prin modelarea pe calculatorul analogic se precizează condițiile suficiente.

1. INTRODUCERE

În motoarele sincrone monofazate simple (fără fază auxiliară sau spiră în scurtcircuit), datorită interacțiunii dintre cîmpul statoric și cel rotoric ia naștere un cuplu pulsatoriu [1], [2]. Cuplul pulsatoriu poate determina fie o mișcare oscilatorie a rotorului, fie o mișcare de rotație continuă, cu viteză variind în jurul unei valori medii. Dacă cel de-al doilea regim de funcționare este însăși rațiunea construirii acestor motoare și servește la dezvoltarea continuă de lucru mecanic, primul regim de oscilații, mai puțin studiat, permite autopornirea acestor tipuri de motoare în anumite condiții. Astfel, dacă amplitudinea oscilațiilor rotorului în jurul unei poziții medii fixe crește suficient de mult, este posibilă trecerea în regimul de funcționare cu rotire continuă a rotorului. Acest mod de pornire este avantajos la micromotoarele sincrone de viteză redusă (cu număr mare de perechi de poli), la care realizarea unei faze auxiliare sau prevederea unor spire în scurtcircuit pentru obținerea unui cîmp învîrtitor ridică probleme constructive greu de rezolvat.

Pornirea prin oscilații este posibilă în anumite condiții, dependente de tipul motorului sincron și de parametrii lui de cuplu și de sarcină. În cele ce urmează se va studia procesul de creștere la pornire a oscilațiilor rotorului micromotorului sincron monofazat, pentru stabilirea condițiilor în care oscilațiile cresc suficient pentru a determina trecerea în mișcare de rotire continuă.

St. cerc. energ. electr. Tom 17 nr. 4, p. 741—760 București 1967

2. ECUAȚIA MIȘCĂRII ROTORULUI

Ecuația de bază a mișcării rotorului unui motor se poate pune sub forma

$$\mathcal{J}\frac{d^2\alpha}{dt^2} + P\frac{d\alpha}{dt} = m_M - m_R. \tag{1}$$

În general, cuplul rezistent m_R poate varia după o lege oarecare în funcție de viteza $\frac{d\alpha}{dt}$ a rotorului (eventual și funcție de alte variabile).

Deobicei se consideră un termen proporțional cu viteza și un termen constant. Primul termen se poate include în cuplul de amortizare $P\frac{d\alpha}{dt}$, iar de al doilea termen (constant) se poate face abstracție la studiul oscilațiilor care preced trecerea în mișcare de rotație continuă. Astfel, pornirea prin oscilații se poate studia pe ecuația simplificată

$$\mathcal{J}\frac{d^2\alpha}{dt^2} + P\frac{d\alpha}{dt} = m_M. \tag{2}$$

Expresia cuplului dezvoltat de motor la diferite viteze este dat în [1] pentru micromotorul sincron cu poli ieșiți pe stator și pe rotor, iar în [2] se dă o expresie particulară, valabilă pentru funcționarea sincronă cu viteză constantă a micromotorului cu poli ieșiți pe stator și rotor neted magnetizat permanent.

Prin generalizarea datelor din [1] și [2], cuplul micromotoarelor sincrone monofazate de orice tip se poate exprima printr-o relație de forma

$$m_M = -M_{12}\cos\omega t\sin p\alpha + M_2\sin 2p\alpha + M_1\cos 2\omega t\sin 2p\alpha. \tag{3}$$

Diferiții coeficienți și termeni din expresia cuplului au următoarea semnificație:

M_{12} este amplitudinea cuplului de interacțiune dintre cîmpul alternativ statoric și cîmpul propriu al rotorului. Acest cuplu există numai la motoarele cu excitație rotorică (sau cu magnetizare permanentă), independent de forma armăturilor (poli ieșiți sau înecați);

M_2 este amplitudinea cuplului reactiv datorit cîmpului propriu al rotorului, cînd statorul este cu poli ieșiți (permeanță longitudinală diferită de cea transversală); dacă ambele armături sînt cu poli ieșiți, în acest cuplu se include și o componentă datorită valorii medii a pătratului curentului statoric;

M_1 este amplitudinea cuplului reactiv datorit părții alternative a patratului curentului statoric; acest cuplu există numai cînd ambele armături sînt crestate (cu poli ieșiți).

Ecuația mișcării rotorului se normează introducînd noi variabile:

$$\omega t = \tau \text{ și } p\alpha = \theta + \frac{\pi}{2}, \tag{4 a, b}$$

obținîndu-se ecuația normată

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + D\frac{d\theta}{d\tau} = -A\cos\theta\cos\tau - B\sin 2\theta - C\sin 2\theta\cos 2\tau, \qquad (5)$$

în care

$$A = \frac{pM_{12}}{J\omega^2}, \quad B = \frac{pM_2}{J\omega^2}, \quad C = \frac{pM_1}{J\omega^2}, \quad D = \frac{P}{J\omega} \quad (6\,a, b, c, d)$$

sînt coeficienți adimensionali.

Natura coeficienților de cuplu A, B, C este cea a inversului unor constante de timp electromecanice, exprimate în unități de timp relative, referitoare la amplitudinile diferitelor componente ale cuplului considerate separat. Coeficientul D este de natura unui factor de amortizare, raportat la aceleași unități de timp relative, determinat de sarcina rotorului; de aceea se numește și factor de sarcină.

Coeficienții A și D sînt totdeauna pozitivi [1]) pe cînd coeficienții B și C pot fi pozitivi sau negativi, dar ambii de același semn, ultima situație putînd fi întîlnită cînd una din armături este netedă.

Studiul mărimii relative a coeficienților de cuplu A, B, C permite întocmirea tabelei 1.

Tabela 1

Mărimea relativă a coeficienților de cuplu

Felul rotorului	Rotor neted		Rotor cu poli ieșiți	
Felul statorului	magnetizat permanent	nemagnetizat	magnetizat permanent	nemagnetizat
Stator neted	$A>0$; $B=C=0$	$A=B=C=0$	$A>0$; $B=C<0$	$A=0$; $B=C<0$
Stator cu poli ieșiți	$A>\lvert B\rvert$; $B^*)<0$; $C=0$	$A=B=C=0$	$A>B>C>0$	$A=0$; $B=C>0$

*) la construcții obișnuite.

3. FORMULAREA CONDIȚIILOR DE PORNIRE

Pentru ca după conectarea alimentării monofazate rotorul motorului să pornească prin oscilații din starea de repaus pe care o ocupa cînd era nealimentat, este necesară îndeplinirea următoarelor condiții de bază:

— după conectarea alimentării (în curent alternativ) să fie posibilă amorsarea unor oscilații ale rotorului, adică în poziția de repaus asupra acestuia să se exercite un cuplu alternativ;

— oscilațiile rotorului să crească pînă depășesc valoarea de 180° electrice $\left(\frac{\pi}{p}\right)$ într-o semiperioadă a curentului alternativ, ceea ce corespun-

[1]) De fapt semnul coeficientului A depinde de alegerea originilor unghiurilor geometrice, și de fază; acestea se consideră alese astfel încît $A \geqslant 0$.

de atingerii vitezei unghiulare sincrone, adică regimul oscilațiilor rotorului în jurul unei viteze medii nule să fie instabil.

În [2] se formulează condiții similare de pornire, însă satisfacerea lor se discută numai calitativ.

4. AMORSAREA OSCILAȚIILOR

Cînd motorul este nealimentat, cuplurile de interacțiune principal M_{12} și reactiv M_1 sînt nule, deci $A = C = 0$. Rotorul ocupă în absența unui cuplu exterior o poziție de repaus $\left(\frac{d\theta}{d\tau} = 0 \text{ și } \frac{d^2\theta}{d\tau^2} = 0\right)$ caracterizată prin ecuația

$$B \sin 2\theta_0 = 0. \tag{7}$$

Se disting următoarele cazuri:

— dacă $B = 0$, rotorul poate ocupa orice poziție de repaus ($\theta_0 =$ = oarecare); acesta este cazul motorului cu stator neted sau al motorului reactiv (fără magnetizare permanentă rotorică);

— dacă $B \neq 0$, unghiul de repaus poate lua numai valorile $\theta_0 = k\frac{\pi}{2}$; dintre acestea rotorul se află în echilibru stabil numai în pozițiile caracterizate prin unghiurile

$$\theta_0 = (2k + 1)\frac{\pi}{2} \quad \text{pentru } B < 0, \tag{8}$$

sau

$$\theta_0 = k\pi \quad \text{pentru } B > 0. \tag{9}$$

În primul moment după conectarea alimentării — făcînd abstracție de procesul tranzitoriu electromagnetic (care nu influențează calitativ amorsarea oscilațiilor) — asupra rotorului se exercită accelerația inițială

$$\left(\frac{d^2\theta}{d\tau^2}\right)_{\theta=\theta_0} = -A\cos\theta_0 \cos\tau - C \sin 2\theta_0 \cos 2\tau. \tag{10}$$

Amorsarea oscilațiilor este posibilă dacă accelerația inițială nu este nulă, decît cel mult în anumite momente de timp particulare. Se observă că la motorul cu stator neted accelerația inițială nu are o mărime bine determinată, unghiul θ_0 putînd lua orice valori, inclusiv cele care anulează identic expresia (10). Deci la motorul cu stator neted amorsarea oscilațiilor nu are loc întotdeauna și pentru pornirea sigură este necesar fie să se dea rotorului un impuls inițial $\left[\left(\frac{d\theta}{d\tau}\right)_{\theta=\theta_0} \neq 0\right]$, fie să se excludă prin mijloace exterioare oprirea rotorului în vecinătatea pozițiilor care anulează identic expresia (10).

La motorul cu rotor neted și stator cu poli ieșiți valorile (8) ale unghiului de repaus al rotorului anulează identic expresia (10) și deci amorsarea oscilațiilor este problematică. Acest lucru este observat și în [2].

Pentru înlăturarea acestui inconvenient, la aceste motoare se creează o asimetrie a întrefierului (prin mărirea progresivă a lui spre un corn polar — — la toţi polii în acelaşi sens), ceea ce face ca în noile poziţii de repaus ale rotorului nealimentat, acceleraţia iniţială să nu fie identic nulă.

La motorul cu poli ieşiţi pe rotor şi pe stator valorile (9) fac maximă valoarea acceleraţiei iniţiale, deci oscilaţiile se amorsează cu intensitate maximă.

5. CREŞTEREA OSCILAŢIILOR

Ecuaţia mişcării (5) este neliniară şi nu este integrabilă prin funcţii uzuale sau în formă finită. Acest tip de ecuaţii — în care atît variabila dependentă, cît şi cea independentă apar ca argumente ale unor funcţii armonice, iar ecuaţia conţine şi produse de asemenea funcţii armonice — nici nu este studiat în literatura de specialitate (vezi de exemplu [3]), ceea ce face deosebit de dificilă abordarea analitică exactă a studiului instabilităţii regimului de oscilaţii la pornire şi al funcţionării sincrone.

Un studiu analitic aproximativ al începutului mişcării rotorului se poate efectua prin liniarizarea ecuaţiei (5) pentru variaţii η mici în jurul valorii iniţiale (sau de repaus) θ_0 a variabilei dependente

$$\theta = \theta_0 + \eta, \text{ pentru } |\eta| \ll 1. \tag{11}$$

Făcînd schimbarea de variabilă (11) în ecuaţia (5) şi considerînd

$$\sin\eta = \eta \quad \text{şi} \quad \cos\eta = 1, \tag{12}$$

se obţine ecuaţia liniarizată

$$\frac{d^2\eta}{d\tau^2} + D\frac{d\eta}{d\tau} + (2B\cos 2\theta_0 - A\sin\theta_0\cos\tau + 2C\cos 2\theta_0\cos 2\tau)\,\eta = \\ = -B\sin 2\theta_0 - A\cos\theta_0\cos\tau - C\sin 2\theta_0\cos 2\tau. \tag{13}$$

Ecuaţia liniarizată de mai sus este de tipul Hill neomogenă [4], [5], care în unele cazuri particulare ($A\sin\theta_0 = 0$ sau $C\sin 2\theta_0 = 0$) se reduce la o ecuaţie tip Mathieu neomogenă. După valorile coeficientului de cuplu B, sînt de luat în consideraţie trei situaţii caracteristice : $B < 0$, $B = 0$ şi $B > 0$, în care, pentru primele valori θ_0 din (8) şi (9), ecuaţia (13) ia formele

— pentru $B \geqslant C > 0$:

$$\frac{d^2\eta}{d\tau^2} + D\frac{d\eta}{d\tau} + [2B + 2C\cos 2\tau]\,\eta = -A\cos\tau, \tag{14}$$

— pentru $B = C = 0$:

$$\frac{d^2\eta}{d\tau^2} + D\frac{d\eta}{d\tau} - \eta A\sin\theta_0\cos\tau = -A\cos\theta_0\cos\tau, \tag{15}$$

— pentru $B \leqslant C \leqslant 0$:
$(B \neq 0)$

$$\frac{d^2\eta}{d\tau^2} + D\frac{d\eta}{d\tau} + [2|B| - A\cos\tau + 2|C|\cos 2\tau]\,\eta = 0. \tag{16}$$

Aceste ecuații se pot aduce la formele canonice ale ecuațiilor Mathieu și Hill prin schimbări de variabile [4], [5]. Diferitele ecuații având particularități specifice, studiul condițiilor de creștere a oscilațiilor se face separat pentru fiecare ecuație. Mai trebuie observat că concluziile studiului sînt valabile numai la valori mici ale argumentului η, datorită liniarizării.

6. CREȘTEREA OSCILAȚIILOR LA $B \geqslant C > 0$

Ecuația (14) se aduce la forma canonică din [5] a ecuației Mathieu prin schimbările de variabile

$$\eta = y_1 e^{-\frac{D}{2}z_1}, \tag{17}$$

și

$$\tau = z_1. \tag{18}$$

Se obține ecuația tip Mathieu neomogenă

$$\frac{d^2y_1}{dz_1^2} + (a + 2q\cos 2z_1)\,y_1 = f_1(z_1), \tag{19}$$

unde

$$a = 2B - \frac{1}{4}D^2, \tag{20}$$

$$q = C, \tag{21}$$

$$f_1(z_1) = -A\,e^{\frac{D}{2}z_1}\sin z_1 \tag{22}$$

Se examinează mai întîi ecuația omogenă. Studiul ei prezintă importanță mai ales pentru motoarele reactive, la care $A = 0$ și deci ecuația devine omogenă. Integrala generală a acesteia este de forma

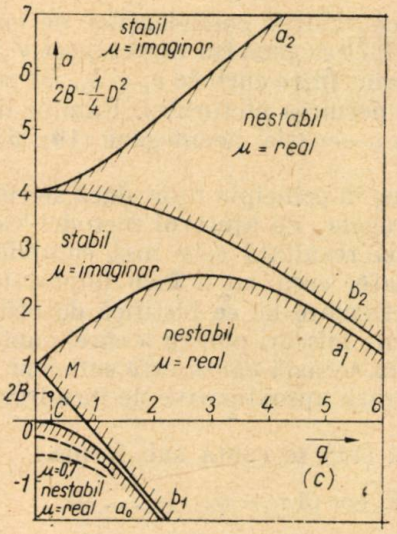
$$y_{1l} = K_1 e^{\mu z_1}\Phi(z_1) + K_2 e^{-\mu z_1}\Phi(-z_1), \tag{23}$$

în care μ este un număr real sau imaginar, denumit exponent caracteristic, dependent de valorile parametrilor a și q, $\Phi(z_1)$ este o funcție determinată, periodică în z_1, cu perioada π sau 2π după valorile a și q, iar K_1 și K_2 sînt constante de integrare [5].

Integrala generală (23) a ecuației omogene este stabilă (μ = imaginar) sau instabilă (μ = real) după poziția punctului $M(a, q)$ în planul parametrilor a, q (figura 1).

Stabilitatea oscilației libere η_l corespunzătoare, ținînd seama de relațiile (17) și (18), depinde suplimentar și de coeficientul de sarcină D, condiția de instabilitate (creștere) a oscilațiilor libere η_l fiind

$$|\mu| - \frac{D}{2} > 0. \tag{24}$$



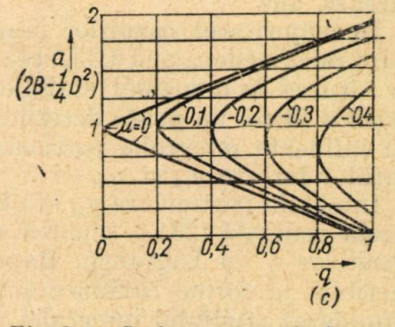


Fig. 2. — Curbe μ = const., în primul domeniu de instabilitate.

← Fig. 1. — Domenii de stabilitate în planul parametrilor ecuației Mathieu (a, q).

Obișnuit, valorile parametrilor B și C sînt mici, încît punctul reprezentativ $M(a, q)$ se situează în domeniul cuprins între curbele a_0 și b_1 pentru sarcină nulă $D = 0$. La intervenția sarcinii (conform (20)) punctul reprezentativ M coboară și poate ajunge chiar în domeniul nestabil. Totuși, oscilația η nu devine nestabilă, întrucît există inegalitatea

pentru $a < 0$:

$$|\mu| < \sqrt{-a} = \sqrt{\frac{D^2}{4} - 2B} < \frac{D}{2} \tag{25}$$

și deci relația (24) nu este satisfăcută.

Dacă punctul reprezentativ $M(a, q)$ se situează în domeniul instabil cuprins între curbele b_1 și a_1 din figura 1, pentru valori ale coeficientului de sarcină suficient de mici (în concordanță cu relația (24)) oscilațiile libere η_l pot fi instabile. Este de observat că întrucît în motoarele sincrone monofazate există relația (vezi [1] și anexele 1, 2)

$$|B| \geqslant |C| \tag{26}$$

și întrucît pentru o valoare q dată, exponentul caracteristic μ este maxim, în valoare absolută, aproximativ la $a = 1$ [2]) (vezi fig. 2), rezultă valoarea optimă a coeficientului de cuplu reactiv rotoric pozitiv.

$$B_{\text{optim}} = 0{,}5\ . \tag{27}$$

[2]) Mai exact la $a = 1 - \frac{3}{8} q^2 + \cdots$

Pentru această valoare, oscilațiile libere η_l sînt instabile la orice valoare a factorului de sarcină mai mică decît mărimea limită

$$D_{\text{critic}} = C. \tag{28}$$

Situarea punctului caracteristic $M(a, q)$ în domeniul cuprins între curbele a_2 și b_2 sau într-unul superior, este neobișnuită și deci nu se mai analizează aici [3]).

În majoritatea cazurilor practice valorile coeficienților de cuplu B și C sînt mici, nedepășind 0,33, ceea ce face ca punctul reprezentativ $M(a, q)$ să se situeze în domeniul stabil cuprins între curbele a_0 și b_1, iar regimul oscilațiilor libere nu poate determina pornirea motorului. Rămîne de examinat influența integralei particulare a ecuației neomogene (19), adică al oscilațiilor forțate y_{1f} și η_f.

Integrala particulară y_{1f} se obține în principiu ușor, dacă se cunoaște integrala generală (23) a ecuației omogene, cu ajutorul metodei variației constantelor a lui Lagrange. Expresia rezultată este însă complicată și ireductibilă la forme canonice studiate, ceea ce o face impracticabilă. Aprofundarea studiului integralei particulare nu se justifică datorită faptului că ea descrie numai începutul unei mișcări pentru a cărei continuare nu se cunoaște o expresie analitică. Din această cauză este suficient și totodată mai util a se face unele considerații aproximative de încadrare a fenomenului.

Integrala particulară a ecuației (14) se caută sub forma

$$\begin{aligned}\eta_f = Y_1 \cos(\tau - \varphi_1) + Y_3 \cos(3\tau - \varphi_3) + \ldots + \\ + Y_{2k+1} \cos((2k+1)\tau - \varphi_{2k+1}) + \ldots\end{aligned} \tag{29}$$

Considerînd C mic față de unitate, înlocuind (29) în (14) și identificînd termenii corespondenți, după unele neglijări [4]) se determină amplitudinile armonicilor

$$Y_1 \approx \frac{\sqrt{(1-2B+C)^2 + D^2}}{(1-2B)^2 - C^2 + D^2} A \tag{30}$$

și

$$Y_{2k+1} \approx \frac{CY_{2k-1}}{\sqrt{[(2k+1)^2 - 2B]^2 + (2k+1)^2 D^2}} \approx \frac{CY_{2k-1}}{(2k+1)^2}, \tag{31}$$

pentru $k = 1, 2, \ldots$

Se observă că neglijarea armonicilor superioare, de ordin 3, 5, ... introduce erori mici.

Oscilațiile forțate pot determina pornirea motorului dacă amplitudinea lor depășește o anumită valoare critică Y_{cr}, adică

$$Y_1 \geqslant Y_{cr}. \tag{32}$$

---

[3]) În general, domeniile de instabilitate sînt axate pe valorile $a = k^2$ (k = număr întreg), adică $B \approx \frac{1}{2} k^2$ (vezi de ex. [5], [6]).

[4]) În relațiile de recurență pentru amplitudini se iau în considerație numai influențele ascendente, de la ordin inferior la superior; influențele descendente se neglijează, ca fiind mici.

Calculul analogic al soluţiilor ecuaţiei (5) dă pentru amplitudinea critică o valoare de aproximativ 0,5 la sarcină mică ($D \approx 0$):

$$Y_{cr} \approx 0{,}5\,. \tag{33}$$

Se poate da o interpretare aproximativă acestei amplitudini limită: este cea mai mică amplitudine care la cea mai favorabilă condiţie iniţială de poziţie (τ_0, θ_0) şi viteză iniţială nulă ($\dot{\theta}_0 = 0$) mai permite efectuarea unei oscilaţii de un sfert de rotaţie a rotorului, după care este posibilă continuarea mişcării printr-o rotaţie continuă. Dacă condiţiile optime nu sînt realizate în momentul iniţial, ele pot surveni după un număr oarecare de oscilaţii asincrone.

7. CREŞTEREA OSCILAŢIILOR LA $B=C=0$

Înainte de a transforma ecuaţia (15), se observă că o soluţie particulară a ei este valoarea constantă

$$\eta_f = \operatorname{cotg} \theta_0. \tag{34}$$

Deci rotorul tinde să ocupe o poziţie în care axele de magnetizare ale statorului şi rotorului coincid $\left(\theta_0 = \pm\frac{\pi}{2}\right)$, iar ecuaţia (15) devine omogenă. Este deci suficient să se studieze instabilitatea soluţiilor ecuaţiei (15) pentru $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$, după schimbările de variabile

$$\eta = y_2\, e^{-Dz_2}, \tag{35}$$

$$\tau = 2z_2 - \pi, \tag{36}$$

obţinîndu-se ecuaţia tip Mathieu omogenă

$$\frac{d^2y_2}{dz_2^2} + (a + 2q\cos 2z_2)\, y_2 = 0, \tag{37}$$

unde

$$a = -D^2, \tag{38}$$

$$q = 2A. \tag{39}$$

Studiul poziţiei punctului reprezentativ $M(a, q)$ în planul parametrilor a, q conduce la concluzia că pentru valori mici ale coeficientului A, oscilaţiile η sînt mici şi amortizate. Pentru valori ale parametrului q apropiate de unitate (intersecţia curbei b_1 cu axa Oq, (figura 1 şi 2) sau mai mari, punctul reprezentativ intră în domeniul instabil şi pentru sarcini mici oscilaţia η este instabilă. Condiţia de instabilitate se poate pune sub forma pentru $D = 0$:

$$2A \geqslant 0{,}908\,|54|\,. \tag{40}$$

La sarcină nenulă trebuie evaluată valoarea lui μ corespunzătoare valorilor (38) şi (39) ale parametrilor a şi q. Se foloseşte expresia din [6] dezvoltată de Whittaker, pentru exponentul caracteristic

$$\mu = \frac{1}{2} q \sin 2\sigma - \frac{3}{128} q^3 \sin 2\sigma + \ldots, \tag{41}$$

în care parametrul intermediar σ se determină din relaţia

$$a = 1 + q \cos 2\sigma + \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\cos 4\sigma\right) q^2 - \frac{1}{64} q^3 \cos 2\sigma + \ldots \tag{42}$$

În figura 3 s-a reprezentat domeniul de instabilitate al soluţiilor generale ale ecuaţiei (15) omogene. Pentru valori ale coeficienţilor A şi D situate în domeniul instabil, oscilaţiile rotorului cresc pînă la trecerea în mişcare de rotaţie.

Datorită liniarizării ecuaţiei (5), domeniul de stabilitate din figura 3 include şi valori pentru care funcţionarea cu viteză constantă nu este posibilă [5]). Factorul de sarcină trebuie să nu depăşească jumătatea coeficientului de cuplu A:

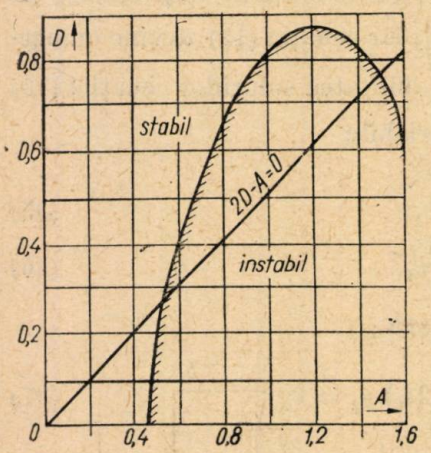


Fig. 3. — Domeniul de instabilitate al oscilaţiilor mici la $B = C = 0$.

$$D < \frac{1}{2} A. \tag{43}$$

Curba sarcinii limită se situează deci puţin sub dreapta $2D - A = 0$; forma ei nu se precizează aici, nefăcînd obiectul prezentei lucrări.

Din forma domeniului de instabilitate rezultă că valoarea coeficientului de sarcină A trebuie să fie cuprinsă între 0,5 şi 1,6, în afara acestor limite capacitatea de încărcare a motorului fiind redusă.

8. CREŞTEREA OSCILAŢIILOR LA $B \leqslant C \leqslant 0$, $(B \neq 0)$

Ecuaţia (16) se aduce la forma canonică a ecuaţiei Hill din [6] [6]) prin schimbările de variabile (35) şi (36), obţinîndu-se ecuaţia

$$\frac{d^2 y_2}{dz_2^2} + (Q_0 + 2Q_1 \cos 2z_2 + 2Q_2 \cos 4z_2) = 0, \tag{44}$$

[5]) Acest fapt nu reiese direct din studiul ecuaţiei (37), întrucît ea a rezultat prin liniarizarea ecuaţiei (5), formă în care nu se mai pot pune în evidenţă regimurile de rotire continuă.

[6]) Pentru a nu crea confuzie cu notaţii folosite anterior, notaţia θ din [6] s-a înlocuit aici cu Q.

unde

$$Q_0 = 8\,|B| - D^2, \tag{45}$$

$$Q_1 = 2A, \tag{46}$$

$$Q_2 = 4\,|C|. \tag{47}$$

Stabilitatea soluţiilor acestei ecuaţii depinde de trei parametri Q_0, Q_1, Q_2, deci studiul stabilităţii mişcării trebuie efectuat într-un spaţiu cu trei dimensiuni, în care se pot determina suprafeţele de separaţie ale domeniilor de stabilitate ale integralei generale, avînd forma (23). Şi aici, ca şi în cazul ecuaţiei tip Mathieu, se pot distinge mai multe domenii de stabilitate (soluţii periodice) şi de instabilitate (soluţii amortizate sau crescătoare), sprijinite pe domeniile din planul parametrilor a, q (figura 1), acesta din urmă reprezentînd de fapt o secţiune, la $Q_2 = 0$, prin suprafeţele de stabilitate ale spaţiului Q_0, Q_1, Q_2.

În studiul soluţiilor instabile ale ecuaţiilor liniarizate (14), (15) şi (16) prezintă importanţă practică numai domeniul de instabilitate de ordinul 1 (între curbele b_1 şi a_1, figura 1). Suprafeţele frontieră ale acestui prim domeniu se pot determina (pentru $\mu = 0$) cu ajutorul expresiei exponentului caracteristic al ecuaţiei Hill, dezvoltate în [6], particularizată pentru doi termeni periodici :

$$\mu = \frac{1}{2} Q_1 \sin 2\sigma \left(1 + \frac{1}{4} Q_2 - \frac{3}{64} Q_1^2 + \frac{7}{144} Q_2^2 + \frac{1}{64} Q_1 Q_2 \cos 2\sigma + \ldots\right), \tag{48}$$

în care parametrul σ se determină din seria

$$Q_0 = 1 + Q_1 \cos 2\sigma + \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\cos 4\sigma\right) Q_1^2 - \frac{1}{6} Q_2^2 + \frac{1}{4} Q_1 Q_2 \cos 2\sigma - \\ - \frac{1}{64} Q_1^3 \cos 2\sigma + \left(-\frac{11}{192} + \frac{5}{64}\cos 4\sigma\right) Q_1^2 Q_2 - \frac{1}{144} Q_1 Q_2^2 \cos 2\sigma + \ldots \tag{49}$$

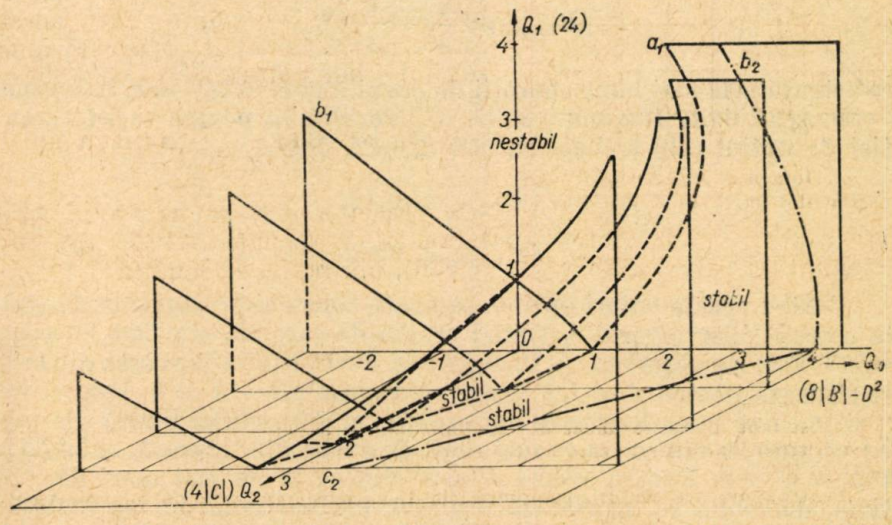


Fig. 4. — Primul domeniu de instabilitate în spaţiul parametrilor ecuaţiei Hill.

În figura 4 s-a reprezentat în perspectivă axonometrică (dimetrică) suprafaţa primului domeniu de instabilitate, vizualizată (cu linie groasă) prin secţionare cu patru plane normale pe axa OQ_2. Pe planul $Q_2 = 0$ urmele secţiunii sînt chiar curbele b_1 şi a_1 din figura 1. S-au mai reprezentat : cu linie întreruptă intersecţiile suprafeţei primului domeniu de instabilitate cu planele diedrului adiacent axei OQ_2 şi cu linie punctată urmele pe planele triedrului fundamental ale primei pînze a suprafeţei celui de al doilea domeniu de instabilitate ($b_2 - 4 - c_2$). Figura ar putea fi completată şi cu urmele suprafeţelor $\mu = \text{const.}$, ceea ce ar micşora însă claritatea ei. Se poate însă reconstitui şi aşa alura acestor suprafeţe, cunoscînd că ele determină prin intersecţie cu planul Q_1OQ_0 curbele din figura 2 şi că în porţiunea centrală distanţa dintre două suprafeţe succesive variază în sens invers cu unghiul de intersectare al celor două pînze ale primului domeniu de instabilitate.

Studiul domeniului de instabilitate al soluţiilor ecuaţiei tip Hill (44) permite stabilirea unor proprietăţi importante. Astfel, se recunoaşte independenţa stabilităţii acestora faţă de semnul coeficienţilor de cuplu A şi C(simetrie în raport cu planele Q_1OQ_0 şi Q_2OQ_0), avînd deci importanţă numai semnul coeficientului B. Mai departe, la un coeficient de cuplu A dat (Q_1 dat), intervenţia cuplului reactiv statoric ($C \neq 0$) favorizează pornirea (oscilaţiile mici ale rotorului devin mai instabile) pentru valori moderate ale coeficientului de cuplu $|C| \leqslant 0{,}5$. Valori mari ale acestui coeficient nu se întîlnesc în practică.

Influenţa cuplului reactiv rotoric (cu coeficient de cuplu B negativ) este de asemenea favorabilă pornirii pentru $|B| \leqslant 0{,}125$ şi este defavorabilă la valori mai mari, mărirea lui B atrăgînd necesitatea reducerii sarcinii pentru a face posibilă pornirea sau chiar făcînd imposibilă pornirea în orice condiţii.

Printr-un raţionament similar cu cel făcut la punctul 6 se stabileşte o valoare optimă

$$|B|_{\text{optim}} \approx \frac{1}{8} - \frac{1}{3} C^2, \tag{50}$$

care asigură cele mai bune condiţii de pornire pentru $|C|$ mic, independent de valoarea lui A. Întrucît $|B| \geqslant |C|$, rezultă că pentru satisfacerea relaţiei de optim (50) trebuie ca $|C| \leqslant 0{,}12$, deci

$$|B|_{\text{optim}} \approx 0{,}12, \tag{51}$$

$$|C|_{\text{optim}} \leqslant 0{,}12. \tag{52}$$

Pentru aceste valori optime se poate construi o diagramă de stabilitate a oscilaţiilor rotorului, ţinînd seama de sarcină, similară cu cea din figura 3. Este de observat că, în acest caz, curba limită porneşte din origine şi se situează pentru $A < 1{,}5$ deasupra dreptei $2D - A = 0$. Pentru valori $|B|$ şi $|C|$ mai mici decît cele optime (51) şi (52), curba limită din planul DOA se apropie din ce în ce mai mult de curba din figura 3, valabilă pentru $B = C = 0$. Pentru valori B şi C din ce în ce mai mari decît cele optime, domeniul se îngustează din nou, curba limită devine închisă, se reduce treptat la un punct, şi apoi dispare domeniul instabil.

În concluzie, pentru valori B și C optime sau mai mici se consideră acoperitor diagrama din figura 3, iar folosirea valorilor B și C mai mari decît cele optime nu se recomandă.

În sfîrșit, mai prezintă importanță studiul motorului reactiv ($A = 0$), care se poate efectua în planul Q_2OQ_0 ($Q_1 = 0$) din figura 4. Se observă ușor că se regăsește situația analizată detaliat la punctul 6.

9. VERIFICĂRI ȘI COMPLETĂRI

Studiul teoretic efectuat mai sus se bazează pe liniarizarea ecuației (5) și este valabil numai pentru oscilații relativ mici în jurul poziției de repaus. Condițiile de instabilitate ale oscilațiilor mici deduse sînt numai necesare (întrucît pornirea se face totdeauna plecînd de la $\eta = 0$), dar nu și suficiente. Pentru anumite domenii din spațiul coeficienților ecuației

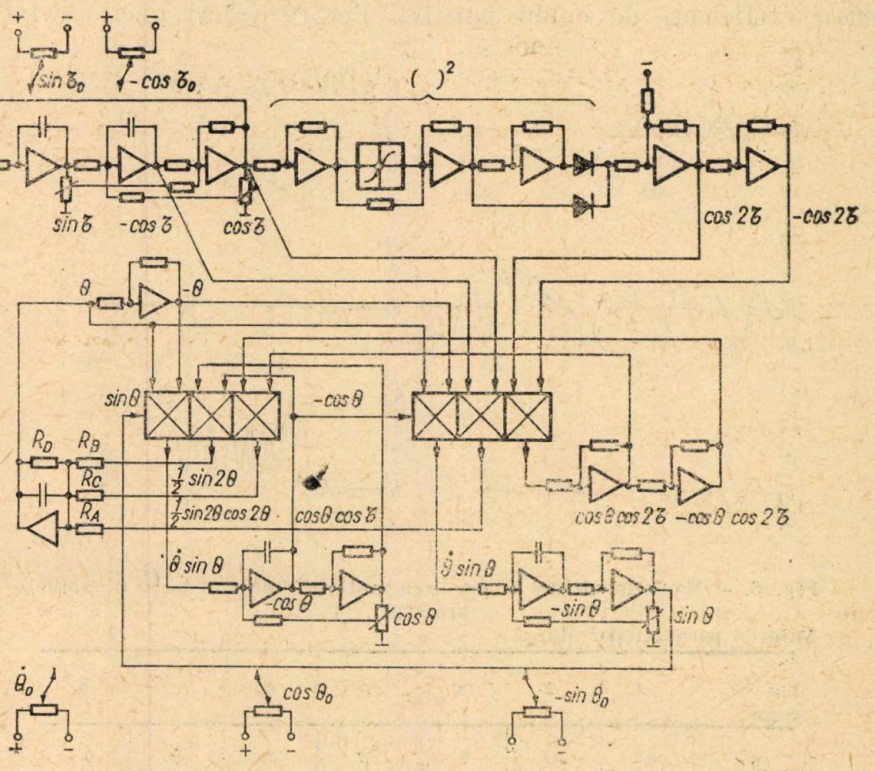


Fig. 5. — Schema modelului analogic al ecuației mișcării rotorului (5).

(5) unele traiectorii de faze instabile la oscilații mici pot deveni stabile, întreținute pe cicluri limită conservative, la oscilații mai mari.

Soluții mai exacte ale ecuației (5) se pot obține cu ajutorul calculatoarelor electronice. În acest caz convine mai mult folosirea calculatorului analogic. Schema de modelare analogică a ecuației (5) se dă în figura 5, particularizată pentru calculatorul electronic MECAN-2 al Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România și folosind multiplicatoare cu servomotor cu cîte trei potențiometre de ieșire

solidare pe fiecare ax. Funcţiile armonice de timp se generează într-un oscilator autonom. Funcţia armonică de argument dublu se obţine din pătratul oscilaţiei fundamentale. Funcţiile armonice de unghiul θ se elaborează într-o schemă de „pendul electric", pentru a putea modela aceste funcţii la orice valoare a argumentului (necesară mai ales în regimurile de rotire continuă a rotorului după pornire).

În soluţiile obţinute pe calculatorul analogic este dificil de separat regimul oscilaţiilor mici de restul fenomenului, datorită duratei sale scurte şi a dependenţei importante de condiţiile iniţiale, ceea ce îngreunează reproducerea regimurilor limită. Verificarea a fost îngreunată şi de faptul că pe cale teoretică s-au stabilit numai condiţii necesare, care trebuiau completate cu condiţii suficiente.

În figura 6 s-au reprezentat cîteva înregistrări ale vitezei $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{d\tau}$[7] pentru coeficienţi de cuplu pozitivi. Pentru valori mici ale lui A şi

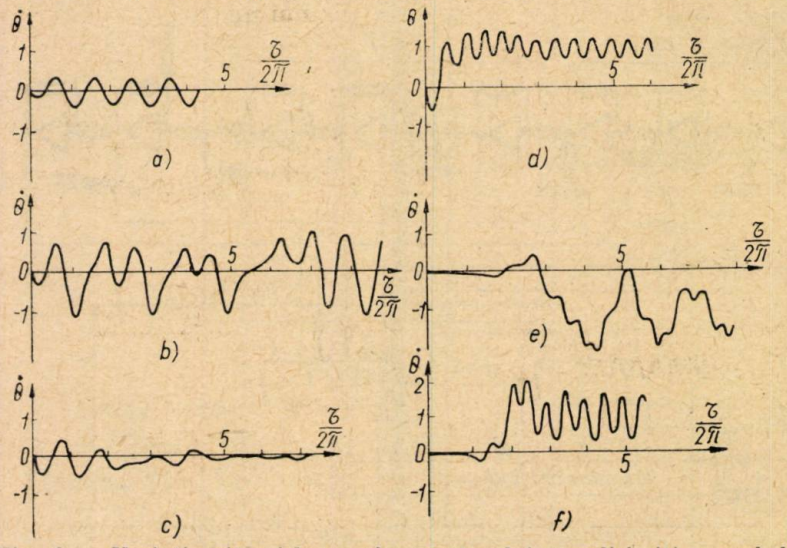


Fig. 6. — Variaţia vitezei la pornirea motorului cu poli ieşiţi pe ambele armături.

Valorile parametrilor sînt :

Diagrama	A	B	C	D	θ_0	τ_0	$\dot{\theta}_0$
a)	0,2	0,2	0	0,2	0	π	0
b)	0,5	0,5	0	0,2	0	π	0
c)	0,5	0,5	0	0,125	0	π	0
d)	1	0,5	0	0,444	0	π	0
e)	0,714	0,05	0	0,067	$\frac{\pi}{2}$	π	0
f)	2	0,2	0	0,5	$\frac{\pi}{2}$	π	0

[7]) Unghiul θ se obţine prin integrarea acestor curbe, însă studiul se poate face uşor şi pe baza curbelor vitezei $\dot{\theta}$. Se va reţine că o rotaţie ($\Delta\theta = 2\pi$) corespunde ariei unui dreptunghi cu baza de o perioadă $\left(\frac{\Delta\tau}{2\pi} = 1\right)$ şi de înălţime unitară ($\Delta\dot{\theta} = 1$).

sarcină nenulă (fig. 5 *a*, *b* şi *c*) mişcarea rotorului rămîne oscilatorie. Se observă influenţa pozitivă a cuplului reactiv (B), care face ca oscilaţiile să se întreţină chiar la sarcini mai mari (a se compara *b* şi *c*). Oscilaţia predominantă este cea forţată, avînd perioada egală cu cea a forţei exterioare. Tot oscilaţia forţată determină pornirea şi în cazul parametrilor optimi (fig. 6 *d*) la sarcină apropiată de cea maximă admisă. În sfîrşit, se evidenţiază instabilitatea poziţiei $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ (fig. 6*e* şi *f*) şi pornirea energică după ieşire din această poziţie.

În oscilaţiile de pornire la coeficienţi de cuplu pozitivi predomină deci influenţa componentei forţate; instabilitatea soluţiilor ecuaţiei omogene (pentru $B \approx 0{,}5$) favorizează pornirea.

Influenţa favorabilă a cuplurilor reactive statorice şi rotorice mici se evidenţiază în figura 7. La o anumită sarcină, pentru care pornirea nu este posibilă cu viteză iniţială nulă $\dot{\theta}_0 = 0$ (fig. 7*a*), ci numai cu impuls iniţial (de exemplu $\dot{\theta}_0 = -1$, fig. 7*b*) intervenţia unui mic cuplu reactiv rotoric

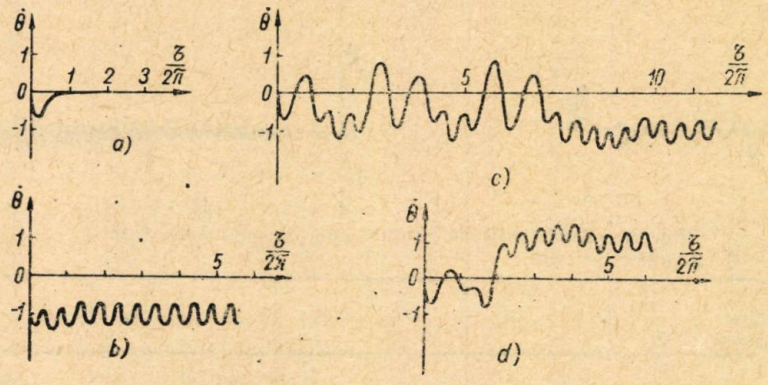


Fig. 7. — Influenţa cuplurilor reactive asupra pornirii motorului cu poli ieşiţi pe ambele armături.

Valorile parametrilor sînt:

Diagrama	A	B	C	D	θ_0	τ_0	$\dot{\theta}_0$
a)	1	0	0	0,4	0	π	0
b)	1	0	0	0,4	0	π	−1
c)	1	0,1	0	0,4	0	π	0
d)	1	0,1	0,1	0,4	0	π	0

($B = 0{,}1$) face posibilă pornirea din loc (fig. 7*c*), iar adăugarea şi a unui cuplu reactiv statoric ($C = 0{,}1$) scurtează durata procesului de pornire (fig. 7*d*).

În cazul motorului reactiv pur ($A = 0$, $B = C$), studiul pe modelul analogic a confirmat existenţa domeniilor de instabilitate, în planul parametrilor a, q, puse în evidenţă la studiul teoretic al oscilaţiilor mici. Astfel pentru coeficienţi de cuplu $B = C = 0{,}25$, apropiaţi de limita teoretică (0,288) a domeniului de stabilitate şi sarcină mică ($D = 0{,}05$) rezultă oscilaţii cu amortizare mică (fig. 8 *a*). La valoarea „optimă” $B = C =$

$= 0{,}5$ oscilațiile mici sînt vădit instabile (porțiunea inițială, la viteze $\dot{\theta}$ mici, fig. 8*b*), iar la depășirea primului domeniu de instabilitate oscilațiile devin din nou amortizate (fig. 8*c*). Se observă că, pentru coeficienți de cuplu corespunzători primului domeniu de instabilitate al oscilațiilor mici, amplitudinea oscilațiilor mari se limitează și nu se trece în mișcare de ro-

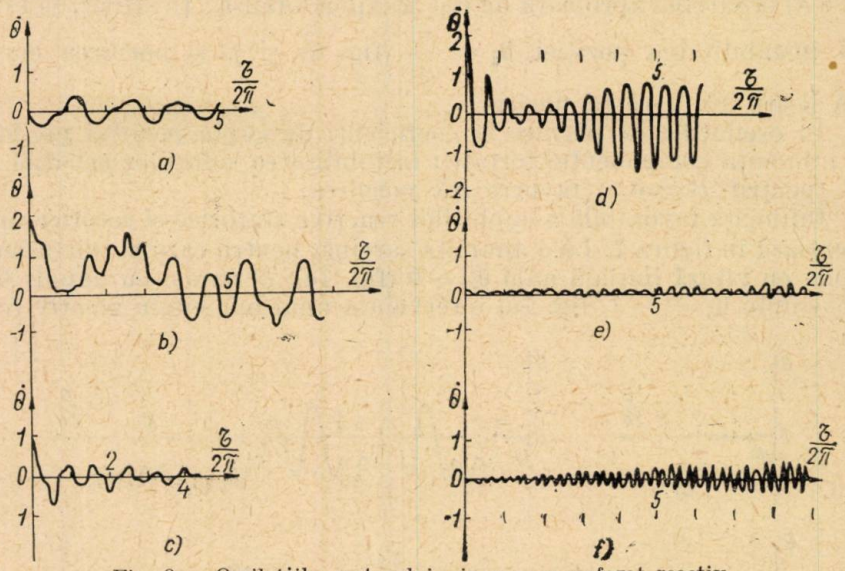


Fig. 8. — Oscilațiile motorului sincron monofazat reactiv.

Valorile parametrilor sînt :

Diagrama	A	B	C	D	θ_0	τ_0	$\dot{\theta}_0$
a)	0	0,25	0,25	0,05	$\frac{\pi}{2}$	π	0
b)	0	0,5	0,5	0,1	0	π	2
c)	0	1	1	0,133	0	π	1
d)	0	2	2	0,133	0	π	2
e)	0	4	4	0,04	0	π	0
f)	0	10	10	0,04	0	π	0

tație continuă, deci în planul fazelor se constituie traiectorii limită care nu pot fi depășite prin puncte de plecare cu viteză inițială nulă $\dot{\theta}_0 = 0$. Acest fapt se confirmă și la valori mai mari ale coeficienților de cuplu $B = C = 2, 4$ și 10 (fig. 8*c*, *d* și *e*), situate în domenii succesive de instabilitate ale oscilațiilor mici : $B = 2$ în domeniul al II-lea, $B = 4$ la limita domeniului al III-lea, iar $B = 10$ în mijlocul domeniului al IV-lea (diagrama domeniilor conform fig. 9). Nici una dintre aceste oscilații nu trece în mișcare de rotație, ci amplitudinea lor se limitează datorită neliniarității ecuației (5).

La cupluri reactive nule (armături netede) modelarea analogică a ecuației (5) a confirmat existența unui domeniu de instabilitate apropiat de cel reprezentat în figura 3. Pentru $A = 0{,}5$ oscilațiile mici sînt instabile numai la sarcini mici (fig. 10*a*) la sarcini mai mari ele devenind conservative (fig. 10*b*) sau chiar amortizate (fig. 10*c*). Același lucru se constată

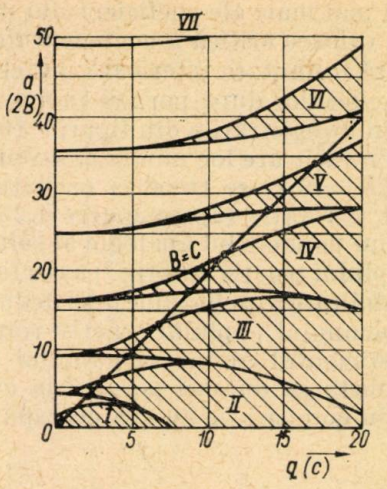


Fig. 9. — Domenii de stabilitate superioare în planul parametrilor ecuației Mathieu (a, q); nehașurat — *stabil*, hașurat — *nestabil*

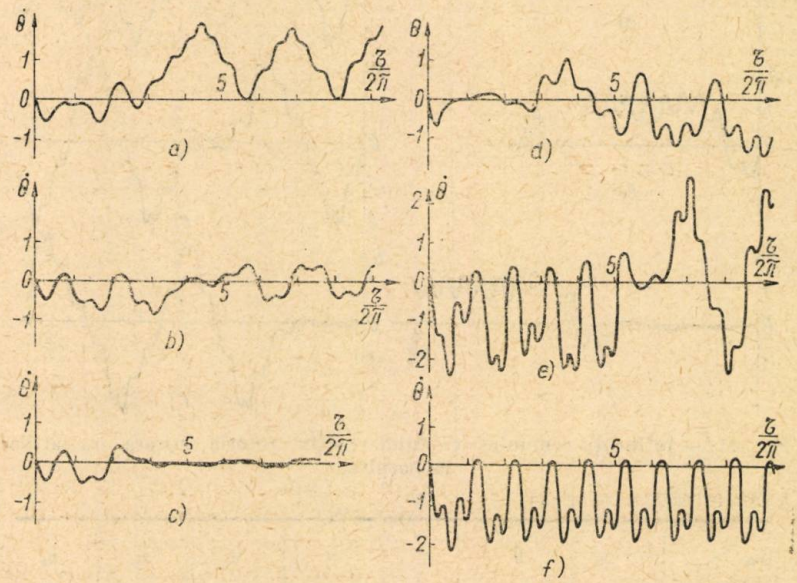


Fig. 10. — Oscilațiile motorului cu armături netede.

Valorile parametrilor sînt:

Diagrama	A	B	C	D	θ_0	τ_0	$\dot{\theta}_0$
a)	0,5	0	0	0	0	π	0
b)	0,5	0	0	0,1	0	π	0
c)	0,5	0	0	0,16	0	π	0
d)	1	0	0	0,4	0	π	0
e)	2	0	0	0,2	0	π	0
f)	2	0	0	0,4	0	π	0

și la valori mai mari ale coeficientului de cuplu A (fig. 10 *d*, *e* și *f*). Peste o anumită valoare critică a coeficientului de cuplu A, de aproximativ 1,5, se manifestă o limitare inferioară a factorului de sarcină care mai asigură trecerea oscilațiilor după pornire în mișcare de rotație. Acest fapt este evidențiat prin înregistrările din figurile 10*e* și 10 *f*, care arată că trecerea la mișcare de rotație are loc numai la sarcini mai mari ($D=0{,}4$), iar la sarcini mai mici ($D = 0{,}2$) se trece la oscilații întreținute, de amplitudine mai mare decît o rotație (aproximativ 1,25 rotații în fig. 10*e*).

Studiul pe modelul analogic al soluțiilor ecuației (5) cu coeficient negativ al cuplului reactiv rotoric [8]) a confirmat întru totul existența domeniilor de instabilitate a oscilațiilor mici deduse la punctul 8. În figura 11 se arată influența semnului cuplului reactiv rotoric asupra procesului de pornire, pentru coeficientul unitar al cuplului principal ($A = 1$). În figura 11*b*, se arată scurtarea duratei pornirii la cuplu reactiv rotoric negativ ($B = -0{,}1$) în comparație cu cea corespunzătoare aceleiași valori pozitive a

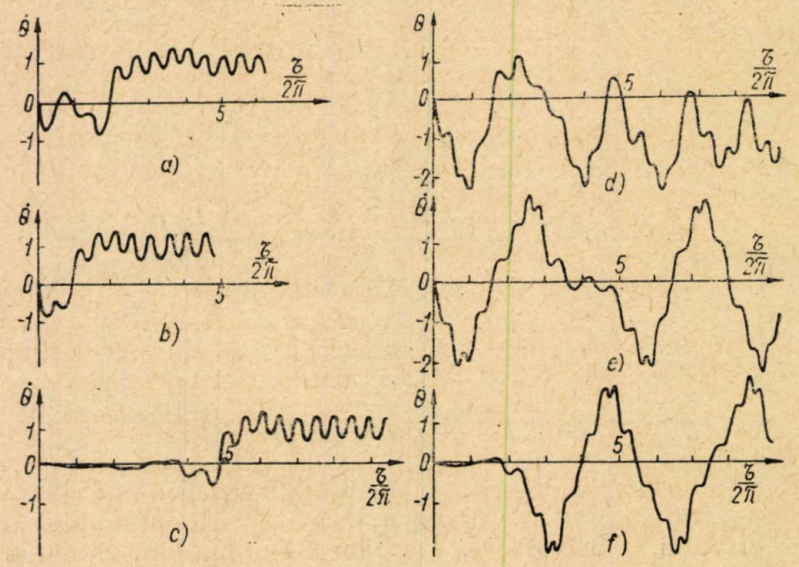


Fig. 11. — Influența semnului cuplului reactiv rotoric asupra oscilațiilor la pornire.

Valorile parametrilor sînt :

Diagrama	A	B	C	D	θ_0	τ_0	$\dot{\theta}_0$
a)	1	0,1	0,1	0,4	0	π	0
b)	1	−0,1	0,1	0,4	0	π	0
c)	1	−0,1	0,1	0,4	$-\frac{\pi}{2}$	π	0
d)	1	0	0	0,4	0	π	0
e)	1	−0,1	0,1	0,04	0	π	0
f)	1	−0,1	0,1	0,04	$-\frac{\pi}{2}$	π	0

[8]) La punctul 8 s-a arătat că semnul coeficienților A și C nu prezintă importanță, domeniile de stabilitate fiind simetrice în raport cu parametrii corespunzători.

cuplului reactiv rotoric ($B = 0{,}1$) în figura 11*a*, în aceleași condiții inițiale, iar în figura 11*c* se evidențiază instabilitatea poziției $\theta_0 = -\frac{\pi}{2}$ la cuplu reactiv rotoric negativ. La sarcină mai mică (fig. 11 *d*, *e*, *f*) în aceeași succesiune, se constată aceeași instabilitate a poziției inițiale și aceeași influență de reducere a duratei pornirii la $B < 0$; în plus se evidențiază existența unei sarcini minime critice, sub care nu este posibilă trecerea de la oscilațiile mari la rotația continuă. De fapt aici, ca și în cazul din figura 10*c*, nu mai are loc o instabilitate a procesului de pornire, care trebuie considerat terminat după o rotire completă și atingerea vitezei sincrone $\dot{\theta}_0 = 1$, ci o instabilitate a regimului de rotire continuă cu viteza medie sincronă. Acest aspect nu se studiază însă în prezenta lucrare.

10. CONCLUZII

1. Poziția naturală de repaus pe care o ocupă rotorul micromotorului monofazat nealimentat este favorabilă pornirii prin oscilații numai la execuția cu poli ieșiți pe ambele armături și magnetizare permanentă (sau excitație) pe rotor. La toate celelalte execuții trebuie luate măsuri constructive pentru interzicerea opririi rotorului în anumite poziții defavorabile $\theta_0 = \pm\frac{\pi}{2}$ spre care acesta tinde sistematic (stator cu poli ieșiți și rotor neted magnetizat) sau în mod întîmplător (statistic).

2. Prin liniarizarea ecuației generale de mișcare a rotorului (5) se pot deduce condițiile necesare pentru asigurarea instabilității poziției de repaus a rotorului după conectarea alimentării. La deducerea condițiilor suficiente trebuie considerată și neliniaritatea ecuației de mișcare.

3. Studiul mai exact al soluțiilor ecuației de mișcare (5) se poate efectua prin modelare pe calculatorul analogic, care permite stabilirea suficienței condițiilor de pornire.

4. La motorul cu poli ieșiți pe ambele armături și magnetizare permanentă pe rotor pornirea prin oscilații se face mai ales pe seama oscilației forțate a rotorului, la îndeplinirea relațiilor (31), (32), (33). Situarea coeficienților cuplurilor reactive (B și C) în primul domeniu de instabilitate al soluțiilor ecuației Mathieu (fig. 1) favorizează pornirea prin oscilații a motorului; condițiile optime corespund relației (27).

5. La motorul reactiv pur ($A = 0$) domeniile de instabilitate ale oscilațiilor mici corespund figurii 9; amplitudinea oscilațiilor mari se limitează însă datorită neliniarității ecuației de funcționare și se dovedește că nu există o traiectorie de fază plecînd din puncte cu viteză inițială nulă $\dot{\theta}_0 = 0$ care să permită depășirea amplitudinii critice de $\frac{\pi}{2}$ a oscilațiilor unghiului θ, deci pornirea prin oscilații (fără impuls inițial) a motorului reactiv nu este posibilă.

6. La motorul cu armături netede ($B = C = 0$) coeficientul de cuplu A și factorul de sarcină D trebuie să se situeze în domeniul instabil din figura 3, pentru ca să nu existe nici o poziție de echilibru indiferent a rotorului după conectarea alimentării. În vederea trecerii la rotire continuă a

rotorului factorul de sarcină D trebuie să fie mai mic decît jumătatea coeficientului de cuplu A. Se recomandă ca $0{,}6 \leqslant A \leqslant 1{,}4$.

7. La motorul cu o armătură netedă şi una cu poli ieşiţi există un optim al valorilor coeficienţilor cuplurilor reactive, conform (51) şi (52), care asigură cele mai bune condiţii de pornire prin oscilaţii. Diagrama de instabilitate în raport cu coeficientul de cuplu A corespunde aproximativ cu cea de la punctul 6.

Primit la redacţie la 12.XII.1966.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Moraru, *Contributions à la théorie du micromoteur synchrone ayant des pôles saillants sur le stator et sur le rotor*, Rev. roumaine des sciences techniques, série Electrotechnique et d'Energétique, **11**, *1*, pag. 43—57 (1966).
2. R. Thees, *Kleine Elektromotoren* — ETZ-A 87, *5*, p. 171—175 (1966).
3. E. Kamke, *Differentialgleichungen Lösungsmethoden und Lösungen-I-Gewöhnliche Differentialgleichungen*, 7. Auflage, Akad. Verl. Geest. & Portig K. G. -Leipzig 1961.
4. E. Madelung, *Die mathematische Hilfsmittel der Physikers*, Springer Verl. Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1957.
5. N. W. Mc. Lachlan, *Theory and application of Mathieu functions*, Clarendon Press-Oxford, 1951.
6. C. Hayashi, *Forced oscillations in non-linear systems*, Nippon Printing and Publishing Co. Ltd. Osaka 1953.

SCHEME REI FĂRĂ „LINIARIZAREA" SARCINILOR EXTERIOARE NODULUI ÎN STUDIU

DE

P. DIMO

621. 316. 11. 001. 24

În articol se arată posibilitatea de a se obţine schemele echivalente radiale pentru un nod denumite REI în „analiza nodală", fără liniarizarea sarcinilor „exterioare".

Aceste scheme nu au generalitatea celor obţinute prin liniarizare şi pot avea utilizare în cazuri particulare.

INTRODUCERE

Plecînd dela reţeaua sistemului real, exprimat de ecuaţiile nodale, se pot stabili prin reducerea şi transformarea ecuaţiilor o serie de scheme standardizate, deduse din considerarea corespondenţei biunivoce între aceste ecuaţii şi geometria reţelei. Structura radială caracteristică sistemelor electroenergetice e structura rezultată pentru aceste scheme. În schema finală sînt reţinute un număr mic de noduri esenţiale pentru problema în studiu, pentru care s-a sintetizat schema redusă.

Schemele reduse radiale reduse au fost denumite scheme REI deoarece :

— au întotdeauna o structură radială (R) ;

— sînt echivalente (E) cu restul sistemului pentru nodul central al schemei, după cum s-a arătat în lucrările anterioare ;

— sînt independente (I) de ceea ce se petrece în sistem dincolo de frontierele lor.

Schemele reduse au fost stabilite în lucrările anterioare prin reducerea nodurilor exterioare utilizînd o relaţie de „liniarizare". Curenţii injectaţi din nodurile ce se reduc erau consideraţi satisfăcînd relaţia : $I = YE$ în care E este tensiunea nodală a nodului respectiv.

În cele ce urmează vom arăta şi alte posibilităţi de a obţine scheme reduse echivalente, fără utilizarea relaţiei de „liniarizare" şi anume vom arăta că se pot obţine trei categorii de scheme REI pentru un nod, nodul în studiu, plecînd de la ecuaţiile aşa zise nodale ($[i] = [y] \times [e]$), şi anume :

a) scheme REI obţinute prin „liniarizarea" nodurilor cu o sarcină exterioară nodului în studiu. Aceste scheme sînt cele utilizate în lucrări anterioare.

b) scheme REI obţinute prin considerarea unui curent constant în nodurile cu sarcină exterioară nodului în studiu ;

c) scheme REI obţinute prin considerarea puterilor constante în nodurile cu sarcini exterioare nodului în studiu.

Toate aceste scheme REI pentru un nod au ca scop menţinerea în schema simplă cu structură tip (radială) a unui număr redus de noduri şi anume numai acelea ce decid variaţia mărimilor (tensiuni, curenţi, puteri) în nodul central al schemei, adică în „nodul în studiu".

Dacă considerăm structura specială a sistemelor electroenergetice şi caracteristicile injecţiilor de curent, aceste scheme reduse pot da soluţii în toate problemele complexe ale sistemelor electroenergetice. Utilizarea acestor scheme conduce în acelaşi timp la o simplificare esenţială a problemelor şi o posibilitate în plus de raţionare directă asupra unor structuri simple şi standardizate. Să parcurgem pe scurt cele trei categorii de scheme.

2. SCHEME REI OBŢINUTE PRIN LINIARIZAREA NODURILOR EXTERIOARE CE SE REDUC

Nodurile ce se elimină sînt „liniarizate" în prealabil prin considerarea unei relaţii de dependenţă liniară între curentul injectat şi tensiunea respectivă.

După cum s-a arătat în lucrările anterioare, de exemplu [2], totul revine în a considera în locul sarcinii din nodul eliminat o admitanţă. Această ipoteză corespunde în unele cazuri realităţii fizice. Ea este introdusă curent în unele studii specifice acestor sisteme (de exemplu în problema de stabilitate dinamică, în calcul exact al curenţilor de scurtcircuit, fiind mai apropiată de realitate şi conducînd în general la soluţii simple.

După cum s-a arătat detaliat în [1]şi[2], procedeul de reducere pentru a determina schema radială finală constă din următoarele operaţii :

a) se reduc din ecuaţia nodală iniţială toate nodurile exterioare ce nu conţin variabile independente, prin utilizarea dependenţei liniare arătată mai sus ;

b) se păstrează în final în ecuaţia nodală redusă numai nodurile cu tensiuni „aplicate" (în general nodurile generatoare), plus „nodul în studiu" (nodul central al schemei rezultate) ;

c) se extrage ecuaţia nodului în studiu din ecuaţia finală şi se stabileşte schema lui echivalentă (REI) prin considerarea relaţiilor de biunivocitate.

3. SCHEME REI OBȚINUTE CONSIDERÎND CURENȚII CONSTANȚI ÎN NODURILE EXTERIOARE CE SE REDUC

Se pot obține astfel scheme radiale identice ca structură (REI) și fără „liniarizarea indicată" pentru nodurile ce se reduc. Curenții pot fi considerați *termeni liberi* în ecuațiile respective, procedeul de eliminare rămînînd neschimbat. În acest caz, în ecuația nodului în studiu va apărea în final un termen în plus, ce poate fi considerat reprezentativ pentru curenții ce erau injectați în nodurile eliminate. Acest curent rezultă din însumarea termenilor proveniți din termenii liberi în urma eliminării. Plecăm tot de la ecuațiile nodale de tipul

$$[i] = [y] \times [e]. \tag{1}$$

Notăm cu y_{pm} termenul din rîndul p coloana m, care corespunde admitanței Y_{pm} care leagă nodul p cu nodul m.

Să considerăm una din ecuații extrasă din ecuația matriceală nodală, de exemplu, pentru nodul p ce va fi eliminat :

$$ip = y_{p1} e_1 + y_{p2} e_2 + \cdots + y_{pp} e_p. \tag{2}$$

Aici y_{pp} cu semn schimbat reprezintă admitanța nodală a nodului p.

Eliminarea se va face mai departe prin procedeul de eliminare Gauss, eliminînd și de rîndul acesta tot variabila e_p, dar considerînd termenul i_p ca termen liber :

$$e_p = -\sum_m \frac{y_{pm}}{y_{pp}} e_m + \frac{i_p}{y_{pp}}. \tag{3}$$

Înlocuind valoarea lui e_p în restul ecuațiilor (1) obținem pentru oricare din ecuații ce conțin variabila e_p :

— termeni identici ca natură termenilor ce se obțineau în membrul doi în cazul reducerilor prin „ liniarizare" ;

— un termen în plus față de termenii rezultați prin reducerea în cazul „liniarizării". Acest termen provine din termenul al doilea din formula (3), partea din dreapta și are următoarea expresie generală pentru un nod oarecare k, ce era legat prin admitanța y_{kp} cu nodul eliminat p :

$$\frac{y_{kp}}{y_{pp}} i_p, \tag{4}$$

unde cu $y_{kp} = Y_{kp}$ s-a notat admitanța ce leagă nodul k cu nodul p.

Ecuația finală a nodului k după eliminarea nodului p devine

$$i_k = y_{k1} e_1 + y_{k2} e_2 + \cdots - \frac{y_{kp}}{y_{pp}} i_p, \tag{5}$$

sau dacă înlocuim coeficienții y cu admitanțele respective, ținînd seamă de semnul admitanțelor corespunzătoare lui y_{pp} și trecînd în membrul

întîi curenții i' rezultați în membrul 2, după eliminarea lui e_p și înlocuind, termenii din matrice cu mărimile corespunzătoare (admitanțe, tensiuni, curenți, obținem:

$$\underline{I}_k + \underline{I}'_k = \underline{Y}_{k1}\underline{E}_1 + \underline{Y}_{k2}\underline{E}_2 + \cdots - \underline{Y}_{kk}\underline{E}_k \tag{6}$$

unde

$$\underline{I}'_k = -\frac{\underline{Y}_{kp}}{\underline{Y}_{pp}}\underline{I}_p .$$

Și aici, nodurile reținute în final vor fi cele considerate cu tensiuni aplicate (generatoare).

Considerînd corespondența dintre ecuația (6) și schema radială echivalentă, putem stabili și acum schema din figura 1. În acest caz în nodul central al schemei trebuie să adăugăm curentul $\underline{I}'_k$, care rezultă egal cu curentul din nodul eliminat, multiplicat cu un raport de admitanțe după cum se vede în figura 1*b*:

$$\underline{I}_k = \underline{I}_p \times \frac{\underline{Y}_{kp}}{\underline{Y}_{pp}}, \tag{7}$$

Schema REI ce rezultă în acest caz pentru un nod în studiu, după o serie de eliminări, va conține o sumă de termeni de natura termenilor corespunzători formulei (4) și care vor putea fi reprezentați în schemă, așa cum se arată în figura 1, printr-un curent în plus ce se adaugă curentului

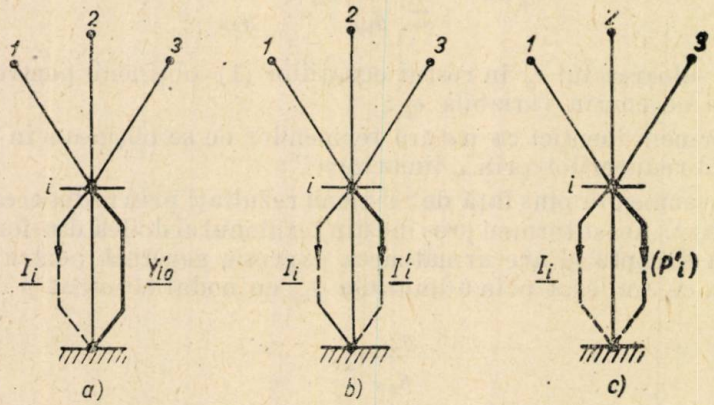


Fig. 1. — Cele trei categorii de scheme REI:
a) obținută prin „liniarizare",
b) obținută considerînd curenții constanți,
c) obținută considerînd puterile constante.

real al nodului în studiu. Reducerea pe această cale poate fi utilă numai în studii speciale; de acest aspect ne vom ocupa mai departe. Să trecem acum la a treia categorie de scheme REI.

4. SCHEMA REI OBȚINUTĂ CONSIDERÎND PUTERILE CONSTANTE ÎN NODURILE EXTERIOARE CE SE REDUC

Această categorie de schemă echivalentă este utilă în special în problemele de stabilitate statică, unde caracteristicile statice ale sarcinilor sînt rar cunoscute cu exactitate în nodurile rețelelor sistemelor electroenergetice, iar ipoteza acoperitoare pentru calculul stabilității este considerarea legii de variație pentru puterea activă : $p = \text{const}$. De aceea, vom aminti aci posibilitățile de construire a schemelor REI în ipoteza sarcinilor exterioare constante, prin metoda cunoscută a aruncării sarcinilor dintr-un nod în altul. Această metodă, cu toate că este aproximativă, poate da în multe cazuri rezultate excelente, mai ales la studiul condițiilor de înrăutățire a regimurilor. Astfel de studii sînt necesare în unele rețele în care stabilitatea statică ar putea pune probleme grave în regimuri lipsite de rezerve de puteri active și reactive. Metoda de reducere expusă apare interesantă în cazul particular în care condițiile de înrăutățire se consideră chiar creșterea sarcinei active a nodului în studiu, pentru care se constituie schema REI. În acest caz, nodurile din jurul nodului al cărui regim se „înrăutățește" și care pot influența nodul „în studiu", trebuie considerate în ipoteza menținerii puterilor constante.

Pentru determinarea *zonei din jurul nodului în studiu*, ce trebuie considerată în calcul, se va utiliza procedeul arătat în [1], unde se stabilește modul de considerare a sistemelor vecine pentru studiul unui sistem.

Se pornește deci de la ecuațiile nodale și se reduc nodurile prin procedeul Gauss, cu supravegherea „nodului în studiu", pornind în ordine de la nodurile vecine acestui nod. În momentul cînd nodurile ce se reduc nu mai schimbă valorile ce se obțin pentru nodul în studiu, procesul de eliminare se oprește și frontiera se trasează prin ultimele noduri eliminate [1].

Operațiile efectuate la reducerea schemelor se fac numai în interiorul zonei delimitate, pe calea cunoscută din procedeul obișnuit de aruncare a sarcinilor din diversele noduri ale schemei către nodurile vecine, pentru a se putea apoi lega în final generatoarele la un același nod direct, nodul în studiu.

După aruncarea sarcinilor, conform legii momentelor, sarcinile care ajung conectate direct la tensiunile electromotoare interne ale mașinilor nu mai intervin în schemă, deoarece ele nu mai au niciun efect asupra restului schemelor.

În multe cazuri sînt necesare unele aproximații în stabilirea generatorilor echivalenți ce vor trebui considerați în final. Acest lucru face ca această metodă să fie utilizabilă cu succes numai de specialiști avertizați, care vor trebui să aibă în permanență în vedere în timpul operațiilor scopul reducerii. În final, unele generatoare ce au legături directe strînse între ele vor fi combinate în generatoare echivalente. Pentru altele, ce apar cu legături slabe, legăturile vor putea fi tăiate [3], [4].

Dacă presupunem în plus că sarcinile reactive variază pentru toate elementele schemei cu pătratul tensiunii, ipoteză ce se face curent în problema de stabilitate statică și care se recomandă pentru simplificare, atunci sarcinile reactive pot fi înlocuite prin reactanțe.

Situaţia se simplifică astfel prin faptul că la transformarea schemei aceste reactanţe pot fi înglobate în reactanţele interne ale generatoarelor şi sarcinile rămîn numai active. Plecînd de la generatoarele din fiecare punct din zona delimitată, în care există o sarcină reactivă, se transformă generatorul şi se menţine numai sarcina activă, care, apoi, este aruncată la nodul următor, unde se efectuează aceeaşi operaţie şi aşa mai departe. În acest fel, sarcinile active vor fi mutate automat către nodul care interesează, iar cele reactive pot fi înglobate în reactanţa internă a generatoarelor echivalente, care vor rezulta din aceste transformări succesive.

În plus, impedanţa generatorului echivalent va cuprinde într-o proporţie însemnată reactanţe, ceea ce prezintă marele avantaj că reduce într-o măsură importantă aproximaţiile care rezultă în cazul în care în studiu sînt neglijate rezistenţele circuitelor. Este foarte posibil ca din astfel de transformări să rezulte clar inutilitatea introducerii rezistenţei circuitelor în generatorul echivalent respectiv, ceea ce poate fi cîteodată de mare folos în simplificarea calculului.

În concluzie, pe căile de mai sus, în locul unui sistem întreg legat la un nod poate rezulta :

— o serie de maşini sincrone echivalente, legate practic numai prin reactanţă, în cazul cînd sarcinile reactive au fost înglobate în schemă sub formă de reactanţe pentru zona delimitată [1];

— o sarcină activă unică în nodul central al schemei.

Generatorii echivalenţi vor avea o sarcină mai mică decît sarcina adunată a generatoarelor pe care le înlocuiesc, deoarece sarcinile aruncate lîngă tensiunile electromotoare interne, în timpul transformării schemelor, nu se mai iau în considerare nemaiintervenind în calcul. Sarcina pe care o maşină echivalentă o transmite nodului respectiv se adaugă deci la sarcina acestui nod, în aşa fel încît bilanţul puterilor active şi reactive, pentru tot restul schemei, să fie satisfăcut.

5. CONSIDERAŢII ASUPRA CELOR TREI SCHEME RADIALE ECHIVALENTE PENTRU UN NOD

În figura 1 sînt arătate cele trei scheme REI ce pot fi obţinute, prin cele trei căi de mai sus, pentru un nod în studiu. Trebuie remarcat că aceste trei scheme, identice ca structură, sînt diferite ca valori ale admitanţelor, laturilor radiale şi ca elemente, ce apar în plus în nodul central al schemei. Astfel, se pot distinge :

— cazul reducerii prin „liniarizare", unde, în nodul central apare, pe lîngă curentul de injecţie real, o admitanţă în plus, reprezentînd injecţiile de curent exterioare nodului în studiu şi care erau plasate în nodurile ce s-au redus.

—cazul reducerii considerînd „curenţii constanţi" (punctul 3), unde în nodul central apare un curent în plus, reprezentînd curenţi de injecţie din nodurile ce s-au redus.

— cazul reducerii considerînd „puteri constante" (punctul 4), unde în nodul central apare în plus o putere activă (eventual şi reactivă), reprezentînd puterile existente în nodurile ce s-au redus.

Din cele trei căi de mai sus, numai primele două pot fi asociate simplu calculului digital. Algoritmul de calcul care rezultă este cel general utilizat în rezolvarea ecuațiilor liniare cu coeficienți constanți (eliminarea Gauss), pentru ambele căi (liniarizare sau curenți constanți). A treia cale trebuie utilizată numai de cercetători experimentați, cu o cunoaștere generală și completă a fenomenelor electrice dintr-un sistem electroenergetic. Ea este utilă numai în probleme cu totul speciale, reducerea schemei urmînd a fi făcută considerînd direct problema ce trebuie rezolvată în final (de exemplu, condițiile de înrăutățire prin variația mărimilor într-un singur nod, vezi stabilitatea statică [4]).

În orice caz, dacă problema se pune într-un sistem vast interconectat, problemele ce s-ar examina pe calea reducerii la o schemă REI cu puteri constante în rest (punctul 4), necesită un prim studiu de delimitare a zonei din jurul nodului „în studiu" ce trebuie considerată [1]. După această delimitare, care se efectuează ușor pe cale digitală, un specialist experimentat va putea determina schema REI cea mai convenabilă problemei ce vrea s-o rezolve.

În general, calea „liniarizării" va fi cea adoptată, ea conducînd la rezultate suficiente ca exactitate în majoritatea problemelor.

În plus, după cum s-a arătat în [2] și [4], ea poate fi asociată unei al doilea concept figurativ de mare eficacitate, imaginea nodală. A doua cale, a curenților constanți, nu poate fi utilizată decît tot în probleme speciale, ca și a treia cale. Ne referim în special la probleme de reglaj, în care, în anumite cazuri, după posibilitățile de reglaj deduse pe calea liniarizării, s-ar putea stabili diferențele în cazul căii curenților constanți. Această cale este însă total improprie în cazul cînd nodurile reduse au posibilități de variație importantă a fazei tensiunilor (cum e cazul de exemplu, în problemele dinamice.) Într-adevăr, orice variație a fazei tensiunii va schimba puterile și factorul de putere a sarcinii în nodul în care s-a considerat curentul constant ca mărime și fază, pentru reducere. Cu toată comoditatea acestei căi, ea trebuie utilizată deci cu prudență, fiind atenți în mod deosebit la posibilitățile ce apar pentru stările cercetate, în studiu, de schimbare a fazei tensiunii în nodurile reduse.

Primit la redacție la 12 XII 1966.

BIBLIOGRAFIE

1. Paul Dimo, *Modul de considerare a sistemelor vecine pentru studiul unui sistem electroenergetic interconectat*, St. cerc. energ. electr., **16**, *3*, p. 577—581 (1966).
2. Paul Dimo, *Simplification des problèmes des réseaux par l'introduction d'un nouveau concept — Schème équivalent (REI) et image*, CIGRE — rap. 318—1964.
3. I. M. Markovici, *Sisteme energetice*, Edit. tehnică, 1960.
4. P. Dimo, *Analiza sistemelor electroenergetice*, Edit. tehnică, 1959.

UTILIZAREA UNOR SCHEME ECHIVALENTE LA CALCULUL CURENŢILOR DE SCURTCIRCUIT

DE

M. POMÂRLEANU

621.316.11.014.3

Lucrarea tratează problema calculului curenţilor de scurtcircuit prin metodele directe, neiterative, utilizînd în acest scop reţele echivalente reduse. Toate reţelele echivalente reduse, corespunzătoare tuturor situaţiilor de scurtcircuit dorite a fi studiate, se extrag simplu dintr-o reţea transformată din reţeaua originală. Aceasta posedă concentrat toate informaţiile necesare formării imaginilor nodale sau echivalenţilor reduşi, iar construcţia sa, ca şi a reţelelor echivalente, se realizează simplu pe calculatorul cifric cu un algoritm unic de calcul.

În studiile sistemelor electroenergetice apare de multe ori necesitatea calculării curenţilor sau tensiunilor pe diferite bare sau linii de legătură în condiţiile unor eventuale avarii la unul sau la mai multe dintre elementele componente ale echipamentului electric. Aceste calcule, întocmite în scopul alegerii corecte a echipamentului sau reglajului protecţiei, prezintă particularitatea că se cer efectuate adeseori în multe variante (scurtcircuite pe diferite bare ale sistemului, pe diverse linii de transport, în cîteva situaţii privind configuraţia sistemului etc.) [1], [2].

Pentru problemele legate de studiile de dezvoltare ale sistemelor electroenergetice, aceste calcule trebuie efectuate şi pentru situaţiile apariţiei unor noi centre de producţie şi consum legate în diferite moduri de reţeaua anterior existentă. Din aceste cauze, metodele de calcul a curenţilor de scurtcircuit trebuie să ţină cont de această particularitate, adică să permită efectuarea de calcule pentru toate variantele cerute cu modificări minime ale datelor iniţiale şi de asemenea să se preteze simplu la o mecanizare a calculului pe calculatoarele cifrice.

Datorită existenţei calculatoarelor electronice automate, se impune ca aceste metode să satisfacă necesitatea unei exigenţe sporite din punctul de vedere al preciziei de calcul, astfel încît să se ia în consideraţie efectele sarcinii sistemului, a rezistenţei arcului, a tipului de scurtcircuit etc.

St. cerc. energ. electr., tom. 17, nr. 4, p. 769—782, Bucureşti 1967

În lucrarea de față se va prezenta o cale de transformare a schemelor rețelelor electrice într-o serie de scheme echivalente pe care să se poată efectua ușor calcule de scurtcircuit în multitudinea de variante cerute de acestea, cu luarea în considerație a elementelor cerute mai sus.

PRINCIPIILE METODEI

Pentru calculul curenților de scurtcircuit se va utiliza în lucrarea de față o metodă directă de calcul, neiterativă, utilizînd în acest scop o rețea echivalentă redusă care păstrează numai nodurile cu tensiuni constante sau cunoscute [3] — [5], restul nodurilor fiind eliminate prin liniarizare (echivalentul final REI — Dimo).

Toate aceste rețele echivalente reduse, corespunzătoare tuturor situațiilor de scurtcircuit pentru care se dorește să se calculeze curenții rezultați, se vor extrage simplu dintr-o rețea transformată din rețeaua originală, care posedă concentrat întregul volum de informații necesare construirii tuturor imaginilor nodale și a schemelor echivalente corespunzătoare. Construirea acestei rețele transformate din rețeaua originală, ca și extragerea după dorință a rețelei echivalente reduse, se realizează pe calculatoare cifrice cu ajutorul unui simplu algoritm unic de calcul. Acest lucru ușurează foarte mult automatizarea calculului în multitudinea de variante cerute, reducînd în același timp volumul global de calcule.

Odată obținută rețeaua echivalentă redusă, se pot utiliza două variante de calcul ale curenților de scurt circuit : fie calculînd direct curenții din relațiile de legătură curent-tensiune (tensiunile fiind cunoscute), fie utilizînd teorema Norton, adică se calculează curenții de scurtcircuit din suma curenților de scurtcircuit în gol și a curentului de regim permanent dinainte de apariția scurtcircuitelor.

TRANSFORMAREA REȚELEI INIȚIALE ȘI OBȚINEREA REȚELELOR ECHIVALENTE REDUSE

Problema esențială a acestei metode este calea de transformare și de obținere a echivalenților finali, astfel ca ei să permită efectuarea calculului curenților de scurtcircuit pentru defecte în orice punct al rețelei reale pentru toate variantele de conexiuni ale elementelor acesteia.

Evident, cel mai simplu lucru ar fi să se memoreze toate elementele obținute din etapele intermediare ale procesului de eliminare necesare formării echivalentului final. În acest caz se poate face o revenire, astfel că oricare dintre nodurile de sarcină pe care ar apărea scurtcircuitul să fie restabilit ca element component al echivalentului final.

Această cale implică o exagerată încărcare a memoriei calculatorului (ceea ce limitează dimensiunile rețelei de calculat) și, în plus, operația de restabilire a nodului dorit este în majoritatea cazurilor laborioasă.

O altă cale constă în refacerea întregii operații de eliminare pentru o altă succesiune de noduri corespunzătoare fiecărui caz dorit, în care ultimul nod neeliminat este cel în care va apărea scurtcircuitul [3].

Evident, această cale, datorită volumului de calcul cerut, se poate aplica în cazul în care numărul de noduri de sarcină este mic sau cînd numărul de puncte de scurtcircuit este limitat ; în acest ultim caz se face mai întîi eliminarea nodurilor nedorite (definitiv eliminate) și apoi pentru nodurile de sarcină rămase în care vor apărea defecte se fac operații de eliminare cu ordinea nodurilor schimbată. Totuși, chiar și în aceste cazuri volumul de calcul este destul de mare.

Calea propusă în lucrarea de față elimină în mare măsură aceste neajunsuri.

Ideea de bază a metodei constă în transformarea rețelei inițiale într-o altă rețea din care să se poată extrage simplu toate rețelele echivalente ce conțin numai noduri cu tensiuni cunoscute corespunzătoare scurtcircuitelor pe orice bară a sistemului sau de asemenea orice imagine nodală corespunzătoare unor stări speciale a rețelei originale.

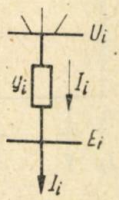


Fig. 1

Această transformare se va obține prin înlocuirea tensiunilor reale ale barelor cu alte tensiuni. Vom denumi această înlocuire operație de substituire. Ea se realizează prin legarea la bara de tensiune U_i (fig. 1) a unei noi bare de tensiune E_i prin intermediul unei admitanțe Y_i.

Această transformare are la bază ideea că de obicei generatoarele pot fi echivalate printr-o admitanță constantă în serie cu o tensiune constantă, iar sarcinile prin admitanță constantă în serie cu o tensiune constantă de valoare zero.

Deci atît pentru nodurile generatoare, cît și pentru cele consumatoare se utilizează o formă unică de substituire, avînd expresia

$$U_i = \frac{I_i}{Y_i} + E_i , \tag{1}$$

unde

U_i — reprezintă tensiunea barei i considerate înainte de substituire,

I_i — curentul injectat sau absorbit din bara respectivă, luat cu semnul plus dacă este injectat și cu semnul minus dacă este absorbit ; el se menține constant în operația de substituire,

Y_i — admitanța de substituire,

E_i — tensiunea barei considerate după substituire (pentru nodurile de sarcină, evident, $E_i = 0$).

(Toate mărimile de mai sus sînt mărimi complexe.)

Valoarea admitanței de substituire se ia $1/x_d$ sau $1/x'_d$ ori $1/x''_d$ pentru nodurile generatoare (x_d, x'_d, x''_d fiind reactanțele sincrone, tranzitorii sau supratranzitorii ale generatoarelor respective), iar pentru nodurile consumatoare se calculează din expresia

$$Y_i = \frac{S_i}{U_i}, \tag{2}$$

unde S_i este consumația nodului i.

În felul acesta, legînd la rețeaua R din figura 2 admitanțele Y_i (fig. 3), se obține, după eliminarea tensiunilor U_i rețeaua R' din figura 4.

Operația de substituire se execută foarte simplu, deoarece toate elementele noii rețele se determină cu ajutorul unui algoritm unic ; pentru

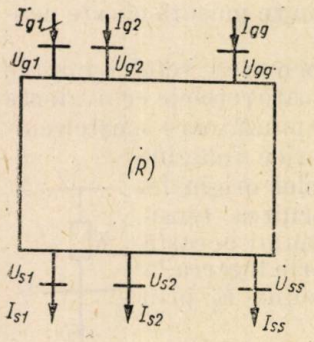


Fig. 2

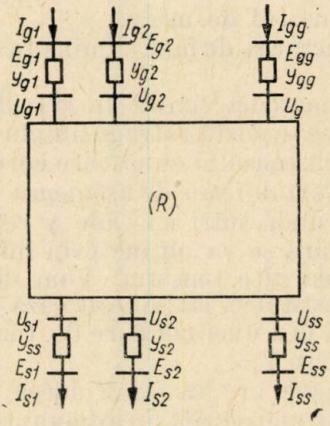


Fig. 3

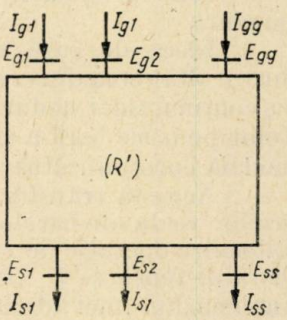


Fig. 4

a demonstra acest lucru, vom împărți matricea admitanțelor barelor sistemului în trei grupe de submatrice: unele superioare (σ), unele inferioare (γ) și submatricele linie corespunzătoare nodului ce se elimină (i). Cu această împărțire, legăturile dintre tensiunile și curenții nodurilor rețelei se scriu astfel :

$$\begin{bmatrix} I_\sigma \\ I_i \\ I_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{\sigma\sigma} & Y_{\sigma i} & Y_{\sigma\gamma} \\ Y_{i\sigma} & Y_{ii} & Y_{i\gamma} \\ Y_{\gamma\sigma} & Y_{\gamma i} & Y_{\gamma\gamma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_\sigma \\ U_i \\ U_\gamma \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Substituind în (3) tensiunea U_i cu tensiunea de calcul E_i din relația (1), vom avea

$$\begin{bmatrix} I_\sigma \\ I_i \\ I_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{\sigma\sigma}+Y_{\sigma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{i\sigma} & Y_{\sigma i} & (Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_i \\ Y_{\sigma i}+Y_{ii}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{i\sigma} & Y_{ii} & (Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_i \\ Y_{\sigma\gamma}+Y_{\gamma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{i\sigma} & Y_{i\gamma} & (Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_i \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} Y_{\sigma\gamma}+Y_{\sigma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{i\gamma} \\ Y_{i\gamma}+Y_{ii}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{i\gamma} \\ Y_{\gamma\gamma}+Y_{\gamma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{i\gamma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_\sigma \\ E_i \\ U_\gamma \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Observînd că

$$\begin{aligned} Y_{\sigma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_i &= Y_{\sigma i}+Y_{\sigma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{ii}, \\ Y_{ii}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_i &= Y_{ii}+Y_{ii}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{ii}, \\ Y_{\gamma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_i &= Y_{\gamma i}+Y_{\gamma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{ii}, \end{aligned} \tag{5}$$

relaţia (4) devine

$$\begin{bmatrix} I_\sigma \\ I_i \\ I_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{\sigma\sigma}+Y_{\sigma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{i\sigma} & Y_{\sigma i}+Y_{\sigma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{ii} \\ Y_{\sigma i}+Y_{ii}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{i\sigma} & Y_{ii}+Y_{ii}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{ii} \\ Y_{\sigma\gamma}+Y_{\gamma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{i\sigma} & Y_{\gamma i}+Y_{\gamma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{ii} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} Y_{\sigma\gamma}+Y_{\sigma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{i\gamma} \\ Y_{i\gamma}+Y_{ii}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{i\gamma} \\ Y_{\gamma\gamma}+Y_{\gamma i}(Y_i-Y_{ii})^{-1}Y_{i\gamma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_\sigma \\ E_i \\ U_\gamma \end{bmatrix}$$

Analizînd termenii fiecărei submatrice, se vede că operaţia de substituire într-un nod oarecare i se face înlocuind fiecare element de pe linia m şi coloana n (y_{mn}) cu unul nou (y'_{mn}), calculat cu algoritmul unic

$$y'_{mn} = y_{mn} + y_{mi}(y_i - y_{ii})^{-1} y_{in} . \quad (7)$$

Aplicînd în mod succesiv pentru orice i, la toate elementele matricei, formula de transformare (7), se va obţine în final matricea admitanţelor noii reţele R'.

Dacă se doreşte să se obţină matricea unei reţele R'' dedusă din R' şi care să aibă una sau mai multe bare nesubstituite (restabilite), este suficient să se facă o substituire similară ca mai sus, în care însă admitanţa y_i se ia egală cu valoarea ei de la substituirea anterioară, însă de semn schimbat (fig. 5). Înfelul acesta, rezultanta celor două admitanţe introduse succesiv în nodul respectiv, care sînt egale, dar de semn contrar, capătă o valoare infinită şi deci $U'_i = U_i$ (fig. 5).

Înseamnă că refacerea oricărui nod în forma sa iniţială, restabilirea, se face operînd asupra matricei transformate cu ajutorul aceluiaşi algoritm de calcul (relaţia (7)), în care noul y_i se ia egal, dar de semn schimbat faţă de cel iniţial, corespunzător nodului i.

Faptul că tensiunea E_i la cele s noduri de sarcină este nulă simplifică calculul matricei admitanţelor reţelei R' rezultată din operaţia de substituire, deoarece nu mai este necesară memorarea finală a elementelor de pe cele s coloane corespunzătoare nodurilor de sarcină. Excepţie fac numai elementele de pe diagonala principală, care trebuie calculate deoarece intervin la operaţia de revenire la forma iniţială a diferitelor noduri.

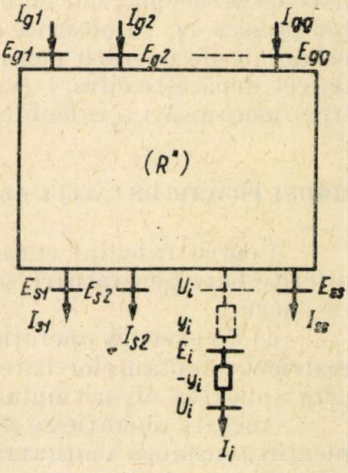


Fig. 5

Într-adevăr, la calculul elementelor unui nou echivalent final cu unul dintre noduri restabilite (nodul i), adică a echivalentului cu $g+1$ noduri, în formula (7) este suficient ca din matricea rezultată în urma operaţiei de substituire să fie cunoscute numai elementele corespunzătoare celor $g+s$ linii şi g coloane, precum şi cele de pe diagonala principală.

Deci după operaţia de substituire se reţine următoarea expresie a matricei de calcul, scrisă prin intermediul submatricelor corespunzătoare

celor g noduri generatoare şi s noduri consumatoare :

$$[Y'] = \begin{bmatrix} Y'_{gg} & 0 \\ Y'_{sg} & Y_{Dss} \end{bmatrix} \tag{8}$$

unde Y'_{gg} şi Y'_{sg} sînt submatricele corespunzătoare liniilor g şi s şi coloanelor g, rezultate în urma operaţiei de substituire, iar Y_{Dss} este o matrice diagonală, reprezentînd cei s termeni proprii de pe ultimele s linii ale matricei admitanţelor noii reţele R' ; celelalte elemente ale submatricelor de admitanţe, care, aşa cum s-a arătat, se înmulţesc cu tensiunile de sarcină E_s şi care, fiind zero, nu mai prezintă interes şi deci nu vor mai fi memorate, sînt reprezentate prin termenii nuli din matricea $[Y']$.

Se observă deci că pentru a obţine orice echivalent final al reţelei date, adică pentru a obţine oricare dintre echivalenţii reţelei originale care păstrează pe lîngă nodurile cu tensiuni fixe (nodurile generatoare) şi un nod de tensiune zero (nodul cu scurtcircuit), cu ipoteza de echivalare că nodurile de sarcină pot fi reprezentate prin admitanţe constante şi nodurile generatoare cu tensiuni constante în spatele unor admitanţe constante, este suficient ca după operaţia de substituire a barelor tuturor nodurilor, adică după formarea reţelei R', să se reţină o matrice care în afară de diagonala principală să posede numai elementele submatricei dreptunghiulare corespunzătoare celor $g+s$ linii şi g coloane.

În felul acesta se obţine o reţea transformată care permite extragerea printr-o simplă operaţie de eliminare (revenire) a oricărui echivalent final cu $g+1$ noduri sau a oricărei imagini nodale corespunzătoare acestuia.

Comparînd efortul de calcul necesar formării tuturor echivalenţilor finali cu $g'+1$ noduri, ceruţi de un calcul al curenţilor de scurtcircuit prin metoda prezentată mai sus şi prin cea în care se reface operaţia de eliminare de la început, dar cu o ordine schimbată a liniilor matricei admitanţelor (anexa 1), se observă că metoda prezentată realizează o importantă economie de operaţii pentru cazul în care numărul barelor de sarcină cu defect depăşeşte cifra 4 (vezi anexa 1). În plus ea se pretează foarte uşor unei mecanizări a calculului pe un calculator cifric.

MODUL PRACTIC DE CALCUL AL CURENŢILOR DE SCURTCIRCUIT ÎN DIVERSE SITUAŢI

Pentru calculul curenţilor rezultaţi în urma unor scurtcircuite pe diferite bare generatoare sau consumatoare se parcurg următoarele etape de lucru :

a) Se execută operaţia de substituire, înlocuind pe rînd toţi termenii matricei admitanţelor barelor cu expresiile lor corespunzătoare, obţinute prin aplicarea algoritmului unic (7).

Această operaţie se execută succesiv pentru toate nodurile care nu-şi menţin tensiunea constantă în timpul scurtcircuitului. Valorile admitanţelor de substituire se calculează pentru nodurile de sarcină din datele regimului anterior scurtcircuitului, iar pentru nodurile generatoare din reactanţele echivalente ale acestora. Deoarece pentru operaţia de restabilire a oricărui nod este suficientă matricea Y' (8), pentru simplificarea calculelor substituirea se începe de la ultimul nod de sarcină şi se calculează, în afară de diagonala principală, numai elementele y_{mn} pentru $n \leqslant i$; restul

elementelor nu sînt necesare nici pentru calculul de substituire al nodului următor ($i-1$) și nici nu vor fi conținute în matricea Y'.

b) După stabilirea punctelor în care se dorește aflarea curenților de scurtcircuit se trece la operația de restabilire, refăcînd pe rînd fiecare dintre acestea (în ipoteza că ele nu apar explicit în echivalentul final).

Pentru aceasta se pornește de fiecare dată de la matricea Y', calculată la punctul $a°$, și cu ajutorul aceluiași algoritm de calcul (7), în care se schimbă semnul admitanței de substituire anterior utilizată la eliminarea aceluiași nod, se calculează elementele noului echivalent final cu $g+1$ noduri ($Y''_{(i)}$) în care apare explicit bara cu defect (i).

c) Se trece apoi la calculul curenților pentru situația de scurtcircuit considerată, utilizînd elementele noului echivalent final $Y''_{(i)}$.

Se pot utiliza, așa cum s-a arătat mai sus, două expresii de calcul, și anume:

— una în care se utilizează t.e.m. ale generatoarelor E_g, cunoscute de la un calcul de regimuri:

$$\begin{bmatrix} I_{gsc} \\ I_{isc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y''_{(i)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_g \\ 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

(nodul cu tensiune zero este nodul cu scurtcircuit);

— alta în care este necesară cunoașterea curentului (I_{io}) și a tensiunii (U_{io}) pe bara cu defect înainte de apariția defectului, precum și a curenților generatoarelor I_{go} de asemenea înainte de apariția defectului:

$$\begin{bmatrix} I_{gsc} \\ I_{isc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{go} \\ I_{io} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y''_{(i)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ U_{io} \end{bmatrix}. \tag{10}$$

În expresiile matriceale de mai sus, I_{gsc} reprezintă submatricea-coloană a curenților generatoarelor pentru defect pe bara i, I_{isc} este curentul de scurtcircuit în punctul cu defect datorat numai surselor exterioare, iar E_g submatricea-coloană a t.e.m. ale generatoarelor considerate constante (t.e.m. în spatele reactanței supratranzitorii E''_d, t.e.m. în spatele reactanței tranzitorii E'_d sau t.e.m. sincrone E etc.).

A doua cale prezintă unele avantaje din punctul de vedere al volumului de calcul în special, datorită posibilității de a neglija uneori curentul de sarcină în raport cu curentul de scurtcircuit în gol, care este mult mai mare ca modul și defazat cu aproape 90°. În acest caz se poate lua tensiunea medie de regim normal în punctul respectiv cu defect și calcula imediat curenții de scurtcircuit din diversele noduri.

Se observă de asemenea că utilizarea expresiei (10) este mult mai simplă decît a expresiei (9), fiindcă, în afară de faptul că nu mai este necesar calculul tensiunilor E_g, se reduce și volumul de calcul necesar operației de restabilire, deoarece acum este suficientă determinarea numai a unei singure coloane din matricea $Y''_{(i)}$, și anume a coloanei corespunzătoare nodului (i). De asemenea, dacă se dorește calcularea numai a curenților de scurtcircuit în nodurile cu defect (I_{isc}), utilizarea expresiei (10) face posibilă o simplificare importantă a însăși operației de substituire și de restabilire, deoarece în urma substituirii se reține numai diagonala principală a matricei Y', iar operația de restabilire se aplică numai asupra termenului corespunzător nodului cu defect (y''_{ii}).

În această situaţie,

$$I_{isc} = I_{io} - y''_{ii} \cdot U_{io}. \tag{11}$$

Este de observat că expresia (11) reprezintă curentul de scurtcircuit datorat numai surselor exterioare barei i.

Dacă bara i reprezintă un nod generator, atunci la curentul I_{isc} din relaţia (11) trebuie adăugat şi aportul sursei proprii

$$I_{iscT} = I_{isc} + y_i E_i. \tag{12}$$

Înlocuind în (12) pe (11), se găseşte

$$I_{iscT} = (y_i - y''_{ii})\ U_{io}. \tag{13}$$

Se vede deci că pentru calculul curentului de scurtcircuit la locul de defect este suficientă cunoaşterea numai a tensiunii U_{io} existente în acel nod înainte de apariţia defectului. Expresia (13) este generală, ea aplicîndu-se şi pentru scurtcircuite în nodurile cu sarcină, fiindcă, dacă în expresia (11) se înlocuieşte curentul I_{io} cu

$$I_{io} = y_i\ U_{io}, \tag{14}$$

se cade peste relaţia (13).

CAZURI PARTICULARE

Adeseori este necesar să fie calculaţi curenţii de scurtcircuit şi pentru cazul în care tensiunea pe bara respectivă nu este zero, ci are o anumită valoare datorită rezistenţei arcului, adică scurtcircuitul se face prin intermediul unei impedanţe foarte mici.

De asemenea, pentru cazul scurtcircuitelor nesimetrice, schemele secvenţei directe ne indică conectarea unei impedanţe la locul defectului. De multe ori problema calculului scurtcircuitelor în spatele unei anumite impedanţe se pune şi pentru situaţia unui scurtcircuit pe barele serviciilor interne ale centralelor, bare care nu apar explicit în schema de calcul a regimurilor sistemului. Se impune deci ca metoda de calcul a curenţilor de scurtcircuit să permită efectuarea simplă a calculului acestor curenţi şi pentru cazuri particulare.

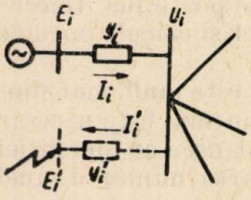


Fig. 6

Vom arăta în continuare cum se rezolvă această problemă cu ajutorul metodei descrise mai sus, luînd cazul scurtcircuitului prin impedanţă la un nod generator (nodurile consumatoare sînt cazuri particulare ale acestora).

Se porneşte pe aceeaşi cale ca mai sus, cu operaţia de restabilire şi de formare a noului echivalent final. Se leagă apoi la acest nod de tensiune U_i un nou nod i', legat numai de acesta prin intermediul admitanţei y'_i şi care se consideră de tensiune E'_i (fig. 6).

Prin formarea noului nod i' apare în relaţiile echivalenţilor finali restabiliţi o ecuaţie în plus,

$$I'_i = y'_i\ U_i - y'_i\ E'_i, \tag{15}$$

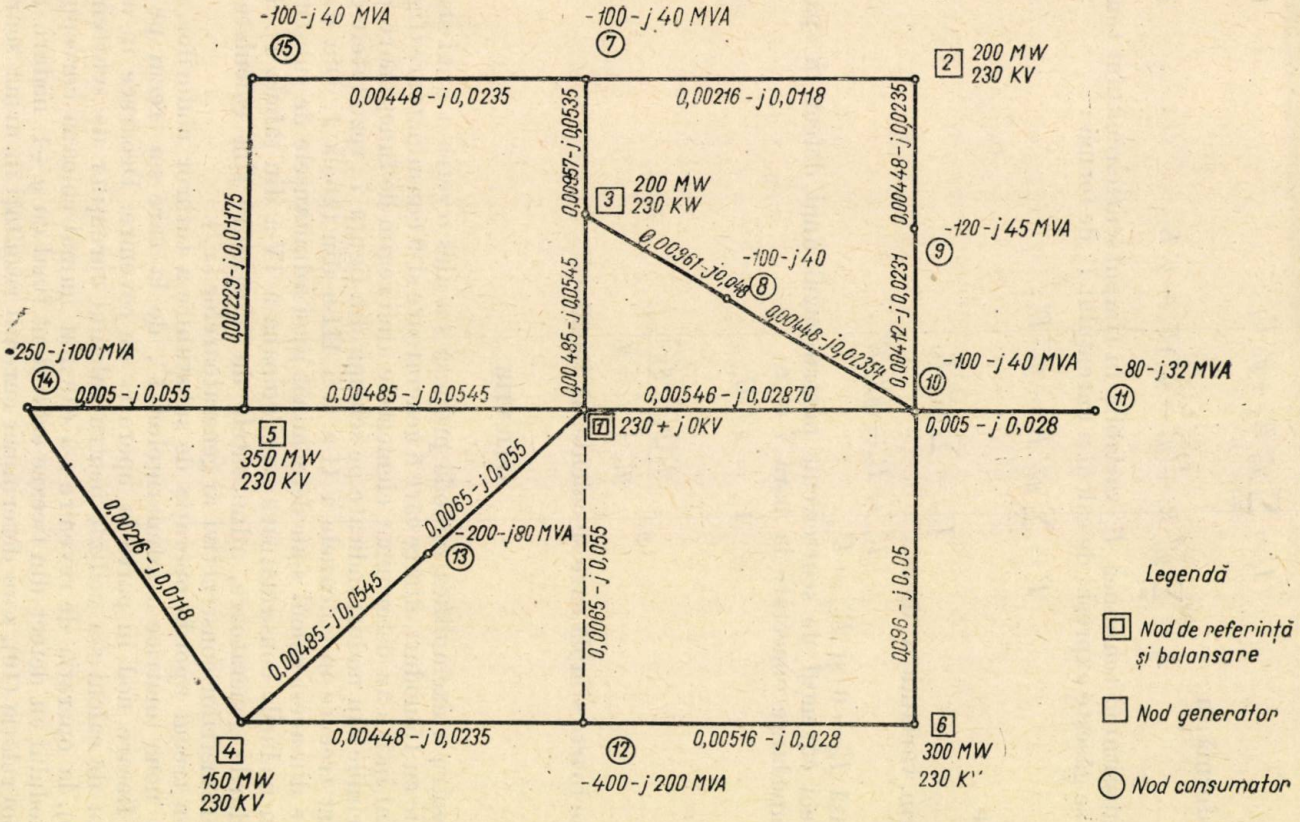

-100 - j 40 MVA
15
-100 - j 40 MVA
7
2
200 MW
230 KV
0,00448 - j 0,0235
0,00216 - j 0,0118
0,00957 - j 0,0535
0,00448 - j 0,0235
3
200 MW
230 KW
-120 - j 45 MVA
9
0,00229 - j 0,01175
0,00485 - j 0,0545
0,00961 - j 0,048
-100 - j 40
8
0,00448 - j 0,02354
0,00412 - j 0,0231
-250 - j 100 MVA
14
0,005 - j 0,055
0,00485 - j 0,0545
0,00546 - j 0,02870
-100 - j 40 MVA
10
-80 - j 32 MVA
11
5
350 MW
230 KV
1
230 + j 0KV
0,005 - j 0,028
0,00216 - j 0,0118
0,0065 - j 0,055
-200 - j 80 MVA
13
0,00485 - j 0,0545
0,0065 - j 0,055
0,096 - j 0,05
4
150 MW
230 KV
0,00448 - j 0,0235
12
-400 - j 200 MVA
0,00516 - j 0,028
6
300 MW
230 K
Legendă
Nod de referință și balansare
Nod generator
Nod consumator

Fig. 7

iar vechea ecuație a curentului din nodul i (6) și (9),

$$I_i = \sum_{i \neq j} y''_{ij} E_j + y''_{ii} U_i \,, \tag{16}$$

se transformă în

$$I_i = \sum_{i \neq j} y''_{ij} E_j + (y'_i - y''_{ii}) U_i - y'_i E'_i \,. \tag{17}$$

Substituind tensiunea U_i variabilă în timpul scurtcircuitului tensiunea E_i, se găsește expresia de calcul a curentului I'_i, de forma :

$$I'_i = \sum_{i \neq j} y'''_{ij} E_j - y'''_{ii} E'_i \,, \tag{18}$$

de unde

$$I'_{isc} = \sum y'''_{ij} E_j$$

sau, prin varianta a doua,

$$I'_{isc} = I'_{io} - y'''_{ii} E'_{io} \,. \tag{19}$$

Însă $I'_{io} = 0$ și $E'_{io} = U_{io}$.

Deci curentul de scurtcircuit pentru cazul unui defect în spatele unei impedanțe conectate la bara i este

$$I'_{isc} = y'''_{ii} U_{io} \,, \tag{20}$$

unde

$$y'''_{ii} \frac{y'_i (y_i + y''_{ii})}{y''_{ii} + y'_i + y_i} \,, \tag{21}$$

o relație foarte simplă care se calculează imediat.

APLICAȚIE

Pentru a exemplifica metoda propusă s-a ales o rețea a unui sistem energetic cu 15 noduri, dintre care 6 generatoare și 9 consumatoare (fig. 7).

Mai întîi s-au determinat elementele unui regim de funcționare pentru mărimile din noduri indicate pe schema din figura 7 ; rezultatele obținute sînt trecute în coloanele a II-a și a III-a din tabela 1. Din datele obținute din acest calcul s-au determinat apoi admitanțele de substituire (Y_i) din nodurile consumatoare (vezi coloana a IV-a din tabela 1). Pentru nodurile generatoare, admitanțele de substituire sînt calculate pe baza parametrilor constructivi ai generatoarelor (x''_d).

S-a trecut apoi la operația de substituire a tuturor nodurilor, construind noua matrice a admitanțelor Y', de la care s-a trecut pe rînd pentru fiecare nod în parte la operația de revenire. Deoarece în acest exemplu de calcul s-a utilizat pentru calculul curenților de scurtcircuit calea b), la operația de revenire s-a calculat numai coloana corespunzătoare nodului cu defect din fiecare echivalent final cu $g+1$ noduri. Aplicînd apoi relația (10), s-au determinat curenții rezultați în urma scurtcircuitul atît la locul defectului, cît și în nodurile generatoare.

În tabela 1, coloana a V-a, sînt dați drept exemplificare numai curenții calculați pentru scurtcircuit în nodul 12. De asemenea, în coloana a VI-a sînt prezentați toți curenții de scurtcircuit în nodurile cu defect.

Tabela 1

Datele de bază ale exemplului de calcul

I. NOD nr.	II. Tensiunea la regimul bază (kV)		III. Curentul la regimul de bază (A)		IV. Admitanţele de substituire (S)		V. Curenţii nodurilor pentru scurtcircuit trifazat în nodul „12" (A)		VI. Curenţii de scurtcircuit în nodurile cu defect (A)	
	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im
1.	230,	0,	1174,733	— 950,699	0	0,05	1548,522	—5074,635	—3833,317	30855,107
2.	229,026	21,292	885,19	— 130,74	0	0,03	978,432	—898,835	—1240,704	11149,831
3.	229,991	1,6858	873,263	— 502,446	0	0,03	1002,616	—2086,308	—2329,25	19700,896
4.	229,933	— 5,6589	638,525	— 562,934	0	0,02	830,592	—2496,48	—2058,842	16401,003
5.	229,936	5,305	1533,618	— 497,82	0	0,04	1700,69	—2524,07	—2214,719	20332,581
6.	229.867	7,817	1320,438	— 450,86	0	0,035	1684,869	—3462,915	—2034,308	16764,766
7.	223,774	— 3,79	— 443,725	186,264	0,001996	0,0007985			—2361,161	10500,986
8.	223,935	— 5,577	— 441,835	189,624	0,001993	0,0007971			—2363,719	9940,123
9.	219,477	— 1,827	— 545,013	209,569	0,002491	0,000934			—1693,282	6497,129
10.	222,961	3,842	— 445,284	187,074	0,002011	0,0008044			—3496,354	14731,712
11.	214,496	—15,446	— 360,354	175,131	0,00173	0,000692			—1437,589	4327,646
12.	218,009	—13,992	— 1768,62	1030,907	0,00838	0,00419	—4436,088	14951,558	—4436,088	14951,558
13.	225,549	—10,292	— 868,731	394,33	0,00392	0,00157			—2902,391	13289,284
14.	220,722	—12,175	—1104,293	513,968	0,005116	0,002046			—2504,478	9496,420
15.	217,639	—12,07	— 447,912	208,632	0,002104	0,000842			—1739,153	5493,033

Exemplul prezentat a scos în evidență în special operativitatea cu care se efectuează calculele de scurtcircuit pentru multitudinea de situații dorite; ponderea mare în timpul de calcul o are formarea matricei Y', care în exemplul prezentat a durat aproximativ 40 de minute pe calculatorul *CIFA* —102, pe cînd calculul curenților de scurtcircuit în toate cele 15 noduri, inclusiv calculul curenților debitați de generatoare pentru toate aceste situații, nu a depășit 12 minute (în acest timp este inclus și timpul de scriere la mașină a curenților rezultați).

CONCLUZII

Prin înlocuirea (substituirea) nodurilor rețelei reale prin alte noduri s-a obținut transformarea rețelei inițiale într-o altă rețea care conține condensat toate informațiile necesare construirii oricărei imagini nodale, precum și oricărui echivalent redus al rețelei originale. Datorită faptului că atît operația de transformare a rețelei inițiale, cît și operația de formare a oricărui echivalent dorit se face cu același algoritm de calcul, metoda se dovedește foarte operativă și simplu aplicabilă pe calculatoarele automate cifrice.

Aplicată la calculele de scurtcircuit, metoda s-a dovedit foarte fructuoasă, ea satisfăcînd pe deplin cerințele impuse de necesitatea efectuării acestor calcule în multitudinea de variante și de situații privind defectele ce pot apărea.

ANEXA I

CALCULUL COMPARATIV AL NUMĂRULUI DE OPERAȚII CERUT DE METODA CLASICĂ ȘI DE CEA PREZENTATĂ ÎN LUCRARE

Se compară volumul de operații cerut de metoda eliminării nodurilor de sarcină cu ordinea nodurilor succesiv schimbată cu cel cerut de metoda prezentată în lucrare, la construcția a s echivalenți finali cu $g+1$ noduri, obținuți dintr-o rețea ce are $g+s'$ noduri.

Se consideră că din cele s' noduri de sarcină numai s sînt necesare calculului de scurtcircuit. Celelalte $s'-s$ noduri au fost deja definitiv eliminate.

Datorită acestui fapt, matricea este destul de plină, astfel că se poate admite că pe fiecare linie corespunzătoare nodurilor de sarcină s există un număr constant de elemente e, număr care rămîne aproximativ constant după eliminările succesive.

Atît printr-o metodă, cît și prin cealaltă se va face calculul pe matricea triunghiulară.

Formula de transformare este identică la ambele metode (relația (7) din text); vom denumi pe scurt numărul total de operații cerut de fiecare dată de relația (7) „transformare". Nu se ia în considerare numărul de transformări pentru primele g linii.

Prin calea clasică, numărul total de transformări pentru formarea unui echivalent final cu $g+1$ noduri este

$$n = (e-1) + 2(e-2) + \ldots + (s-1)[e-(s-1)], \qquad (A.1)$$

și, cum vrem ca fiecare nod să fie ultimul, această operație este efectuată de s ori (nu mai luăm în considerație operația de inversare a ordinii liniilor).

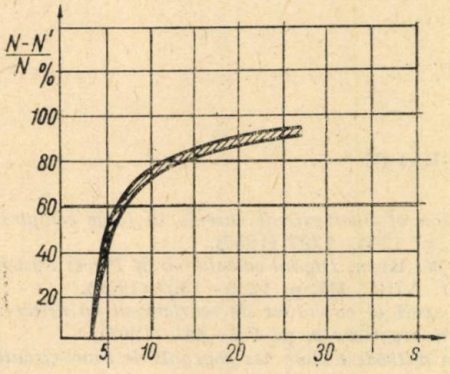


Fig. 8

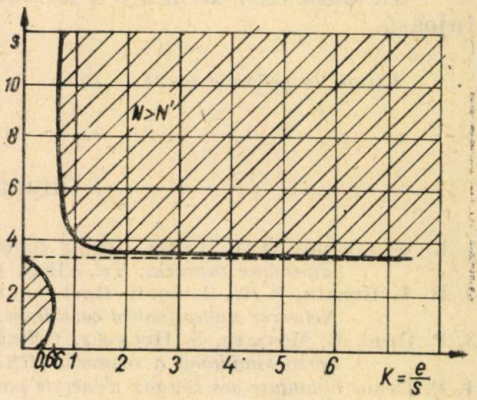


Fig. 9

Deci numărul total de transformări este

$$N = \frac{1}{2}(s^3-s^2)\,e - \frac{1}{6}(2\,s^4 - 3\,s^3 + s^2). \qquad (A.2)$$

Prin calea propusă în lucrare, la eliminarea fiecărui nod se fac transformările

$$n' = s\,[e + (e-1) + (e-2) + \ldots + (e-s+1)]; \qquad (A.3)$$

pentru refacerea fiecărui nod sînt necesare în total $s(e-s)$ transformări.

Deci numărul total de transformări este

$$N' = (s^2+s)e - \frac{1}{2}(s^3 - s^2), \qquad (A.4)$$

iar diferența dintre cele două metode

$$N - N' = \frac{1}{2}(s^3 - 3\,s^2 - 2\,s)\,e - \frac{1}{6}(2\,s^4 - 6\,s^3 - 2\,s^2). \qquad (A.5)$$

Pentru a vedea această diferență s-a trasat pe figura 8 modul în care variază procentual economia de operații în raportul cu numărul de operații cerut de calea clasică în funcție de numărul de noduri ce trebuie refăcute pentru o rețea avînd între 50 și 200 de noduri (curba superioară reprezintă situația pentru 200 de noduri și cea inferioară pentru 50 de noduri).

De asemenea, pentru a vedea de la ce număr de noduri metoda propusă devine mai economică, s-a trasat modul de variație a lui s în funcție de $\frac{e}{s} = K$ pentru $N - N' = 0$ (s și e pozitivi) (fig. 9). Zona haşurată

reprezintă domeniul în care metoda de substituire și refacere a nodurilor, propusă în prezenta lucrare, este mai economică decît cealaltă metodă. Deoarece în urma eliminărilor anterioare efectuate matricea „se umple" destul de mult, se poate considera $\frac{K}{e} \geqslant 0{,}66$ ($K \geqslant 0{,}66$).

În acest caz, de la $s \geqslant 4$, metoda propusă este întodeauna mai avantajoasă.

Primit la redacție la 21.I. 1967.

BIBLIOGRAFIE

1. L. W. Coombe, D. G. Lewis, *Digital calculation of Short-circuit curents in large complex-impedance networks*, Tr. AIEE, **III**, p. 1394—1397 (1957).
2. R. T. Byerly, R. W. Long, C. Baldwin, C. W. King, *Digital calculation of Power System Networks under faulted conditions*, Tr. AIEE, **III**, p. 1296—1307 (1959).
3. P. Dimo, G. Moraite, S. Huckert, *Calculul exact al curenților de scurtcircuit cu determinarea simultană a schemelor REI*, Energetica, *9*, p. 476—841 (1963).
4. P. Dimo, *L'analyse des réseaux d'énergie par la méthode nodale des courants de court-circuit. L'image des nœuds*, R.G.E., **71**, *3*, p. 133—143 (1962).
5. — *Conceptele și procedeele analizei nodale asociată calculatorului numeric*, St. cerc. energ., **XIII A**, *4*, p. 523—524 (1963).

CONTRIBUȚII LA REZOLVAREA ECUAȚIILOR DE PROPAGARE PE LINIILE ELECTRICE LUNGI MULTIFILARE CU PIERDERI, NESIMETRII ȘI INFLUENȚE MUTUALE

DE

I. ADĂMUȚ

621.315.09.017 ; 518.5

În lucrare se prezintă sub formă explicită ecuațiile telegrafiștilor de ordinul doi pentru linii multifilare separînd termenii datorați conductoarelor neanalizate, asupra mărimilor conductorului analizat. Se arată că în cazul general, ecuațiile tensiunii se deosebesc de cele ale curentului, ambele devenind identice numai în cazul liniilor simetrice. În partea a doua se arată schemele analogice de rezolvare a acestor ecuații, folosindu-se metoda diferențelor finite, respectiv modelarea directă a ecuațiilor rezultate din teoremele Kirchhoff, aplicate schemei de multipoli, cu care se echivalează linia .Se face o comparație a celor două căi.

Ecuația de propagare a undelor electromagnetice pe linia unifilară a fost dedusă încă din anul 1856 de W. Thomson [1], a fost aplicată apoi în cazuri mai complicate de G. Kirchhoff [2], O. Heaviside [3], G. Mie [4], A. Sommerfeld, K. W. Wagner și alții, reluată și adîncită de J. R. Carson și pentru regimuri tranzitorii prin utilizarea calculului operațional [5], [6], [7], [8], metodă introdusă deja de O. Heaviside. Cercetări în această problemă au efectuat încă acum 30 ani și cercetători români [9], [10]. Necesități practice și teoretice crescînde, impuse de creșterea tensiunilor utilizate, a lungimii liniilor și a numărului circuitelor paralele, secondate de introducerea în uz curent a auxiliarelor moderne de calcul au reanimat cercetările în acest domeniu în foarte multe țări [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [18], printre care și în România, unde s-a abordat problema pe cale analitică [28], [21], [22], [23] și pe calculatoare analogice [19], [20].

În lucrarea prezentă se analizează ecuațiile de propagare pe o linie multifilară considerînd pierderile, nesimetriile și influențele mutuale, atît pentru tensiuni, cît și pentru curenți, reliefîndu-se influența celor $n-1$

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 Nr. 4, p. 783—802, București 1967

conductoare asupra celui de al n-lea conductor j. Se arată că în acest caz ecuațiile de propagare pentru curenți și tensiuni nu mai sînt identice. În final, se indică modul de rezolvare a ecuațiilor diferențiale cu ajutorul calculatoarelor analogice.

1. ECUAȚIILE FIZICE ALE UNEI LINII ELECTRICE LUNGI MULTIFILARE REALE

1.1. *Linie reală cu parametrii uniform repartizați.* Să considerăm o linie electrică lungă, multifilară, avînd n conductoare aeriene active în prezența pămîntului (sol + conductoare de protecție), socotit drept conductorul $n+1$, conductor de referință (fig. 1*a*), de parametri lineici r_{jj}, l_{jk}, g_{jk}, c_{jk}, r_0. Linia este alimentată la o extremitate cu grupul de tensiuni pe fază $u_j^{(0)}$ avînd racordat la cealaltă extremitate un receptor de impedanță Z_j, (j, $k = 1, 2, \ldots, n$).

Simbolurile menționate în text și pe figura 1*a*, au următoarea semnificație:

r_{jj} — rezistența lineică a conductorului activ j în Ωm^{-1};

r_0 — rezistența lineică a pămîntului în Ωm^{-1};

l_{jk} — inductivitatea lineică a circuitelor j și k în Hm^{-1}; l_{jj} pentru $j = k$ reprezintă inductivitatea proprie a circuitului conductor j — pămînt, iar l_{jk} pentru $j \neq k$, inductanța mutuală a circuitelor conductor j — pămînt și conductor k — pămînt;

c_{jk} — capacitatea lineică în Fm^{-1}; c_{jj} pentru $j = k$, reprezentînd capacitatea parțială c_{j0} a condensatorului conductor j — pămînt, iar c_{jk} pentru $j \neq k$, capacitatea parțială a condensatorului conductor j — conductor k;

g_{jk} — conductanța laterală lineică în Sm^{-1}; $g_{jj} = g_{j0}$, pentru $j = k$ fiind conductanța parțială între conductorul j și pămînt, iar g_{jk} pentru $j \neq k$, conductanța parțială între conductoarele j și k;

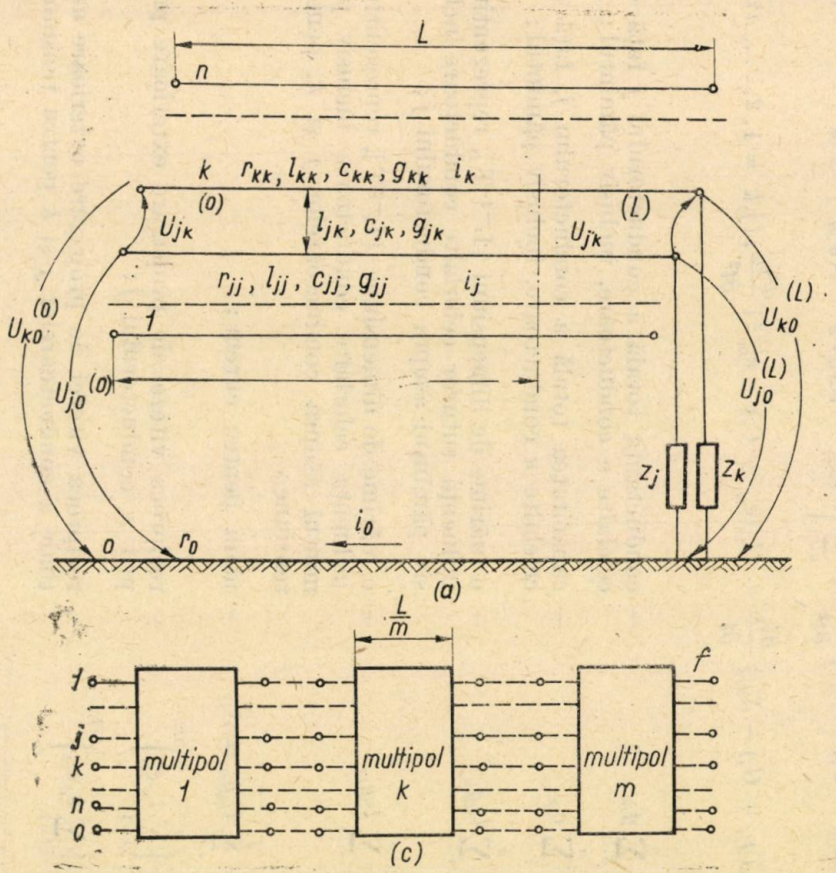
u_{jk} — tensiunea între conductoarele j și k în V; u_j pentru $j = k$, simbolizînd tensiunea pe fază u_{j0} a conductorului fază j față de pămînt, iar u_{jk} pentru $j \neq k$, tensiunea între conductoarele j și k, cu sensul de la j spre k;

i_j — curenții longitudinali pe faze în A;

i_{cjk} — curenții transversali în capacitatea c_{jk} în A;

i_{gjk} — curenții transversali în conductanțele g_{jk}, în A.

În scopul reliefării influențelor reciproce, se vor dezvolta ecuațiile diferențiale grupînd într-o parte termenii ce se referă la conductorul analizat j, și în alta termenii datorați celorlalte $n-1$ conductoare. Ecuațiile vor avea deci o formă analitică potrivită de altfel pentru calculatoarele analogice, spre deosebire de forma matricială, mult utilizată în prezent în literatură [13], [14], [16], [17], [18], [26]. De asemenea, se va considera inductanța lineică constantă și în regimul tranzitoriu, deși în [23] s-a arătat recent că ea variază; se adoptă această ipoteză din motive de simplificare a relațiilor, precum și prin faptul că secțiunea conductoarelor este foarte mică, în comparație cu suprafața circuitului conductor j — pămînt sau chiar conductor j — conductor k.



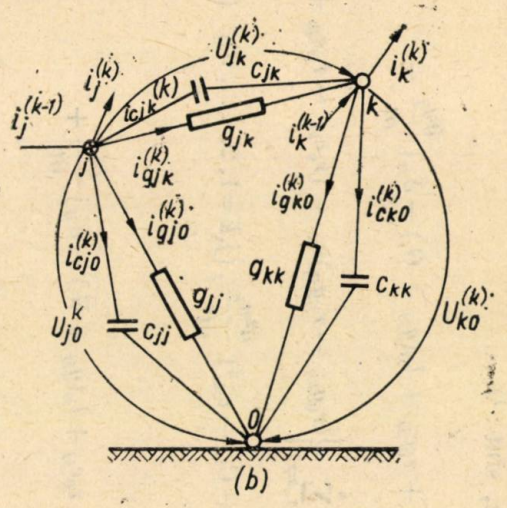


Fig. 1. — Schema unei linii electrice lungi cu n conductoare cu nesimetrie totală cu sol rezistiv : a. Schema longitudinală, b. Secțiune transversală, c. Modelul liniei : lanț de multipoli.

Ecuaţiile cu derivate parţiale de ordinul doi ale tensiunii şi curentului conductorului j, în acest caz, sînt : [1])

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial x^2} = (r_{jj}G_j + r_0 g_{jj})u_j + [r_{jj}C_j + r_0 c_{jj} + l_{jj}(g_{jj} + G_j) - \mathcal{S}_{jj}]\frac{\partial u_j}{\partial t} +$$

$$+ [l_{jj}(c_{jj} + C_j) - v_{jj}^{-2}]\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} + \sum_{k=1,\, k\neq j}^{n}\Big\{(r_0 g_{kk} - r_{jj}g_{jk})u_k + [r_0 c_{kk} - r_{jj}c_{jk} +$$

$$+ l_{jk}(g_{kk}+G_k) - \mathcal{S}_{jk}]\frac{\partial u_k}{\partial t} + [l_{jk}(c_{kk} + C_k) - v_{jk}^{-2}]\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}, \; (j,k=1, 2, \ldots, n), \quad (1)$$

respectiv

$$\frac{\partial^2 i_j}{\partial x^2} = (r_{jj}G_j + r_0 g_{jj})i_j + [r_{jj}C_j + r_0 c_{jj} + l_{jj}(g_{jj} + G_j) - \mathcal{S}_{jj}]\frac{\partial i_j}{\partial t} +$$

$$+ [l_{jj}(c_{jj} + C_j) - v_{jj}^{-2}]\frac{\partial^2 i_j}{\partial t^2} + \sum_{k=1}^{n}\Big\{(r_0 g_{jj} - r_{kk}g_{jk})i_k + [r_0 c_{jj} - r_{kk}c_{jk} + \quad (2)$$

$$+ l_{jk}(g_{jj} + G_j) - \mathcal{S}'_{kj}]\frac{\partial i_k}{\partial t} + [l_{jk}(c_{jj} + C_j) - v_{kj}'^{-2}]\frac{\partial^2 i_k}{\partial t^2}, \; (j,k = 1, 2, \ldots, n),$$

unde

$G_1 = \sum_{k=1}^{n} g_{jk}$ — conductanţa totală a conductorului j faţă de celelalte n conductoare, inclusiv pămîntul ;

$C_j = \sum_{k=1}^{n} c_{jk}$ — capacitatea totală a conductorului j, faţă de celelalte n conductoare, inclusiv pămîntul ;

$\mathcal{S}_{jj} = \sum_{l=1}^{n} l_{jl}g_{jl}$ — o mărime de dimensiuni $[L^{-2}\,T]$, reprezentînd influenţa tuturor celorlalte conductoare inclusiv pămîntul asupra conductorului j ;

$\mathcal{S}_{jk} = \sum_{l=1}^{n} l_{jl}g_{kl}$ — o mărime de dimensiune $[L^{-2}T]$, reprezentînd influenţa celorlalte conductoare inclusiv pămîntul asupra conductoarelor j şi k, pentru tensiune ;

$\mathcal{S}'_{kj} = \sum_{l=1}^{n} l_{kl}g_{jl} \neq \mathcal{S}_{jk}$ — idem pentru curent ;

$v_{jj}^{-1} = \left(\sum_{l=1}^{n} l_{jl}c_{jl}\right)^{1/2}$ — reciproca vitezei de propagare exterioare proprii a conductorului j ;

$v_{jk}^{-1} = \left(\sum_{l=1}^{n} l_{jl}c_{kl}\right)^{1/2}$ — reciproca vitezei de propagare exterioare mutuale a conductoarelor j şi k pentru tensiune ;

---

[1]) Deducerea lor este cuprinsă în anexa A (relaţiile (A7) – (A8)).

$v'^{-1}_{kj} = \left(\sum_{l=1}^{n} l_{kl} c_{jl}\right)^{1/2} \neq v_{jk}^{-1}$ – reciproca vitezei de propagare exterioare mutuale a conductoarelor j și k pentru curent; ordinea convențională a indicilor fiind inductanță-conductanță sau inductanță-capacitate.

Ecuațiile (1) și (2) s-au ordonat din ecuațiile cu derivate parțiale de ordinul doi exprimate sub forma unor sume neîntrerupte de la 1 la n, formă mai accesibilă la calculatoarele digitale [2]):

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial x^2} = r_{jj}(g_{jj} + G_j)u_j + r_{jj}(c_{jj} + C_j)\frac{\partial u_j}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n}\left\{[r_0(g_{kk} + G_k) - r_{jj}g_{jk}]u_k + \right.$$

$$\left. + [r_0(c_{kk} + C_k) - r_{jj}c_{jk} + l_{jk}(g_{kk} + G_k)]\frac{\partial u_k}{\partial t} + l_{jk}(c_{kk} + C_k)\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}\right\} - \quad (3)$$

$$- \sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\left[r_0 g_{lk}u_k + (r_0 c_{lk} + l_{jl}g_{lk})\frac{\partial u_k}{\partial t} + l_{jl}c_{lk}\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}\right], (j, k, l = 1, 2, \ldots, n),$$

respectiv

$$\frac{\partial^2 i_j}{\partial x^2} = r_{jj}(g_{jj} + G_j)\, i_j + r_{jj}(c_{jj} + C_j)\frac{\partial i_j}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n}\left\{[r_0(g_{jj} + G_j) - r_{kk}g_{jk}]i_k + \right.$$

$$\left. + [r_0(c_{jj} + C_j) - r_{kk}c_{jk} + l_{jk}(g_{jj} + G_j)]\frac{\partial i_k}{\partial t} + l_{jk}(c_{ij} + C_j)\frac{\partial^2 i_k}{\partial t^2}\right\} - \quad (4)$$

$$- \sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\left[r_0 g_{jl}i_k + (r_0 c_{jl} + l_{lk}g_{jl})\frac{\partial i_k}{\partial t} + l_{lk}c_{jl}\frac{\partial^2 i_k}{\partial t^2}\right], \ (j, k, l = 1, 2, \ldots, n).$$

În tabela 1 sînt cuprinși comparativ coeficienții ecuațiilor (1), (3) (2), (4) ale tensiunii și curentului.

Din analiza relațiilor (1), (2), (3), (4) rezultă:

a. Derivatele parțiale de ordinul doi în raport cu spațiul, ale tensiunii, respectiv curentului, sînt funcții liniare și omogene de tensiune, respectiv de curenții pe fază pentru toate conductoarele active ale sistemului, precum și de derivatele de ordinul unu și doi ale acestora în raport cu timpul.

b. În cazul general, fiecare circuit j, avînd parametrii lineici diferiți de ai circuitului k, pămîntul fiind considerat rezistent, ecuațiile telegrafiștilor de ordinul doi pentru curenți (2), (4), coincid cu ecuațiile tensiunilor (1), (3) numai pentru coeficienții tensiunii u_j și a derivatelor ei $\partial u_j/\partial t$, și $\partial^2 u_j/\partial t^2$ și diferă la tensiunile u_k, $\partial u_k/\partial t$ și $\partial^2 u_k/\partial t^2$, deși structura generală, ca mărimi și termeni, este aceeași și la acești coeficienți.

c. Mărimile $\mathcal{S}_{jj}$, $\mathcal{S}_{jk}$, $\mathcal{S}'_{kj}$, v_{jj}^{-2}, v_{jk}^{-2}, v'^{-2}_{kj}, din relațiile (1) și (2), precum și sumele duble $\sum_l \sum_k$, din relațiile (3), (4), au numai semne negative, contribuind astfel la micșorarea derivatelor tensiunii și curentului, cînd mărimile variabile sînt pozitive.

---

[2]) Ecuații deduse în anexă (relațiile (A5), (A6)).

Tabela 1

Compararea coeficienților termenilor ecuațiilor telegrafiștilor de ordinul doi

Tensiune			Curent		
Suma	Mărimea	Expresia coeficientului	Suma	Mărimea	Expresia coeficientului
	u_j	$r_{jj}G_j + r_0 g_{jj}$		i_j	$r_{jj}G_j + r_0 g_{jj}$
	$\frac{\partial u_j}{\partial t}$	$r_{jj}C_j + r_0 c_{jj} + l_{jj}(g_{jj}+G_j) - \mathcal{S}_{jj}$		$\frac{\partial i_j}{\partial t}$	$r_{jj}C_j + r_0 c_{jj} + l_{jj}(g_{jj}+G_j) - \mathcal{S}_{jj}$
	$\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}$	$l_{jj}(c_{jj} + C_j) - v_{jj}^{-2}$		$\frac{\partial^2 i_j}{\partial t^2}$	$l_{jj}(c_{jj} + C_j) - v_{jj}^{-2}$
$\sum_{\substack{k=1 \\ k\neq j}}^{n}$	u_k	$- r_{jj}g_{jk} + r_0 g_{kk}$	$\sum_{\substack{k=1 \\ k\neq j}}^{n}$	i_k	$- r_{kk}g_{jk} + r_0 g_{jj}$
	$\frac{\partial u_k}{\partial t}$	$- r_{jj}c_{jk} + r_0 c_{kk} + l_{jk}(g_{kk} + G_k) - \mathcal{S}_{jk}$		$\frac{\partial i_k}{\partial t}$	$- r_{kk}c_{jk} + r_0 c_{jj} + l_{jk}(g_{jj} + G_j) - \mathcal{S}'_{kj}$
	$\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}$	$l_{jk}(c_{kk} + C_k) - v_{jk}^{-2}$		$\frac{\partial^2 i_k}{\partial t^2}$	$l_{jk}(c_{jj} + C_j) - v_{kj}'^{-2}$
	u_j	$r_{jj}(g_{jj} + G_j)$		i_j	$r_{jj}(g_{jj} + G_j)$
	$\frac{\partial u_j}{\partial t}$	$r_{jj}(c_{jj} + C_j)$		$\frac{\partial i_j}{\partial t}$	$r_{jj}(c_{jj} + C_j)$
	$\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}$	0		$\frac{\partial^2 i_j}{\partial t^2}$	0
	u_k	$-r_{jj}\, g_{jk} + r_0(g_{kk} + G_k)$		i_k	$- r_{kk}g_{jk} + r_0(g_{jj} + G_j)$
$\sum_{k=1}^{n}$	$\frac{\partial u_k}{\partial t}$	$- r_{jj}c_{jk} + r_0(c_{kk} + C_k) + l_{jk}(g_{kk} + G_k)$	$\sum_{k=1}^{n}$	$\frac{\partial i_k}{\partial t}$	$- r_{kk}c_{jk} + r_0(c_{jj} + C_j) + l_{jk}(g_{jj}+G_j)$
	$\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}$	$l_{jk}(c_{kk} + C_k)$		$\frac{\partial^2 i_k}{\partial t^2}$	$l_{jk}(c_{jj} + C_j)$
	u_k	$- r_0 g_{lk}$		i_k	$- r_0 g_{jl}$
$\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}$	$\frac{\partial u_k}{\partial t}$	$- (r_0 c_{lk} + l_{jl}\, g_{lk})$	$\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}$	$\frac{\partial i_k}{\partial t}$	$-(r_0 c_{jl} + l_{lk} g_{jl})$
	$\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}$	$- l_{jl} c_{lk}$		$\frac{\partial^2 i_k}{\partial t^2}$	$- l_{lk} c_{jl}$

d. Parametrii lineici globali G_j, C_j, $\mathcal{S}_{jj}$, $\mathcal{S}_{jk}$, $\mathcal{S}'_{kj}$, v_{jj}^{-2}, v_{jk}^{-2}, $v_{kj}'^{-2}$ se pot tabela o dată pentru totdeauna pentru un tip de linie aeriană dată.

Menționăm faptul că în relațiile de mai sus am considerat parametrii lineici mutuali k_{jk}, c_{jk} și g_{jk} ca mărimi esențialmente pozitive, semnul aditivității lor fiind dat de sensul curentului, respectiv al tensiunii, cu care se înmulțesc.

1.2. *Linie cu n conductoare cu simetrie structurală și geometrică și pământ rezistiv.* În practica proiectării liniilor de transport se încearcă

a se obține o simetrie globală prin configurația geometrică și prin transpoziții, cel puțin pentru linia în ansamblu, dacă nu în toate porțiunile ei.

În cazul simetriei totale ideale vom considera însă realizat acest deziderat pe toată lungimea liniei, adică :

$$r_{jj} = r_{kk} = \ldots = r_{nn} = r\,;\; g_{jj} = g_{kk} = \ldots = g_{nn} = g\,;\; l_{jj} = l_{kk} = \ldots = l_{nn} = l\,;$$

$$c_{jj} = c_{kk} = \ldots = c_{nn} = c\,;\; g_{jk} = \ldots = g_{mn} = g_m,\; l_{jk} = \ldots = l_{mn} = l_m,$$

$$c_{jk} = \ldots = c_{mn} = c_m,\; r_0 \neq r,\; (j,\; k = 1,\; 2,\; \ldots,\; n). \tag{5}$$

Înlocuind relațiile (5) în ecuațiile (1) și (2) obținem :

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial x^2} = [(r + r_0)g + (n-1)\,rg_m]\,u_j + (r_0 g - rg_m) \sum_{k=1,\,k\neq j}^{n} u_k +$$

$$+ \{(r + r_0)\,c + (n-1)\,rc_m + l\,[(n-1)\,g_m + g] - (n-1)\,g_m l_m\}\,\frac{\partial u_j}{\partial t} +$$

$$+ \{r_0 c + l_m[(n-1)g_m + g] - rc_m - g_m[(n-2)l_m + l]\} \sum_{k=1,\,k\neq j}^{n} \partial u_k/\partial t +$$

$$+ \{l\,[(n-1)c_n + c] - (n-1)\,l_m c_m\}\,\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} + \{l_m[(n-1)c_m + c] -$$

$$- c_m[(n-2)\,l_m + l]\} \sum_{k=1,\,k\neq j}^{n} \partial^2 u_k/\partial t^2,\; (j,\; k = 1,\; 2,\; \ldots,\; n). \tag{6}$$

O relație identică se obține și pentru curenți.

1.3. Linia cu n conductoare având simetrie totală ideală cu pământ perfect conductor.

Considerînd pământul fără rezistență ($r_0 = 0$), ecuația (6) devine :

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial x^2} = r[g + (n-1)\,g_m]\,u_j - rg_m \sum_{k=1,\,k\neq j}^{n} u_k + \{r[c + (n-1)\,c_m] +$$

$$+ l[g + (n-1)g_m] - (n-1)g_m l_m\}\,\frac{\partial u_j}{\partial t} + \{l_m[g + (n-1)g_m] -$$

$$- rc_m - g_m\,[l + (n-2)l_m]\} \sum_{k=1,\,k\neq j}^{n} \partial u_k/\partial t + \{l[c + (n-1)c_m] -$$

$$+ (n-1)l_m c_m\}\,\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} + \{l_n[c + (n-1)c_m] - \tag{7}$$

$$- c_m[l + (n-2)l_m]\} \sum_{k=1,\,k\neq j}^{n} \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2},\; (j,\; k = 1,\; 2,\; \ldots,\; n).$$

Termenii de ordinul zero ai relației (7) se mai pot pune sub forma :

$$rgu_j + rg_m\left[(n-1)u_j - \sum_{k=1,\,k\neq j}^{n} u_k\right]. \tag{8}$$

Se observă că în cazul liniei cu mai multe conductoare, căderea de tensiune spațială se mărește datorită intervenției mărimilor mutuale și numărului conductoarelor.

Cazul unei linii cu un conductor se deduce din ecuația (7) înlocuind $n = 1$, $c_m = 0$, $l_m = 0$, $g_m = 0$:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = rgu + (rc + lg)\frac{\partial u}{\partial t} + lc\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \tag{9}$$

relație cunoscută de la studiul propagării pe linia cu un conductor.

2. ECUAȚIILE FIZICE ALE UNEI LINII ECHIVALENTE COMPUSĂ DINTR-O SUCCESIUNE DE ELEMENTE CONCENTRATE

Întrucît rezolvarea ecuațiilor cu derivate parțiale ale tensiunii și curentului este foarte dificilă, linia reală se înlocuiește cu o linie echivalentă formată dintr-un lanț de multipoli (fig. 1*c*), aplicînd valorilor instantanee a celor două mărimi, teoremele I și II ale lui Kirchhoff.

În figura 2, sînt reprezentate două conductoare oarecare j și k ale multipolului de rang (k) din cei m multipoli identici, cu care este echivalată linia, fiecare avînd parametrii electrici $R_{jj}^{(k)}$, $L_{jk}^{(k)}$, $C_{jk}^{(k)}$, $G_{jk}^{(k)}$, avînd semnificația de la linia reală tratată la punctul 1. Relațiile dintre lungimea L a liniei, numărul m de multipoli, ΔL, lungimea aferentă unui multipol, parametrii electrici ai unui multipol și cei lineici sînt :

$$L = m \cdot \Delta L \tag{10}$$

și

$$\text{parametrii electrici multipol} = \Delta L \cdot \text{parametri lineici.} \tag{11}$$

Ecuațiile dintre curenții și tensiunile multipolilor $(k-1)$, (k) și $(k+1)$ sînt :

— pentru curentul din sol, i_0, (nodul 0') :

$$i_0^{(k)} = \sum_{j=1}^{n} i_j^{(k)}; \tag{12}$$

— pentru curenții longitudinali i_j (circuitele $ABO'O$; $CDO'O$) :

$$u_j^{(k-1)} = R_{jj}^{(k)} i_j^{(k)} + \sum_{k=1}^{n} L_{jk}^{(k)} \frac{di_k^{(k)}}{\partial t} + R_0^{(k)} i_0^{(k)} + u_j^{(k)}, \quad (j,\ k = 1,\ 2,\ \ldots,\ n); \tag{13}$$

— pentru curenții capacitivi i_{cjj} în capacitățile C_{jj} (nodul B) :

$$i_{c,jj}^{(k)} = i_j^{(k)} - i_j^{(k+1)} - i_{g,jj}^{(k)} + \sum_{k=1}^{n} (i_{c,jk}^{(k)} + i_{g,jk}^{(k)}, \quad (j,\ k,\ = 1,\ 2,\ \ldots,\ n); \tag{14}$$

— pentru tensiunile pe faze u_j :

$$\frac{\mathrm{d}u_j^{(k)}}{\mathrm{d}t} = \frac{i_{c,jj}^{(k)}}{C_{jj}^{(k)}}, \quad (j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n); \tag{15}$$

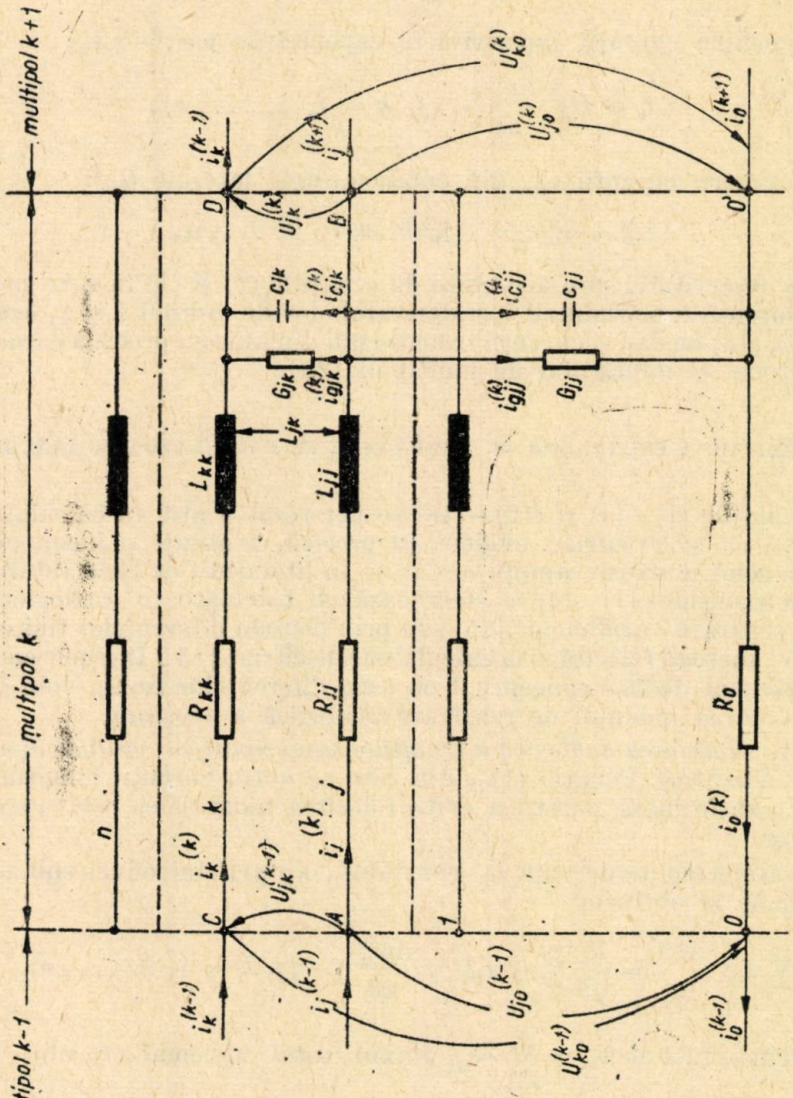


Fig. 2. — Schema unui multipol al unei linii cu n conductoare și sol rezistiv.

— pentru tensiunile între faze u_{jk}:

$$u_{jk}^{(k)} = u_j^{(k)} - u_k^{(k)}, \quad (j, \ k = 1, \ 2, \ \ldots, n); \tag{16}$$

— pentru curenții capacitivi în capacitățile parțiale C_{jk}:

$$i_{cjk}^{(k)} = C_{jk}^{(k)} \frac{\mathrm{d}u_{jk}^{(k)}}{\mathrm{d}t}, \quad (j, \ k = 1, \ 2, \ \ldots, n); \tag{17}$$

— pentru curenții i_{gjk} din conductanțele laterale G_{jk}:

$$i_{gjk}^{(k)} = G_{jk}^{(k)} u_{jk}^{(k)}, \quad (j, \ k, = 1, \ 2, \ \ldots, n). \tag{18}$$

Se observă că, spre deosebire de ecuațiile (2) și (4) în care se obțin numai curenții longitudinali i_j și derivatele lor de ordinul 1 și 2, ecuațiile (14), (17), (18) ne dau și curenții transversali din linie cu precizia caracteristică metodei și numărului de multipoli [22].

3. REZOLVAREA ECUAȚIILOR DE PROPAGARE CU CALCULATOARE ANALOGICE

Ecuațiile (1) —(4) și (12) —(18) se pot rezolva atît cu calculatoarele analogice, cît și cu cifrice, evident cu precizii, avantaje și inconveniente specifice celor două căi, amplu discutate în literatura de specialitate. Rezolvarea ecuațiilor (1) —(4) se efectuează cu calculatoare analogice prin metoda separării variabilelor [25] sau prin metoda diferențelor finite [15], [24], [25], metodă folosită și la calculatoarele cifrice [15]. Întrucît ecuațiile (11) —(17) sînt deduse conceptual pe baza diferențelor finite, vom începe cu prezentarea modului de rezolvare analogică a acestora.

3.1. *Modelarea analogică a ecuațiilor unui multipol rezultate din teoremele lui Kirchhoff.* Ecuația (13), din care se obțin curenții longitudinali, trebuie transformată pentru a evita folosirea montajelor derivatoare pe calculator.

Considerînd inductanța L_{jk} constantă, o putem introduce sub semnul diferențialei și obținem

$$\sum_{k=1}^{n} L_{jk}^{(k)} \frac{\mathrm{d}i_k^{(k)}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \sum_{k=1}^{n} i_k^{(k)} L_{jk}^{(k)} = \frac{\mathrm{d}\Phi_{tj}^{(k)}}{\mathrm{d}t}, \quad (j, \ k = 1, \ 2, \ \ldots, n), \tag{19}$$

unde am însemnat cu $\Phi_{tj} = \sum_{k=1}^{n} \Phi_{jk}$ fluxul total al conductorului j. Cu aceste notații, ecuația (13) devine

$$\frac{\mathrm{d}\Phi_{tj}^{(k)}}{\mathrm{d}t} = u_j^{(k-1)} - u_j^{(k)} - R_{jj}^{(k)} - R_0^{(k)} i_0^{(k)}, \ (j, \ k = 1, \ 2, \ldots, n). \tag{13'}$$

Considerînd mărimile nederivate ale celor doi membri ai relației (19), obținem curentul i_j:

$$i_j^{(k)} = \frac{1}{L_{jj}^{(k)}} \left(\Phi_{tj}^{(k)} - \sum_{k=1, k \neq j}^{n} L_{jk}^{(k)} i_k^{(k)} \right), \quad (j = 1, \ 2, \ \ldots, \ n). \tag{20}$$

Ecuațiile (12), (14), (16), (18), (20) se rezolvă cu amplificatoare operaționale cu rezistență în reacție, notate în tabela 2 cu simbolul Σ; ecuațiile (15), (13′) se rezolvă cu amplificatoare operaționale integratoare $\left(\int \Sigma\right)$, iar din cei $(n+1)n/2$ curenți capacitivi din laturile poligonului complet [29], ce reprezintă o secțiune transversală a unității de lungime a liniei (fig. 1*b*), respectiv a unui multipol, $n(n-1)$ se obțin prin montaje care dau derivata unei mărimi notate în tabela 2 cu D. De menționat că acestea sînt mai puțin stabile, deci mai puțin precise, fiind dorită evitarea lor. Pentru mărimile u_j, i_j, i_{0jk} și i_{cjk}, care intră în ecuații cu ambele semne (+) și (−), sînt necesare amplificatoare operaționale inversoare, notate în tabela 2 cu I.

În tabela 2 se indică numărul de elemente necesare : amplificatoarele operaționale $\left(I, \Sigma, \int \Sigma, D\right)$, rezistențele decade ($< 10$ MΩ) incluse în calculator [32] și exterioare, de 100 kΩ (0,1 MΩ), precum și capacitățile exterioare C pentru obținerea derivatelor $\frac{\mathrm{d}u_j^{(k)}}{\mathrm{d}t}$. La numerele curente 1—8 din tabela 2 a fost considerată varianta I, cînd ecuația (13) se modelează cu montaje derivatoare, iar la numerele curente 9—11, s-a înlocuit nr. cr. 2 cu rezolvarea ecuației (13), așa cum s-a indicat mai sus, prin înlocuirea ei cu ecuațiile (13′) și (20).

Din analiza tabelei 2 se observă că în ambele variante este necesar același număr de amplificatoare operaționale și același număr de elemente auxiliare : rezistențe și capacități exterioare, $n(6n+7)$. Folosirea variantei II înlocuiește n amplificatoare operaționale tip D cu tipul Σ și n capacități cu n rezistențe.

În figura 3 se arată schema de modelare a ecuațiilor conductorului j din sistemul de n conductoare în varianta II, pentru multipolul de ordine k.

Se observă că legătura longitudinală a multipolului k, cu multipolii $(k-1)$ și $(k+1)$ se face prin mărimile tensiune pe fază u_j și curentul longitudinal pe linie, i_j, prima avînd sensul direct ca o acțiune sau cauză, iar a doua sensul invers ca o reacțiune sau efect. Legăturile longitudinale de la un multipol la altul au loc numai pentru conductoarele active pentru același conductor $j-j$. Legăturile transversale de la un conductor la altul sînt interioare fiecărui multipol; fiecare conductor j este legat cu toate celelalte $n-1$ conductoare.

3.2. *Modelul analogic al ecuațiilor telegrafiștilor rezolvate prin metoda diferențelor finite.* Metoda diferențelor finite a căpătat o răspîndire mare în ultimul timp la rezolvarea unor probleme ale fizicii matematice, exprimate prin ecuații cu derivate parțiale [15], [25], [30], [31]. Modelul analogic al unui element de diferență finită Δx reprezentînd mărimea y, în cazul nostru tensiunea pe fază u_j sau curentul longitudinal i_j necesită în cazul ecuației undelor trei amplificatoare operaționale și un număr de rezistențe exterioare dependent de numărul legăturilor mutuale [24], [25]. Întrucît toate mărimile u_j $\dot{u}_j$ și $\ddot{u}_j$ intră în relațiile (1) și (2) cu ambele semne, iar ecuația (1) este diferită de ecuația (2), rezultă că numărul total de amplificatoare operaționale, necesar în cazul general pentru sistemul cu n conductoare,

Tabela 2

Elemente necesare modelării unui multipol

Nr. crt.	Ecuația modelată	Amplificatoare operaționale					Rezistențe			Capacități C	Observ.
		Σ	$\int\Sigma$	D	I	Total	0,1MΩ	<10MΩ	Total		
1.	(12)	1	—	—	1	2	n	—	n	—	
2.	(13)	—	n	n	n	3 n	n	$n(n+3)$	$n(n+4)$	n	
3.	(14)	n	—	—	—	n	$n(2n+1)$	—	$n(2n+1)$	—	
4.	(15)	—	n	—	n	2 n	n	n	$2n$	—	
5.	(16)	$\frac{n(n-1)}{2}$	—	—	—	$\frac{n(n-1)}{2}$	$n(n-1)$	—	$n(n-1)$		
6.	(17)	—	—	$\frac{n(n-1)}{2}$	$\frac{n(n-1)}{2}$	$n(n-1)$	$\frac{n(n-1)}{2}$	—	$\frac{n(n-1)}{2}$	$\frac{n(n-1)}{2}$	
7.	(18)	$\frac{(n+1)n}{2}$	—	—	$\frac{n(n-1)}{2}$	n^2	$\frac{n(n-1)}{2}$	$\frac{(n+1)n}{2}$	n^2	—	
8.	Total I	n^2+n+1	$2n$	$\frac{n(n+1)}{2}$	n^2+n+1	$\frac{5n^2+9n+4}{2}$	$2n(n+1)$	$\frac{3n(n+3)}{2}$	$\frac{n(11n+13)}{2}$	$\frac{(n+1)n}{2}$	
9.	(13′)	—	n	—	—	n	—	$4n$	$4n$	—	Ecuațiile (13′) și (20) înlocuiesc ecuația (13)
10.	(20)	n	—	—	n	$2n$	n	n^2	$n(n+1)$		
11.	Total II	n^2+2n+1	$2n$	$\frac{n(n-1)}{2}$	n^2+n+1	$\frac{5n^2+9n+4}{2}$	$2n(n+1)$	$\frac{3n(n+5)}{2}$	$\frac{n(11n+15)}{2}$	$\frac{n(n-1)}{2}$	

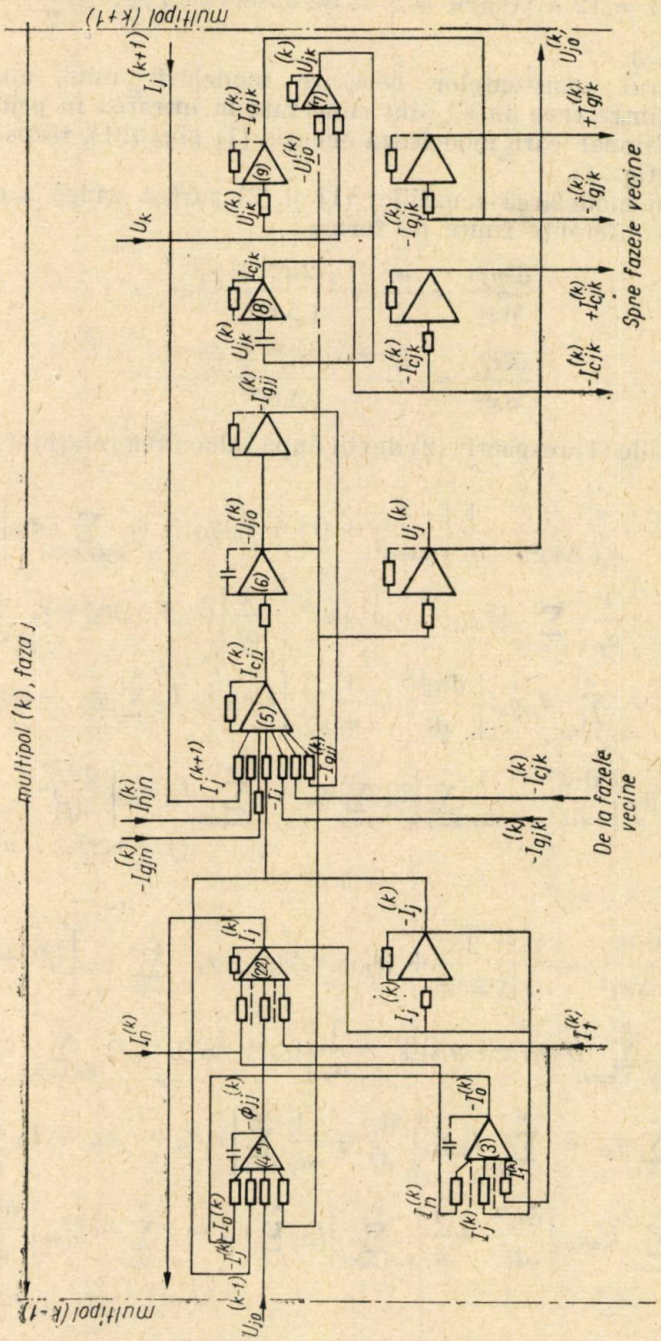


Fig. 3. — Modelul analogic al unei faze a liniei cu n conductoare pe baza teoremelor Kirchhoff.

este : $2.2.n.3 = 12\,n$ pentru $n > 1$. Se observă că $\frac{5n^2+9n+4}{2} > 12\,n$ pentru $n \geqslant 3$.

Numărul rezistențelor necesare modelării unui multipol este $3n(n+2)$, dintre care $3n+1$ sînt conectate la intrarea în primul amplificator operațional care modelează ecuația (1) plus (21), respectiv (2) plus (22), (vezi fig. 4).

Pentru modelarea ecuațiilor (1) și (2) partea stîngă a ecuațiilor se modifică în diferențe finite de forma :

$$\frac{\mathrm{d}^2u_j^{(k)}}{\mathrm{d}x^2} = \frac{u_j^{(k-1)} - 2u_j^{(k)} + u_j^{(k+1)}}{(\Delta x)^2}, \tag{21}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2i_j^{(k)}}{\mathrm{d}x^2} = \frac{i_j^{(k-1)} - 2i_j^{(k)} + i_j^{(k+1)}}{(\Delta x)^2}. \tag{22}$$

Ecuațiile (1) respectiv (2) devin după înlocuirea relațiilor (21) și (22) :

$$\frac{\mathrm{d}^2u_j^{(k)}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{u_j^{(k-1)}}{a_j(\Delta x)^2} - \frac{1}{a_j}\left[\frac{2}{(\Delta x)^2} + (r_j + r_0)g_{jj} + r_j \sum_{k=1,k\neq j} g_{jk}\right] u_j^{(k)} +$$

$$+ \frac{u_j^{(k+1)}}{a_j(\Delta x)^2} - \frac{1}{a_j}\sum_{k=1,k\neq j}[r_0g_{kk} - r_jg_{jk}]\,u_k^{(k)} - \frac{1}{a_j}\left[(r_j + r_0)c_{jj} + r_j\sum_{k=1,k\neq j}^{n} c_{jk} + \right.$$

$$\left. + l_{jj}\sum_{s=1}^{n} g_{js} - \sum_{k=1,k\neq j}^{n} l_{jk}g_{kj}\right]\frac{\mathrm{d}u_j^{(k)}}{\mathrm{d}t} - \frac{1}{a_j}\sum_{k=1}^{n}\left[r_0c_{kk} + l_{jk}\sum_{s=1}^{n} g_{ks} - r_jc_{jk} + \right. \tag{12'}$$

$$\left. + \sum_{q=1,q\neq k}^{n} l_{jq}\,g_{qk}\right]\frac{\mathrm{d}u_k^{(k)}}{\mathrm{d}t} - \frac{1}{a_j}\sum_{k=1}^{n}\left[l_{jk}\sum_{s=1}^{n} c_{ks} - \sum_{q=1,q\neq k}^{n} l_{jq}\,c_{qk}\right]\frac{\mathrm{d}u_k^{(k)}}{\mathrm{d}t^2},$$

$$(j = 1,2,\ldots,n),$$

respectiv

$$\frac{\mathrm{d}^2i_j^{(k)}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{i_j^{(k-1)}}{a_j(\Delta x)^2} - \frac{1}{a_j}\left[\frac{2}{(\Delta x)^2} + (r_j + r_0)g_{jj} + r_j\sum_{k=1,k\neq 1}^{n} g_{jk}\right] i_j^{(k)} + \frac{i_j^{(k+1)}}{a_j(\Delta x)^2} +$$

$$+ \frac{1}{a_j}\sum_{k=1,k\neq j}^{n}(r_0g_{jj} - r_kg_{jk})i_k^{(k)} - \frac{1}{a_j}\left[(r_j + r_0)c_{jj} + r_j\sum_{k=1,k\neq j}^{n} c_{jk} + \right. \tag{13'}$$

$$\left. + l_{jj}\sum_{s=1}^{n} g_{js} - \sum_{k=1,k\neq j}^{n} l_{kj}g_{jk}\right]\frac{\mathrm{d}i_j^{(k)}}{\mathrm{d}t} - \frac{1}{a_j}\sum_{k=1}^{n}\left[r_0c_{jj} - r_kc_{jk} + l_{jk}\sum_{s=1}^{n} g_{js} + \right.$$

$$\left. + \sum_{q=1,q\neq j}^{n} l_{qk}g_{jq}\right]\frac{\mathrm{d}i_k^{(k)}}{\mathrm{d}t} - \frac{1}{a_j}\sum_{k=1,k\neq j}^{n}\left[l_{jk}\sum_{s=1}^{n} c_{js} - \sum_{q=1,q\neq j}^{n} c_{jq}l_{qk}\right]\frac{\mathrm{d}^2i_k^{(k)}}{\mathrm{d}t^2},$$

$$(j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n),$$

unde

$$a_j = l_{jj}\sum_{s=1}^{n} c_{js} - \sum_{k=1,k\neq j}^{n} c_{jk}l_{kj}, \qquad (j = 1,\ 2,\ldots,\ n).$$

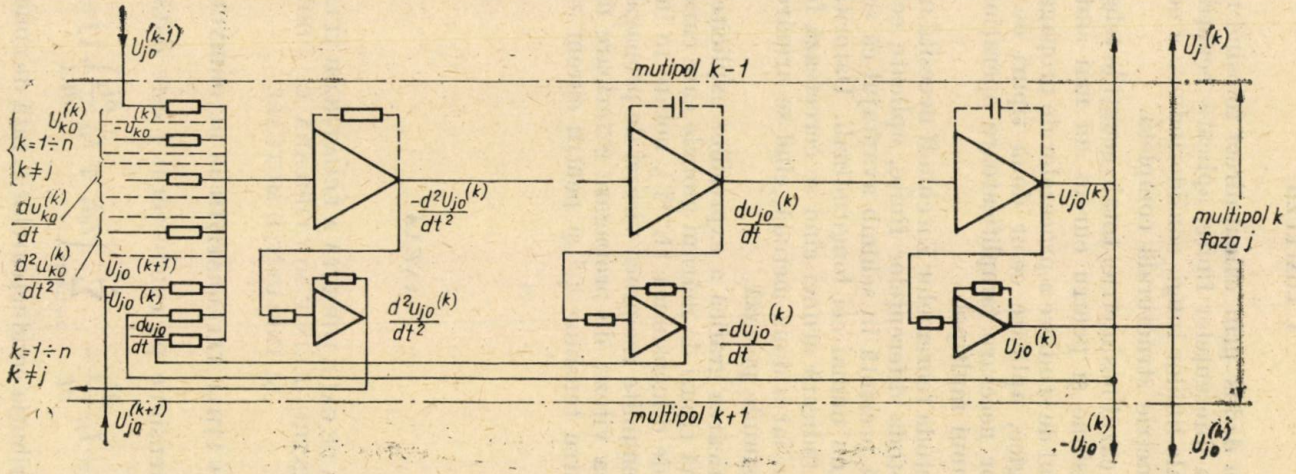


Fig. 4. — Modelul analogic al unei faze a liniei cu n conductoare pe baza ecuațiilor telegrafiștilor rezolvate prin diferențe finite.

4. CONCLUZII

În lucrare s-au dedus prin calcul direct folosind metoda teoremelor Kirchhoff și metoda diferențelor finite, aplicată ecuațiilor telegrafiștilor, formulele generale ale liniilor lungi, considerîndu-se n conductoare active, sol rezistiv și nesimetrie structurală completă.

Se arată că în cazul nesimetriei totale ecuațiile telegrafiștilor de ordinul doi pentru tensiune și pentru curent nu mai sînt identice.

Se indică modul de studiere a proceselor de propagare pe o linie lungă prin metode analogice, aplicate celor două tipuri de ecuații. Se arată numărul elementelor necesare (amplificatoare operaționale și rezistențe) pentru modelarea unui multipol.

Se arată că metoda teoremelor Kirchhoff necesită mai multe elemente ($n \geqslant 3$) față de metoda diferențelor finite, aplicate ecuațiilor telegrafiștilor. Prima metodă prezintă în schimb avantajul că se pot obține și curenții transversali, nu numai cei longitudinali. Datorită acestui avantaj, prima metodă este indicată atunci cînd se cercetează fenomenologia propagării în ansamblu, iar a doua metodă, cînd se urmăresc numai curenții longitudinali și tensiunile pe fază.

Pentru simplificarea grafică a expresiilor explicite a rezultat necesitatea definirii a două tipuri de mărimi globale care caracterizează linia în ansamblu, primele de dimensiunea $[L^{-2}T]$, notate în lucrare cu $\mathcal{S}_{jj}$, $\mathcal{S}_{jk}$, $\mathcal{S}'_{kj}$, iar celelalte denumite reciproca vitezei de propagare exterioare proprii v_{jj}^{-1} și reciproca vitezei de propagare exterioare mutuale a conductoarelor j și k, pentru tensiune v_{jk}^{-1} și pentru curent v'^{-1}_{kj}.

ANEXĂ

DETERMINAREA PE CALE DIRECTĂ A ECUAȚIILOR TELEGRAFIȘTILOR DE ORDINUL DOI PENTRU O LINIE MULTIFILARĂ CU PIERDERI, NESIMETRII ȘI INFLUENȚE MUTUALE

1. ECUAȚIILE TELEGRAFIȘTILOR DE ORDINUL UNU

Variația de tensiune pe conductorul j este dată de

$$-\frac{\partial u_j}{\partial x} = (r_{jj}+r_0)i_j + l_{jj}\frac{\partial i_j}{\partial t} + \sum_{k=1,k\neq j}^{n}\left(r_0 i_k + l_{jk}\frac{\partial i_k}{\partial t}\right), \quad (j=1, 2, \ldots, n), \quad \text{(A.1)}$$

dacă se separă contribuția conductoarelor k, față de conductorul j, respectiv

$$-\frac{\partial u_j}{\partial x} = r_{jj}i_j + \sum_{k=1}^{n}\left(r_0 i_k + l_{jk}\frac{\partial i_k}{\partial t}\right), \quad (j=1, 2, \ldots, n), \quad \text{(A.1')}$$

dacă se include și conductorul j în suma Σ.

Variația de curent în conductorul j cu convențiile de notație din 1.1, ținînd seama de relația $u_{jk} = u_j - u_k$ este dată de

$$-\frac{\partial i_j}{\partial x} = G_j u_j + C_j \frac{\partial u_j}{\partial t} - \sum_{k=1,k\neq j}^{n} \left(g_{jk} u_k + c_{jk} \frac{\partial u_{jk}}{\partial t} \right), \quad (j = 1, 2, \ldots, n), \text{(A.2)}$$

respectiv de

$$-\frac{\partial i_j}{\partial x} = (g_{jj} + G_j) u_j + (c_{jj} + C_j) \frac{\partial u_j}{\partial t} - \sum_{k=1}^{n} \left(g_{jk} u_k + c_{jk} \frac{\partial u_k}{\partial t} \right), \quad \text{(A.2')}$$

$$(j = 1, 2, \ldots, n)$$

2. ECUAȚIILE TELEGRAFIȘTILOR DE ORDINUL DOI ÎN x ȘI t

Pentru ușurința calculului vom dezvolta ecuațiile (A.1') și (A.2'). Rezultă deci

$$-\frac{\partial^2 u_j}{\partial x \partial t} = r_{jj} \frac{\partial i_j}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} \left(r_0 \frac{\partial i_k}{\partial t} + l_{jk} \frac{\partial^2 i_k}{\partial t^2} \right), \quad (j = 1, 2, \ldots, n), \quad \text{(A.3)}$$

respectiv

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 i_j}{\partial x \partial t} &= (g_{jj} + G_j) \frac{\partial u_j}{\partial t} + (c_{jj} + C_j) \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} - \\ &- \sum_{k=1}^{n} \left(g_{jk} \frac{\partial u_k}{\partial t} + c_{jk} \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} \right), \qquad (j = 1, 2, \ldots, n). \end{aligned} \quad \text{(A.4)}$$

3. ECUAȚIILE TELEGRAFIȘTILOR DE ORDINUL DOI ÎN x

3.1. *Ecuațiile rezultate din dezvoltarea ecuațiilor* (A.1') —(A.2'). După derivarea ecuațiilor (A.1') și (A.2') în raport cu x, substituirea în ele a relațiilor (A.1') și (A.3), respectiv (A.2') și (A.4) și ordonarea relațiilor după sumele Σ simple și duble, precum și după derivatele parțiale în raport cu timpul de ordinul zero, unu și doi obținem

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x^2} &= r_{jj}(g_{jj} + G_j) u_j + r_{jj}(c_{jj} + C_j) \frac{\partial u_j}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} \left\{ [r_0(g_{kk} + G_k) - r_{jj} g_{jk}] u_k + \right. \\ &+ [r_0(c_{kk} + C_k) - r_{jj} c_{jk} + l_{jk}(g_{kk} + G_k)] \frac{\partial u_k}{\partial t} + l_{jk}(c_{kk} + C_k) \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} \Big\} - \quad \text{(A.5)} \\ &- \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \left[r_0 g_{kl} u_l + (r_0 c_{kl} + l_{jk} g_{kl}) \frac{\partial u_l}{\partial t} + l_{jk} c_{kl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial t^2} \right], (j = 1, 2, \ldots, n), \end{aligned}$$

respectiv

$$\frac{\partial^2 i_j}{\partial x^2} = r_{jj}(g_{jj} + G_j)i_j + r_{jj}(c_{jj} + C_j)\frac{\partial i_j}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n}\left\{[r_0(g_{jj} + G_j) - r_{kk}g_{jk}]i_k + \right.$$

$$\left. + [r_0(c_{jj} + C_j) - r_{kk}c_{jk} + l_{jk}(g_{jj} + G_j)]\frac{\partial i_k}{\partial t} + l_{jk}(c_{jj} + C_j)\frac{\partial^2 i_k}{\partial t}\right\} - \quad \text{(A.6)}$$

$$- \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\left[r_0 g_{jk} i_l + (r_0 c_{jk} + l_{kl}g_{jk})\frac{\partial i_l}{\partial t} + l_{kl}c_{jk}\frac{\partial^2 i_l}{\partial t^2}\right], \qquad (j = 1, 2, \ldots, n).$$

Inversînd în suma dublă $\Sigma\Sigma$ sumele Σ_l cu Σ_k și indicii l cu indicii k, scoțînd în afara sumelor termenii constanți neafectați de variația indicilor, cu notațiile din 1.1, se obțin relațiile (3), (4) din text.

3.2. *Ecuațiile telegrafiștilor de ordinul doi pentru conductorul j avînd separați termenii datorați conductoarelor k, $1 \leqslant k \leqslant n$, $k \neq j$.* În relațiile (3) și (4) se extrag termenii corespunzători conductorului j de sub sumele $\sum_{k=1}^{n}$ și $\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}$, obținîndu-se

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial x^2} = (r_{jj}G_j + r_0 g_{jj})u_j + \left[r_{jj}C_j + r_0 c_{jj} + l_{jj}(g_{jj} + G_j) - \right.$$

$$\left. - \sum_{l=1}^{n} l_{jl}g_{lj}\right]\frac{\partial u_j}{\partial t} + \left[l_{jj}(c_{jj} + C_j) - \sum_{l=1}^{n} l_{jl}c_{lj}\right]\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} +$$

$$+ \sum_{k=1,k\neq j}^{n}\left\{\left[r_0 g_{kk} - r_{jj}g_{jk}\right)u_k + \left[r_0 c_{kk} - r_{jj}c_{jk} + l_{jk}(g_{kk} + G_k) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \sum_{l=1}^{n} l_{jl}g_{lk}\right]\frac{\partial u_k}{\partial t} + \left[l_{jk}(c_{kk} + C_k) - \sum_{l=1}^{n} l_{jl}c_{lk}\right]\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}\right\} =$$

$$= (r_{jj}G_j + r_0 g_{jj})u_j + \left[r_{jj}C_j + r_0 c_{jj} + l_{jj}(g_{jj} + G_j) - \sum_{l=1}^{n} l_{jl}g_{lj}\right]\frac{\partial u_j}{\partial t} +$$

$$+ \left[l_{jj}(c_{jj} + C_j) - \sum_{l=1}^{n} l_{jl}c_{lj}\right]\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n}\left\{(r_0 g_{kk} - r_{jj}g_{jk})u_k + \right.$$

$$+ \left[r_0 c_{kk} - r_{jj}c_{jk} + l_{jk}(g_{kk} + G_k) - \sum_{l=1}^{n} l_{jl}g_{lk}\right]\frac{\partial u_k}{\partial t} + \left[l_{jk}(c_{kk} + C_k) - \right.$$

$$\left. - \sum_{l=1}^{n} l_{jl}c_{lk}\right]\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}\Big\}, \qquad (j, k, l = 1, 2, \ldots, n), \qquad \text{(A.7)}$$

respectiv

$$\frac{\partial^2 i_j}{\partial x^2} = [r_{jj}G_j + r_0 g_{jj}]i_j + \left(r_{jj}C_j + r_0 c_{jj} + l_{jj}g_{jj} + l_{jj}G_j - \right.$$

$$\left. - \sum_{l=1}^{n} l_{lj}g_{jl}\right)\frac{\partial i_j}{\partial t} + \left[l_{jj}(c_{jj} + C_j) - \sum_{l=1}^{n} l_{lj}c_{jl}\right]\frac{\partial^2 i_j}{\partial t^2} + \sum_{k=1,k\neq j}^{n}\left\{\left[r_0 g_{jj} - \right.\right.$$

$$- r_{kk}g_{jk} - r_0 \sum_{l=1}^{n} g_{jl} \Big] i_k + \Big[r_0 c_{jj} - r_{kk}c_{jk} + l_{jk}g_{jj} + l_{jk}G_j -$$

$$- \sum_{l=1}^{n} l_{lk}g_{jl} \Big] \frac{\partial i_k}{\partial t} + \Big[l_{jk}(c_{jj} + C_j) - \sum_{l=1}^{n} l_{lk}c_{jl} \Big] \frac{\partial^2 i_k}{\partial t^2} \Big\} =$$

$$= (r_0 g_{jj} + r_{jj}G_j)\, i_j + \Big[r_0 c_{jj} + r_{jj}C_j + l_{jj}(g_{jj} + G_j) - \sum_{l=1}^{n} l_{lj}g_{jl} \Big] \frac{\partial i_j}{\partial t} +$$

$$+ \Big[l_{jj}(c_{jj} + C_j) - \sum_{l=1}^{n} l_{lj}c_{jl} \Big] \frac{\partial^2 i_j}{\partial t^2} + \sum_{k=1, k\neq j}^{n} \Big\{ (r_0 g_{jj} - r_{kk}g_{jk})\, i_k +$$

$$+ \Big[r_0 c_{jj} - r_{kk}c_{jk} + l_{jk}(g_{jj} + G_j) - \sum_{l=1}^{n} l_{lk}g_{jl} \Big] \frac{\partial i_k}{\partial t} + \Big[l_{jk}(c_{jj} + C_j) -$$

$$- \sum_{l=1}^{n} l_{lk}c_{jl} \Big] \frac{\partial^2 i_k}{\partial t^2} \Big\}, \qquad (j,\ k,\ l = 1,\ 2,\ \ldots,\ n) \qquad \text{(A.8)}$$

Cu notațiile sumelor produselor lg și lc din 1.1, se obțin relațiile (1), (2) din text.

Primit la redacție la 20 iulie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. W. Thomson, *On the Theory of the electric Telegraph*, Math. Phys. Papers **2**, *61*, reportată Proc. Roy. Soc. May 1855 și publicată în Phil. Mag *4*, *11*, p. 146—160 (1856).
2. G. Kirchhoff, *Über die Bewegung der Elektrizitat in den Leitungen*, Pogg. Ann 100, p. 193—217 (1857).
3. O. Heaviside, *Electromagnetic Theory*, vol. I/1893 vol. II 1899, retipărit în Dover Publications New-York, 1950.
4. G. Mie, *Elektrische Wellen in zwei parallel, Leitnngen*-Ann Physik *2*, p. 201—249 (1900).
5. J. R. Carson, *The Guided and Radiated Energy ih Wire Transmission*, Trans. AIEE, **43**, p. 908 (1924).
6. — *Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return*, Id, *5* p. 539—554 (1926).
7. — *Electromagnetic theory and the foundations of Electric Circuit Theory*, Bell Sistem, Tech. J., *6*, p. 1—17 (1927).
8. J. R. Carson, R. S. Hoyt, *Propagation of Periodic Currents over a System of Paralel Wires*, Id. *6*, p. 495—545 (1927).
9. R. Răduleț, *Stirnabflechung rechteckiger Wanderwellen auf Kraftübertragungsleitungen*, Bul. Mat. Phys. Pures et appliquées de l'École Politechnique de Bucarest, **IX**, *1*, *2*, *3*, p. 95—105 (1937—1938).
10. — *Rechteckige Wanderwallen auf Ubertragungsleitungen*, Bull Scientifique de l'école Polytechnique de Timișoara **9**, *3—4*, p. 3—8 (1939).
11. Ф. Г. Кайданов, М. В. Костенко, Л. С. Перельман, *Уточненное определение волновых параметров и анализ погрешности решения телеграфных уравнений на примере двухпроводной линии электропередачи*, Электричество, 3, p. 5—21, 1965.
12. М. В. Костенко, Л. С. Перельман, *К расчету волновых процессов в многопроводных линиях*, Изв. АН СССР (Энергетика и транспорт), *6*, p. 721—730 (1963).

13a. D. E. HEDMAN, *Propagation on Overhead Transmission Lines—***I***— Theory of Model Analysis IEE* (Pow. App. and Syst) *3*, p. 200—205 (1965).
13*b*. — Idem 13 a, **II** *Earth Conduction Effects and Practical Results*, p. 205—211.
14*a*. R. URAM, R. W. MILLER, *Mathematical Analysis and Solution of Transmission linie Transients*, **I** (Theory) IEE-Trans (Power App. and Syst) 83, *11*, p. 1116—1123 (1964).
14*b*. R. URAM, W. E. FEERO, Idem, II (*Applications*, p. 1123).
15. E. M. STAFFORD, *Calculation of Travelling Waves on Transmission Systems by Finite Differences*, Proc. IEE 112, *5*, p. 941—948 (1965).
16. L. M. WEDEPOHL, *Applications of Matrix Methods to the Solution of Travelling Wave Phenomena in Polyphase Systems*, Proc. IEE 110, *12*, p. 2200—2212 (1963).
17. L. V. BEWLEY, *Traveling Waves on Transmission Systems*, Second edition John Wiley & Sons Inc. New York—Chapman & Hall Ltd. London, 1951.
18. C. ХАЙАСИ, *Волны в линиях электропередачи*, Перевод с английского, Moskva-Leningrad, 1960.
19. A. AVRAMESCU, G. DRĂGAN, I. ADĂMUȚ, M. PETCU, *Switching surges modelled by a quadripole*, Rev. d'energ. et électrotechn. *1* (1964).
20. G. DRĂGAN, I. ADĂMUȚ, M. PETCU, *Analogue Computer Investigation into Surges Appaaring on Opening Capacitive and Inductive Circuits*, CIGRE 1966—Rap. 424.
21. G. DRĂGAN, *Calculul analitic al supratensiunilor ce apar la deconectarea circuitelor cu capacități concentrate*, St. cerc. energ. electr., *4* (1965).
22. I. S. ANTONIU, I. ADĂMUȚ, *Contribuții la studiul vitezei de propagare a unui semnal pe un lanț de cuadripoli cu ajutorul modelelor*, St. cerc. electr. *3* (1966).
23. R. RĂDULEȚ, I. TIMOTIN, A. TUGULEA, *Ecuațiile generale și parametrii lineici ai sistemelor complexe de conductoare paralele cu pierderi în prezența solului*, St. cerc. energ. electr., *3* (1966).
24. P. V. HANDEL, *Electronik Computers*, Wien-Springer Verlag, p. 52, 1961.
25. — *Вычислительная техника*, Справочник. Том I. Аналоговые вычислительные устройства, Москва, Ленинград, 1964.
26. R. RĂDULEȚ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. IV-linii lungi, București, 1956.
27. A. TIMOTIN, ș.a. *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. II, București, 1964.
28. C. I. MOCANU, *Asupra transmisiunii energiei electromagnetice pe o linie electrică lungă multipolară*, St. cerc. energ. electr. *4*, p. 853—869 (1964).
29. R. RĂDULEȚ, *Bazele electrotehnicii*, vol. III. București, 1956.
30. C. V. BĂLĂ, S. GHEȚARU, *Cîmpul magnetic alternativ — tangențial în mediul feromagnetic*, St. cerc. energ. electr. *2*, p. 267—293 (1965).
31. Н. . ТЕРЕБЯТЬЕВ, А. Т. ЛУКЬЯНОВ, *Электрическое моделирование некоторых уравнений математической физики*, Математическое моделирование и теория электрических цепей. АН УССР, Киев, p. 308—313, 1965.
32. V. M. POPOV, N. N. TĂTARU, *Calculatorul analogic neliniar MECAN-II*, St. cerc. energ. electr. *2*, p. 291 (1963).

CARACTERISTICILE DE TRANSFER ALE REDRESOARELOR POLIFAZATE CU TIRISTOARE CU SARCINĂ INDUCTIVĂ, COMANDATE DE OSCILATOARE DE RELAXARE CU TRANZISTOARE UNIJONCȚIUNE

DE

IOAN PONNER

621.314.63 : 621.382.2

În articol se tratează problema caracteristicilor de transfer ale redresoarelor polifazate cu sarcină inductivă, echipate cu tiristoare, pentru a căror comandă se folosesc oscilatoare de relaxare cu tranzistoare unijoncțiune. Unghiul de amorsare a tiristoarelor poate fi reglat : 1) acționînd asupra parametrilor elementelor oscilatoarelor de relaxare utilizate ; 2) prin aplicarea unei tensiuni de comandă tranzistoarelor care controlează încărcarea condensatorului de temporizare a oscilatoarelor, sau 3) prin modificarea pragului de amorsare a tranzistorului unijoncțiune prin injectarea unei tensiuni în circuitul bazei inferioare.
Se deduc expresiile caracteristicilor de transfer pentru cazul a patru tipuri de oscilatoare de relaxare și se dau și sub formă grafică.

Pentru avantajele lor deosebite, tiristoarele (numite și diode cu siliciu comandate) în ultima vreme cîștigă teren din ce în ce mai mult în aplicațiile unde intervin puteri mari sau unde se cere o siguranță de funcționare ridicată. Din cauza căderii de tensiune foarte mici la bornele lor în stare de conducție (1 —2 V), randamentul instalațiilor realizate cu ele este net superior față de randamentele care se pot obține în cazul elementelor de comutație utilizate pînă acum (tiratroane, ignitroane).

În momentul de față, ele se fabrică pentru tensiuni care depășesc 1 000 V și curenți pînă la 500 A (vezi [1]).

În stare de blocare, curentul lor rezidual fiind extrem de redus (de ordinul miliamperilor, pentru un tiristor de un curent mediu de 100 A), ele se apropie foarte mult de un comutator ideal.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17 nr. 4, p. 803—814, București 1967

Fiind realizate pe bază de siliciu, domeniul de temperatură în care tiristoarele pot fi utilizate este foarte extins, de la −65°C pînă la +150°C.

Amplificările de putere ce se pot obține cu tiristoare fiind foarte mari, de ordinul 10^5, circuitele lor de comandă rezultă foarte simple și de gabarit redus.

Ca toate dispozitivele realizate pe bază de semiconductoare, caracteristicile tiristoarelor sînt afectate de temperatură. Pentru a evita efectele nefavorabile ale temperaturii asupra preciziei comenzii lor, precum și pentru reducerea la minim a pierderilor care apar în timpul comutării în stare deschisă, comanda acestora trebuie efectuată prin impulsuri.

Dat fiind că timpul de comutare directă a tiristoarelor este foarte scurt, și impulsurile aplicate pe electrodul lor de comandă, numit poartă, pot fi foarte scurte, de ordinul microsecundelor. Asemenea impulsuri se pot obține foarte convenabil utilizînd oscilatoare de relaxare cu tranzistoare unijoncțiune.

În literatura de specialitate [2], [3] se tratează caracteristice de transfer ale redresoarelor monofazate cu tiristoare, alimentînd sarcini rezistive, pentru a căror comandă se utilizează oscilatoare de relaxare cu tranzistoare unijoncțiune. Mult mai frecvent este însă cazul redresoarelor polifazate, care debitează pe sarcini inductive. Mai jos prezentăm o analiză a caracteristicii de transfer a acestor redresoare cu sarcină inductivă, comandate de oscilatoare de relaxare cu tranzistoare unijoncțiune.

1. CARACTERISTICELE DE TRANSFER ALE REDRESOARELOR POLIFAZATE CU SARCINĂ INDUCTIVĂ

Schema de principiu și formele de undă ale unui redresor polifazat cu sarcină inductivă sînt reprezentate în figura 1. Formele de undă corespund unor tiristoare ideale și pentru o valoare ridicată a inductanței L.

Datorită prezenței inductanței, circulația curentului se menține și după ce tensiunea fazei la care este conectat tiristorul care conduce a devenit negativă.

Valoarea medie a tensiunii redresate este

$$U_d = \frac{m}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{m}+\alpha}^{+\frac{\pi}{m}+\alpha} \sqrt{2}\, U_2 \cos \omega t \, \mathrm{d}(\omega t) = \sqrt{2}\, U_2 \frac{\sin \frac{\pi}{m}}{\frac{\pi}{m}} \cos \alpha. \qquad (1)$$

Valoarea maximă a acestei tensiuni corespunde pentru $\alpha = 0$ și are valoarea

$$U_{dM} = \sqrt{2}\, U_2 \frac{\sin \frac{\pi}{m}}{\frac{\pi}{m}}. \qquad (2)$$

Raportul dintre aceste două mărimi reprezintă funcţia de transfer a redresorului comandat în funcţie de unghiul de amorsare al tiristoarelor :

$$\frac{U_d}{U_{dM}} = \cos \alpha. \tag{3}$$

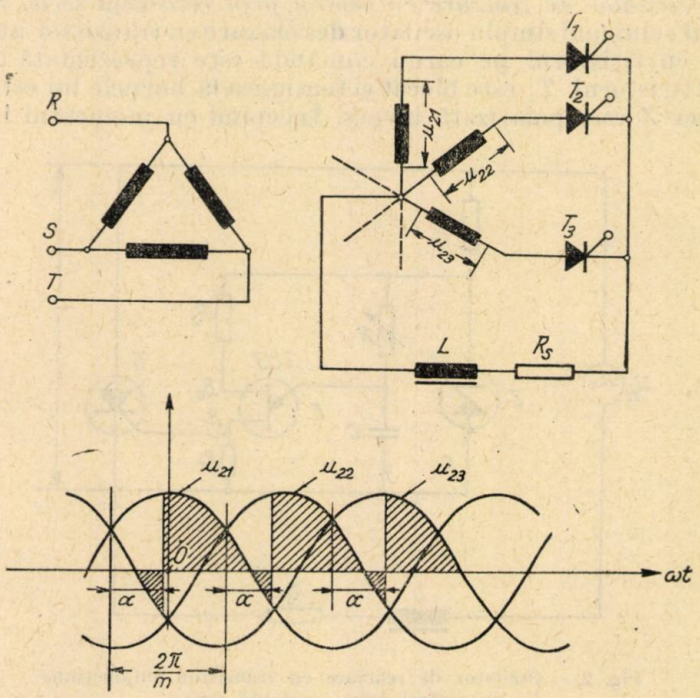


Fig. 1. — Schema de principiu şi formele de undă ale unui redresor polifazat cu tiristoare cu sarcină inductivă.

2. OSCILATOARE DE RELAXARE CU TRANZISTOARE UNIJONCŢIUNE

Cu ajutorul tranzistoarelor unijoncţiune se pot realiza oscilatoare de relaxare foarte simple, al căror impuls de ieşire poate comanda în condiţii optime tiristoarele. Reglînd perioada oscilaţiilor produse, se poate regla unghiul de amorsare a tiristoarelor, deci componenta medie a tensiunii redresate. Cea mai simplă cale pentru modificarea perioadei oscilaţiilor este prin reglajul manual al rezistenţei grupului *RC* al oscilatorului. În alte cazuri această rezistenţă este constituită de un termistor, a cărei rezistenţă se modifică cu temperatura.

În cazul redresoarelor cu tensiune stabilizată, aceste metode simple de reglaj nu mai corespund, mărimea care se obţine pe calea de reacţie şi care trebuie să acţioneze asupra oscilatorului de relaxare fiind o tensiune.

În acest caz, se modifică schema de bază a oscilatorului de relaxare, prevăzîndu-se tranzistoare de control, prin care tensiunea de comandă controlează curentul de încărcare al condensatorului grupului *RC* de tem-

porizare, sau acționează direct asupra pragului de amorsare al tranzistorului unijoncțiune.

În cele de mai jos vom examina cîteva oscilatoare de relaxare cu tranzistoare unijoncțiune și vom deduce caracteristicile de transfer ale redresoarelor pe care le comandă.

2.1. *Oscilator de relaxare cu control prin rezistență serie.* Schema de principiu al celui mai simplu oscilator de relaxare cu tranzistor unijoncțiune împreună cu tiristorul pe care-l comandă este reprezentată în figura 2.

Cînd tiristorul T_1 este blocat și tensiunea la bornele lui este pozitivă, dioda Zener Z este polarizată invers. Începînd cu momentul în care va-

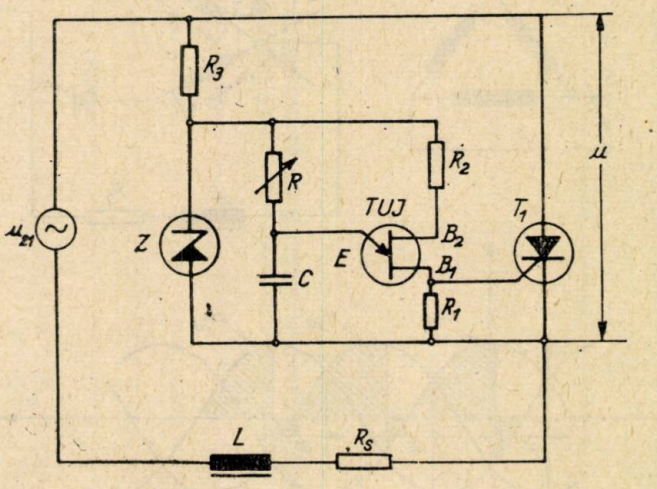


Fig. 2. — Oscilator de relaxare cu tranzistor unijoncțiune cu control prin rezistență serie.

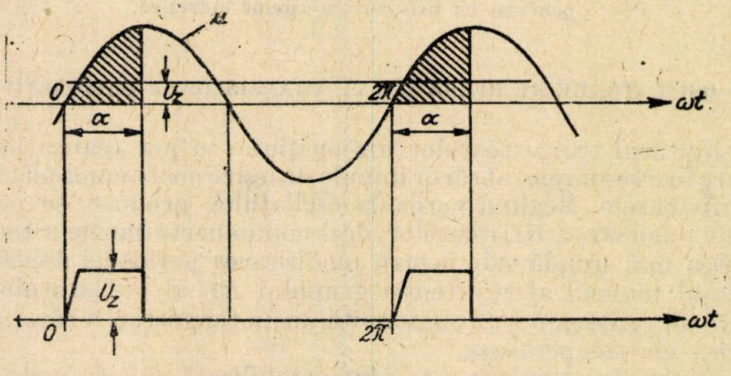


Fig. 3. — Formarea impulsurilor de alimentare pentru oscilatorul de relaxare.

loarea tensiunii la bornele tiristorului depășește tensiunea de amorsare a diodei Zener U_z, oscilatorului de relaxare i se aplică tensiunea de la bornele acestei diode amorsate, care practic este de valoare constantă și indepen-

dentă de valoarea tensiunii de alimentare, cu condiția ca R_3 să fie mult mai mare decît rezistența dinamică a diodei Zener.

Tensiunea U_z există atîta vreme cît timp tiristorul este blocat.

După amorsarea tiristorului, acesta, în mod practic, constituie un scurtcircuit și tensiunea care se aplică oscilatorului de relaxare scade la zero (fig. 3). După încetarea conducției tiristorului T_1, tensiunea la bornele lui devine negativă, dioda Zener intră în stare de conducție directă și oscilatorului de relaxare i se aplică o tensiune negativă de valoare scăzută și neglijabilă pe lîngă tensiunea U_z.

Dacă valoarea maximă a tensiunii care apare la bornele tiristorului este suficient de mare, în comparație cu tensiunea de amorsare a diodei Zener, ceea ce corespunde în majoritatea cazurilor practice, atunci, se poate considera că oscilatorului de relaxare i se aplică impulsuri de tensiune de alimentare dreptunghiulare. Deoarece condensatorul C se descarcă aproape complet la fiecare amorsare a tranzistorului unijoncțiune, rămînînd descărcat pînă ce tensiunea la bornele tiristorului devine din nou pozitivă, sincronizarea dintre tensiunea anodică a tiristorului și momentul începerii temporizării în oscilatorul de relaxare va fi asigurată.

Admițînd simplificările de mai sus, tensiunea la bornele condensatorului după apariția impulsului pozitiv de alimentare al oscilatorului de relaxare variază după legea

$$U_c = U_z (1 - \varepsilon^{-\frac{t}{RC}}). \tag{4}$$

Cînd această tensiune atinge valoarea tensiunii de amorsare a tranzistorului unijoncțiune, condensatorul C se descarcă prin rezistența R_1, producînd un impuls care comandă tiristorul T_1.

Rezistența R_2 se introduce pentru compensarea termică a tranzistorului unijoncțiune. Valoarea ei trebuie să fie [2]:

$$R_2 = \frac{1 - \eta}{\eta} R_1 + \frac{U_D R_{BB}}{\eta U_z}, \tag{5}$$

în care η este raportul intern de divizare a tensiunii aplicate tranzistorului unijoncțiune, R_{BB} rezistența interbază, U_D tensiunea de deschidere a diodei echivalente emitor-baza B_1 (cca. 0,4 V la 25° C).

Dacă relația (5) este satisfăcută, tensiunea de amorsare a tranzistorului unijoncțiune are valoarea

$$u_{am} = \eta U_z \tag{6}$$

și impulsul de comandă apare corespunzător egalității

$$\eta U_z = U_z (1 - \varepsilon^{-\frac{T}{RC}}), \tag{7}$$

de unde rezultă

$$T_0 = RC \ln \frac{1}{1 - \eta}. \tag{8}$$

Caracteristica de transfer a redresorului este deci

$$\frac{U_d}{U_{dM}} = \cos\ \alpha = \cos\ \omega T_0 = \cos\left(2\pi f RC \ln\frac{1}{1-\eta}\right), \qquad (9)$$

care este reprezentată în figura 4 pentru cîteva valori mai uzuale ale parametrului η.

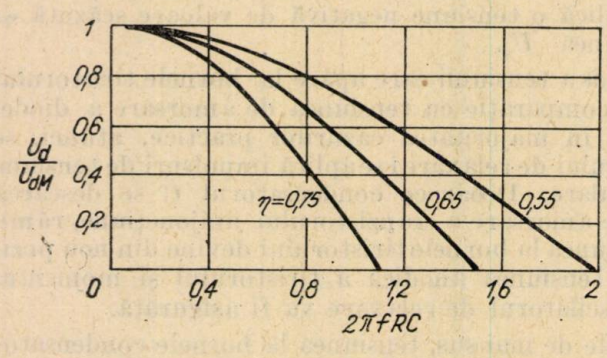


Fig. 4. — Caracteristica de transfer în cazul controlului prin rezistență serie.

2.2. *Oscilator de relaxare cu control prin tranzistor serie.* La acest oscilator de relaxare, curentul de încărcare al condensatorului C este controlat de un tranzistor în serie cu acest condensator (fig. 5).

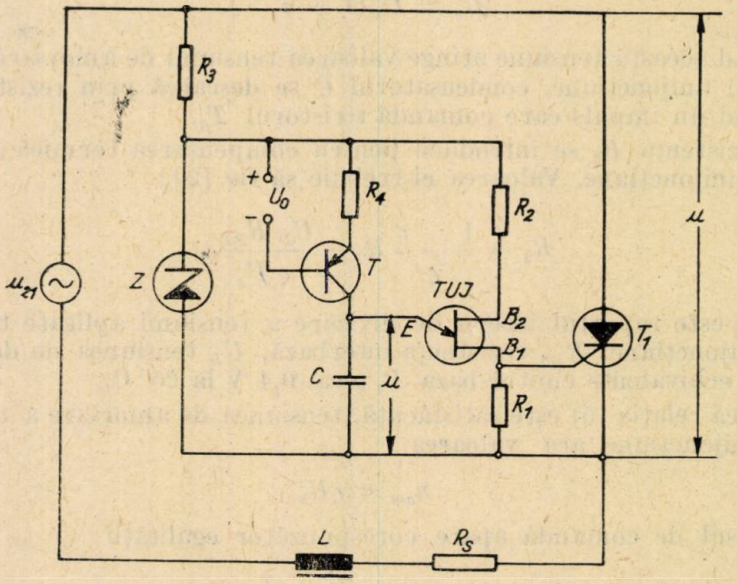


Fig. 5. — Oscilator de relaxare cu tranzistor unijoncțiune cu control prin tranzistor serie.

Procesul de sincronizare a începerii încărcării condensatorului C cu apariția semialternanței pozitive a tensiunii anodice a tiristorului este identic cu cel de la montajul precedent.

Admitem următoarele ipoteze simplificatoare: 1) curenții de fugă (al condensatorului și al tranzistorului) sînt nuli, 2) factorul de amplificare în curent al tranzistorului este suficient de mare ca să putem neglija curentul de bază față de curentul de colector, 3) datorită circuitului de sincronizare a tranzistorului unijoncțiune cu tensiunea anodică al tiristorului comandat, se asigură pentru condensatorul C condiții inițiale nule, 4) compensarea termică a tranzistorului unijoncțiune este realizată și 5) pulsul de alimentare al oscilatorului de relaxare este dreptunghiular.

Tranzistorul lucrează într-un montaj repetor pe emitor. La bornele rezistenței de emitor se regăsește practic întreaga tensiune aplicată la intrarea etajului, deci curentul de încărcare al condensatorului este

$$i_c \cong i_E = \frac{U_0}{R} = \text{const.} \tag{10}$$

Tensiunea la bornele condensatorului variază după legea

$$u_c = \frac{1}{C}\int_0^t i_c \, dt = \frac{U_0 t}{RC}, \tag{11}$$

de unde rezultă momentul apariției impulsului de comandă

$$T = \frac{U_z RC}{U_0}. \tag{13}$$

Caracteristica de transfer a redresorului va fi deci

$$\frac{U_d}{U_{dM}} = \cos\alpha = \cos\omega T = \cos\frac{2\pi f RC\,\eta U_z}{U_0} \tag{14}$$

care a fost reprezentată în figura 6.

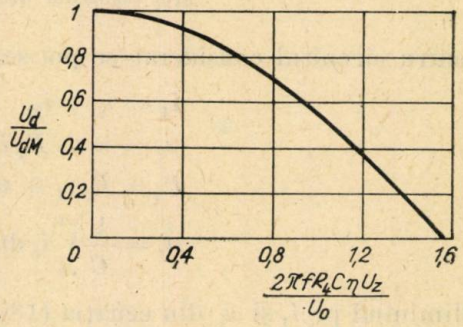


Fig. 6. — Caracteristica de transfer în cazul controlului prin tranzistor serie.

2.3. *Oscilator de relaxare cu control prin tranzistor derivație.* O eficacitate mărită a controlului unghiului de amorsare se poate obține conectînd tranzistorul de control în paralel cu condensatorul C (fig. 7). La acest montaj o parte din curentul de încărcare trece prin tranzistorul montat în derivație.

Admitem aceleași ipoteze simplificatoare ca la montajul precedent. Procesul de sincronizare se va considera, de asemenea similar cu cel de la montajele precedente.

Tranzistorul de control fiind în conexiunea repetor pe emitor, la bornele rezistenței din emitor se va regăsi practic întreaga tensiune aplicată la intrare.

Curentul de colector, practic egal cu curentul de emitor, este

$$i_2 = \frac{U_0}{R_2} = \text{const.} \tag{15}$$

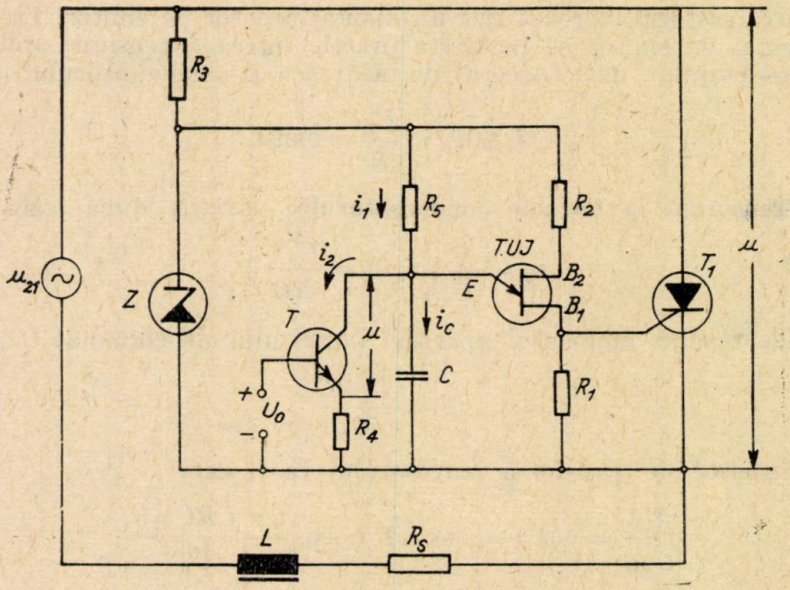


Fig. 7. — Oscilator de relaxare cu tranzistor unijoncțiune cu control prin tranzistor derivație.

Pentru circuitul considerat se pot scrie următoarele ecuații :

$$i_1 = i_c + i_2, \tag{16}$$

$$u_c = u + R_4 i_2, \tag{17}$$

$$U_z = R_5 i_1 + u_c \tag{18}$$

$$u_c = \frac{1}{C}\int_0^t i_c \, dt. \tag{19}$$

Eliminînd pe i_1 și u_c din ecuația (18), derivînd ecuația (17) și ținînd seama că $i_2 = \text{const.}$, obținem ecuația diferențială

$$R_5 C \frac{du}{dt} + u = U_z - i_2(R_4 + R_5), \tag{20}$$

avînd soluția generală

$$u = A\varepsilon^{-\frac{t}{R_5 C}} + U_z - i_2(R_4 + R_5), \tag{21}$$

în care A este o constantă, a cărei valoare depinde de condițiile inițiale din circuit.

În momentul inițial $t = 0$, tranzistorului T i se aplică numai semnalul de comandă U_0, care polarizează în sens direct ambele joncțiuni ale acestui tranzistor. Rezistența R_4 apare deci în paralel pe condensatorul C, care se încarcă după o lege exponențială, avînd constanta de timp

$$\tau_0 \cong (R_0 \,||\, R_4)\, C, \tag{22}$$

în care R_0 este rezistența sursei de semnal.

Deoarece $R_0 || R_4 \ll R_5$, putem considera că încărcarea lui C se face practic instantaneu. Deci, condițiile inițiale sînt:

$$\begin{aligned} t &= 0, \\ u_c &= U_0 = R_4 i_2, \\ u &= 0, \end{aligned} \tag{23}$$

iar pentru constanța de integrare rezultă

$$A = i_2 (R_4 + R_5) - U_z. \tag{24}$$

Ecuația de funcționare devine

$$U = U_z - (R_4 + R_5)\, i_2 \,(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{R_5 C}}). \tag{25}$$

Amorsarea tranzistorului unijoncțiune are loc la momentul corespunzător egalității

$$u + R_4 i_2 = \eta U_z \tag{26}$$

sau

$$[U_z - i_2 (R_4 + R_5)](1 - \varepsilon^{-\frac{T_0}{R_5 C}}) + R_4 i_2 = \eta U_z, \tag{27}$$

din care, ținînd seama de relația (15), rezultă

$$T_0 = R_5 C \ln \frac{U_z R_4 - U_0 (R_4 + R_5)}{U_z R_4 (1 - \eta) - U_0 R_5} \tag{28}$$

Întrucît $R_5 \gg R_4$ și $U_0 \ll U_z$ putem scrie

$$T_0 = R_5 C \ln \frac{U_z R_4 - U_0 R_5}{U_z R_4 - U_0 R_5 - \eta U_z R_4} \tag{29}$$

sau

$$T_0 = R_1 C \ln \frac{1}{1 - \dfrac{1}{\dfrac{1}{\eta}\left(1 - \dfrac{U_0 R_5}{U_z R_4}\right)}}. \tag{30}$$

Caracteristica de transfer al redresorului este

$$\frac{U_d}{U_{dM}} = \cos\alpha = \cos 2\pi f R_5 C \ln \frac{1}{1 - \dfrac{1}{\dfrac{1}{\eta}\left(1 - \dfrac{U_0 R_5}{U_z R_4}\right)}}, \qquad (31)$$

care este reprezentată în figura 8, unde s-a luat ca parametru mărimea $\beta = 2\pi f R_5 C$.

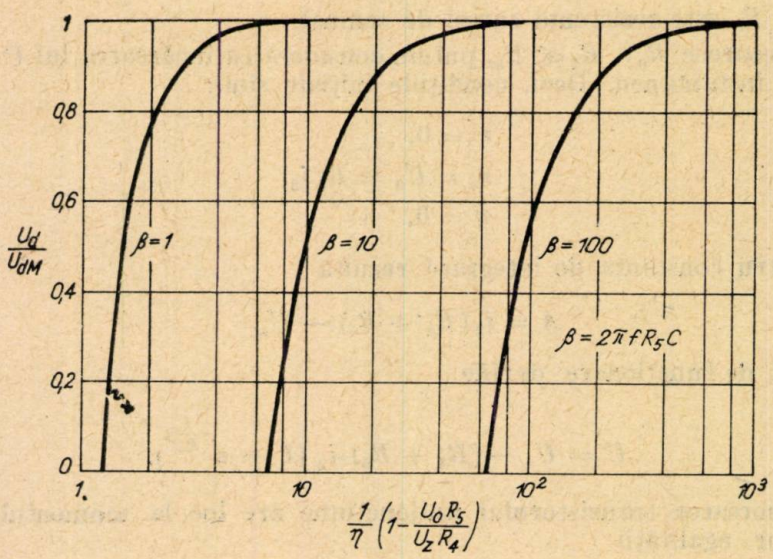


Fig. 8. — Caracteristica de transfer în cazul controlului prin tranzistor derivație.

2.4. *Oscilator de relaxare asigurînd o caracetristică de transfer liniară.* În unele aplicații este util ca redresorul comandat să prezinte o caracteristică de transfer liniară pe întregul domeniu de reglaj.

Schema de principiu a oscilatorului de relaxare, care asigură o asemenea caracteristică, este reprezentată în figura 9. Valorile lui R_3 și C se aleg astfel încît că fie îndeplinită condiția

$$\frac{1}{\omega C} \ll R. \qquad (32)$$

În semialternanța pozitivă a tensiunii U, curentul de încărcare al condensatorului este

$$i_c \cong \frac{U}{R}, \qquad (33)$$

iar tensiunea la bornele condensatorului

$$u_c = \frac{1}{C}\int_0^t i_c\,dt = \frac{1}{CR}\int_0^t \sqrt{2}U \sin\omega t\,dt = \frac{\sqrt{2}\,U}{\omega CR}(1 - \cos\omega t). \qquad (34)$$

În semiperioada negativă a tensiunii de alimentare, dioda D constitue practic un scurtcircuit la bornele condesatorului C, asigurînd astfel sincronizarea începerii încărcării condensatorului cu apariţia semialternanţei pozitive a tensiunii anodice a tiristorului T_1.

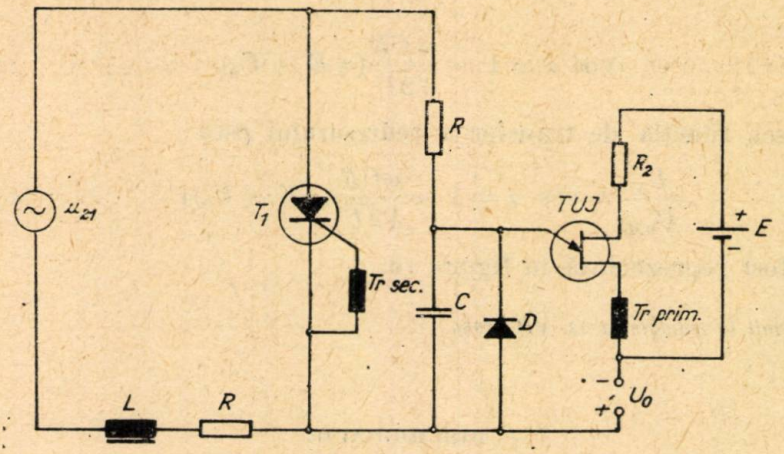


Fig. 9. — Oscilator de relaxare asigurînd o caracteristică de transfer liniară.

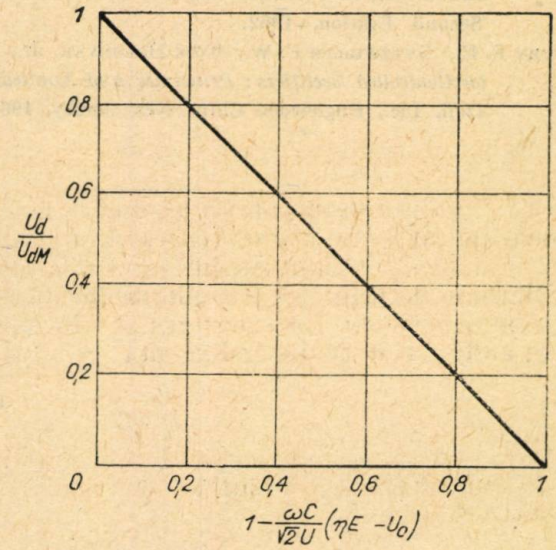


Fig. 10. — Caracteristică de transfer cu variaţie liniară cu semnalul de comandă, corespunzător schemei din figura 9.

În momentul satisfacerii egalităţii

$$u_c = \eta E - U_0, \tag{35}$$

condensatorul C se descarcă prin înfăşurarea primară a transformatorului T_r, iar impulsul care apare în înfăşurarea secundară comandă tiristorul T_1.

Din ultimele două relații rezultă

$$\frac{\sqrt{2}\,U}{\omega CR}(R - \cos\alpha) = \eta E - U_0 \tag{36}$$

sau

$$\cos\alpha = 1 - \frac{\omega CR}{\sqrt{2}\,U}(\eta E - U_0). \tag{37}$$

Deci, funcția de transfer a redresorului este

$$\frac{U_\delta}{U_{dM}} = \cos\alpha = 1 - \frac{\omega CR}{\sqrt{2}\,U}(\eta E - U_0), \tag{38}$$

care a fost reprezentată în figura 10.

Primit la redacție la 23. VII. 1966.

BIBLIOGRAFIE

1. Köhl G., *Ein bilateral schaltendes Thyristorsystem*, Internationale Elektronische Rundschau, Iuni, *6*, p. 353 (1966).
2. * * * *Silicon Controlled Rectifier Manual*, General Electric Company, Auburn, New York, Second Edition, 1962.
3. Gentry F. E., Gutzwiller F. W., Nick Holonyak, Jr., von Zastrow E. E., *Semiconductor Controlled Rectifiers : Principles And Applications Of p-n-p-n Devices*, Pretince-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1964.

DISCRIMINATOR DE BANDĂ LARGĂ CU REACȚIE POZITIVĂ

DE

E. RODEANU

621.396.622

Folosirea reacției pozitive permite realizarea unui discriminator de joasă frecvență avînd neliniarități reduse într-o bandă foarte largă. Dependența liniară între tensiunea de la ieșire și frecvența semnalului de la intrare, pentru o tensiune la intrare constantă, se poate obține, în anumite limite, prin folosirea unei rețele *RC* de diferențiere într-un sistem cu reacție pozitivă, nedependentă de frecvență. Discriminatorul astfel realizat este simplu, reglajul relativ ușor, iar frecvența de centru ridicată.

1. INTRODUCERE

Folosirea reacției permite realizarea unor discriminatori de joasă frecvență și de bandă largă avînd performanțe ridicate. Dependența liniară între tensiunea de la ieșire și frecvența semnalului de la intrare, pentru o tensiune la intrare constantă, se poate obține, în anumite limite, prin asigurarea unor caracteristici de frecvență convenabile pentru funcția de transfer, bucla de reacție sau pentru amîndouă.

Urmînd acest principiu au fost realizați discriminatori de bandă largă cu reacție negativă de curent [1], [2] și cu reacție negativă de tensiune [3]. În lucrarea de față va fi prezentat un discriminator de joasă frecvență, de bandă largă și neliniaritate redusă, cu reacție pozitivă. Din analiza funcționării discriminatorului realizat pe principiul menționat, urmărindu-se obținerea unor performanțe impuse, la frecvență de centru cît mai ridicată, se vor găsi criteriile de proiectare și influența parametrilor montajului.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 4, p. 815 — 828, București 1967

2. CONSIDERAȚII TEORETICE

Dacă se consideră expresia funcției de transfer a unui sistem cu reacție [4] și se impune condiția ca aceasta să depindă liniar de frecvență:

$$T_r(j\omega_n) = \frac{T(j\omega_n)}{1 - \beta'(j\omega_n)\,T(j\omega_n)} = j\omega_n = T_d(j\omega_n), \tag{1}$$

rezultă următoarea expresie pentru funcția de transfer a sistemului fără reacție:

$$T(j\omega_n) = \frac{j\omega_n}{1 + j\omega_n\,\beta'(j\omega_n)}. \tag{2}$$

În aceste relații ω_n este frecvența normată, iar $\beta'(j\omega_n)$ funcția de transfer a rețelei de reacție.

Analizînd relația (2) se constată că, dacă

$$\beta'(j\omega_n) = 1, \tag{3}$$

deci în cazul reacției pozitive (de tensiune, de curent sau mixtă), funcția de transfer a sistemului fără reacție se poate obține simplu cu ajutorul unei rețele *RC* de diferențiere.

Caracteristica de frecvență a discriminatorului va depinde, în soluția considerată, de o singură constantă de timp.

Un discriminator astfel realizat, avînd o funcție de transfer de tipul celei descrise de relația (1), prezintă inconvenientul că este neechilibrat. Acest inconvenient poate fi ușor înlăturat considerînd o referință convenabil aleasă și anume obținută prin detectarea semnalului de la intrare, ceea ce conduce și la stabilirea punctului static de funcționare.

În aceste condiții caracteristica de discriminare va fi

$$T_D(\omega_n) = T_d(\omega_n) - 1. \tag{4}$$

Din relația (4) se vede că pentru analiza funcționării discriminatorului va fi suficient să se urmărească dependența de frecvență a modulului funcției de transfer cu reacție.

Pornind de la analiza făcută se pot concepe diferite soluții electronice care să îndeplinească condițiile de mai sus. Urmărind simplitatea, apare corespunzătoare schema din figura 1, realizată cu o dublă triodă.

În calculele făcute nu s-a ținut seama de elementele parazite ale montajului și deci acestea sînt valabile numai într-o primă aproximație și anume în domeniul frecvențelor joase. La frecvențe ridicate, și aceasta va fi cazul analizat în cele ce urmează, trebuie să se țină seama și de prezența elementelor parazite, întrucît mărimea acestora limitează frecvența maximă la care discriminatorul mai poate funcționa satisfăcător.

Calculul funcției de transfer se va face folosind schema echivalentă din figura 2, scriind ecuația tensiunilor pe bucle [5].

Notînd

$$x = \omega\,RC \tag{5}$$

se obține

$$\begin{cases} i_1[Z_a(\mathrm{j}x) + R_i + Z_c(\mathrm{j}x)] + i_2 Z_c(\mathrm{j}x) = \mu[U_i - (i_1 + i_2) Z_c(\mathrm{j}x)], \\ i_1 Z_c(\mathrm{j}x) + i_2[R_i + Z_c(\mathrm{j}x)] = \mu[U_e - (i_1 + i_2) Z_c(\mathrm{j}x)], \end{cases} \tag{6}$$

unde

$$U_e = - i_1 Z_a(\mathrm{j}x) T_1(\mathrm{j}x). \tag{7}$$

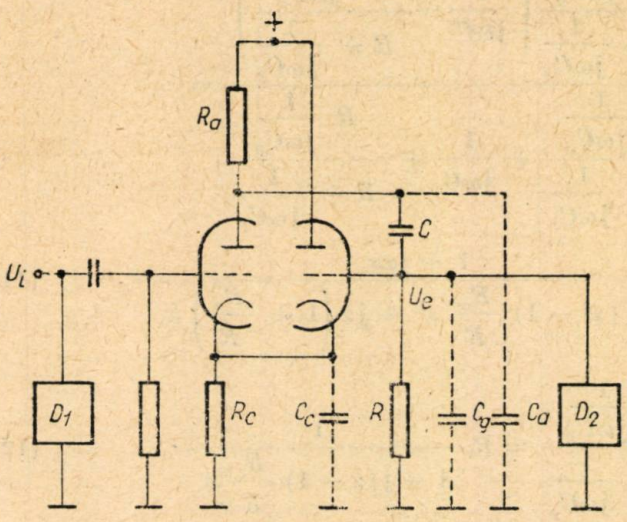


Fig. 1. — Schema de principiu a discriminatorului.

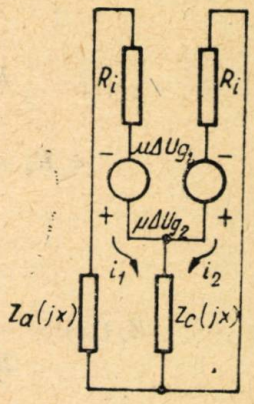


Fig. 2. — Schema echivalentă a discriminatorului.

Dacă se ține seama de mărimea capacităților parazite ale montajului se poate considera că

$$C_a = C_g = C_c = C_p. \tag{8}$$

Îndeplinirea acestei condiții poate fi întotdeauna asigurată prin adăugarea, eventual, a unor capacități suplimentare și conduce la simplificarea calculelor.

Diferitele mărimi ce intervin în ecuațiile (5), (6) și (7) pot fi puse sub următoarele forme :

$$T_1(\mathrm{j}x) = \frac{\dfrac{R\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}}{\dfrac{R\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}} + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \frac{\mathrm{j}x}{1 + \mathrm{j}\alpha x}, \tag{9}$$

unde s-a notat

$$\alpha = 1 + \frac{C_p}{C}. \tag{10}$$

Este raţional ca $\alpha_{max} \leqslant 2$ pentru a evita modificările importante ale acestuia cu variaţia capacităţilor parazite :

$$Z_a(jx) = \frac{\dfrac{R_a \dfrac{1}{j\omega C_p}}{R_a + \dfrac{1}{j\omega C_p}} \left(\dfrac{1}{j\omega C} + \dfrac{R \dfrac{1}{j\omega C_p}}{R + \dfrac{1}{j\omega C_p}} \right)}{\dfrac{R_a \dfrac{1}{j\omega C_p}}{R_a + \dfrac{1}{j\omega C_p}} + \dfrac{1}{j\omega C} + \dfrac{R \dfrac{1}{j\omega C_p}}{R + \dfrac{1}{j\omega C_p}}} =$$

$$= R_a \frac{1 + j\alpha x}{1 - (\alpha^2 - 1) \dfrac{R_a}{R} x^2 + j\alpha \left(1 + \dfrac{R_a}{R}\right) x}, \tag{11}$$

$$Z_c(jx) = \frac{R_c \dfrac{1}{j\omega C_p}}{R_c + \dfrac{1}{j\omega C_p}} = R_c \frac{1}{1 + j(\alpha - 1) \dfrac{R_c}{R} x}. \tag{12}$$

Calcularea expresiei funcţiei de transfer a discriminatorului definită prin

$$T_d(jx) = -\frac{u_c}{u_i} \tag{13}$$

se face rezolvînd sistemul de ecuaţii (6), cu luarea în considerare a relaţiilor (7), (9), (10), (11) şi (12), şi se obţine :

$$T_d(jx) = \frac{-1}{\dfrac{1}{\mu} - \dfrac{jx}{1 + j\alpha x} \dfrac{(\mu + 1) R_c}{(\mu + 1) R_c + R_i + j(\alpha - 1) \dfrac{R_c}{R} R_i} +} \tag{14}$$

$$+ \frac{1}{\mu} \frac{2(\mu + 1) R_c + R_i + j(\alpha - 1) R_i \dfrac{R_c}{R}}{(\mu + 1) R_c + R_i + j(\alpha - 1) R_i \dfrac{R_c}{R_i}} \frac{R_i}{R_a} \times$$

$$\times \left[1 - (\alpha^2 - 1) \frac{R_a}{R} x^2 + j\alpha \left(1 + \frac{R_a}{R}\right) x\right] \frac{1}{1 + j\alpha x}$$

Dacă

$$(\mu + 1)\, R_c \gg R_i \tag{15}$$

și admițîndu-se că se lucrează cu tuburi avînd $\mu \gg 1$, relația (14) se simplifică considerabil.

Condiția (15) cere folosirea unei rezistențe R_c de valoare ridicată. Aceasta conduce la o cădere de tensiune continuă importantă la bornele ei. O soluție acceptabilă este

$$R_c = R_i, \tag{16}$$

dacă se lucrează cu tuburi avînd R_i redus (pantă S mare).

Cu condițiile acestea impuse expresiei lui $T_d(\mathrm{j}x)$ aceasta devine

$$T_d(\mathrm{j}x) = \frac{\mathrm{j}x \dfrac{\mu}{1+2\dfrac{R_i}{R_a}} - \left(1 + \mathrm{j}\dfrac{\alpha-1}{\mu}\dfrac{R_i}{R}x\right)}{1 - \dfrac{\alpha-1}{1+2\dfrac{R_i}{R_a}}\dfrac{R_i}{R}\left[\alpha\left(2 + \dfrac{1}{\mu}\dfrac{R_i}{R} + \dfrac{1}{\mu}\dfrac{R_i}{R_a}\right) + 2\right]x^2 + \mathrm{j}\left[\dfrac{\dfrac{R_i}{R}}{1+2\dfrac{R_i}{R_a}}\left(2\alpha + 2\alpha\dfrac{R}{R_a} + \dfrac{\alpha-1}{\mu}\dfrac{R_i}{R_a}\right) - \dfrac{\mu}{1+2\dfrac{R_i}{R_a}} - \dfrac{\alpha+1}{1+2\dfrac{R_i}{R_a}}\left(\dfrac{\alpha-1}{\mu}\dfrac{R_i}{R}\right)^2 x^2\right]x}. \tag{17}$$

O nouă simplificare importantă a relației se obține dacă se impune condiția

$$\mu R \gg 1. \tag{18}$$

Mărirea lui R reduce frecvența maximă de lucru a discriminatorului, iar micșorarea sa conduce la neîndeplinirea condiției impuse. Apare ca o soluție acceptabilă impunerea condiției

$$R = R_i. \tag{19}$$

Cu această condiție, expresia lui $T_d(\mathrm{j}x)$ devine

$$T_d(\mathrm{j}x) = \frac{\mathrm{j}x \dfrac{\mu}{1+2\dfrac{R}{R_a}}\left(1 + \mathrm{j}\dfrac{\alpha-1}{\mu}x\right)}{1 - \dfrac{\alpha-1}{1+2\dfrac{R}{R_a}}\left[\alpha\left(2 + \dfrac{1}{\mu}\dfrac{R}{R_a}\right) + 2\right]x^2 + \mathrm{j}\dfrac{1}{1+2\dfrac{R}{R_a}} \times \left[2\alpha\left(1 + \dfrac{R}{R_a}\right) - \mu - (\alpha+1)\left(\dfrac{\alpha-1}{\mu}\right)^2 x^2\right]x}. \tag{20}$$

sau, notînd

$$\beta = \frac{R}{R_a} \tag{21}$$

și

$$\omega_n = x \frac{\mu}{1 + 2\beta}, \tag{22}$$

$$T_d(j\omega_n) = j\omega_n \frac{1 + j\omega_n \frac{\alpha - 1}{\mu^2}(1 + 2\beta)}{1 - \frac{\alpha - 1}{\mu^2}(1 + 2\beta)\left[\alpha\left(2 + \frac{1}{\mu}\beta\right) + 2\right]\omega_n^2 + j\frac{1}{\mu} \times} \cdot \tag{23}$$

$$\times \left[2\alpha(1 + \beta) - \mu - (\alpha + 1)\left(\frac{\alpha - 1}{\mu^2}\right)^2 \times \right.$$

$$\left. \times (1 + 2\beta)^2 \omega_n^2\right] \omega_n$$

Întrucît se lucrează cu reacție pozitivă, există posibilitatea ca pentru anumite valori ale parametrilor schemei montajul să devină instabil. Alegerea acestor valori trebuie făcută în așa fel încît să se evite apariția oscilațiilor.

Notînd $p = j\omega_n$, ecuația (23) ia forma

$$T_d(p) = \frac{(b_0 p + b_1) p}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3}. \tag{24}$$

Deoarece funcția $T_d(p)$ este o funcție rațională de p, pentru ca sistemul să fie stabil, condiția necesară și suficientă este ca polii funcției de transfer să se găsească în semiplanul din stînga. În loc să se examineze polii funcției $T_d(p)$ este mai comod să se examineze nulurile funcției inverse $\frac{1}{T_d(p)}$, de fapt ale ecuației

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0. \tag{25}$$

Conform criteriului de stabilitate a lui Hurwitz [4], condiția necesară și suficientă ca toate rădăcinile ecuației (25) să aibe partea reală negativă este ca toți determinanții minori principali, în diagonală, ai determinantului format din coeficienții ecuației să fie pozitivi, deci

$$\begin{cases} a_0 > 0, \\ a_1 > 0, \\ a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0, \\ a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) > 0, \text{ adică } a_3 > 0. \end{cases} \tag{26}$$

Ținînd seama de expresiile coeficienților a_0, a_1, a_2 și a_3 relațiile dintre acestea se scriu :

$$\frac{\alpha+1}{\mu}\left(\frac{\alpha-1}{\mu^2}\right)^2(1+2\beta)^2>0, \qquad (a_0>0) \tag{27}$$

$$\frac{\alpha-1}{\mu^2}(1+2\beta)\left[\alpha\left(2+\frac{1}{\mu}\beta\right)+2\right]>0, \quad (a_1>0) \tag{28}$$

condiții evident îndeplinite ținînd seama că $\alpha_{min}>1$,

$$1>0\ (a_3>0) \tag{29}$$

și

$$\frac{\alpha-1}{\mu^3}(1+2\beta)\left[\alpha\left(2+\frac{1}{\mu}\beta\right)+2\right][2\alpha(1+\beta)-\mu]-$$

$$-\frac{\alpha+1}{\mu}\left(\frac{\alpha-1}{\mu^2}\right)^2(1+2\beta)^2>0, \qquad (a_1a_2-a_0a_3>0). \tag{30}$$

Rezolvînd inegalitatea (30) rezultă următoarea relație între parametrii schemei

$$\beta>\frac{\mu}{2\alpha}-1. \tag{31}$$

La limita de stabilitate, cînd partea reală a perechii de rădăcini complexe este nulă, determinantul Hurwitz de ordinul al doilea se anulează și se obține

$$a_1a_2-a_0a_3=0$$

sau

$$\beta=\frac{\mu}{2\alpha}-1. \tag{32}$$

Admițînd că alegerea parametrilor montajului se face astfel încît funcționarea are loc aproape de limita de stabilitate, deci

$$\beta\sim\frac{\mu}{2\alpha}\gg 1, \tag{33}$$

expresia aproximativă a modulului factorului de transfer, va fi

$$T_d(\omega_n)=\frac{\omega_n}{\left(1+\left\{\left(2\frac{\alpha}{\mu}\beta-1\right)^2-4\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]\right\}\omega_n^2+\right.}\cdot \tag{34}$$

$$\left.+\left(2\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\right)^2\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]^2\omega_n^4\right)^{1/2}$$

Această expresie este satisfăcătoare atît timp cît

$$\left(\frac{\omega_n}{2\mu + \frac{\alpha}{\alpha+1}\beta}\right) \ll 1 \tag{35}$$

și

$$\left(\frac{\alpha-1}{\mu\alpha}\right)^2 \ll 1. \tag{36}$$

Din relația (34) se vede că $T_d(\omega_n)$ depinde de doi parametri independenți α și β. Alegerea valorilor acestora va trebui astfel făcută încît funcționarea discriminatorului să se facă cu distorsiuni cît mai mici, la o frecvență de centru cît mai mare. O asemenea funcționare va avea loc, așa cum s-a arătat în literatură [6], dacă discriminatorul va avea o caracteristică, în jurul punctului de centru, cît mai aproape de una liniar dependentă de frecvență. Ținînd seamă că distorsiuni mai sînt date și de prima armonică (distorsiuni proporționale cu derivata a doua a caracteristicii de discriminare), apare natural să se impună condiția ca această derivată în punctul de funcționare să fie nulă.

Derivata întîi a funcției de transfer în raport cu ω_n va avea expresia

$$\frac{dT_d(\omega_n)}{d\omega_n} = \frac{1 - \left(2\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\right)^2\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]^2\omega_n^4}{\left(1+\left\{\left(2\frac{\alpha}{\mu}\beta-1\right)^2 - 4\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]\right\}\omega_n^2 + \left(2\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\right)^2\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]^2\omega_n^4\right)^{3/2}}, \tag{37}$$

iar expresia derivatei a doua va fi

$$\frac{d^2T_d(\omega_n)}{d\omega_n^2} = -\frac{\left\{3+\left(2\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\right)^2\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]\omega_n^4\right\} \times \left\{\left(2\frac{\alpha}{\mu}\beta-1\right)^2 - 4\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]\right\} + 2\left(2\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\right)^2\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]\left\{5+\left(2\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\right)^2\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]^2\omega_n^4\right\}\omega_n^2}{\left(1+\left\{\left(2\frac{\alpha}{\mu}\beta-1\right)^2 - 4\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]\right\}\omega_n^2 + \left(2\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\right)^2\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]^2\omega_n^4\right)^{5/2}}. \tag{38}$$

Impunînd deci condiția

$$\left.\frac{\mathrm{d}^2 T_d(\omega_n)}{\mathrm{d}\omega_n^2}\right|_{\omega_n = 1} = 0, \tag{39}$$

rezultă o primă legătură între α și β și anume

$$4\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]-\left(2\frac{\alpha}{\mu}\beta-1\right)^2 =$$

$$= 2\left(2\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\right)^2\left[2(\alpha+1)+\frac{\mu}{\beta}\beta\right]^2\frac{5+\left(2\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\right)^2\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]^2}{3+\left(2\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\right)\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]^2}. \tag{40}$$

Notînd

$$\gamma = \left(2\frac{\alpha-1}{\mu^2}\beta\right)^2\left[2(\alpha+1)+\frac{\alpha}{\mu}\beta\right]^2 \ll 1 \tag{41}$$

se obține

$$\beta = \frac{\mu}{2\alpha}\left[1+2^{1/2}\gamma^{1/4}\left(1-\frac{5}{3}\gamma^{1/2}\right)^{1/2}\right]. \tag{42}$$

Din relațiile (41) și (42) rezultă atît α cît și β în funcție de γ și de μ. Cu notațiile de mai sus expresia funcției de transfer devine

$$T_d(\omega_n) = \frac{\omega_n}{\left(1-\frac{10}{3}\gamma\omega_n^2+\gamma\omega_n^4\right)^{1/2}}. \tag{43}$$

Anulînd derivata întîia a acestei expresii rezultă valoarea lui ω_n la care curba $T_d(\omega_n)$ trece prin maxim. Această valoare este

$$\omega_{nM} = \left(\frac{1}{\gamma}\right)^{1/4}. \tag{44}$$

Avînd impusă condiția ca $\omega_n = 1$ să fie punct de inflexiune al curbei, ar apare natural ca a doua condiție să prevadă ca abaterea curbei de la dreapta ce trece tangent la curbă în acest punct, să fie, în domeniul considerat, inferioară unei valori date.

Din relația (37) rezultă mărimea pantei în punctul $\omega_n = 1$, și anume

$$S_d(1) = \frac{1-\gamma}{\left(1-\frac{7}{3}\gamma\right)^{3/2}}. \tag{45}$$

Dreapta de referinţă va avea deci următoarea ecuaţie :

$$T_{l_1}(\omega_n) = S_d(\omega_n)\,\omega_n - [S_d(1).\,1 - T_d(1)] \tag{46}$$

sau

$$T_{l_1}(\omega_n) = \frac{1 - \gamma - \frac{4}{3}\gamma\frac{1}{\omega_n}}{\left(1 - \frac{7}{3}\gamma\right)^{3/2}}\,\omega_n . \tag{47}$$

Abaterea relativă va fi în acest caz

$$N_1(\omega_n) = \frac{T_{l_1}(\omega_n) - T_d(\omega_n)}{T_{l_1}(\omega_n)} = 1 - \frac{\left(1 - \frac{7}{3}\gamma\right)^{3/2}}{\left(1 - \gamma - \frac{4}{3}\gamma\frac{1}{\omega_n}\right)\left(1 - \frac{10}{3}\gamma\omega_n^2 + \gamma\omega_n^4\right)^{1/2}} . \tag{48}$$

Ţinînd seama că în punctul $\omega_{ni} = \frac{4}{3}$, abaterea relativă devine infinită [$N_1(\omega_{ni}) = -\infty$], ceea ce înseamnă că a doua condiţie nu va putea fi impusă decît dacă se precizează un ω_n, mai mare decît ω_{ni}. Alegerea acestei noi limite nu va putea fi făcută decît arbitrar.

Din acest motiv este necesar să se ia ca referinţă o altă dreaptă. Ţinînd seama atît de domeniul de variaţie a lui ω_n, cît şi de valoarea sa la frecvenţa de centru a discriminatorului, apare natural să se ia drept referinţă dreapta care trece prin origine şi prin punctul de inflexiune. Această dreaptă va avea ecuaţia

$$T_l(\omega_n) = \frac{\omega_n}{\left(1 - \frac{7}{3}\gamma\right)^{1/2}} , \tag{49}$$

iar faţă de această abatere relativă definitivă ca mai sus, va fi :

$$N(\omega_n) = 1 - \frac{\left(1 - \frac{7}{3}\gamma\right)^{1/2}}{\left(1 - \frac{10}{3}\gamma\omega_n^2 + \gamma\omega_n^4\right)^{1/2}} . \tag{50}$$

Anulînd derivata întîia în raport cu ω_n a lui $N(\omega_n)$ rezultă punctele în care abaterea va prezenta maxime. Derivata lui $N(\omega_n)$ este

$$\frac{dN(\omega_n)}{d\omega_n} = -2\,\frac{\left(1 - \frac{7}{3}\gamma\right)\left(\frac{5}{3} - \omega_n^2\right)\gamma\omega_n^2}{\left(1 - \frac{10}{3}\gamma\omega_n^2 + \gamma\omega_n^4\right)^{1/2}} , \tag{51}$$

iar punctele în care se anulează sînt :

$$\omega_{na} = \left(\frac{5}{3}\right)^{1/2},$$

$$\omega_n = 0.$$

În aceste puncte abaterile relative vor avea valorile :

$$N(\omega_{na}) = 1 - \frac{\left(1 - \frac{7}{3}\gamma\right)^{1/2}}{\left[1 - \left(\frac{5}{3}\right)^{1/2}\gamma\right]^{1/2}}, \tag{52}$$

respectiv

$$N(0) = 1 - \left(1 - \frac{7}{3}\gamma\right)^{1/2}. \tag{53}$$

În sfîrșit un ultim punct care trebuie luat în considerare este $\omega_n = 2$, limita superioară a benzii. În acest punct abaterea relativă va avea valoarea

$$N(2) = 1 - \frac{\left(1 - \frac{7}{3}\gamma\right)^{1/2}}{\left(1 - \frac{8}{3}\gamma\right)^{1/2}}. \tag{54}$$

Analizînd relațiile (52), (53) și (54) se constată că abaterile relative vor fi mici numai dacă γ va fi mic. În aceste condiții expresiile de mai sus pot fi simplificate prin dezvoltare în serie și prin reținerea numai a primilor termeni ai dezvoltării, devenind

$$N(\omega_{na}) = -0{,}27\ \gamma, \tag{55}$$

$$N(0) = 1{,}16\ \gamma, \tag{56}$$

$$N(2) = 2{,}5\ \gamma. \tag{57}$$

Comparînd aceste expresii se constată că cea mai mare valoare o ia abaterea relativă în punctul $\omega_n = 2$, pentru un γ dat.

De aceea alegerea lui γ trebuie astfel făcută încît abaterea relativă $N(2)$ să fie egală cu o cantitate dinainte impusă (p %).

În figura 3 este trasată curba de dependență a lui $N(2)$ în funcție de γ.

Admițînd $N(2) = 2{,}5_0/_0$ rezultă $\gamma = \frac{1}{100}$ și de aici, folosind relațiile (41) și (42), α și β în funcție de μ :

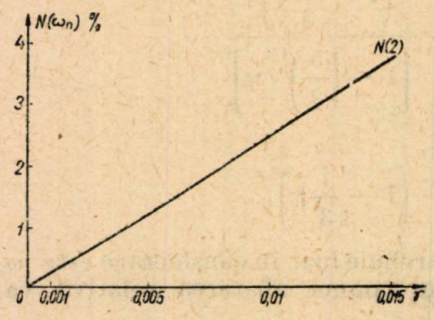
$$\alpha = \frac{\left[21{,}63 + \left(\frac{\mu}{14{,}08} - 0{,}704\right)^2\right]^{1/2} + \frac{\mu}{14{,}08} - 0{,}704}{4}, \tag{58}$$

$$\beta = 0{,}704\frac{\mu}{\alpha}, \tag{59}$$

iar

$$\omega_{nM} = 3{,}16 \text{ (din (44))}.$$

Pentru valoarea $\gamma = \frac{1}{100}$, folosind relațiile (43) și (47), s-au trasat în figurile (4) și (5) curbele de variație ale modulului funcției de transfer

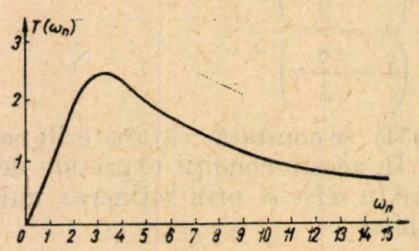


3

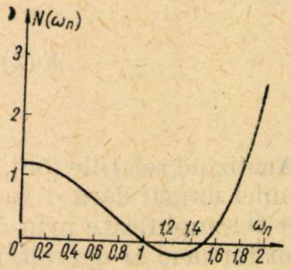
Fig. 3. — Curba de variație a abaterii relative N (2) în funcție de γ.

Fig. 4. — Curba de variație a modulului funcției de transfer a discriminatorului.

Fig. 5. — Curba de variație a abaterii relative în funcție de ω_n



4



5

a discriminatorului și cea a abaterii relative a caracteristicii reale față de caracteristica de referință, ultima numai în intervalul $0 \leqslant \omega_n \leqslant 2$.

3. REZULTATE EXPERIMENTALE

Verificarea funcționării discriminatorului a fost făcută utilizîndu-se tubul ECC 88, care are următorii parametrii ce interesează : $R_i = 2{,}4\text{k}\Omega$, $\mu = 33$.

Din relațiile (58) și (59) rezultă $\alpha = 1{,}634$, $\beta = 14{,}2$.

Cu valorile calculate se poate constata că neglijările și aproximațiile făcute în calculul modulului funcției de transfer sînt justificate. De exemplu, inegalitatea (34) nu mai este satisfăcută, mărimea devenind egală cu unu abia cînd $\omega_n = 85$, deci în regiunea în care funcția de transfer s-a redus foarte mult datorită altor termeni.

Utilizînd relațiile (16), (19) și (21) se obțin $R_c = 2{,}4$ kΩ, $R = 2{,}4\text{k}\Omega$, $R_a = 170\,\Omega$.

Din măsurători s-a găsit $C_g = C_p = 11{,}5$ pF. Pentru ca să fie îndeplinită condiția (8) a fost necesar ca în anod să fie adăugată o capacitate $C_s = 8$ pF. Folosind relația (10) rezultă $C = 18{,}2$ pF.

Capacitatea folosită a avut valoarea de 18 pF.

Calculînd cu relațiile (5) și (21) rezultă frecvența de centru a discriminatorului $f_0 = 3{,}23$ MH$_z$.

Detecția semnalului din grilă a fost făcută cu un detector de vîrf realizat cu o diodă cu cristal de tipul A2E.

Referința pentru stabilirea punctului de centru a discriminatorului s-a obținut detectînd semnalul de la intrare. O îmbunătățire a schemei discriminatorului se poate obține introducîndu-se încă o dublă triodă în montaj de repetori pe catod, de unde să se ia semnalele ce urmează a fi detectate.

Caracteristica de discriminare măsurată la un semnal de intrare $U_i = 0{,}4\ V_{ef}$ este dată în figura 6.

Măsurătorile au fost făcute cu un generator video Tesla BM 286 și cu un galvanometru Multiflex tip MG2, după ce în prealabil, timp de două ore, aparatura a fost încălzită.

Frecvența de centru a discriminatorului găsită experimental a fost $f_0 = 3$MH$_z$.

După alura curbei se constată că se obține o liniaritate bună a caracteristicii într-un domeniu larg de derivații de frecvență și anume de ordinul $\pm 70\%$. Concordanța cu teoria este satisfăcătoare. Abaterile de la dreaptă în regiunea frecvențelor joase pot fi explicate prin faptul că la aceste

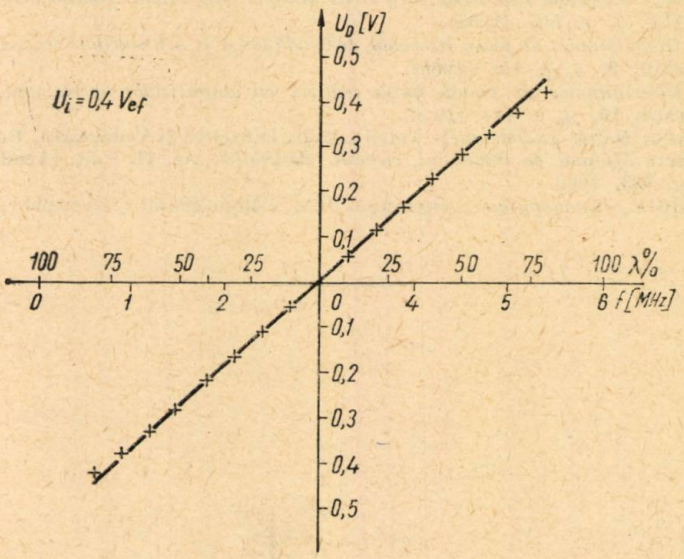


Fig. 6. — Caracteristica de discriminare.

frecvențe semnalul de ieșire scade foarte mult și detectorul respectiv nu mai lucrează în regiunea liniară a caracteristicii sale. În domeniul frecvențelor înalte, abaterile ce apar pot fi explicate prin neîndeplinirea riguroasă a condiției (8). Evident că dacă funcționarea discriminatorului se va face la o frecvență mai coborîtă decît frecvența de centru maximă ce poate fi obținută cu tubul considerat, neliniaritățile vor scădea considerabil.

O verificare a alurii generale a curbei discriminatorului, făcută prin vobularea caracteristicii sale (Vobulator Ribet-Desjardins tip Ho 411 A), a arătat o bună concordanţă cu curba calculată.

4. CONCLUZII

Folosirea reacţiei pozitive permite realizarea unui discriminator de joasă frecvenţă avînd neliniaritatea redusă într-o bandă foarte largă. Dependenţa liniară între tensiunea de la ieşire şi frecvenţa semnalului de la intrare, pentru o tensiune la intrare constantă, se poate obţine, în anumite limite , prin folosirea unei reţele *RC* de diferenţiere într-un sistem cu reacţie pozitivă independentă de frecvenţă. Discriminatorul astfel realizat este simplu, reglajul relativ uşor, iar frecvenţa de centru la care funcţionare este încă satisfăcătore este ridicată. Concordanţa între calculele teoretice şi verificările experimentale este bună.

Primit la redacţie la 19.V.1966.

BIBLIOGRAFIE

1. E. RODEANU, *Wideband Low-Frequency Discriminator with Small Nonlinearity*, Proc. I.E.E. 112, *3*, p. 507 (1965).
2. — *Discriminator de joasă frecvenţă de bandă largă şi neliniaritate redusă*, Telecomunicaţii, **9**, *5*, p. 158 (1965).
3. — *Discriminator de bandă largă realizat cu amplificator operaţional*, Telecomunicaţii, **10**, *4*, p. 164 (1966).
4. GH. CARTIANU, *Bazele radiotehnicii*, vol. II, Edit. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1962.
5. T. TĂNĂSESCU, *Manual de tuburi şi circuite electronice*, vol. II. Edit. Academiei R.P.R. p. 363, 1960.
6. Г. КАРТЬЯНУ, *Частотная модуляция*, Изд. « Меридиане », Бухарест, p. 100, 1964.

STABILIZAREA ARDERII PE GRILE. INFLUENȚA PARAMETRILOR GEOMETRICI ȘI DINAMICI

DE

N. ANTONESCU și I. RĂDULESCU

533.536.4

În baza stabilirii unei metode de calcul pentru modelul adoptat de curgere în avalul grilei, s-au determinat principalele caracteristici care stau la baza fenomenului de stabilizare : vitezele inverse de recirculare și schimbul de masă în zona de recirculație. Aceste schimburi explică primirea fluxului de energie de aprindere în zona de acroșare.

Elaborarea unui model al curgerii în avalul unei grile, model a cărui ipoteze au fost verificate experimental, a permis determinarea în lucrările anterioare [1], [2] a unei metodice de calcul care scoate în evidență importante caracteristici ale fenomenului de stabilizare a arderii. Pe baza lucrărilor citate, apreciind că rezultatele calculelor pe modelul admis sînt în bună concordanță cu datele experimentale, au putut fi cercetate în continuare printr-o metodă experimental-analitică influența principalilor parametrii geometrici și de curgere asupra proceselor din avalul grilelor stabilizatoare.

În ipoteza pusă inițial, aceea că liniile de separație a jeturilor în avalul grilei sînt echipolare, se poate transforma sistemul de ecuații diferențiale dat în lucrarea [2] într-un sistem de trei ecuații care descriu variația vitezelor curenților incident și recirculat :

$$\frac{\Delta w_a}{w_a}\cdot\frac{y_a}{\Delta x} = -\varphi_1,$$

$$\frac{\Delta w_{ar}}{w_{ar}}\cdot\frac{y_{ar}}{\Delta x} = \frac{\dfrac{w_a^2}{w_{ar}w_r}\cdot\varphi_1 + \dfrac{w_r^2}{w_r w_{ar}}\varphi_2 + \dfrac{w_{ar}^2}{w_r w_{ar}}(\varphi_1+\varphi_2) + 2\dfrac{w_{ar}w_r}{w_r w_{ar}}\cdot(\varphi_1+\varphi_2)}{2\left(1+\dfrac{w_{ar}}{w_r}\right)},$$

$$\frac{\Delta w_r}{w_r}\cdot\frac{y_r}{\Delta x} = \frac{\dfrac{w_a^2}{w_{ar}w_r}\cdot\varphi_1 - \dfrac{w_r^2}{w_r w_{ar}}\varphi_2 - \dfrac{w_{ar}^2}{w_r w_{ar}}(\varphi_1+\varphi_2) - 2\dfrac{w_{ar}w_r}{w_r w_{ar}}\cdot\varphi_2}{2\left(1+\dfrac{w_r}{w_{ar}}\right)}. \qquad (1)$$

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, Nr. 4, p. 829–836, București 1967

Reamintim că s-a notat prin φ_1, respectiv φ_2, coeficienții unghiulari ai planurilor de limitare a jetului activ de curent recirculat direct și ai jetului recirculat direct de cel recirculat invers.

Efectuînd unele operații asupra sistemului de mai sus se obține

$$\frac{\Delta w_a}{\Delta x \cdot w_a} y_a = -\varphi_1,$$

$$\frac{\Delta w_{ar}}{\Delta x \cdot w_{ar}} \cdot y_{ar} = \frac{\frac{w_a^2}{w_{ar} w_r} + \frac{w_r}{w_{ar}} \frac{\varphi_2}{\varphi_1} + \frac{w_{ar}}{w_r}\left(1 + \frac{\varphi_2}{\varphi_1}\right) + 2\left(1 + \frac{\varphi_2}{\varphi_1}\right)}{2\left(1 + \frac{w_{ar}}{w_r}\right)} \cdot \varphi_1, \tag{2}$$

$$\frac{\Delta w_r}{\Delta x w_r} \cdot y_r = \frac{-\frac{w_a^2}{w_{ar} w_r} - \frac{w_r}{w_{ar}} \cdot \frac{\varphi_2}{\varphi_1} - \frac{w_{ar}}{w_r}\left(1 + \frac{\varphi_2}{\varphi_1}\right) - 2\frac{\varphi_2}{\varphi_1}}{2\left(1 + \frac{w_r}{w_{ar}}\right)} \cdot \varphi_1.$$

Este important de remarcat, în primul rînd, că, creșterile relative ale vitezelor în cele trei jeturi, care alcătuiesc sistemul aerodinamic din spatele grilei, înmulțite cu lățimea jetului respectiv, sînt funcții numai de coeficienții polari φ_1, φ_2 și de valorile vitezelor respective, nefiind funcții explicite de caracteristicile geometrice ale grilelor. Pentru a arăta independența creșterilor relative:

$$\Delta w_a^* = \frac{\Delta w_a}{\Delta x \cdot w_a}, \Delta w_{ar}^* = \frac{\Delta w_{ar}}{\Delta x \cdot w_{ar}}, \Delta w_r^* = \frac{\Delta w_r}{\Delta x \cdot w_r}, \tag{3}$$

de parametrii geometrici ai grilelor este suficient să arătăm deci în continuare că φ_1 și φ_2 nu depind de geometria grilei. Această independență poate fi arătată destul de simplu prin cercetările experimentale efectuate asupra mai multor grile la care s-a variat caracteristica geometrică F_e/F_t și viteza inițială a curentului incident w_{a0}. Prin F_e s-a notat secțiunea liberă din secțiunea totală F_t a grilei. Rezultatele sînt prezentate în figura 1.

Se remarcă faptul că la o variație într-un domeniu larg a caracteristicii geometrice a grilei, $F_e/F_t = 0{,}5 \div 0{,}83$, și a vitezei inițiale caracteristice, $w_{a0} = 14 \div 46$ m/s, unghiul dreptelor polare care determină pe φ_1 și φ_2 nu variază mai mult de 1,6 grade.

Se constată de asemenea că variația nu este continuă și că abaterile de cca 0,8 grade față de valoarea medie se datoresc erorilor experimentale.

Citățm de asemenea faptul că A. Solohin [3], în cercetările experimentale efectuate asupra zonei de recirculație din spatele unor obstacole prismatice, a obținut experimental aceeași independență a unghiurilor caracteristice în raport cu geometria și regimul de lucru al obstacolelor.

Pentru simplificarea analizei ce se va face în continuare asupra influenței parametrilor geometrici și dinamici se vor adopta următoarele mărimi adimensionale pentru viteze :

$$\frac{w_r}{w_a} = \psi_r\,, \quad \frac{w_{ar}}{w_a} = \psi_{ar}\,. \tag{4}$$

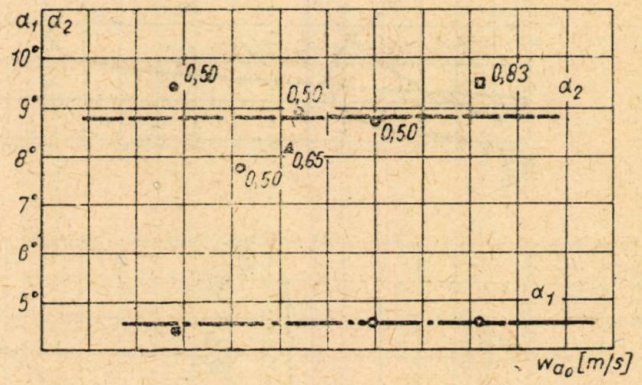


Fig. 1. — Unghiurile caracteristice ale jeturilor recirculate.

Sistemul de ecuații studiat (2) devine astfel :

$$\Delta w_a^* \, y_a = -\,\varphi_1,$$

$$\Delta w_{ar}^* \cdot y_{ar} = \frac{\varphi_1 \cdot \psi_r^{-1} \cdot \psi_{ar}^{-1} + \psi_r \cdot \psi_{ar}^{-1} \cdot \varphi_2 + \psi_{ar} \cdot \psi_r^{-1} (\varphi_1 + \varphi_2) + 2 (\varphi_1 + \varphi_2)}{2 (1 + \psi_{ar} \cdot \psi_r^{-1})}, \tag{5}$$

$$\Delta w_r^* \cdot y_r = \frac{\varphi_1 \cdot \psi_r^{-1} \cdot \psi_{ar}^{-1} - \psi_r \cdot \psi_{ar}^{-1} \cdot \varphi_2 - \psi_{ar}^{-1} \cdot \psi_r^{-1} (\varphi_1 + \varphi_2) - 2\varphi_2}{2 (1 + \psi_r \cdot \psi_{ar}^{-1})}.$$

Calculele efectuate pentru determinarea variației rapoartelor de viteze ψ_{ar} și ψ_r au fost făcute pentru grile asupra cărora s-au făcut cercetări experimentale. În felul acesta s-a putut verifica în final corectitudinea concluziilor la care s-a ajuns. Astfel, pentru grila cu caracteristica geometrică $F_e/F_t = 0{,}5$ s-au analizat regimurile cu viteze inițiale de 14 și 35 m/s, iar pentru grila cu caracteristica $F_e/F_t = 0{,}83$ regimul cu viteza inițială de 46 m/s.

Variația creșterilor vitezelor în lungul axului grilei este arătată în figurile 2,3 și 4.

Viteza w_a scade continuu în lungul axului grilei după o curbă continuă ca urmare a expandării jetului incident. Variația vitezei este mai accentuată în zona din apropierea grilei și în special la viteze inițiale mari, aceasta indicînd indirect și un mai puternic schimb de impulsuri cu jeturile recirculate.

Deosebit de interesantă și cu importanță mare pentru înțelegerea mecanismului stabilizării flăcării în zona de recirculație creată este variația creșterilor vitezelor din zona recirculată, cu același sens cu viteza inci-

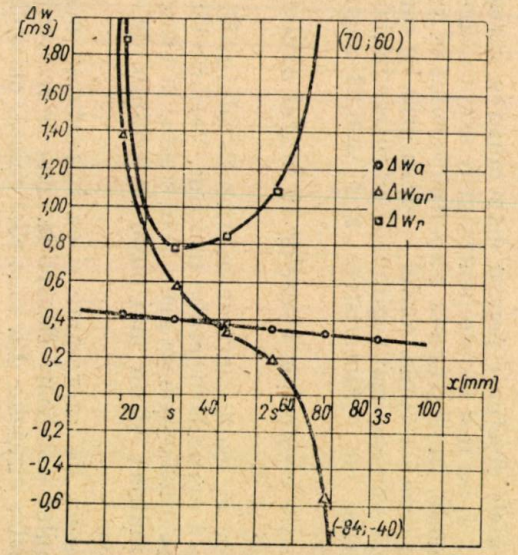


Fig. 2. — Variația creșterilor vitezelor caracteristice pentru grila $F_e/F_t = 0{,}5$ la o viteză inițială $W_{a0} = 14$ m/s.

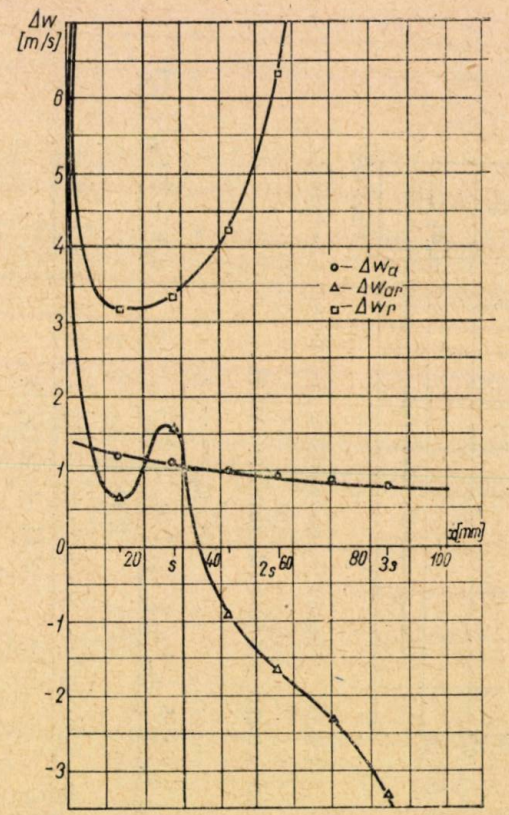


Fig. 3. — Variația creșterilor vitezelor caracteristice pentru grilă $F_e/F_t = 0{,}5$ la o viteză inițială $W_{a0} = 35$ m/s.

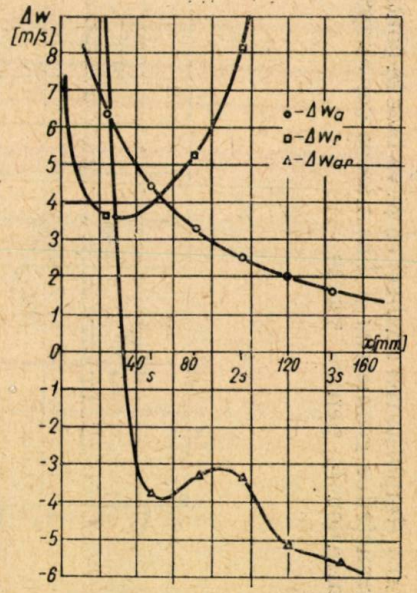


Fig. 4. — Variația creșterilor vitezelor caracteristice pentru grila $F_e/F_t = 0{,}83$ la o viteză inițială $W_{a0} = 46$ m/s.

dentă. Se constată că Δw_{ar} pentru grile cu caracteristica geometrică mică şi viteze incidente mici are o scădere relativ lentă pe prima zonă cu o lungime de aproximativ $2s$ după ce în zona din imediata vecinătate a grilei $\frac{x}{s} = 0 \div 0{,}5$, creşterea vitezei a fost puternică începînd de la valoare iniţială nulă. Pe această lungime iniţială, jetul recirculat direct este alimentat continuu cu gazele provenite din jetul recirculat invers, astfel că, din punctul de vedere al aprinderii în această zonă, se furnizează principala cantitate de gaze purtătoare de energie de aprindere.

După prima zonă, Δw_{ar} scade puternic nu numai ca urmare a expandării jetului recirculat direct ci mai ales datorită unui schimb de masă intens, de data aceasta de la zona de recirculare directă la cea inversă. În această porţiune din avalul grilei, zona de recirculaţie inversă este alimentată continuu cu gaze fierbinţi provenite din frontul de flacără.

În figurile 3 şi 4 se observă clar că la grile cu caracteristică geometrică mare şi la creşterea vitezei incidente (a jetului principal) zona cu Δw_{ar} pozitiv, adică zona în care jetul recirculat direct este alimentat de jetul recirculat invers scade mult, ajungînd la valori $\frac{x}{s} = 1{,}2 \div 0{,}8$. Scurtarea zonei de alimentare a jetului recirculat direct, concomitent cu mărirea puternică a vitezei lui, explică intensificarea schimbului de energie de aprindere în aceste situaţii, fapt constatat în experimentările făcute asupra regimului de ardere [4].

Prezenţa unui maxim şi a unui minim local a curbei de variaţie a creşterilor vitezelor Δw_{ar}, accentuat vizibil la viteze mari de curgere, este un amănunt interesant de relevat. În regimurile situate la distanţele relative $\frac{x}{s} = 1 \div 2$, mai depărtate la viteze mari, are loc un schimb de masă mai redusă între jeturile de recirculaţie directă şi cel invers, inflexiunile fiind apropiate de valoarea $\Delta w_{ar} = 0$. Acest fenomen justifică într-o oarecare măsură ipoteza lui Lewis [5], că ar exista o zonă în avalul unui obstacol în care schimbul de masă este nul între gazele fierbinţi provenite din frontul de flacără şi gazele care produc aprinderea, antrenate de jetul principal. Se remarcă însă, din diagramele prezentate, că ipoteza este valabilă numai cu aproximaţie şi numai la viteze mari ale jetului principal.

Scăderea puternică a lui Δw_{ar} în regiunile depărtate de grilă arată prezenţa în această zonă a schimbului de masă, de alimentare a curentului de recirculaţie inversă, scăderea lui Δw_{ar} ducînd în final, la sfîrşitul zonei de recirculaţie, la anularea vitezei Δw_{ar}.

Curbele din figurile 2, 3, şi 4, arătînd variaţia creşterilor vitezelor din zona de recirculaţie inversă, Δw_r, au o alură aproape independentă de geometria grilei şi de viteza jetului activ. După o scădere puternică a lui Δw_r pe o distanţă $\frac{x}{s} = 1$ ca urmare a faptului că în imediata apropiere a grilei gazele din jetul de recirculaţie inversă antrenează intens jetul de recirculaţie directă, Δw_r creşte din nou, deoarece schimbul de masă se inversează. Faptul că Δw_r este întotdeauna pozitiv se datoreşte mo-

dului în care variază secțiunea jetului recirculat invers și anume, secțiunea jetului este maximă lîngă grilă și scade continuu pînă la valoarea nulă, acolo unde se termină zona de recirculare.

După cum s-a arătat în expunerea de mai sus, curbele de variație a creșterilor vitezelor în cele trei jeturi care apar în spatele grilei explică bine fenomenul stabilizării, cercetat în lucrările anterioare. Trebuie de asemenea arătat că rezultatele calculelor sînt în bună concordanță cu rezultatele aproximative obținute din măsurători, ceea ce în final arată justețea ipotezelor admise și a modului în care au fost prinse în legi fizice fenomenele specifice grilelor.

Revenind la ecuațiile creșterilor relative a vitezelor scrise în prima parte, se remarcă necesitatea pentru aplicațiile practice a cunoașterii factorilor adimensionali ψ_{ar} și ψ_r, reprezentînd rapoartele vitezelor $\frac{w_{ar}}{w_a}$ și $\frac{w_r}{w_a}$, precum și a expresiilor $\psi_r \cdot \psi_{ar}^{-1}$ și $\psi_{ar} \cdot \psi_r^{-1}$.

Pentru o prezentare mai sugestivă, factorii de mai sus au fost prezentați în diagramele din figurile 5, 6 și 7. Alura curbelor este similară atît la variația vitezei incidente cît și la variația parametrilor geometrici ai grilei.

După cum era de așteptat, ψ_{ar} și ψ_r au valori subunitare în zona de recirculare produsă de grilă. În ceea ce privește variația lui ψ_{ar}, se observă în imediata vecinătate a grilei o creștere puternică, apărută ca urmare a schimbului de impuls cu jetul activ. Maximul vitezei în zona recirculată direct în raport cu viteza curentului activ se produce la distanțe relative variind între $\frac{x}{s} = 3 \ldots 1$, valorile mici caracterizînd grilele cu caracteristică geometrică mare sau regimuri de viteze mari de curgere. Este vorba de fenomenul arătat și în diagramele anterioare a reducerii zonei de recirculare a curentelor recirculate în aceste situații. În continuare ψ_{ar} scade ca urmare a intensificării schimburilor dintre zonele de recirculație directe și inverse.

În privința variației vitezei relative de recirculare inversă în raport cu jetul incident principal ψ_r, accelerarea bruscă în vecinătatea grilei este specifică mai ales regimurilor cu viteze mici și cu caracteristică geometrică mică a grilei.

Pe porțiunea cea mai mare a zonei de recirculare cifra caracteristică ψ_r variază uniform și lent ; o creștere bruscă are loc abia la sfîrșitul zonei de recirculare unde schimbul intens de masă și impulsuri cu jetul de recirculare directă constituie sursa de alimentare cu energie a jetului recirculat invers.

În diagramele prezentate mai sus au fost figurate și curbele pentru produsele vitezelor relative $\psi_r \cdot \psi_{ar}^{-1}$ și $\psi_{ar} \cdot \psi_r^{-1}$. Sensul fizic al acestor produse nu este important, valorile date au în special scopul de a ușura calculul practic al regimurilor de funcționare a grilelor stabilizatoare.

În concluzie, apare clar din analiza făcută explicația fenomenului stabilizării pe grile în special în ceea ce privește anumite particularități constatate experimental. Astfel, intensificarea circulației între zonele de recirculare și între jetul activ și zona de recirculare directă o dată cu mări-

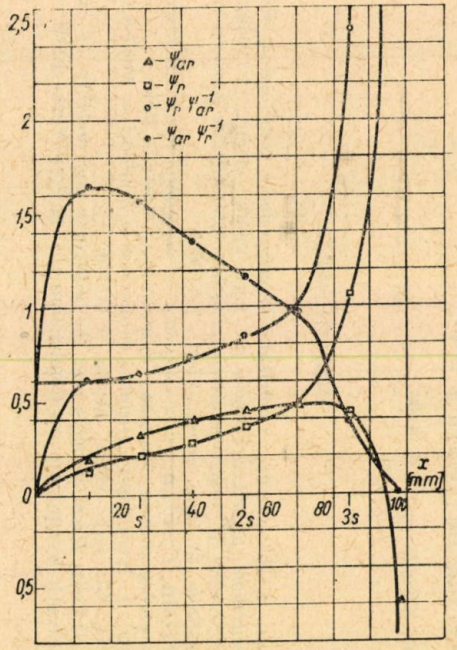


Fig. 5. — Variația vitezelor relative în raport cu viteza curentului principal pentru grila $F_e/F_t = 0{,}5$ la o viteză inițială $W_{a0} = 14$ m/s.

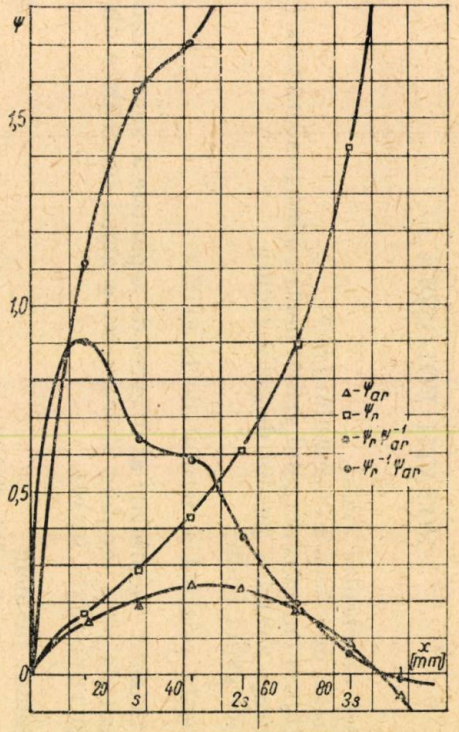


Fig. 6. — Variația vitezelor relative în raport cu viteza curentului principal pentru grila $F_e/F_t = 0{,}5$ la o viteză inițială $W_{a0} = 35$ m/s.

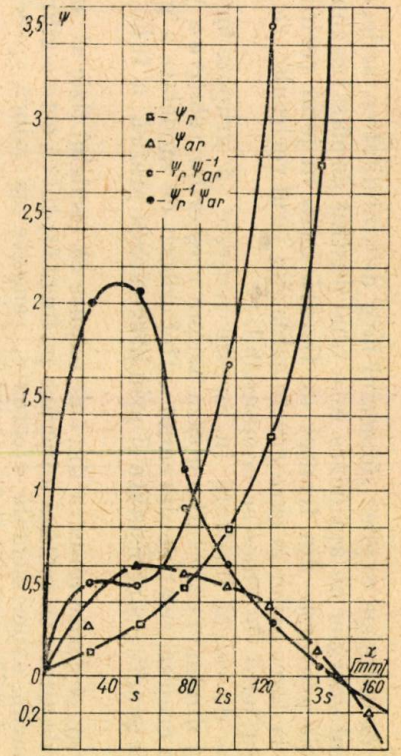


Fig. 7. — Variația vitezelor relative în raport cu viteza curentului principal pentru grila $F_e/F_t = 0{,}83$ la o viteză inițială $W_{a0} = 46$ m/s.

rea vitezei de admisie explică domeniul larg de stabilitate a arderii pe grile. Aportul energiei de aprindere este bine ilustrat de plasarea zonelor în care gazele provenite din frontul de flacără intră în jetul recirculat și a zonelor la baza grilei în care gazele calde din jetul recirculat reintră în contact cu jetul de amestec combustibil.

Metoda de calcul ilustrată în lucrare reușește să grupeze factorii geometrici și dinamici care influențează asupra creșterilor relative a vitezelor, aceste creșteri relative devenind astfel criterii de modelare a grilelor. Calculele practice sînt ușurate și prin prezentarea grafică a funcțiilor amintite.

În sfîrșit, se poate observa din cele expuse că modelul fizic al stabilizării pe grile admis ca ipoteză a lucrării pe lîngă faptul că este confirmat de măsurătorile experimentale efectuate, reușește să aducă precizări importante privind procesul fizic al stabilizării.

NOTAȚII FOLOSITE

— mărimi:

w — viteza curentului [m/s],

Δw — variația de viteză a curentului [m/s],

y — secțiunea curentului (golul grilei) pentru o lungime unitară [mm²],

x — distanța axială a jetului de grilă [mm],

s — plinul grilei [mm],

$\frac{x}{s}$ — distanța relativă a jetului de la grilă,

φ_1, φ_2 — coeficienții unghiulari ai dreptei de separație a zonei recirculate direct de jetul incident și respectiv a zonei recirculate direct de zona recirculată invers.

— indicii:

a — curentul incident

ar — „ recirculat direct

r — „ recirculat invers

0 — valori inițiale (pentru $x = 0$).

Primit la redacție la 14.V. 1966.

BIBLIOGRAFIE

1. N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, *Contribuții la completarea modelului de stabilizare cu gaze recirculate pentru aprindere*, St. cerc. energ., electr., *1* (1966).
2. — *Parametrii de curgere caracteristici grilelor de stabilizare a arderii amestecurilor combustibile*, St. cerc. energ., elect., *3* (1966).
3. Е. Л. СОЛОХИН, *Стабилизации пламени и развитие процесса сгорания в турбулентном потоке*, Москва, Оборонгиз, p. 48—75, 1961.
4. N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, *Distanța de acroșare a frontului de flacără la stabilizarea pe grile*, St. cerc., energ. electr., *1* (1965).
5. G. ELBE, B. LEWIS, *Exces enthalpy and the initiation and stability of combustion waves*, Seventh Symposium on Combustion p. 342 New York, 1960.

INFLUENȚA MEDIULUI SĂRAC ÎN OXIGEN ASUPRA TIMPILOR DE ARDERE A PICĂTURILOR DE PĂCURĂ

DE

V. V. GHIA și N. LEMNEANU

533.536.4

Se determină relațiile analitice pentru calculul timpilor de ardere a materiilor volatile și a cenosferei pentru păcurile parafinoase, asfaltoase și cracate, în funcție de diametrul inițial al picăturii, concentrația în oxigen și temperatura mediului comburant.

1 GENERALITĂȚI

Cercetarea procesului de ardere a unei picături de păcură are o deosebită importanță teoretică și practică.

Astfel stabilirea caracteristicilor și clarificarea naturii intime a proceselor de ardere pentru diverse sorturi de păcură, permite realizarea celor mai adecvate instalații de ardere.

Pentru majoritatea cazurilor, chiar cele mai perfecționate arzătoare de păcură, nu pot realiza un amestec intim între combustibil și aer, astfel ca de la începutul procesului de ardere, fiecare picătură să aibă oxigenul necesar.

Rezultă că va exista un anumit interval de timp în care procesul de ardere se desfășoară cu oxigen mai puțin decît cantitatea necesară arderii complete.

Arderea picăturilor de combustibili lichizi grei, care se pulverizează cu precădere în focarele industriale, este puțin studiată în literatura de specialitate, iar rezultatele obținute au un domeniu restrîns de aplicabilitate [1], [2], [3], [4].

Cercetările efectuate pînă în prezent au un caracter experimental pronunțat. S-a căutat să se clarifice modul cum decurg procesele și evoluția în timp a dimentrului picăturii pentru diverse temperaturi și viteze ale aerului care scaldă picătura.

St. cerc. energ. electr. Tom. 17, nr. 4, p. 837—849, București 1967

Avînd în vedere cele menţionate, lucrarea îşi propune ca obiectiv principal determinarea influenţei mediului comburant sărac în oxigen asupra timpilor de ardere a volatilelor şi cenosferei la trei sorturi de păcură, reprezentative pentru consumul de păcură din ţara noastră. Această influenţă s-a studiat la diferite valori ale diametrului iniţial al picăturilor şi la diferite valori ale temperaturii mediului comburant, viteza relativă dintre acesta şi picătură fiind practic zero.

2. EXPERIMENTĂRI INIŢIALE

Pentru realizarea obiectivului propus s-a folosit o instalaţie experimentală adecvată, constînd din următoarele părţi principale (fig. 1):

— cuptor electric, care permite încălzirea mediului gazos care circulă prin acesta în intervalul de temperatură 0—1200°C;

— reostat pentru reglarea temperaturii de încălzire a cuptorului;

— aparat de cinematografiere, care filmează evoluţia picăturii printr-o fantă practicată adecvat în peretele lateral al cuptorului;

— filamente de sticlă cu diametrul 0,1—0,15 mm pentru susţinerea picăturilor de păcură;

— lupă pentru mărirea imaginii picăturii;

— sursă de lumină punctiformă, care permite iluminarea picăturii în timpul filmării;

— dispozitiv pentru introducere în cuptor a filamentului de sticlă la extremitatea căruia se suspendă picătura;

— instalaţie de alimentare (venitilator de aer şi tub de azot) şi de preparare a mediului comburant;

— celulă fotoelectrică cuplată cu oscilograf pentru înregistrarea intensităţii luminoase a picăturii care arde;

— cadru de susţinere pentru aparate.

Tabela 1

Caracteristica / Combustibilul	Densitatea la 20°C	Viscozitatea [°E]			Punctul de inflamabilitate
		50°C	75°C	100°C	
Păcură parafinoasă	0,9244	10,42	3,80	2,09	159
Păcură asfaltoasă	0,9849	—	11,44	4,02	157
Păcură cracată	0,9816	—	—	13,27	193

Caracteristica / Combustibilul	Analiza structurală — Procentul de carboni aromatici C_A, ciclici C_R finici C_P din		
	C_A [%]	C_R [%]	C_N [%]
Păcură parafinoasă	21,45	51,43	29,98
Păcură asfaltoasă	41,16	61,23	20,07
Păcură cracată	43,13	56,15	13,02

Temperatura mediului ambiant picăturii s-a măsurat cu un termocuplu Pt-Pt.Rh.

Pentru cele trei sorturi de păcură prezentate în tabela 1 s-a cercetat evoluția proceselor de vaporizare și de ardere a picăturilor cu diametrul

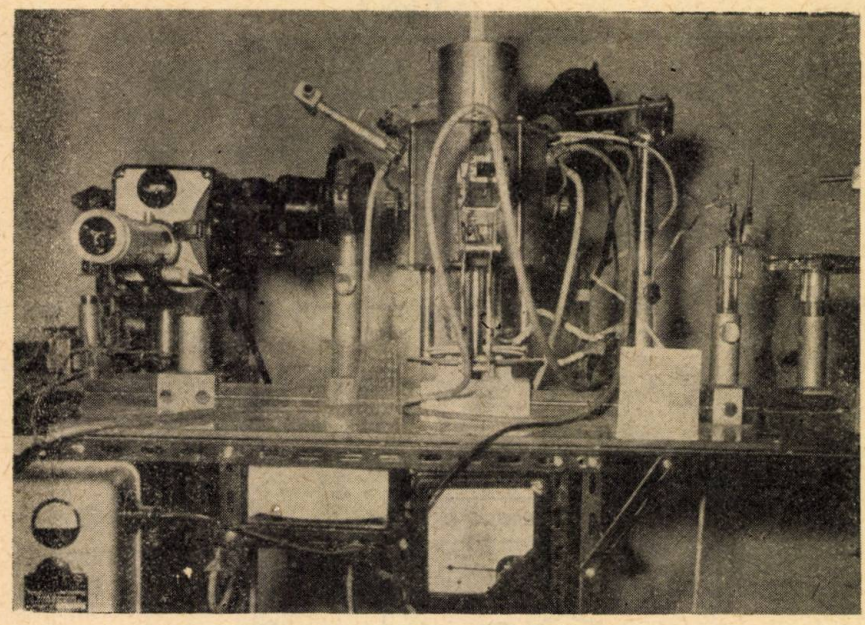


Fig. 1. — Instalația experimentală folosită.

inițial $D_0 \approx 0{,}2 \div 0{,}75$ mm, în amestecuri de oxigen-azot cu proporțiile precizate de tabela 2.

Analiza elementară [%]		Sediment în [%] din greutate	Conținutul de cocs (Conradson) [%]	Sulf [%]	Puterea calorifică superioară [kcal/kgf]	Greutatea moleculară	Indice de refracție	Cenușă
Carbon	Hidrogen							
84,75	12,22	0,0048	5,39	0,19	10.530	364	1,5148	0,11
85,77	10,76	0,0334	11,40	0,20	10.174	377	1,5575	0,18
83,11	10,81	0,0121	12,61	0,22	10.288	399	1,5585	0,25

după metoda „n-d-M"

naftenici C_N și para- moleculă	Numărul de cicluri din moleculă : aromatice R_A, naftenice R_N total R_T		
C_P [%]	R_A	R_N	R_T
48,57	0,97	1,91	2,88
38,77	1,96	1,70	3,66
43,85	2,17	1,38	3,55

S-a studiat mai întîi variația diametrului picăturii D în timpul proceselor de evaporare și de ardere. Pentru exemplificare, în figura 2 se dă variația raportului $\frac{D}{D_0}$ în timpul τ pentru evaporare în azot a picăturilor

Tabela 2

Combustibilul	Conținutul procentual de oxigen al mediului comburant O_2 [%] (în volume)			
Păcură parafinoasă	21	16,8	12	6,4
Păcură asfaltoasă	21	18,4	13,6	8,4
Păcură cracată	21	17,8	13,2	7,2

de păcură parafinoasă cu diferite diametre, temperatura mediului ambiant fiind $t_m = 1100°C$.

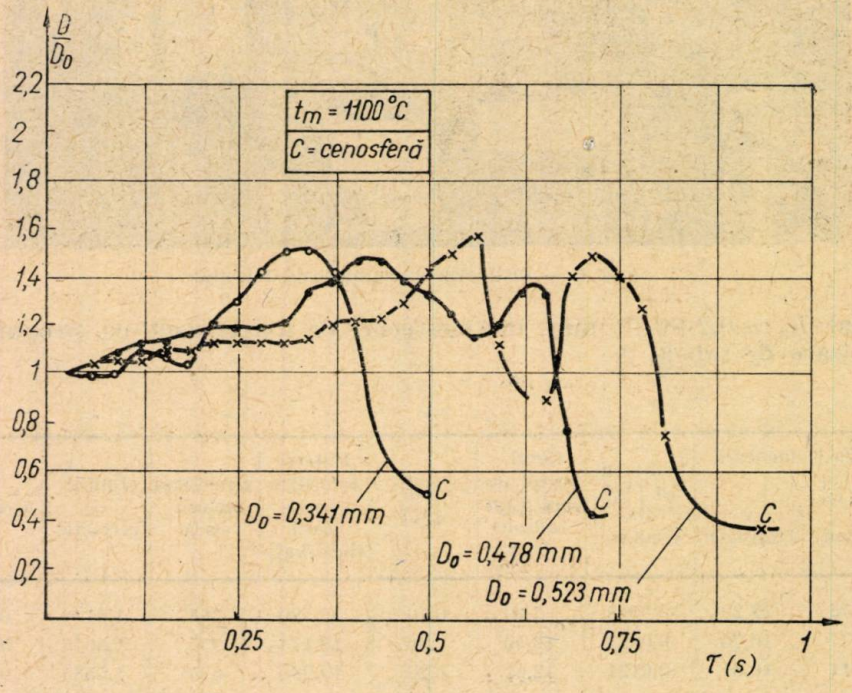


Fig. 2. — Curbele $\frac{D}{D_0} = f(\tau)$ pentru evaporarea în azot a picăturilor de păcură parafinoasă la $t_m = 1100°C$.

Remarcăm faptul că în procesul de evaporare al materiilor volatile, raportul $\frac{D}{D_0}$ poate crește pînă la valoarea 1,6, iar curba de variație poate avea două sau o valoare maximă evidentă. O alură asemănătoare se con-

stată pentru curbele $\frac{D}{D_0} = f(\tau)$ și în procesul de ardere la toate tipurile de păcură cracate. La finele proceselor de evaporare a volatilelor sau de ardere a picăturii, se obține un reziduu poros de cocs denumit cenosferă.

Rezultate similare au fost obținute și de alți cercetători [1], [3], [5], studiind variația diametrului D pentru alți combustibili lichizi grei. Explicația care se poate da este următoarea. La începutul desfășurării procesului, viteza de evaporare a picăturii este redusă, astfel că picătura se umflă datorită dilatării termice. Se obține astfel prima valoare maximă a raportului $\frac{D}{D_0}$. Pe măsură ce timpul trece, datorită intensificării vaporizării, efectul acestui fenomen poate deveni predominant, astfel că diametrul picăturii D începe să scadă. În timpul arderii, cantitatea de căldură primită de picătură suplimentar de la frontul flăcării intensifică procesul de transformare a rășinilor în asfaltene, descompunerea asfaltenelor cu formarea cocsului și în sfîrșit, la temperaturi suficient de înalte are loc cracarea.

Datorită acestor procese se produce cocsificarea parțială sau chiar totală a suprafeței picăturii. Cocsificarea suprafeței frînînd evaporarea, mărește durata procesului de supraîncălzire a picăturii, ceea ce accelerează cracarea rășinilor și asfaltenelor în fază lichidă cu degajarea de abur și gaze. Degajarea de fluide gazoase duce la umflarea picăturii în limitele plasticității membranei. Se obține astfel a doua valoare maximă a raportului $\frac{D}{D_0}$. Dacă fluidele gazoase nu pot difuza treptat către exterior datorită cocsficării totale a suprafeței picăturii, crescînd în continuare presiunea interioară, membrana se sparge, astfel că gazele și componenții lichizi erup către exterior.

Acest din urmă fenomen a fost observat și de Kobayasi [2]. Prima valoare maximă a raportului $\frac{D}{D_0}$ poate să lipsească dacă efectul procesului de evaporare devine suficient de important ca să depășească efectul dilatării termice a picăturii. S-a constatat că pentru picături cu aceeași dimensiune, cu cît păcura are un conținut mai mare de asfalt și substanțe rășinoase, cu atît timpul necesar cocsificării complete a picăturii și dimensiunile cenosferei sînt mai mari [6]. Cercetările au arătat că cenosferele sînt compuse din cristalite grafitice mici, avînd înălțimea de aproximativ 18 A° și distanța dintre ele de aproximativ 3,5 A°. Condițiile în care se formează cenosferele au o mică influență asupra dimensiunilor menționate.

3. TIMPII DE ARDERE AI VOLATILELOR ȘI CENOSFEREI PENTRU PĂCURILE STUDIATE

În cazul combustibililor petrolieri ușori și combustibililor organici puri, relația dintre diametrul picăturii D la timpul τ și diametrul inițial D_0, în desfășurarea proceselor de ardere și evaporare,

este [5]:

$$D_0^2 - D^2 = K \cdot \tau, \tag{1}$$

unde K este constanta de ardere sau de evaporare.

Mărimea K este independentă de mărimea diametrului D_0 pentru picăturile mici, aşa cum se obţin de obicei la pulverizarea păcurilor arse în focarele industriale. Pentru $D = 0$ din relaţia (1) rezultă timpul de ardere al picăturii

$$\tau_a = \frac{D_0^2}{K}. \tag{2}$$

În cazul arderii combustibililor lichizi grei apar unele modificări deoarece

$$\tau_a = \tau_v + \tau_c, \tag{3}$$

unde τ_v este timpul de ardere al materiilor volatile (s);

τ_c — timpul de ardere al cenosferei (s).

Timpul de existenţă al picăturii $\tau_e > \tau_a$, deoarece

$$\tau_e = \tau_i + \tau_a, \tag{4}$$

unde τ_i este întîrzierea la aprindere, adică timpul scurs de la introducerea picăturii în mediul în care arde şi pînă apare flacăra.

Timpul de ardere a materiilor volatile este determinat de timpul de evaporare al acestora. Plecînd de la acest considerent s-a imaginat [7] un model fizic adecvat pentru calculul timpului τ_v al particulei de cărbune. Astfel, se consideră particula sferică de diametru D_0, constituită dintr-o reţea poroasă cu permeabilitatea p_0 la trecerea materiilor volatile vaporizate. Concentric cu această sferă se găseşte o sferă de rază $R_v < \frac{D_0}{2}$, conţinînd materii volatile lichide, care vaporizîndu-se difuzează către mediul ambiant.

Folosindu-se aceleaşi premise şi pentru arderea picăturii de păcură, după o metodică similară se poate deduce că

$$\tau_v = \frac{D_0^2}{K_v}. \tag{5}$$

Din calcule rezultă doar că mărimea K_v se măreşte cu creşterea temperaturii medii t_m a mediului ambiant, se micşorează prin creşterea conţinutului de cocs din păcură, depinde de porozitatea p_0 şi caracteristicile fizice ale materiilor volatile.

Întrucît constanta K_v trebuie să depindă de compoziţia structurală şi de analiza elementară a păcurii ca şi de caracteristicile mediului comburant, rezultă că se poate determina numai pe cale experimentală.

În conformitate cu modelul fizic adoptat, după terminarea arderii volatilelor rămîne reţeaua poroasă sferică de diametru D_0, adică cenosfera, care arde eterogen la suprafaţa exterioară datorită difuziei oxigenului din mediul ambiant către aceasta. Plecînd de la relaţia dintre vitezele de

consum ale oxigenului și carbonului pe unitatea de suprafață, după o serie de transformări se ajunge la expresia

$$\tau_c = \frac{D_0^2}{K_c}. \tag{6}$$

Expresia mărimii K_c este funcție de caracteristicile mediului comburant, crescînd o dată cu creșterea conținutului procentual de oxigen O_2 și a temperaturii acestuia. De asemenea, K_c se micșorează o dată cu creșterea conținutului de cocs și a densității păcurii experimentate. În mod similar ca și K_v, K_c trebuie să fie dependentă de compoziția structurală și de analiza elementară a păcurii astfel că valoarea precisă se poate obține numai prin experimentări. Trebuie menționat că și unele experimentări izolate, făcute de E.G. Masdin și M. W. Thring [6], au arătat valabilitatea relațiilor (5) și (6). Rezultă că și în cazul arderii picăturilor de combustibil lichizi grei pentru determinarea timpului de ardere τ_a se poate considera rațională folosirea relației (2), luîndu-se însă pentru K expresia

$$K = \frac{K_v \cdot K_c}{K_v + K_c}. \tag{7}$$

Figurile 3 și 4 prezintă în diagrama $\tau_v - D_0^2$ și $\tau_c - D_0^2$ punctele obținute experimental la arderea picăturilor de păcură cracată pentru concentrațiile $O_2 = 21\%$; 17,8%; 13,2% și 7,2% și temperaturile $t_m = 700$ 800, 900, 1000 și 1100°C. Din aceste diagrame rezultă că:

— la temperaturile $t_m = 700$°C și 800°C, pentru concentrații în oxigen scăzute, arderea se desfășoară incomplet, fapt pentru care la aceleași diametre D_0, timpul τ_c se micșorează o dată cu scăderea parametrului O_2;
— se poate considera că timpii τ_v și τ_c se micșorează cu scăderea diametrului D_0 la pătrat, iar pentru același D_0 se micșorează o dată creșterea parametrilor O_2 și t_m;
— pentru aceleași valori ale parametrilor O_2 și t_m, dar la diametre D_0 variabile, mărimile K_v și K_c se pot considera constante.

La aceleași concluzii se ajunge și din examinarea figurii 5, în care se dau familiile de curbe $K_v = \varphi(O_2, t_m)$ și $K_c = \psi(O_2, t_m)$.

Din figura 6 în care s-au sintetizat rezultatele obținute pentru păcura cracată la $O_2 = 7{,}2 - 21\%$ și $t_m = 900 - 1100$°C, se obțin relațiile de calcul a constantelor K_v și K_c sub forma

$$K_v = \frac{t_m \cdot O_2^{0.417}}{6530}, \tag{8}$$

$$K_c = \frac{t_m^{1.2} \cdot O_2^{0.615}}{122.000}. \tag{9}$$

Pe baza unor diagrame similare cu acelea din figurile 3 și 4 s-au trasat în figurile 7 și 8 familiile de curbe $K_v = f(O_2, t_m)$ și $K_c = F(O_2, t_m)$ pentru păcura parafinoasă.

Comparînd rezultatele obținute pentru păcura parafinoasă cu acelea pentru păcura cracată, se poate aprecia că primul combustibil are caracteristici de ardere mult mai bune, deoarece arderea se desfășoară complet

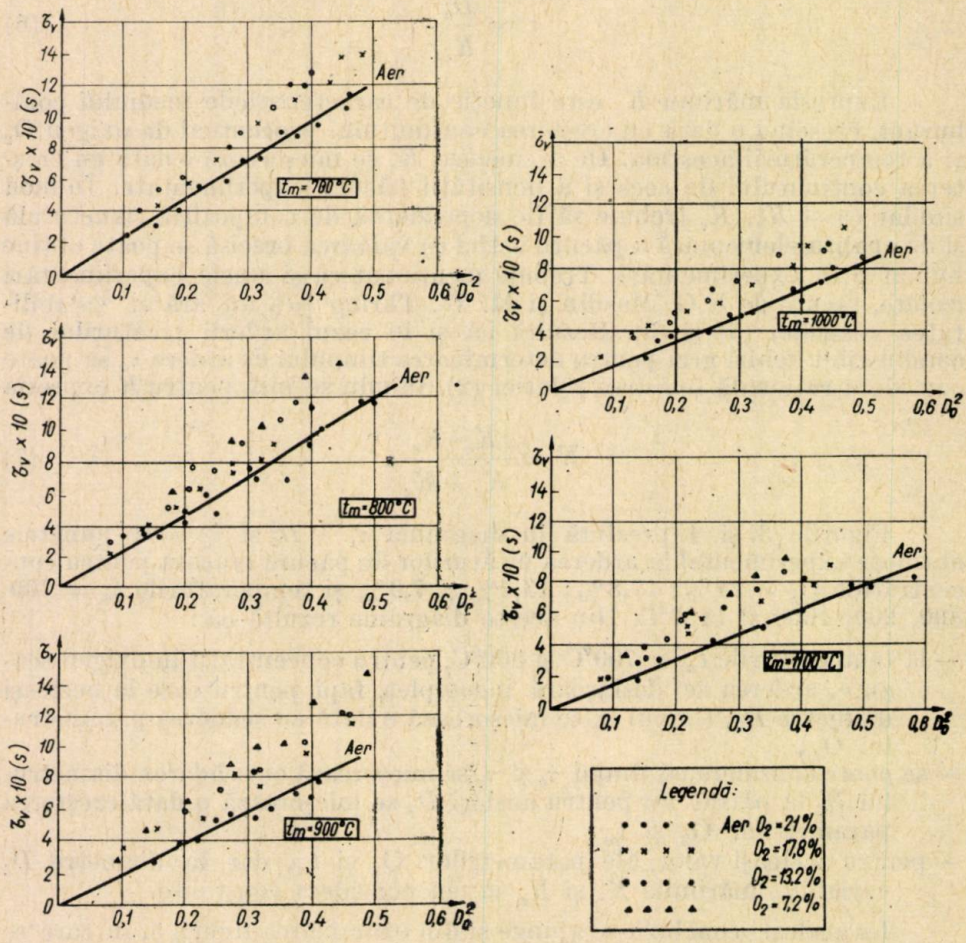


Fig. 3. — Timpul τ_v pentru diferite valori D_0, O_2 și t_m la păcura cracată.

pentru $O_2 = 6{,}4 - 21\%$ și $t_m = 800 - 1100°C$. Spre deosebire de păcura cracată, la păcura parafinoasă diferența dintre constantele K_v și K_c este redusă, ceea ce se explică în primul rînd prin conținutul redus de cocs al acesteia.

Din figura 9, în care s-au sintetizat rezultatele obținute pentru păcură parafinoasă la $O_2 = 6{,}4 - 21\%$ și $t_m = 800 - 1100°C$, se deduc expresiile

$$K_v = \frac{t_m^{1,5} \cdot O_2^{0,35}}{2{,}53 \times 10^5}, \tag{10}$$

$$K_c = \frac{t_m^{0,7} \cdot O_2^{0,583}}{2300}. \tag{11}$$

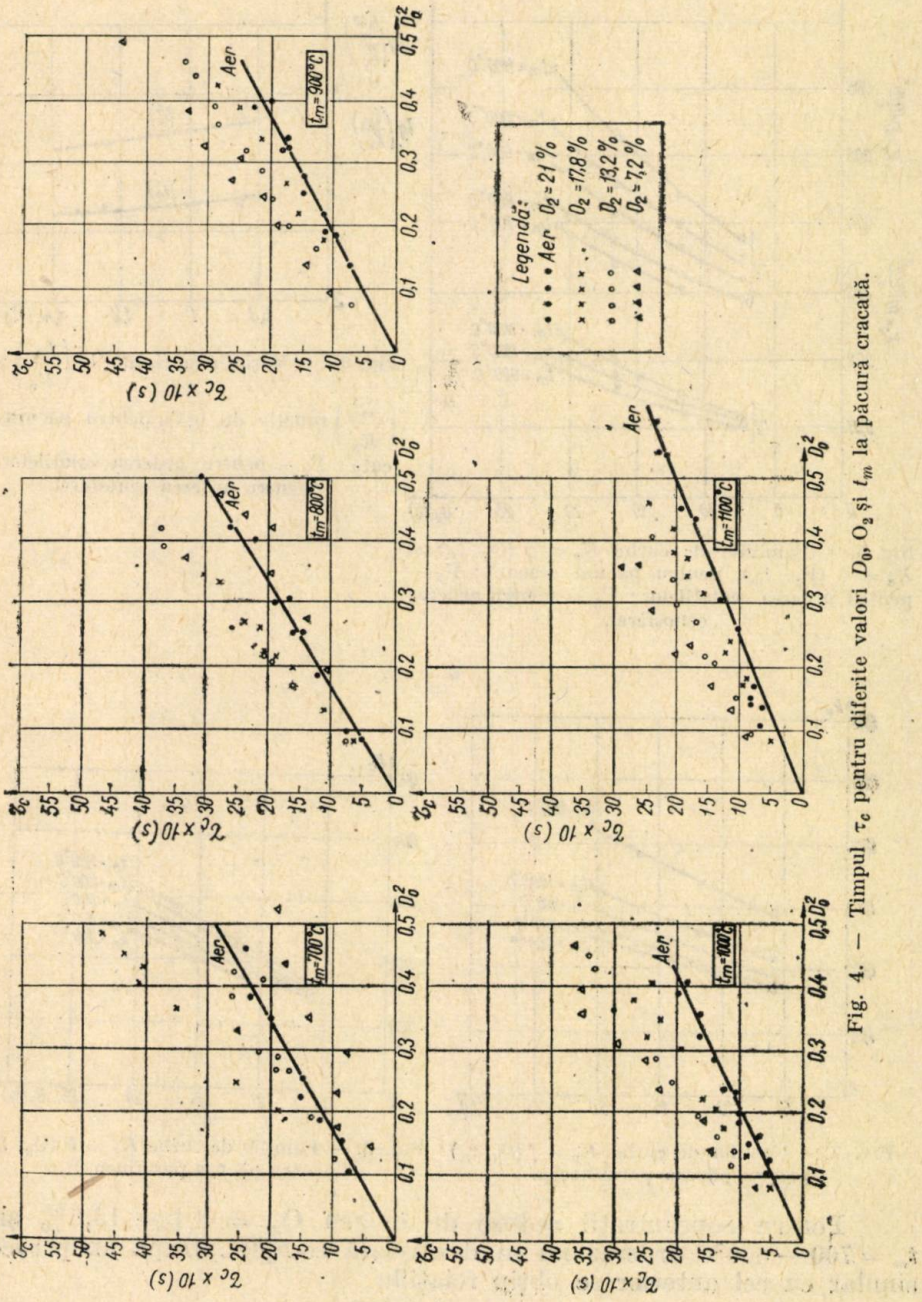


Fig. 4. — Timpul τ_c pentru diferite valori D_0, O_2 și t_m la păcură cracată.

Păcura asfaltoasă oferă caracteristici de ardere apropiate de ale păcurii cracate.

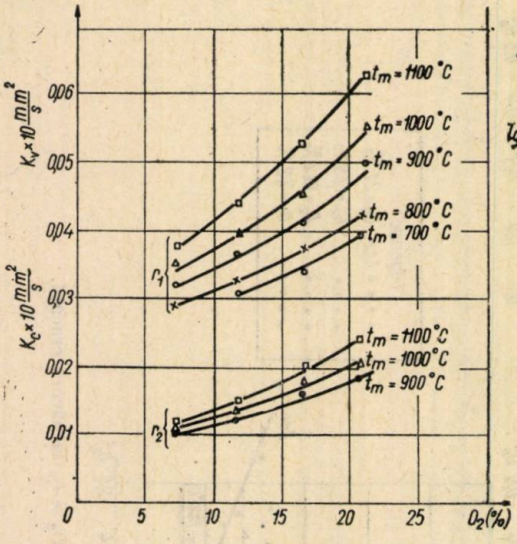


Fig. 5. — Familiile de curbe $K_v = \varphi(O_2, t_m)$ și $K_c = \psi(P_2, t_m)$, pentru păcura cracată: Γ_1 — pentru arderea volatilelor; Γ_2 — pentru arderea cenosferei.

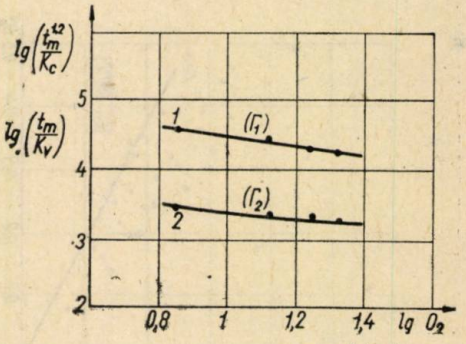


Fig. 6. — Variația mărimilor $\lg\left(\frac{t_m}{K_v}\right)$ și $\lg\left(\frac{t_m^{1,2}}{K_c}\right)$ funcție de $\lg O_2$ pentru păcura cracată: Γ_1 — pentru arderea volatilelor; Γ_2 pentru arderea cenosferei.

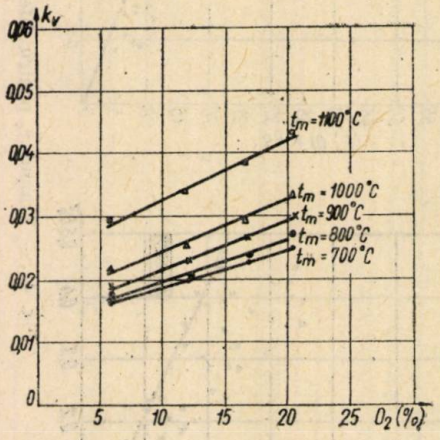


Fig. 7. — Familia de curbe $K_v = f(O_2, t_m)$ pentru păcura parafinoasă.

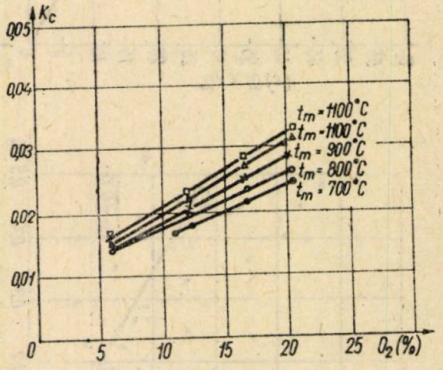


Fig. 8. — Familia de curbe $K_c = F(O_2, t_m)$ pentru păcura parafinoasă.

Pentru concentrații reduse de oxigen $O_2 = 8{,}4 - 13{,}6\%$ și la $t_m = 700 - 800°C$ arderea nu se desfășoară complet. După un procedeu similar cu cel anterior se obțin relațiile

$$K_v = \frac{t_m^{1,3} \cdot O_2^{0,623}}{46.700}, \qquad (12)$$

și

$$K_c = \frac{t_m^{1,4} \cdot O_2^{0,678}}{581.000}, \tag{13}$$

care sînt valabile pentru $O_2 = 8{,}4-21\,\%$ și $t_m = 900-1100°C$.

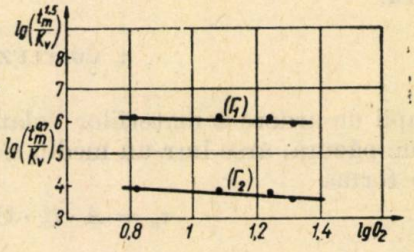


Fig. 9. — Variația mărimilor $\lg\left(\frac{t_m^{1,5}}{K_v}\right)$ și $\lg\left(\frac{t_m^{0,7}}{K_c}\right)$ funcție de $\lg O_2$ pentru păcura parafinoasă: Γ_1 — pentru arderea volatilelor; Γ_2 — pentru arderea cenosferei.

În formulele (13), (12), (11), (10), (9) și (8), care permit determinarea timpilor τ_v și τ_c cu o precizie mai mică ca $\pm 5\,\%$; constantele K_v [și K_c se exprimă în $\frac{mm^2}{s}$.

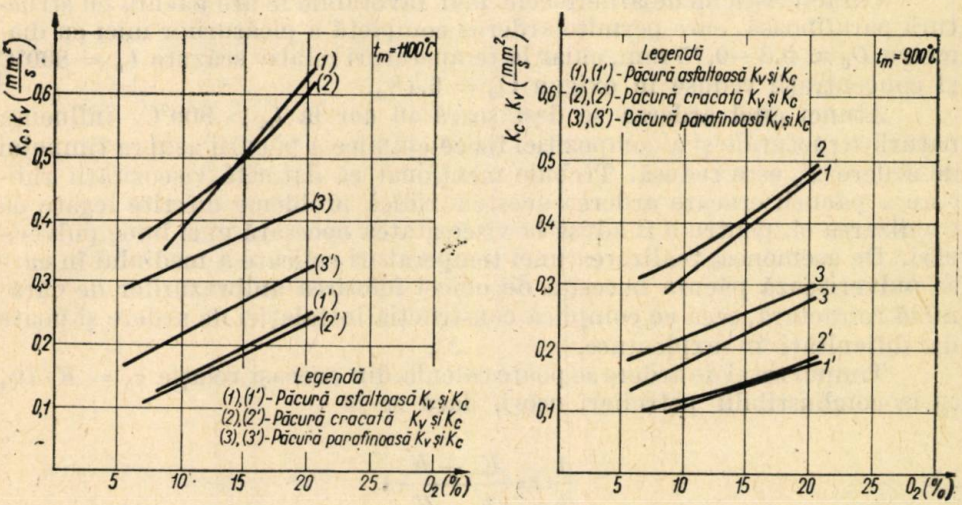


Fig. 10. — Prezentarea comparativă a curbelor $K_v = f(O_2)$ și $K_c = F(O_2)$ pentru $t_m = 900°C$ și 1100°C la păcurile asfaltoasă, cracată și parafinoasă.

Din figura 10, în care se prezintă comparativ pentru păcurile experimentate variația constantelor K_v și K_c funcție de O_2 la temperaturile $t_m = 1100°C$ și 900°C, rezultă următoarele:

— pentru aceeași valoare a temperaturii t_m, scăderea conținutului de oxigen din mediul comburant influențează cel mai mult arderea păcurilor cracată și asfaltoasă,

— timpul de ardere $\tau_a = \tau_v + \tau_c$ este sensibil mai mic la păcura parafinoasă, comparativ cu celelalte păcuri, doar pentru valori scăzute ale parametrului O_2;

— la temperaturi relativ ridicate influența naturii structurale a combustibilului asupra timpului τ_a este redusă atunci cînd arderea se desfășoară în aer;

— constanta K_v se mărește o dată cu creșterea conținutului de cocs din păcură, pe cînd constanta K_c scade o dată cu creșterea acestui parametru.

4. CONCLUZII

Timpii de ardere a materiilor volatile și a cenosferei pentru picăturile mici de păcură, arse într-un mediu sărac în oxigen, se pot calcula din relații de forma

$$\tau_v = A \cdot t_m^a \cdot O_2^b \cdot D_0^2 \tag{14}$$

și

$$\tau_c = A' \cdot t_m^{a'} \cdot O_2^{b'} \cdot D_0^2 \tag{15}$$

unde A, A', a, a', b, și b' sînt niște constante care depind de natura structurală și de caracteristicile fizice-chimice ale păcurii.

Caracteristicile de ardere cele mai favorabile le are păcura cu structură parafinoasă, care permite arderea completă a picăturilor mici cu diametru $D_0 \approx 0{,}2-0{,}75$ mm, chiar la temperaturi relativ scăzute $t_m = 800°C$ și concentrații reduse în oxigen $O_2 = 6{,}4\,\%$.

Atunci cînd arderea se desfășoară în aer la $t_m > 900°C$, influența naturii structurale și a compoziției fizice-chimice a păcurii asupra timpului de ardere T_a este redusă. Trebuie menționat că datorită viscozității ridicate a păcurii cracate arderea acesteia ridică probleme diferite legate de fluidizarea ei, pentru a fi adusă la viscozitatea necesară unei bune pulverizări. De asemenea, realizarea unei temperaturi ridicate a mediului în care se pulverizează păcura necesită de obicei folosirea ambrazurilor de cărămidă refractară, ceea ce complică construcția instalației de ardere și poate da dificultăți în exploatare.

Timpul total de ardere se poate calcula din aceeași relație $\tau_a = K \cdot D_0^2$, ca la combustibilii petrolieri ușori, dacă se ia

$$\frac{1}{k} = \frac{K_c + K_v}{K_c \cdot K_v}.$$

Constanta K_v se mărește o dată cu creșterea conținutului de cocs din păcură, pe cînd constanta K_c scade o dată cu creșterea acestui parametru.

Mărimile K_v și K_c se micșorează o dată cu scăderea temperaturii mediului comburant t_m și a concentrației în oxigen O_2 din acesta.

Cercetările au pus în evidență existența unui timp de pregătire pentru arderea cenosferei τ_{pc}, care are o valoare cu atît mai mare cu cît parametrii t_m și O_2 au valori mai mici. Timpul τ_{pc} reprezintă o parte mică din timpul de ardere a cenosferei.

Primit la redacție la 3 III 1967.

BIBLIOGRAFIE

1. I. I. Paleev, F.A. Agafonova, *Isledovanie gorenia kapeli jidkogo topliva. Voprosi aerodinamiki i teploperedaci v kotelnotopocinih proţesah.* Gosenergoizdat, p. 57—80, 1958.
2. K. Kalayasi, *An experimental study on the combustion of a single liquid droplet,* Fifth Symposium on Combustion, New York, p. 141—149, 1955.
3. Z. I. Geller, *Visokoviaskie mazuti, kak kotelnoe i pecinoe toplivo,* Gostoptehizdat, p. 109—120, 1959.
4. H. C. Hottel, G. C. Williams, H. C. Simpson, *Combustion of droplets of heavy liquid fuels,* Fifth Symposium on Combustion, New-York, p. 101—120, 1955.
5. E. G. Masdin, M. W. Thring, *Combustion of single droplets of liquid fuel,* Journal of the Institute of Fuel, *257*, 251—260 (1962).
6. E. G. Masdin, P. J. Foster, *The size and structure of cenospheres formed from residual liquid fuels,* Fuel, *5*, 313—319 (1960).
7. R. H. Essenhigh, *The influence of coal rank on the burning times of single captive particles,* Journal of engineering for power, 183—190, July (1963).

CONTRIBUȚII LA STUDIUL TRAIECTORIEI ȘI TIMPULUI DE SEPARARE A SUSPENSIEI SOLIDE ÎN FOCARUL-CICLON ORIZONTAL LA FUNCȚIONARE IZOTERMICĂ [1])

DE

N. PĂNOIU

662.921

Se analizează, pe baza rezultatelor obținute pe o mașină analogică de calcul, influența variației coeficientului de rezistență aerodinamică asupra traiectoriei și timpului de separare a particulei solide în focarul-ciclon. Se stabilesc pe cale experimentală influența diametrului echivalent, a factorului de formă și a greutății specifice a particulei asupra traiectoriei și timpului de separare a particulei solide în focarul-ciclon.

1. De o deosebită importanță în studiul teoretic al focarelor-ciclon este cunoașterea schimbului de căldură și de masă în volumul focarului [1], care este determinat de distribuția fazei solide.

Studiul distribuției solide în volumul focarelor-ciclon a fost început o dată cu dezvoltarea separatoarelor centrifugale de praf și este încă departe de a fi rezolvat. Tratarea teoretică a acestei probleme întîmpină dificultăți foarte importante, iar rezolvarea integrală nu se întrevede a fi posibilă [2].

Problema mișcării suspensiei solide în focarul-ciclon este aparent o problemă simplă, fiind vorba, în ultimă instanță, de antrenarea unui corp solid într-un curent de fluid real [3], [4]. Complicațiile calculelor teoretice sînt introduse însă de următorii factori:

— configurația geometrică a focarului care impune fluidului portant o mișcare a cărei ecuație exactă nu este cunoscută;

— forma neregulată și mărimea diferită a particulelor de combustibil în fluxul portant;

[1]) Calculele au fost efectuate cu calculatorul analogic MECAN-2 de ing. T. Băjănescu. La experimentări a colaborat ing. C. Crăciuneanu.

— variaţia în timp şi spaţiu a caracteristicilor fizico-chimice ale suspensiei solide şi mediului după legi teoretice necunoscute;

— turbulenţa locală a fluxului;

— ciocnirea particulelor în fluxul portant;

— mişcarea de revoluţie a particulelor în flux şi mişcarea de rotaţie faţă de axa proprie de rotaţie;

— acţiunea forţelor electrostatice asupra mişcării particulelor de dimensiuni reduse.

Într-o asemenea situaţie, ecuaţiile generale care descriu comportarea fazei solide în volumul focarului se complică considerabil, iar pentru rezolvarea lor este necesar să fie făcute unele simplificări [5]—[7].

Din punctul de vedere al metodelor folosite la rezolvarea problemei se disting două regimuri de funcţionare a focarului:

a) concentraţie ridicată a fazei solide, cu puternică influenţă mutuală a particulelor şi a prezenţei fazei solide asupra configuraţiei fluxului portant;

b) particulă unică sau concentraţie redusă a fazei solide în fluxul portant, cînd pot fi neglijate efectele mutuale ale particulelor şi influenţa fazei solide asupra fluxului.

În domeniul funcţionării focarului-ciclon cu concentraţie ridicată de combustibil există rezultate experimentale [8]—[12]. Din cauza dificultăţilor apărute ca efecte de interacţiune a particulelor, nu este posibilă tratarea teoretică directă a problemei. Tratarea teoretică a acestei probleme şi integrarea ecuaţiilor mişcării suspensiei solide sînt posibile pentru cazul b). În lucrarea de faţă ne vom ocupa de funcţionarea focarului cu concentraţie redusă de combustibil. Rezultatele obţinute pot fi apoi transpuse pe baza unor cercetări suplimentare care să aibă în vedere influenţa concentraţiei combustibilului asupra timpului de separare, precum şi structura termică a focarului-ciclon, la cazul real de funcţionare a acestui focar.

2. Ecuaţia generală a mişcării unei particule solide în focarul-ciclon este dată de relaţia [13]:

$$\sum_{1}^{n} \overline{F}_{p,n} = 0 \tag{1}$$

Diversele forme sub care a fost scrisă ecuaţia generală de către Stokes [13], Oseen [13], şi de alţi cercetători [14], [15] a mişcării particulei solide în fluxul portant are în vedere o serie de simplificări şi neglijări, întrucît nu sînt cunoscute:

— forma reală a particulelor pentru a se calcula secţiunea F;

— dependenţa $C = f(\mathcal{R}e_p)$ pentru particula avînd forma considerată;

— distribuţia densităţii γ a fluidului portant în volumul focarului;

— distribuţia vitezei relative a particulei faţă de fluxul portant;

— distribuţia vitezei şi presiunii fluidului portant în volumul focarului.

În ceea ce priveşte forma particulelor de combustibil se consideră forma sferică cu diametrul

$$d_e = \sqrt[3]{\frac{6V_p}{\pi}} \simeq 1{,}24\sqrt[3]{V_p}, \tag{2}$$

în care V_p este volumul particulei.

În ceea ce privește dependența coeficientului de rezistență aerodinamică de cifra Reynolds sînt înregistrate următoarele dependențe:

— formularea dată de Stokes [13]:

$$C = \frac{24}{\mathcal{R}e}; \tag{3}$$

— relația mai generală dată de Oseen [13]:

$$C = \frac{24}{\mathcal{R}e}\left(1 + \frac{3}{16}\mathcal{R}e\right); \tag{4}$$

— formularea dată de Carman [16]:

$$\left.\begin{aligned} C &= 1{,}75\ \mathcal{R}e^{-0{,}1} \quad \text{pentru particule lise,} \\ C &= 2{,}625\ \mathcal{R}e^{-0{,}1} \quad \text{pentru particule mediu lise,} \\ C &= 4{,}00\ \mathcal{R}e^{-0{,}1} \quad \text{pentru particule rugoase;} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

și

$$C = f(\mathcal{R}e^n), \tag{6}$$

în care pentru [5]:

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{R}e &< 1 \quad n = 1, \\ 5 < \mathcal{R}e &< 50 \quad n = 0{,}725, \\ 50 < \mathcal{R}e &< 700 \quad n = 0{,}425, \\ \mathcal{R}e &> 700 \quad n = 0. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Unii autori consideră varianta coeficientului de rezistență funcție de cifra Reynolds, așa cum se arată în figura 1.

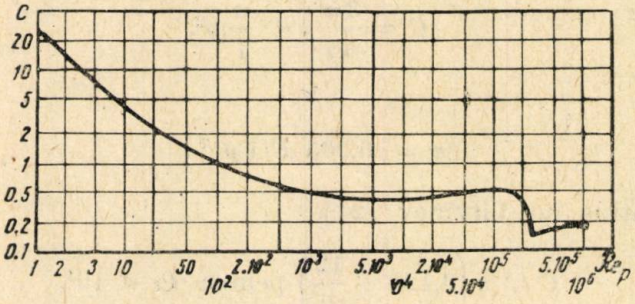


Fig. 1. — Dependența coeficientului de rezistență funcție de cifra Reynolds pentru sfere.

Isaev [17]—[19] adoptă în lucrările sale trei dependențe ale coeficientului de rezistență funcție de cifra Reynolds:

$$C = \frac{24}{\mathcal{R}e} \quad \text{pentru} \quad \mathcal{R}e < 1,$$

$$C = \frac{13}{\sqrt{\mathcal{R}e}} \quad \text{,,} \quad 1 < \mathcal{R}e < 10^3,$$

$$C = 0{,}45 \quad \text{,,} \quad \mathcal{R}e > 10^3.$$

Basina și Tonkonoghi [5], [6] consideră

$$C = \frac{12}{\mathcal{R}e} + \frac{2}{\sqrt[3]{\mathcal{R}e}} \quad \text{pentru } \mathcal{R}e < 1000, \tag{8}$$

iar Emelianov [7], [8] relația

$$C = \frac{24}{\mathcal{R}e} + \frac{4}{\sqrt[3]{\mathcal{R}e}}. \tag{9}$$

Relațiile (8) și (9) aparțin lui Kleaciko [20] [21]. Emelianov [22] într-o altă serie de lucrări folosește și relația lui Hudeakov [14]:

$$C = 1{,}4\ \mathcal{R}e^{-0.18} \tag{10}$$

Hudeakov și Ciuhanov [15] consideră că este exactă relația

$$C = 0{,}7\ \mathcal{R}e^{-0.18}, \tag{11}$$

determinată prin metoda cinematografierii rapide.

Cercetătorii sovietici mai folosesc și alte relații:

— relația lui Kudriașcev [15],

$$C = \frac{24}{\mathcal{R}e} + \frac{4}{\sqrt{\mathcal{R}e}} + \frac{1}{\sqrt[5]{\mathcal{R}e}}; \tag{12}$$

— relația lui Malov [23],

$$C = \frac{3\pi}{\mathcal{R}e}\varphi + \frac{\pi}{7}\varphi^2, \tag{13}$$

în care

$$\varphi = \sqrt{0{,}205\ F/Vp^{2/3}};$$

— relațiile lui Litvinov [24],

$$C = \pi\left(0{,}128 + \frac{12}{\mathcal{R}e}\right) \text{ pentru } \mathcal{R}e < 10^4, \tag{14}$$

și

$$C = 0{,}41 \text{ pentru } \mathcal{R}e > 10^4.$$

Cercetătorul cehoslovac Koss [25] folosește însă relația lui Moller

$$C = \frac{28{,}5}{\mathcal{R}e^{0.78}} \quad \text{pentru} \quad \mathcal{R}e < 50,$$

$$C = \frac{4{,}6}{\mathcal{R}e^{0.32}} \quad \text{pentru} \quad 50 < \mathcal{R}e < 3000. \tag{15}$$

Cercetătorii americani întrebuințează relația lui Allen [26]:

$$C = \frac{10}{\sqrt{\mathcal{R}e}}, \tag{16}$$

iar cercetătorii germani relația lui Schiller și Naumann [27]:

$$C = \frac{24}{\mathcal{R}e}\left(1 + 0{,}15\ \mathcal{R}e^{0.687}\right) \tag{17}$$

sau relația lui Schychtil [27]:

$$C = 18{,}5\ \mathcal{R}e^{-0.6} \quad \text{(pentru } 2 < \mathcal{R}e < 500\text{)}. \tag{18}$$

Cercetătorul sovietic Marcik [28] folosește în cazul transportului picăturilor de apă relațiile

$$\begin{aligned} C &= \frac{24}{\mathcal{R}e} \quad \text{pentru} \quad 0 < \mathcal{R}e < 0{,}5, \\ C &= \frac{12{,}5}{\sqrt{\mathcal{R}e}} \quad \text{pentru} \quad 10 < \mathcal{R}e < 1000, \\ C &= 0{,}48 \quad \text{pentru} \quad \mathcal{R}e < 1000, \end{aligned} \tag{19}$$

care de fapt se încadrează în relațiile prezentate mai sus.

3. În lucrarea de față se va ataca cazul cel mai general al mișcării suspensiei solide, și anume cazul alimentării axiale cu combustibil.

În acest caz, particula solidă va parcurge și domeniul caracterului cvasisolid și cel cvasipotențial al mișcării.

Se vor neglija următoarele forțe și fenomene secundare [29]:

— turbulența fluxului portant;
— circulația transversală a fluxului portant;
— rotația particulelor în jurul axei proprii;
— ricoșarea particulelor de la pereți;
— ciocnirea particulelor una de alta;
— forma reală a particulelor (se propune introducerea unui factor de formă);
— forța Coriolis;
— greutatea particulelor;
— variația reală a componentei tangențiale și radiale a fluxului portant pe rază;
— dependența reală a coeficientului de rezistență aerodinamică funcție de cifra Reynolds;
— variația reală a vitezei particulei pe rază.

Cu aceste precizări, ecuația generală a mișcării suspensiei solide în focarul ciclon va avea forma

$$m\frac{\mathrm{d}W_r}{\mathrm{d}\tau} = \frac{mW_t}{r} - CF\frac{W_r^2}{2g}\gamma. \tag{20}$$

Pentru rezolvarea ecuației (20) se ia în considerare dependența dată de Stokes :

$$C = \frac{24}{\mathcal{R}e}.$$

În expresia cifrei Reynolds se introduce drept mărime geometrică diametrul echivalent modificat [29] :

$$d'_e = \varphi d_e, \tag{21}$$

în care φ este factorul de formă care ține seama de abaterea de la forma sferică a particulei și care este dat de relația

$$\varphi = 4{,}84 \frac{V_p^{2/3}}{S} \tag{22}$$

și care, evident, are pentru sferă valoarea unitară.

Cifra Reynolds, corectată cu factorul de formă, va fi definită de relația

$$\mathcal{R}e' = \frac{W \varphi d_e}{\nu}. \tag{23}$$

Cu aceste precizări, ecuația (20) a mișcării unei particule solide în fluxul din focarul-ciclon ia forma

$$m \frac{W_t^2}{r} - \frac{24\nu}{\varphi d_e W_r} F \frac{W_r^2}{2g} \gamma = m \frac{dW_r}{d\tau}, \tag{24}$$

care mai poate fi scrisă sub forma

$$\frac{W_t^2}{r} - \frac{18\nu}{\varphi d_e^2} \frac{\gamma}{\gamma_p} W_r = \frac{dW_r}{d\tau}. \tag{25}$$

Dacă se notează

$$W_r = \frac{dr}{d\tau}, \tag{26}$$

ecuația (25) devine

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} + \frac{18\nu}{\varphi d_e^2} \frac{\gamma}{\gamma_p} \frac{dr}{d\tau} - \frac{W_t^2}{r} = 0. \tag{27}$$

Ecuația (27) în condițiile focarului-ciclon are două domenii de existență :

— domeniul în care mișcarea fluidului are caracter cvasisolid și în care se poate scrie relația [29]

$$W_t = \omega r; \tag{28}$$

— domeniul în care mișcarea fluidului are caracter cvasipotențial și în care se poate scrie relația

$$W_t r = \text{const.} \tag{29}$$

Dacă se introduce dependența vitezei tangențiale de rază din domeniul mișcării cvasisolide, relația (27) capătă forma

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} + \frac{18\nu}{\varphi d_e^2}\frac{\gamma}{\gamma_p}\frac{dr}{d\tau} - \omega^2 r = 0. \tag{30}$$

Ecuația (30) caracterizează mișcarea particulei în fluxul din focarul-ciclon pentru zona de mișcare cvasisolidă a fluidului în condițiile expuse.

Similar, pentru domeniul mișcării cvasipotențiale, ecuația mișcării particulei ia forma

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} + \frac{18\nu}{\varphi d_e^2}\frac{\gamma}{\gamma_p}\frac{dr}{d\tau} - \frac{W_i^2 r_i^2}{r^3} = 0. \tag{30'}$$

După forma sa, ecuația (30) este o ecuație diferențială liniară de ordinul doi, care are soluția [30]

$$R = \frac{R_1}{2}\left[\left(1 + \frac{A}{2B}\right)e^{\left(-\frac{A}{2}+B\right)\tau} + \left(1 - \frac{A}{2B}\right)e^{\left(-\frac{A}{2}-B\right)\tau}\right], \tag{31}$$

care se mai poate scrie sub forma

$$R = R_1 e^{-\frac{A}{2}\tau}\left(\operatorname{ch} B\tau + \frac{A}{2B}\operatorname{sh} B\tau\right), \tag{32}$$

în care

$$A = \frac{18\nu\gamma}{\varphi d_e^2 \gamma_p}, \qquad B = \sqrt{\frac{A^2}{4} + \omega^2}.$$

Dacă se notează pentru simplificare $\frac{dr}{d\tau} = r'$ și $\frac{d2r}{d\tau^2} = r''$ și dacă în ecuația (20) se introduc dependențele $C = f(\mathcal{R}e)$ date de relațiile (3)—(19), se obține după calcule:

$$r'' + \frac{18\nu}{\varphi d_e^2}\frac{\gamma}{\gamma_p}r' + 3{,}38\frac{\gamma}{d_e\gamma_p}(r')^2 - \frac{W_i^2}{r} = 0, \tag{33}$$

$$r'' + \frac{30{,}2\,\nu}{\varphi d_e^2}\frac{\gamma}{\gamma_p}r' + \frac{0{,}302}{d_e}\frac{\gamma}{\gamma_p}(r')^2 - \frac{W_i^2}{r} = 0, \tag{34}$$

$$r'' + \frac{0{,}308}{d_e}\frac{\gamma}{\gamma_p}(r')^2 - \frac{W_i^2}{r} = 0, \tag{35}$$

$$\left.\begin{aligned} r'' + \frac{1{,}31\,\nu^{0.1}}{\varphi^{0.1} d_e^{1.1}}\frac{\gamma}{\gamma_p}(r')^{1.9} - \frac{W_i^2}{r} &= 0, \\ r'' + \frac{1{,}97\,\nu^{0.1}}{\varphi^{0.1} d_e^{1.1}}\frac{\gamma}{\gamma_p}(r')^{1.9} - \frac{W_i^2}{r} &= 0, \\ r'' + \frac{3{,}0\,\nu^{0.1}}{\varphi^{0.1} d_e^{1.1}}\frac{\gamma}{\gamma_p}(r')^{1.9} - \frac{W_i^2}{r} &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

$$\left.\begin{aligned} r'' + \frac{9{,}8\,\nu^{0.5}\,\gamma}{\varphi^{0.5}\,d_e^{1.5}\,\gamma_p}\,(r')^{1.5} - \frac{W_t^2}{r} = 0, \\ r'' + \frac{0{,}338\,\gamma}{d_e\,\gamma_p}\,(r')^2 - \frac{W_t^2}{r} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{37}$$

$$r'' + \frac{9\,\nu\,\gamma}{\varphi d_e^2\,\gamma_p}\,r' + \frac{1{,}5\,\nu^{0.33}}{\varphi^{0.33} d_e^{1.33}}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,(r')^{1.66} - \frac{W_t^2}{r} = 0. \tag{38}$$

$$r'' + \frac{18\,\nu}{\varphi d_e^2}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,r' + \frac{3\,\nu^{0.33}}{\varphi^{0.33} d_e^{1.33}}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,(r')^{1.66} - \frac{W_t^2}{r} = 0, \tag{39}$$

$$\left.\begin{aligned} r'' + \frac{1{,}05\,\nu^{0.18}}{\varphi^{0.18} d_e^{1.18}}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,(r')^{1.82} - \frac{W_t^2}{r} = 0, \\ r'' + \frac{0{,}502\,\nu^{0.18}}{\varphi^{0.18} d_e^{1.18}}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,(r')^{1.82} - \frac{W_t^2}{r} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

$$r'' + \frac{7{,}5\,\nu^{0.5}}{\varphi^{0.5} d_e^{1.5}}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,(r')^{1.5} - \frac{W_t^2}{r} = 0, \tag{41}$$

$$r'' + \frac{18\,\nu}{\varphi d_e^2}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,r' + \frac{3\,\nu^{0.5}}{\varphi^{0.5} d_e^{1.5}}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,(r')^{1.5} + 0{,}75\,\frac{\nu^{0.2}}{\varphi^{0.2} d_e^{1.2}}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,(r')^{1.8} - \frac{W_t^2}{r} = 0, \tag{42}$$

$$\left.\begin{aligned} r'' + \frac{21{,}3\,\nu^{0.78}}{\varphi^{0.78} d_e^{1.78}}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,(r')^{1.22} - \frac{W_t^2}{r} = 0, \\ r'' + \frac{3{,}45\,\nu^{0.32}}{\varphi^{0.32} d_e^{1.32}}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,(r')^{1.68} - \frac{W_t^2}{r} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

$$r'' + \frac{7{,}05\,\varphi\,\nu}{d_e^2}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,r' + \frac{0{,}336\,\varphi^2}{d_e}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,(r')^2 - \frac{W_t^2}{r} = 0, \tag{44}$$

$$r'' + \frac{18\,\nu}{\varphi d_e^2}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,r' + \frac{2{,}7\,\nu^{0.313}}{\varphi^{0.313} d_e^{1.313}}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,(r')^{1.687} - \frac{W_t^2}{r} = 0, \tag{45}$$

$$r'' + \frac{13{,}9\,\nu^{0.6}}{\varphi^{0.6} d_e^{1.6}}\,\frac{\gamma}{\gamma_p}\,(r')^{1.4} - \frac{W_t^2}{r} = 0. \tag{46}$$

Pentru a se putea rezolva aceste ecuații s-a apelat la modelarea fenomenului pe calculatorul analogic MECAN-2 al Institutului de energetică [2] [31] pentru următoarele condiții:

$$\begin{aligned} d_e &= 100\,\mu,\ W_i = 25\ \text{m/s},\ \gamma = 1{,}2\ \text{kg/m}^3, \\ \gamma_p &= 1300\ \text{kg/m}^3,\ \ \nu = 1{,}5.10^{-5}\ \text{kgs/m}^2. \end{aligned} \tag{47}$$

Înregistrarea soluțiilor se dă în figura 2.
În figurile următoare τ s-a înlocuit cu t.

[2] Modelarea și calculele au fost efectuate cu calculatorul analogic de către tov. ing. Băjenescu T., Secția Automatizări.

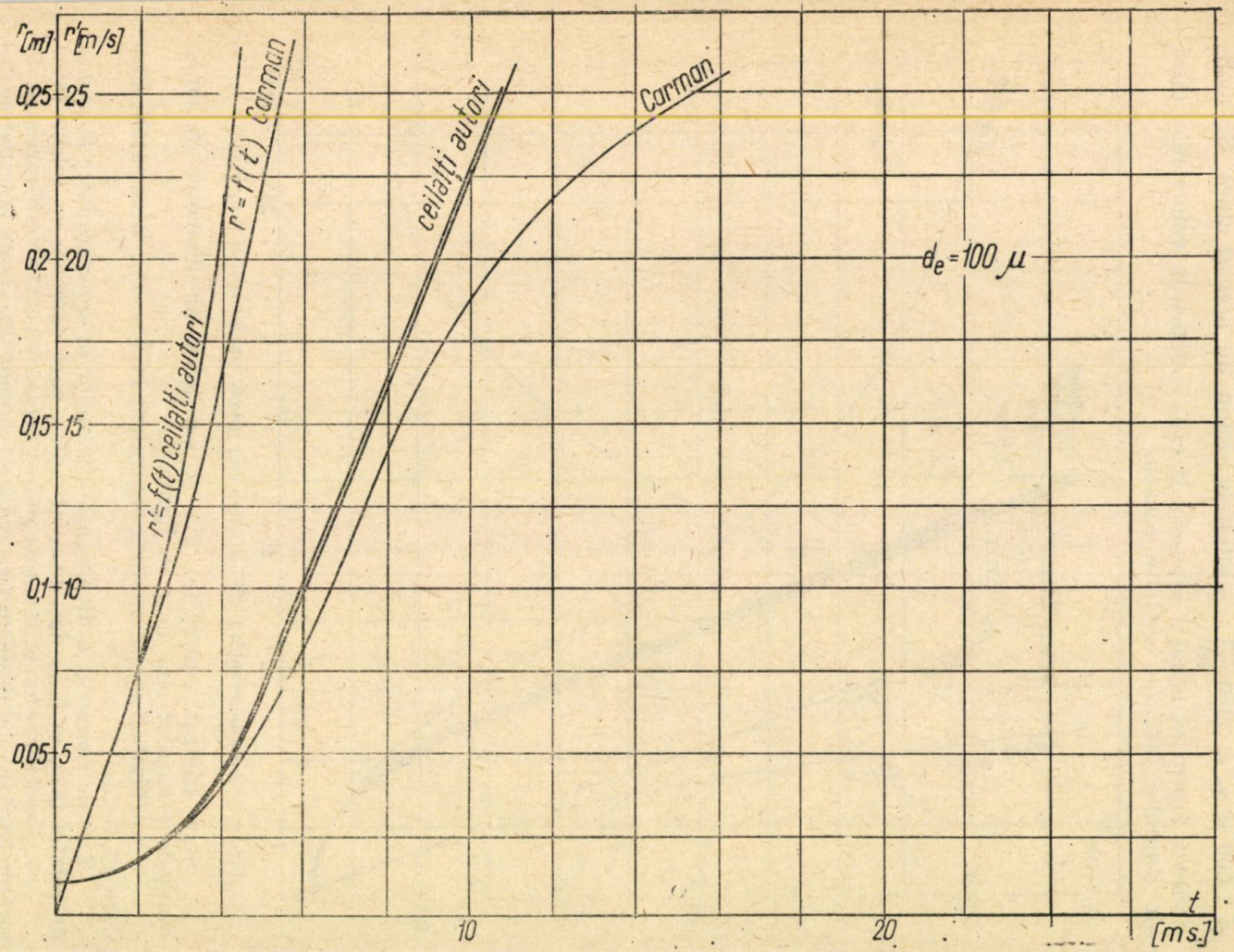


Fig. 2. — Soluțiile ecuațiilor (27) și (33)—(46) pentru condițiile (47) și $d_e = 100\mu$.

Pentru variaţii ale lui d_e în limiţele $100\ \mu < d_e < 10\,000\ \mu$; $0{,}5 < \varphi < 1$ şi $1\,000 < \gamma_p < 2500\ \frac{kg}{m^3}$, rezultatele rămîn de aceeaşi alură. Se menţionează faptul că ecuaţia diferenţială (36) conduce la valori mai mari ale timpului faţă de celelalte ecuaţii.

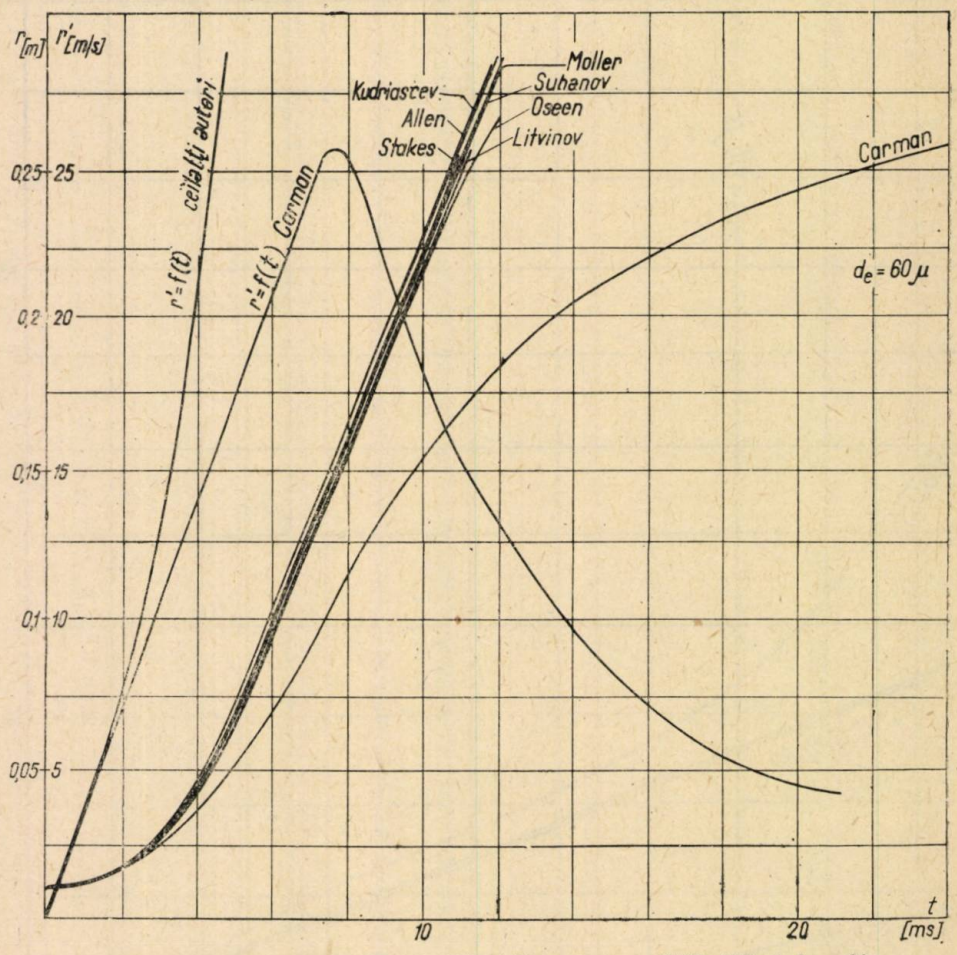


Fig. 3. — Soluţiile ecuaţiilor (27) şi (33)—(46) pentru condiţiile (47) şi $d_e = 60\mu$.

S-au păstrat condiţiile (47) şi s-a micşorat diametrul la 60 μ. Soluţiile ecuaţiilor sînt date în figura 3.

S-a schimbat apoi diametrul echivalent la $d_e = 8\mu$. Rezultatele sînt date în figura 4.

Este de remarcat o divergenţă a timpilor de separare între t_{min}, dat de relaţia (41), şi t_{max}, dat de relaţia (33), care coincide cu relaţia (42).

4. Cercetările experimentale au fost necesare pentru verificarea rezultatelor teoretice cu desfăşurarea reală a fenomenului şi s-au efectuat pe focarul-ciclon orizontal cu alimentare axială cu combustibil, această variantă fiind cea mai complexă din punctul de vedere al mişcării suspensiei solide.

Pentru experimentare s-au avut în vedere următoarele caracteristici ale focarului ciclon orizontal :

$$\frac{L}{D} = 0{,}8\,;\ \frac{F_i}{F_e} = 0{,}46\,;\ W_i = 21\ \text{m/s}\,;\ R_i = 215\ \text{mm}\,;$$

$$\frac{D_e}{D} = 0{,}4.\ \text{Aer primar } 0\,\%.$$

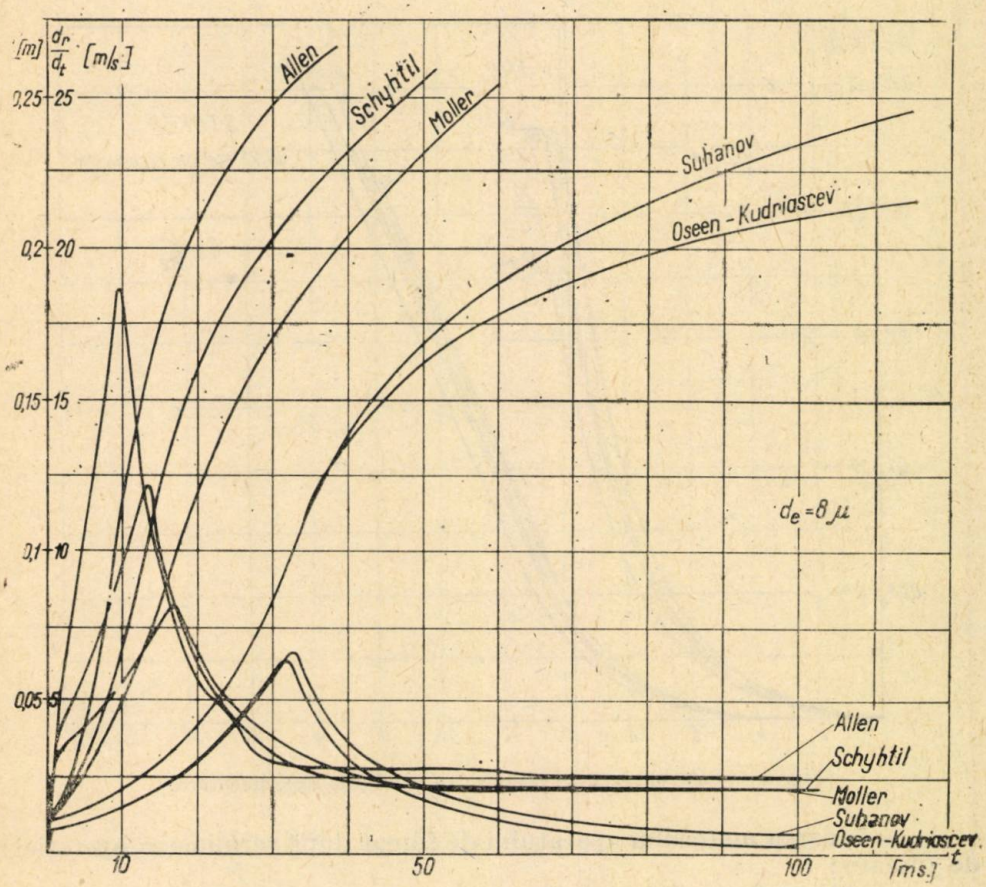


Fig. 4. — Soluţiile ecuaţiilor (27) şi (33)—(46) pentru condiţiile (47) şi $d_e = 8\mu$.

Drept suspensie solidă s-au folosit corpuri regulate la care s-au variat : diametrul echivalent, factorul de formă şi greutatea specifică.

Particulele au fost lansate în flux cu ajutorul a două sonde electromagnetice concepute după indicaţiile autorului : una pentru particule cu diametrul d_e peste 5 mm, iar una pentru particule cu diametrul mai mic de 5 mm.

Traiectoria particulei a fost urmărită cu ajutorul unui aparat de filmat Pentazet 35, care a funcţionat pentru aceste condiţii cu viteza de 750 cadre/s, diafragma 2,8, film ORWO, DIN 27.

Întrucît durata fenomenului este foarte scurtă, s-a folosit un aparat de sincronizare a aparatului cu desfășurarea fenomenului. Aparatul de sincronizare permite efectuarea succesivă a următoarelor operații :

— pornirea motorului instalației de sincronizare ;
— pornirea motorului aparatului de filmat ;
— cuplarea filmului cînd motorul a atins turația normală ;
— declanșarea fenomenului cînd filmul a atins viteza constantă ;

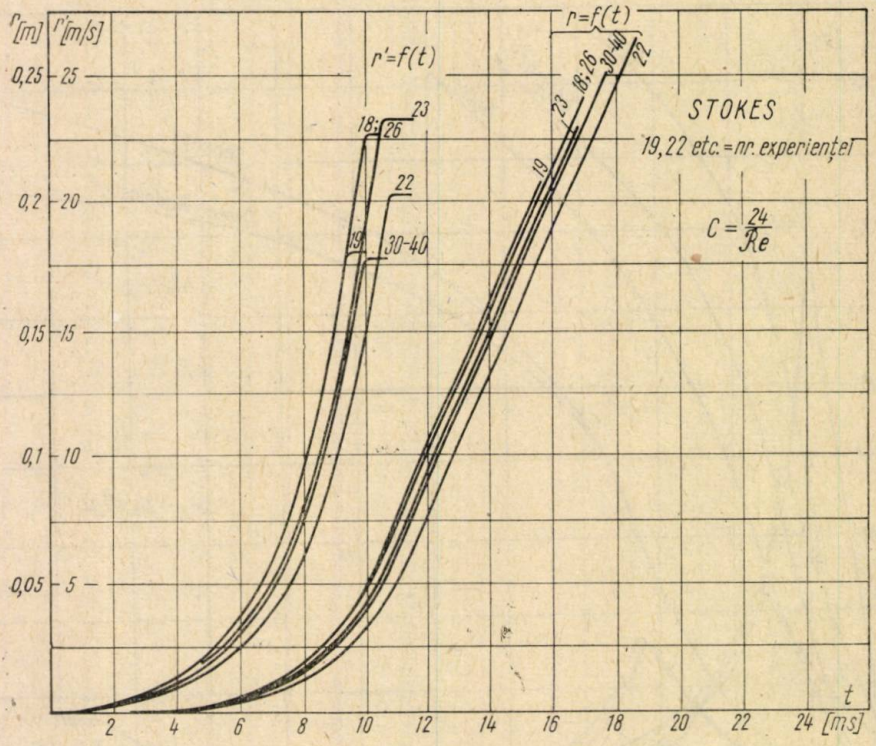


Fig. 5. — Soluțiile ecuației (28) pentru condițiile experimentării.

— frînarea motorului aparatului de filmat după terminarea operației de filmare ;
— oprirea întregii instalații.

O instalație electronică de înregistrare, care funcționează la 1 000 Hz a asigurat precizia necesară măsurătorilor de timp și urmăririi uniformității desfășurării fenomenului.

În cercetările experimentale s-a urmărit :

— influența diametrului echivalent al particulei asupra traiectoriei și timpului de separare ;
— influența factorului de formă asupra traiectoriei și timpului de separare ;
— influența greutății specifice a suspensiei solide asupra timpului de separare.

Pentru citirea filmelor s'a amenajat un ecran şi un aparat de proiecţie. Inregistrarea poziţiei particulei în fotogramă s'a făcut pe ecran milimetric la scara 1 :1.

După o serie de încercări de punere la punct a instalaţiei experimentale s-a reuşit înregistrarea pe peliculă a fenomenului pe circa 100 cadre. Citirea traiectoriei particulelor s-a efectuat cadru cu cadru din 2 în 2 cadre sau din 5 în 5 cadre, în funcţie de zona de mişcare a particulei.

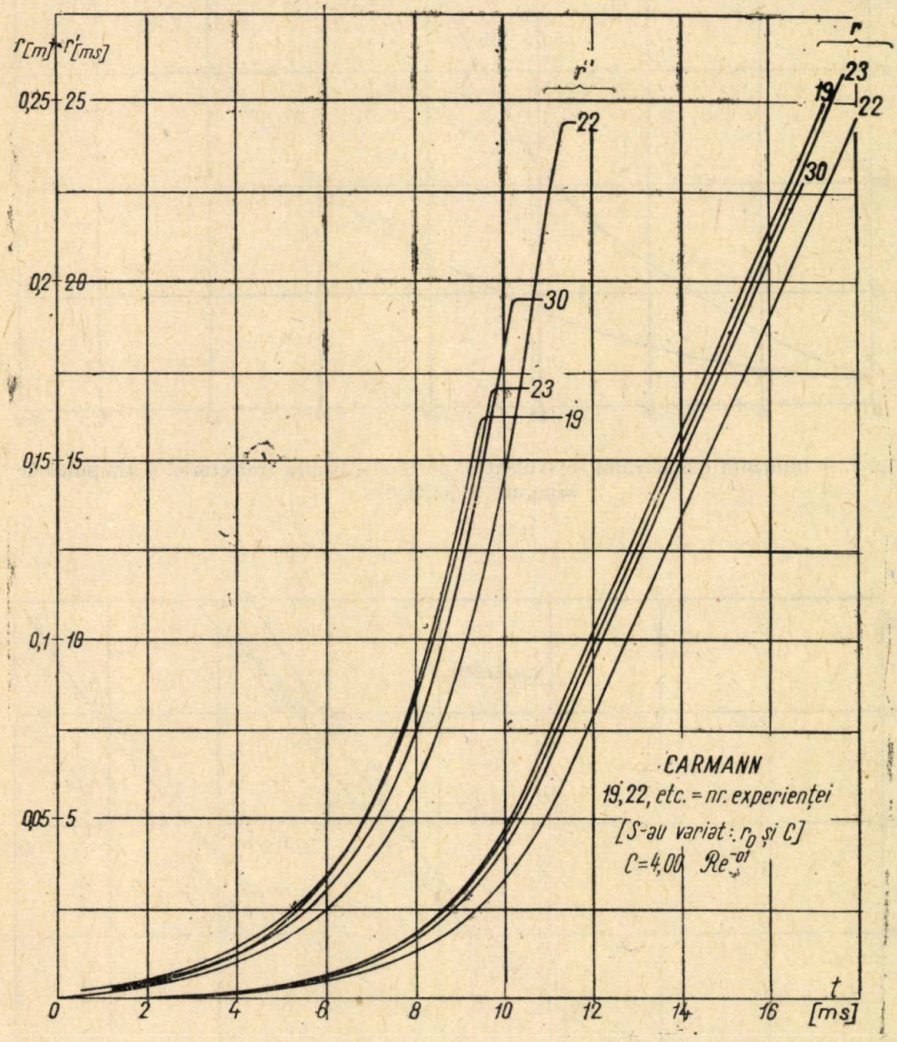


Fig. 6. — Soluţiile ecuaţiei (36) pentru condiţiile experimentării.

În figurile 5 şi 6 se reprezintă rezultatele calculelor efectuate cu maşina analogică pentru condiţiile concrete ale experimentărilor.

S-au folosit cele două metode în conformitate cu rezultatele obţinute în prima etapă de calcul.

Între curbele calculate şi cele obţinute experimental există o deosebire sensibilă. Raportul dintre timpul de separare calculat şi cel real fiind de circa 5. Se consideră că diferenţa dintre rezultate provine din cauza

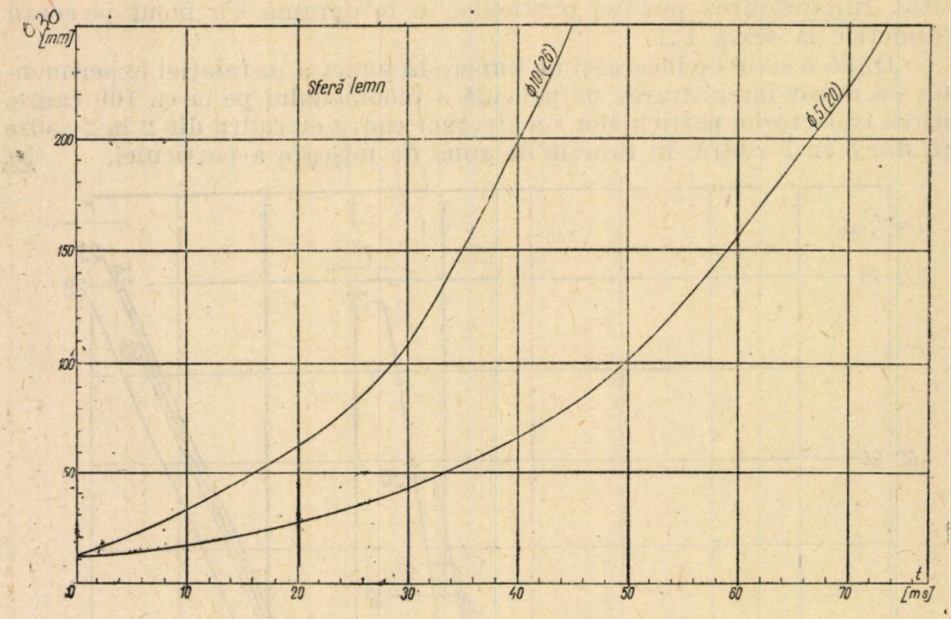


Fig. 7. — Influența diametrului echivalent al particulei asupra traiectoriei și timpului de separare a particulei.

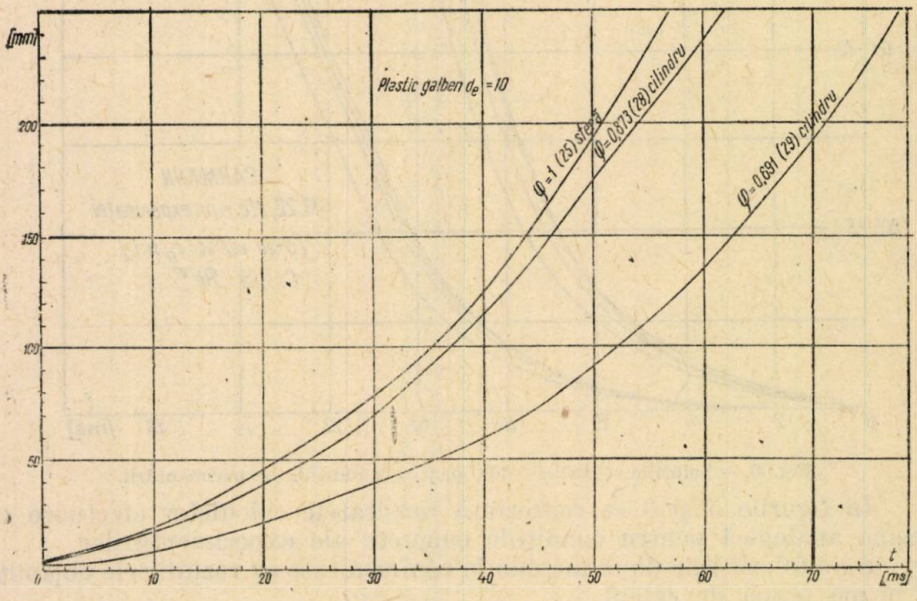


Fig. 8. — Influența factorului de formă al particulei asupra traiectoriei și timpului de separare a particulei.

dependenței $C = f(\mathcal{R}e)$ și probabil a unor neglijări și simplificări făcute în tratarea teoretică a problemei.

În figura 7 se prezintă, conform datelor experimentale, influența diametrului echivalent asupra traiectoriei și timpului de separare a suspensiei solide.

Este de observat că cu creșterea diametrului echivalent se reduce timpul de separare a suspensiei solide. Creșterea diametrului de la 5 mm la 10 mm reduce timpul de separare de la 75 ms la 48 ms.

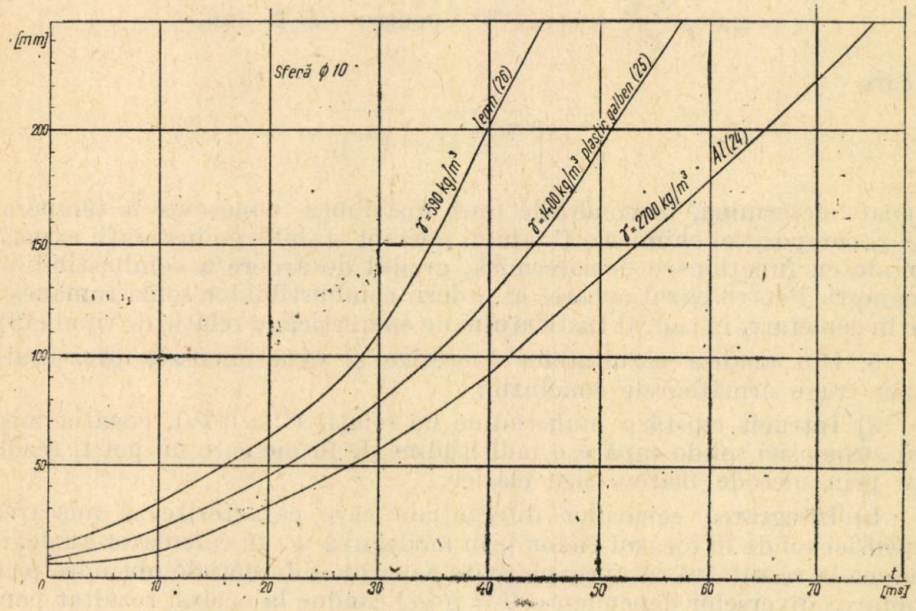


Fig. 9. — Influența greutății specifice a particulei asupra traiectoriei și timpului de separare a particulei.

În figura 8 se prezintă influența factorului de formă asupra traiectoriei și timpului de separare.

Este de observat o creștere a timpului de separare cu scăderea factorului de formă. Creșterea factorului de formă de la $\varphi = 0{,}691$ la $\varphi = 1$ conduce la o scădere a timpului de separare de la $\tau_s = 78$ ms la $\tau_s = 56$ ms pentru particule cu $\gamma_p = 1\,400$ kg/m³.

Influența greutății specifice γ_p asupra traiectoriei și timpului de separare se prezintă în figura 9.

Cercetările experimentale au pus în evidență o creștere a timpului de separare cu creșterea greutății specifice a particulei. Rezultatul pare curios și contrar așteptărilor și, ca urmare, va trebui cercetat în continuare. Datele obținute cu particule de 5 mm confirmă acest rezultat. În cazul particulelor de formă sferică, scăderea greutății specifice de la $\gamma_p = 2700$ kg/m² la $\gamma_p = 590$ kg/m³ conduce la scăderea timpului de separare de la $\tau_s = 68$ ms la $\tau_s = 44$ ms.

Dacă se iau în considerare o serie de relaţii pentru timpul de ardere sub forma

$$\tau_a = 2{,}6\ \varphi \frac{\gamma_p d_e^2}{T^{0.5}} \quad \text{pentru} \quad \mathcal{R}e < 1,$$

$$\tau_a = 2{,}6\ \varphi \frac{\gamma_p d_e^2}{T^{0.5}} (1 - 0{,}08\ \mathcal{R}e^{0.4}) \quad \text{pentru} \quad \mathcal{R}e < 100 \tag{48}$$

şi

$$\tau_a = 2{,}6\ \varphi \frac{\gamma_p d_e^2}{T^{0.5}} 4{,}94\ \mathcal{R}e^{-0.5} \quad \text{pentru} \quad \mathcal{R}e > 100,$$

în care

$$\varphi = \sqrt{\frac{\gamma_{cocs}}{\gamma_p} (1 - V^{mc})},$$

se poate determina, în condiţiile unei distribuţii cunoscute a temperaturii şi compoziţiei chimice a fluidului portant stabilit pe instalaţii experimentale cu funcţionare neizotermică, gradul de ardere a combustibililor româneşti. Pentru cazul concret al arderii combustibililor solizi româneşti este în cercetare, în cadrul Institutului de energetică, o relaţie de tipul (48).

5. Din analiza rezultatelor teoretice şi experimentale prezentate se pot trage următoarele concluzii :

a) Întrucît există o multitudine de relaţii $C = f(\mathcal{R}e)$, ecuaţia mişcării suspensiei solide capătă o multitudine de forme care nu pot fi rezolvate prin metode matematice clasice.

b) Integrarea ecuaţiilor diferenţiale care caracterizează mişcarea suspensiei solide în focarul-ciclon prin modelarea pe un calculator analogic conduce la rezultatul că aproape toate ecuaţiile diferenţiale obţinute prin adoptarea diverselor dependente $C = f(\mathcal{R}e)$ conduc la acelaşi rezultat pentru domeniul $d_e < 100\ \mu$. Se diferenţiază relaţia Carman ($C = 4{,}00\ \mathcal{R}e^{-0.1}$), care dă valori mai mari pentru timp. Diferenţieri ale relaţiilor apar în domeniul $d_e = 60\ \mu$; la $d_e = 8\mu$ diferenţierile sînt vizibile.

c) Diametrul echivalent al particulei influenţează atît forma traiectoriei, cît şi timpul de separare. Creşterea diametrului echivalent conduce la o scădere a timpului de separare.

d) Factorul de formă al particulelor are o mare influenţă asupra formei traiectoriei şi timpului de separare a particulelor. Creşterea factorului de formă conduce la scăderea timpului de separare.

e) Greutatea specifică a suspensiei solide are de asemenea o influenţă importantă asupra timpului de separare. Creşterea greutăţii specifice conduce la o creştere a timpului de separare.

f) Întrucît există deosebiri între rezultatele teoretice şi cele experimentale, este necesar ca în cercetările viitoare să se stabilească noi corecţii în formularea matematică a problemei care să ţină seama de complexitatea mişcării fluidului şi să stabilească noi relaţii pentru dependenţa $C = f(\mathcal{R}e)$, în aşa fel ca rezultatele teoretice să fie mai aproape de realitate, considerîndu-se relaţia $C = f(\mathcal{R}e)$ ca o relaţie de corecţie a rezultatelor teoretice.

g) Rezultatele obținute pot fi extrapolate și în alte instalații la funcționarea izotermică sau neizotermică, ținîndu-se seama de coeficienții de corecție privind concentrația fazei solide în flux, respectiv neizotermicitatea procesului.

SIMBOLURI ȘI NOTAȚII FOLOSITE:

d_e — diametrul echivalent al particulei [m];
V_p — volumul particulei [m³];
C — coeficientul de rezistență aerodinamică a particulei;
Re — cifra Reynolds;
F — secțiunea transversală a particulei [m²];
F_p — forța aplicată particulei [kg];
n — indice, exponent;
φ — factorul de formă;
w_r — viteza radială a particulei [m/s];
w_t — ,, tangențială [m/s];
r — raza curentă a poziției particulei în focarul-ciclon [m];
m — masa particulei;
γ — greutatea specifică a mediului portant [kg/m³];
d_e' — diametrul echivalent modificat al particulei [m];
S — suprafața totală a particulei [m²];
Re' — cifra Reynolds modificată;
ν — viscozitatea cinetică a fluidului portant [kgs/m²];
γ_p — greutatea specifică a particulei [kg/m³];
τ — timpul [s];
ω — viteza unghiulară a fluidului [rad/s];
w_i — viteza fluidului portant în ajutajele de aer ale focarului-ciclon [m/s].

Primit la redacție la 13.X.1966.

BIBLIOGRAFIE

1. Л. М. Левин, *Исследования по физике груба дисперстных аэрозолей*, Москва, АН СССР, 1961.
2. Н. А. Фукс, *Механика аэроволеи*, Москва, АН СССР, 1955.
3. А. А. Гурвиц, *К вопросу о движении твердой частицы в потоке газа*, Известия ВУЗ, серия Энергетика, *8*, p. 80—89, 1963.
4. А. Н. Семененко, *Принципиальные основы циклонной плавки и энерготехнологического комбинирования в промышленной огнетехнике*, Сб.: *Циклонные плавильные энерготехнологические процессы*, Металлургиздат, Москва, p. 5—11, 1963.
5. И. П. Васина, В. А. Тонконогий, *К вопросу о горении и сепарации частиц в циклонной топке*. Теплоэнергетика, *5*, p. 17—21, (1955).
6. И. П. Васина, В. А. Тонконогий, *О горении и сепарации частиц топлива в циклонной топке*, *Сб. Вопросы аэродинамики и теплопередачи в котельно-топочных процессах*,Москва-Ленинград, Госэнергоиздат, 1958.
7. А. В. Емельянов, Н. В. Кузмин, Д. А. Ключников, *К анализу условий тепловой обработки измельченного материала в циклонной плавильной печи*, Известия ВУЗ, серия Энергетика, *2*, p. 71—76 (1963).

8. А. В. Емельянов, Ключников Д. А., *К анализу тепловой обработки материала в плавильном циклоне*, Известия ВУЗ, серия Энергетика, *7*, p. 41—47 (1964).
9. И. С. Исаев, *Сепарационная способность циклонной топочной камеры*, *Сб.*: *Исследование котельно-топочных процессов*, Москва, Машгиз, 1958, 100—115.
10. M. Z. Ledinegg, *Theorie der Zyklonfeuerung*, VDI, *8*, p. 921—927 (1948).
11. N. A., Havemann, *A theory for the design of Vortex combustion chamber*, I, Journal of the Institute of Fuel, *156*, p. 25—34 (1959).
II, Journal of the Institute of Fuel, *157*, p. 25-34 (1959).
12. N. Păoiu, *Studiul distribuţiei fazei solide în focarul ciclon orizontal. Studiu asupra aspectelor teoretice ale problemei*, Lucrare IE, Bucureşti, 1964.
13. Шлихтинг, *Теория пограничного слоя*, Москва, Издательство иностранной литературы, 1956.
14. Н. Г. Худяков, *О движении частиц в газовзвесь*, Известия АН СССР, ОТН, 1022—1034, 1953.
15. Н. Г. Худяков, Ф. З. Луханов, *К вопросу движения твердых частиц в газовом потоке*, Доклады АН СССР, LXXVIII, *4*, 681—684 (1951).
16. F. Westfried, C. Cazacu, *Studiu critic documentar privind arderea combustibililor solizi în stare fluidizată*, memoriu intern IE, Bucureşti, 1959.
17. И. С. Исаев, А. Е. Нахапетян, *Исследование структуры запыленного изотермического потока в циклонной камере*, Сб. III. Всесоюзные совещания при теории горения, Москва, 1960, p. 289—294.
18. А. Е. Нахапетян, И. С. Исаев, *О некоторых особенностях циклонного потока несущего взвесь*, *Сб. Исследование котельно-топочных процессов*, МВТУ, 94, Москва, Машгиз, p. 86—99, 1958.
19. — *О некоторых особенностях циклонного потока несущего твердую взвесь*, Теплоэнергетика, *9*, 32—40 (1957).
20. С. Л. Клячико, *Уравнение движения пылевых частиц*, Отопление и вентиляция, I (1934).
21. — *Уравнение движения пылевых частиц*, Отопление и вентиляция, *4* (1934).
22. В. А. Емельянов, *Исследование вопросов тепловой работы плавильных циклонов*, Москва 1964.
23. В. Ж. Малов, *К вопросу гидравлики зернистых материалов*, Теплоэнергетика, 3, p. 78—81 (1965).
24. Т. А. Литвинов, *Об относительном движении частицы (или капли жидкости) в скоростном газовом потоке*, Теплоэнергетика, *5*, p. 42—44 (1964).
25. V. Koss, *Metode noi de ardere în focarele ciclon*, Institutul de documentare tehnică, Bucureşti.
26. F. A. Zenz, D. F. Othmer, *Fluidisation and Fluid Particles System*, N. Y., Reinhold, 1960.
27. F. Schychtil, *Wirbelschichttechnik*, Berlin-Göttingen-Heidelberg, Springer Verlag, 1961.
28. Е. А. Марчик, *Движение конденсированной фазы в межлопаточных каналах ступени осевой газовой турбины*, Теплоэнергетика, *10*, p. 51—57 (1965).
29. N. Păoiu, *Contribuţii la studiul focarului-ciclon*, teză de doctorat, Bucureşti, 1965.
30. P. V. Romadin, *Prepararea prafului de cărbune*, Edit. energetică de stat, Bucureşti, 1955.
31. T. Băjenescu, N. Păoiu, *Asupra modelării ecuaţiei mişcării particulei solide într-un flux curbiliniu*, St. cerc.. energ., *2*, (1966)

INSTALAȚIE EXPERIMENTALĂ PENTRU STUDIUL TRANSFERULUI DE CĂLDURĂ ÎN REȚELELE DE PALETE

DE

V. PIMSNER și I. MĂRĂCINEANU

536.621.1

1. PREZENTAREA PROBLEMEI

Influența variației parametrilor exteriori asupra evoluției fluidului de lucru prin treptele mașinilor rotative este importantă în numeroase cazuri practice. De aceea, stabilirea metodelor și relațiilor de calcul, care să țină seama de variația acestor parametri, are pentru tehnică o mare importanță, cu atît mai mult cu cît elaborarea unei metodologii ridică dificultăți cauzate de complexitatea transformărilor fluidului de lucru prin rețelele mașinii rotative.

Fenomenele studiate se încadrează în grupa proceselor de curgere turbulentă cu transfer de căldură și lucru mecanic, însoțite de frecări interne și pe pereții rețelei, ceea ce face aproape imposibilă exprimarea și rezolvarea analitică a lor.

Variațiile transferului de căldură, în special șocul termic, pot periclita siguranța în funcționare a turbinei, ceea ce impune studierea prealabilă a transferului de căldură în rețeaua de palete a mașinii rotative în regim permanent și pulsatoriu.

Metoda uzuală de lucru în studiul acestei grupe de fenomene este metoda similitudinii, care conduce la determinarea criteriilor sau invarianților ce permit generalizarea datelor obținute asupra tuturor proceselor similare, realizate în instalații geometric asemenea.

Pentru o analiză mai aprofundată și din considerente de ordin experimental ca : precizia determinării variațiilor locale de temperatură, mărirea secțiunilor de trecere, pentru a nu perturba curgerea prin introducerea aparatelor de măsură etc., s-a făcut modelarea transferului de căldură în rețeaua de palete a mașinii rotative, pornindu-se de la o scară geometrică $\alpha_l = \frac{l_{orig}}{l_{model}} < 1$.

St. cerc. energ. electr. Tom 17 nr. 4, p. 869–877, București 1967

Rețeaua de palete este geometric determinată de:

l — dimensiunea lineară caracteristică,

Φ — factorul de formă al profilului,

$\bar{t} = \frac{t}{b}$ — pasul relativ al rețelei, egal cu raportul dintre pasul rețelei t și coarda b a profilului.

Fluidul de lucru este precizat de:

R — constanta gazului,

C_p — căldura specifică la presiune constantă,

ν — viscozitatea cinematică,

T — temperatura fluidului în zona principală de curgere.

Transformările fluidului și intensitatea transferului de căldură sînt determinate dacă se cunosc mărimile:

ρ — masa specifică a gazului,

Δp — căderea de presiune în rețea,

α, λ — coeficientul de transfer de căldură al gazului, respectiv al peretelui,

$w = f(\Delta p)$ — viteza fluidului în secțiunea considerată.

Coeficientul α este precizat de influența simultană și reciprocă a mărimilor menționate iar temperatura peretelui depinde și ea de aceste mărimi, ceea ce înseamnă că determinarea unei funcții de forma

$$F(l, \Phi, \bar{t}, R, c_p, \nu, T, \alpha, \lambda, \rho, \Delta p) = 0 \tag{1}$$

răspunde scopului experimentărilor.

Avînd în vedere numărul mărimilor fundamentale care exprimă fenomenul, rezultă o relație criterială între șase combinații adimensionale, care permite transcrierea relației (1) sub forma

$$F_1(\mathcal{N}u, \mathcal{R}e, \mathcal{M}, \Phi, \theta, \bar{t}) = 0, \tag{2}$$

unde $\theta = T_p/T$ este raportul dintre temperatura peretelui și a gazului, iar $\mathcal{N}u$, $\mathcal{R}e$, $\mathcal{M}$ sînt invarianții Nusselt, Reynolds și Mach.

2. INSTALAȚIA EXPERIMENTALĂ

Prin aplicarea teoriei similitudinii la studierea curgerii fluidului de lucru prin rețeaua de palete a mașinii rotative, s-a ajuns la o relație care leagă scara geometrică de scările principalelor mărimi de stare ale fluidului, relație care a stat la baza proiectării instalației experimentale și care în mod condensat poate fi prezentată sub forma

$$\alpha_l = \alpha_T^n \frac{1}{\alpha_p} \tag{3}$$

unde α_l, α_T, α_p sînt scările de similitudine pentru lungimi, temperaturi, presiuni.

Instalaţia experimentală a cărei vedere de ansamblu este prezentată în figura 2, se compune din următoarele părţi principale, ce pot fi distinct urmărite pe schema din figura 2 :

a) Partea pentru producerea aerului comprimat, care cuprinde suflantele *1* şi *2* legate în serie, vasul *3* de egalizare a presiunii aerului, priza de aer *5* şi conductele *4* de transport al aerului.

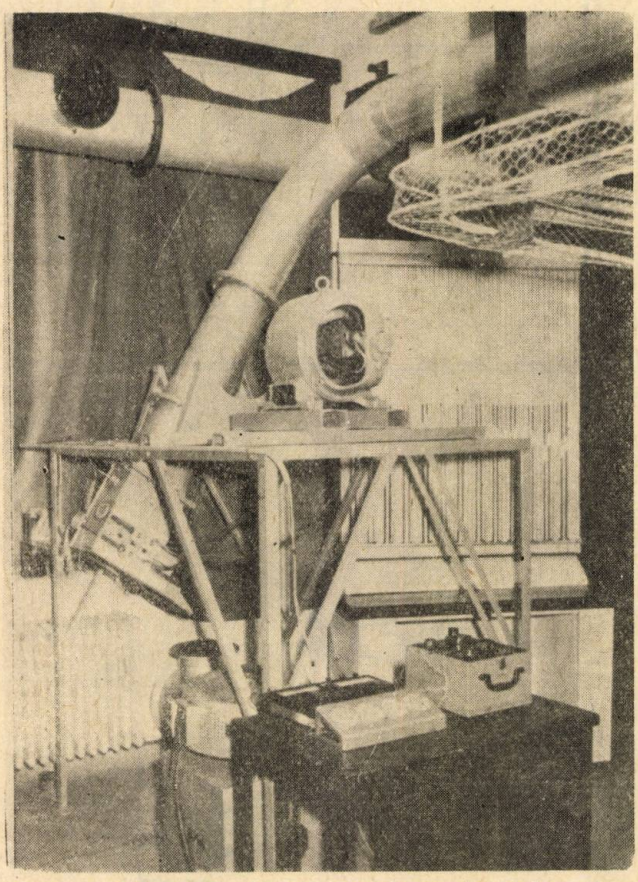


Fig. 1. — Vedere generală a instalaţiei experimentale pentru studiul transferului de căldură în reţele drepte de palete.

b) Partea pentru alimentarea dispozitivului port-reţea care include conductele *6* şi *8*, ajutajul *7* pentru măsurarea debitului de aer, dispozitivul *9* de variaţie periodică a debitului de fluid comandat de electromotorul *10* de curent continuu şi difuzorul *11*. Pentru studiul regimurilor de curgere nepulsatorii, în locul dispozitivului *9* se montează un tronson de conductă (fig 1).

c) Partea principală a instalaţiei experimentale (fig. 2, reper *12*) reprezentată schematic în figura 3 şi care cuprinde port-reţeaua metalică *1*, reţeaua *2* de palete, săniile *3* şi *4* cu sondele de presiune, ghidajele *5* şi *6* ale săniilor, paleta centrală *7* şi paletele marginale *8*.

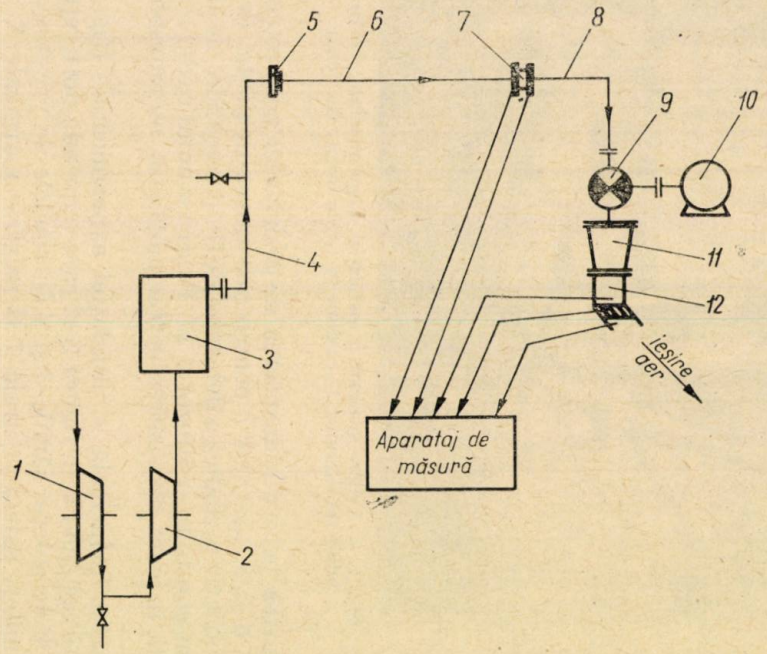


Fig. 2. — Schema de principiu a instalaţiei experimentale pentru studiul transferului de căldură în reţelele drepte de palete.

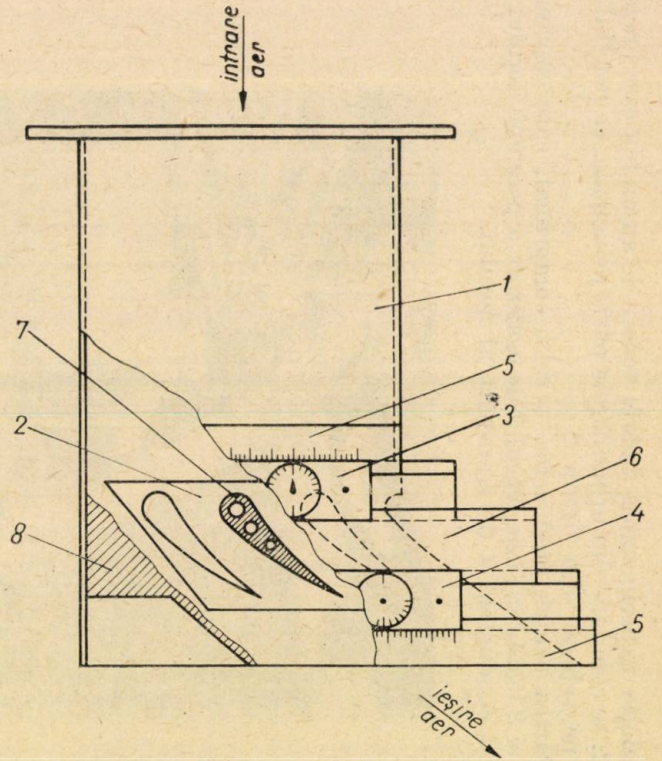


Fig. 3. — Schema părţii principale a instalaţiei.

d) Partea de măsură (vezi fig. 2) care include în afara ajutajului 7 de măsurare a debitului şi a sondelor de măsurarea presiunii în secţiunile de intrare şi de ieşire a reţelei de palete, panoul manometrelor cu coloană de apă, termocuplele pentru măsurarea temperaturii aerului la intrarea şi la ieşirea din reţea şi a suprafeţei paletei experimentale, montajul potenţiometric pentru citirea temperaturilor, montajul electric pentru verificarea şi reglarea sistemului de încălzire al paletei experimentale.

La realizarea instalaţiei experimentale o deosebită atenţie s-a acordat părţii principale a acesteia, întrucît în componenţa sa intră două din elementele cele mai sensibile şi de primă importanţă : paleta centrală şi săniile cu sondele de presiune.

Aşa după cum rezultă din figura 4, sondele de presiune sînt dispuse pe două sănii a căror deplasare longitudinală este urmărită pe riglele gradate din avalul şi amontele reţelei. Independent de mişcarea săniilor, sondele de presiune totală pot fi rotite în jurul propriilor axe, ceea ce permite orientarea lor în direcţia curentului şi în lungul paletei. În felul acesta, sistemul deplasabil de sonde utilizat permite cunoaşterea presiunii în orice punct al suprafeţelor de măsură din avalul şi amontele reţelei. Rotirea sondelor în jurul axelor proprii este urmărită pe cadranele circulare care indică unghiurile din 5 în 5 grade, în timp ce deplasarea sondelor în lungul paletelor este urmărită pe tijele sondelor care sînt gradate în cm.

Reţeaua este formată din cinci palete, însă numai cele trei din mijloc au posibilitatea de a fi înlocuite. Partea demontabilă a reţelei, mai puţin paleta centrală, este arătată în figura 5.

Paletele sînt executate din alamă laminată, cu excepţia celor marginale care sînt din textolit. Reţeaua este izolată termic de carcasa metalică.

Paleta centrală este paleta experimentală, ea putîndu-se scoate din instalaţie ori de cîte ori este nevoie fără a necesita demontarea altor părţi. Paleta este special amenajată pentru a permite pe de o parte încălzirea ei, iar pe de altă parte măsurarea temperaturii pe suprafaţa ei, în timpul funcţionării. În acest sens s-au practicat în paletă trei canale circulare, în care se montează rezistenţele electrice ale sistemului de încălzire, iar pe suprafaţa laterală a paletei s-au plantat în canale dreptunghiulare de secţiune $0{,}5 \times 0{,}5$ mm, trasate în lungul generatoarelor, termocuple izolate cupru-constantan din fire de diametru 0,1 mm. Sudurile calde ale termocuplelor sînt dispuse în planul median al părţii de lucru a paletei, măsurarea temperaturii făcîndu-se la fibra medie a paletei. Pentru precizia măsurării temperaturii, sudurile reci ale termocuplelor, prin intermediul unor contacte cu şurub, sînt scoase în exterior şi termostatate la 0°C.

În figurile 6 şi 7 este prezentată paleta exprimentală, putîndu-se observa modul în care este amenajată în vederea experimentărilor, iar în figura 8 se prezintă aceeaşi paletă montată în instalaţie, racordată la circuitul sistemelor de încălzire şi la cel de măsurare a temperaturilor pe suprafaţă.

Măsurarea temperaturilor în diversele puncte ale instalaţiei, inclusiv pe suprafaţa paletei experimentale, se face cu ajutorul unui montaj potenţiometric care asigură precizia de măsură necesară şi a cărei schemă este prezentată în figura 9.

Sistemul de încălzire este compus din trei rezistenţe electrice, legate în serie şi alimentate de la reţeaua de curent alternativ prin intermediul

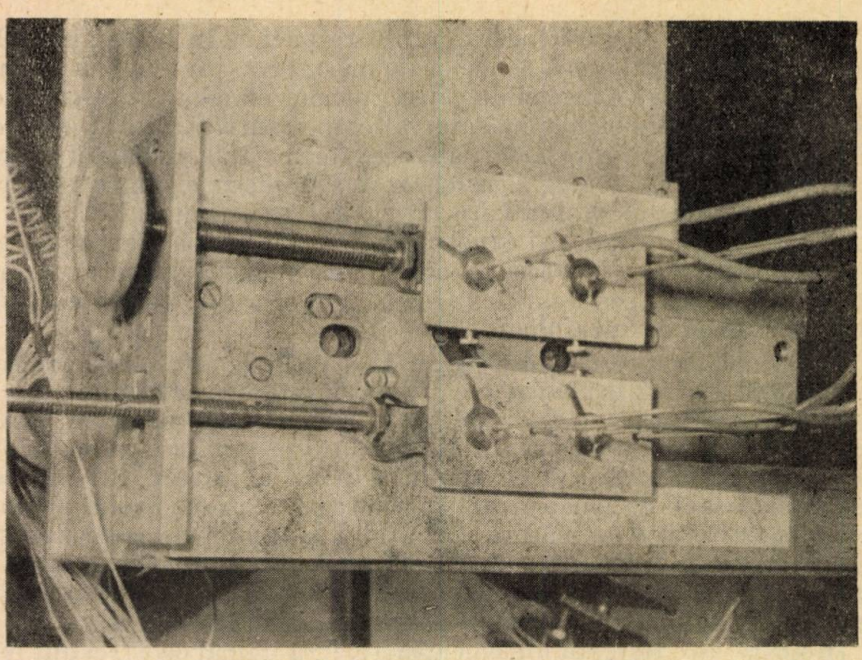


Fig. 4. — Partea principală a instalației. Vedere dinspre săniile suport ale sondelor de presiune.

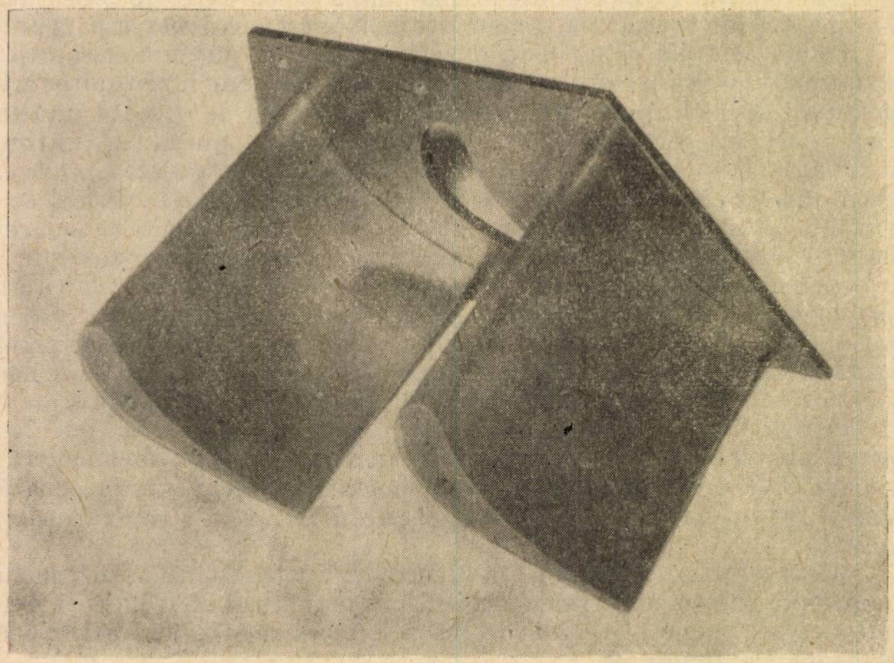


Fig. 5. — Rețeaua experimentală de palete, cu paletă centrală demontată. Se observă, în placa de menținere a rețelei, între cele două palete de alamă, orificiu profilat prin care trece paleta centrală.

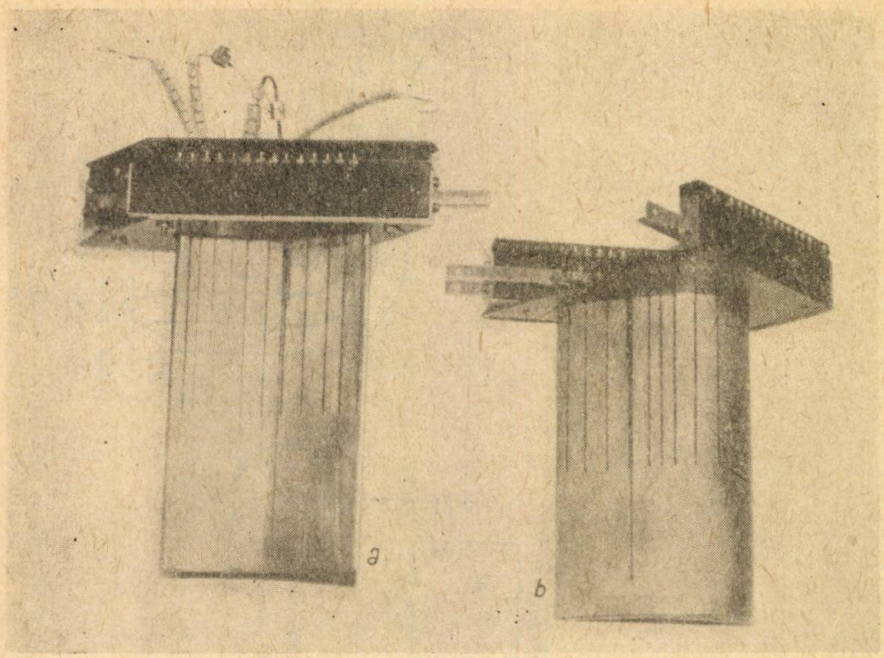


Fig. 6. — Paleta experimentală demontată din rețea ; pe intradosul *a*), și extradosul *b*) al paletei se văd canalele în care s-au plantat termocuplele ; la partea superioară se văd contactele de ieșire a termocuplelor montate pe suporți izolați și capetele rezistențelor electrice a sistemului de încălzire.

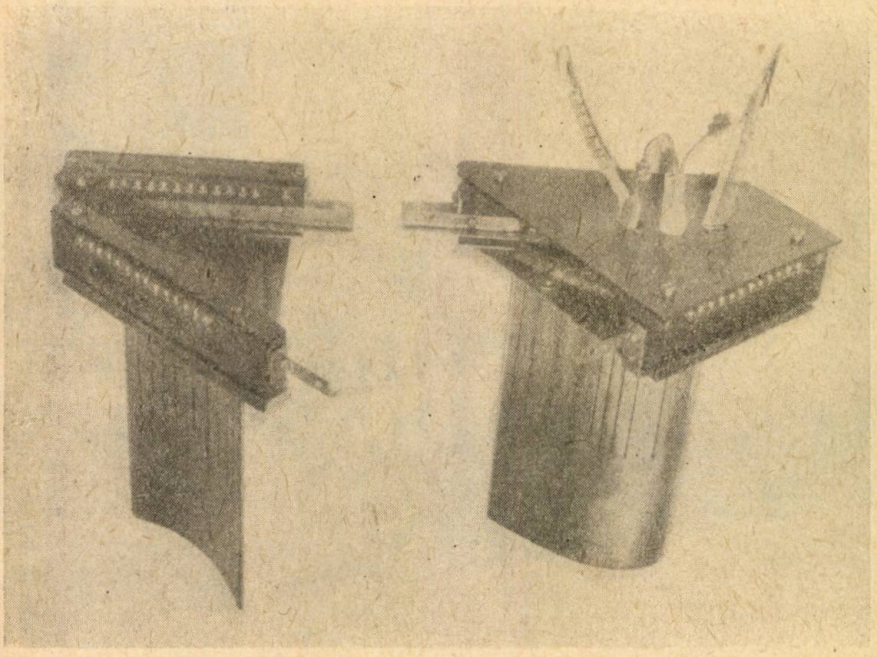


Fig. 7. — Paleta experimentală demontată din rețea. Vedere dinspre capul paletei.

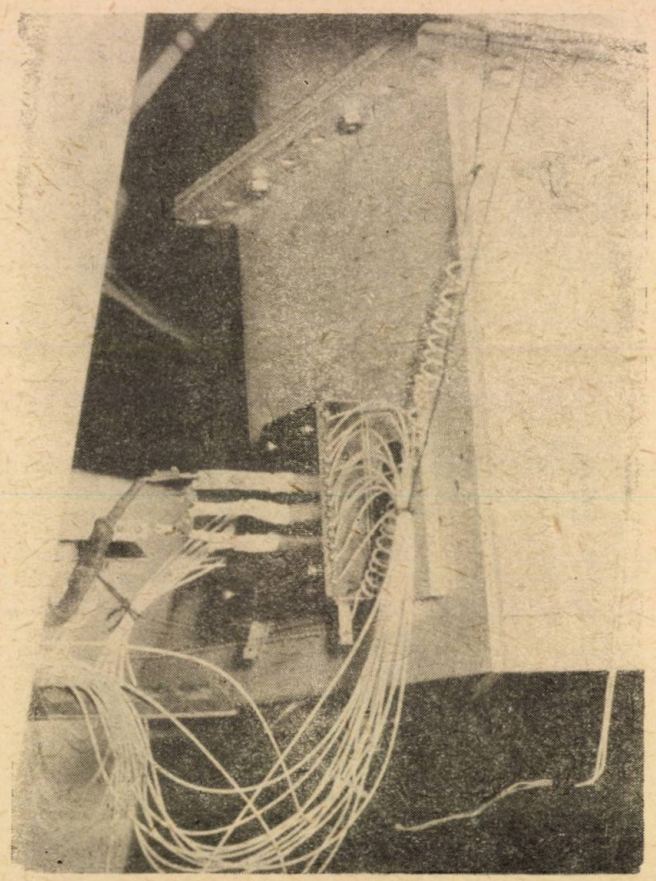


Fig. 8. — Paleta principală a instalației. Vedere dinspre direcția de montare a paletei experimentale.

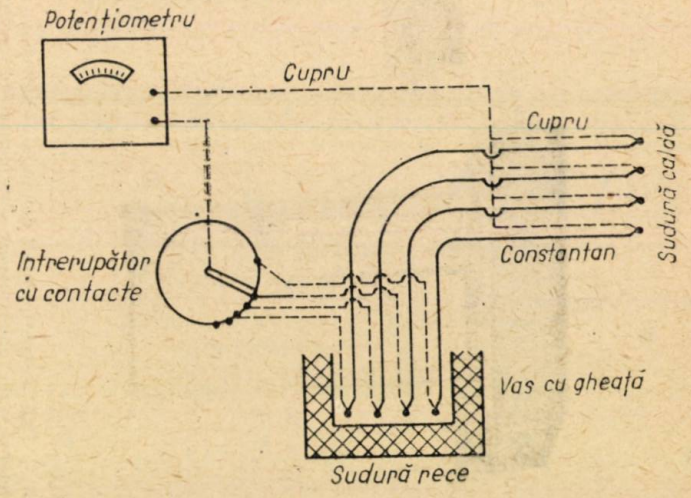


Fig. 9. — Schema de principiu a montajului pentru măsurarea temperaturilor cu ajutorul termocuplelor.

unui transformator cu reglare continuă a tensiunii. Puterea maximă consumată la încălzire este de 800 W și este suficientă pentru încălzirea paletei la valorile determinate de cca 120—130°C. Rezistențele se izolează la exterior și se introduc în canalele cilindrice special practicate la interiorul paletei experimentale, de-a lungul întregii înălțimi (vezi fig. 6, 7 și 8).

Cu ajutorul instalației prezentate se fac încercări pe rețele drepte de palete, studiindu-se fenomenele mecanice și termice care au loc la curgerea fluidelor de lucru în diverse regimuri de curgere, inclusiv cele pulsatorii. Datele experimentale culese pe rețelele model permit stabilirea unor relații criteriale de forma

$$\mathcal{N}u = Const. \mathcal{R}e^{n_1} \cdot \mathcal{M}^{n_2} \cdot \mathcal{P}r^{n_3},$$

valabile pentru o clasă întreagă de curgeri reale prin rețele similare de palete.

V. A. SPEISER, *„Sjiganie gaza na electrostanţiah i v promişlennosti"* (Arderea combustibililor gazoşi în centrale electrice şi în industrie). Edit. Energia, Moscova, 1967.

Cartea se adresează unui cerc larg de specialişti în problemele arderii combustibililor gazoşi în instalaţii industriale, tratînd cu deosebită competenţă atît aspectele teoretice ale proceselor termodinamice şi chimice care influenţează performanţele flăcărilor în focare, cît şi aspectele practice de proiectare, construcţie şi exploatare a diverselor tipuri de arzătoare de combustibil gazos.

Expunerea autorului se bazează pe o amplă bibliografie şi pe rezultatele unei intense munci proprii de cercetare.

În prima parte a cărţii, care cuprinde cinci capitole, se expune cu multă claritate esenţa problemelor legate de cinetica arderii, de autoaprindere şi aprindere forţată a amestecurilor combustibile, de structura şi propagarea frontului de flacără în regim laminar şi turbulent, de stabilitatea arderii, de structura flăcărilor difuzive şi de transferul de căldură de la flacără. Autorul acordă o deosebită importanţă problemelor arderii difuzive şi factorilor care influenţează lungimea şi stabilitatea flăcărilor turbulente, dat fiind faptul că în majoritatea instalaţiilor de cazane şi cuptoare se utilizează acest tip de flacără.

În partea a doua a lucrării, care cuprinde şase capitole, se expun metodele de ardere şi diversele tipuri de arzătoare pentru combustibilii gazoşi, bogaţi sau săraci, indicîndu-se formulele cele mai adecvate pentru calculul şi proiectarea principalelor tipuri de arzătoare întîlnite în practica industrială. Tot aici se indică numeroase date constructive şi de exploatare, insistîndu-se asupra elementelor principale care caracterizează funcţionarea arzătoarelor. Clasificarea diverselor tipuri de arzătoare se bazează pe criteriile care decurg din analiza fenomenelor fizice care intervin în procesele de ardere.

Este demn de semnalat faptul că autorul reuşeşte să realizeze o legătură perfect armonioasă între părţile teoretice şi aplicative ale lucrării, ceea ce situează cartea printre cele mai reprezentative monografii apărute în domeniul arderii combustibililor gazoşi, fiind, cred, cea mai reuşită încercare în acest sens.

Prezintă un deosebit interes metodica simplificată elaborată de autor pentru calculul arzătoarelor cu autoaspiraţie, precum şi indicaţiile de utilizare ale acestora la instalaţiile de ardere echipate cu suprafeţe recuperatoare. Cartea abundă cu elemente noi privind construcţia şi metodele de realizare a arzătoarelor ca, de exemplu, arzătoare cu ardere în dîra aerodinamică, arzătoare pentru arderea combustibililor cu putere calorifică foarte mică etc., reflectînd cele mai recente realizări în acest domeniu. Introducerea coeficientului pirometric pentru caracterizarea arzătoare or cu preamestec prezintă un deosebit interes practic şi ştiinţific. De asemenea, trebuie remarcată tratarea deosebit de clară a problemei utilizării corpurilor ceramice radiante în in-

cinta focarului pentru intensificarea schimbului de căldură în instalaţiile industriale. O deosebită importanţă în practica construcţiei şi exploatării arzătoarelor prezintă observaţiile autorului asupra utilizării inadecvate a analizoarelor chimice pentru determinarea pierderilor prin ardere chimic incompletă. Ultimul capitol al cărţii este destinat elucidării aspectelor multiple legate de utilizarea combustibililor gazoşi în cazanele de abur industriale şi energetice. Autorul evidenţiază căile principale de transformare a instalaţiei la trecerea de la combustibil solid la combustibil gazos, insistînd asupra aspectelor specifice ale arderii combinate cărbune-gaz sau păcură-gaz. Capitolul respectiv prezintă o deosebită importanţă în vederea alegerii tipului de arzător deoarece conţine numeroase rezultate obţinute din încercările experimentale cu flăcări luminoase şi transparente sau cu diverse moduri de aşezare a arzătoarelor în focare puternic ecranate.

Cartea este ilustrată cu un material grafic bogat şi cu numeroase exemple de calcul extrem de utile în proiectare.

În concluzie, trebuie subliniată încă o dată unitatea şi perfecta armonizare între părţile teoretice şi aplicative ale cărţii, precum şi grija autorului de a reflecta cele mai recente realizări în domeniul arderii combustibililor gazoşi.

Nu ne rămîne decît să ne exprimăm regretul că în literatura autohtonă de specialitate nu avem pînă în prezent o astfel de carte care să trateze atît de unitar, la un nivel atît de superior şi accesibil, într-un mod aproape exhaustiv, problemele arderii combustibililor gazoşi, combustibili, care, după cum se ştie, au o pondere importantă în balanţa de energie primară a ţării noastre.

dr. ing. Damian Grecov

Primit la redacţie la 1.V. 1967.

F1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

1967

INDEX ALFABETIC

Energetică generală

	Nr.	Pag.
BERCOVICI MARTIN, AL. PAP, Optimizarea funcţionării sistemului de alimentare cu gaze naturale prin optimizarea bilanţului energetic general .	1	3
BERCOVICI MARTIN, G. IACOBESCU, Influenţa reţelei asupra puterii de rupere a întreruptoarelor la deconectarea scurtcircuitelor trifazate	2	357
CARACUDOVICI VICTOR, Asupra treptei finale a bilanţului energetic general	1	39
CARACUDOVICI VICTOR, D. SPIRIDON, V. COZELCIUC, Rezultate de sinteză în inventarierea resurselor hidroenergetice teoretice ale cursurilor de apă interioare din Republica Socialistă România	2	243
COZELCIUC V., (vezi CARACUDOVICI V.)	2	243
DUMITRESCU ADRIAN, M. ELEFTERESCU, ŞT. COVACS, Metodă pentru preevaluarea necesarului de energie în industrie prin utilizarea calculului matricial	2	263
ELEFTERESCU MARIUS, ŞT. KOVACS, GH. TRANDAFIRESCU, Contribuţii la precizarea metodei de stabilire a variantei de acoperire a necesarului de energie	1	27
— (vezi DUMITRESCU A.)	2	263
— Contribuţii la analiza influenţei transportului intern de combustibil asupra bilanţului energetic general	3	459
HAIDUC CONSTANTIN, Determinarea indicilor tehnici-economici ai centralelor electronucleare combinate echipate cu reactori cu apă sub presiune	3	473
KOVACS ŞTEFAN, Contribuţii la studierea modificărilor de structură ale bilanţului energetic general	1	13
— (vezi ELEFTERESCU M.)	1	27
— (vezi DUMITRESCU A.)	2	263
NICULESCU IONEL, Analiza consumatorilor de energie în vederea reducerii dimensiunilor modelului matematic al bilanţului energetic general . . .	1	35
PAP ALEXANDRU (vezi BERCOVICI M.)	1	3
SOCI ANTOANETA, Influenţa interconexiunii sistemelor electroenergetice asupra siguranţei lor de funcţionare	1	67
SPIRIDON DUMITRU (vezi CARACUDOVICI V.)	2	243
TRANDAFIRESCU GHEORGHE (vezi ELEFTERESCU M.)	1	27

Termoenergetică şi termotehnică

	Nr.	Pag.
ANTONESCU NICOLAE, I. RĂDULESCU, Parametrii de curgere caracteristici grilelor de stabilizare a arderii amestecurilor combustibile	1	81
— Stabilizarea arderii pe grile. Influenţa parametrilor geometrici şi dinamici	4	829
BĂRĂNESCU GEORGE, B. GRÜNWALD, T. DUDAŞ, A. MANOLE, Calculul procesului de schimbare a încărcăturii cilindrului în motoarele cu ardere internă cu considerarea oscilaţiilor din conductele de distribuţie a gazelor	3	517
CARABOGDAN ION, Dependenţa vitezei de ardere a particulei de natura combustibilului solid	1	89
— Corelaţia dintre viteza de ardere a particulei de combustibil solid şi temperatura mediului	2	283
— Corelaţia dintre viteza de ardere a particulei de combustibil solid şi concentraţia de oxigen a mediului	3	557
COMĂNESCU ELENA (vezi TRUŢEA ATH.)	2	313
DĂNILĂ NICOLAE, D. GRECOV, Probleme ale optimizării parametrilor ciclului instalaţiei de turbine cu gaze în cadrul centralei electronucleare	1	109
DOBROSAVLJEVIC SLOBODAN, Sistemul autoreglării termice a camerii de ardere la motoarele diesel	1	123
DUDAŞ T. (vezi BĂRĂNESCU G.)	3	517
DUICU T. (vezi STAMATESCU C.)	3	547
FAUR SIMION, Folosirea amestecurilor de motorină şi petrol în motorul diesel. Comportarea probabilă în motor	2	301
— Folosirea amestecurilor de motorină şi petrol în motorul diesel. Determinări de laborator şi încercări experimentale. Concluzii generale	3	533
GEORGESCU RASIN, Studiul experimental privind structura şi hidrodinamica curgerii amestecului apă-abur în canale rotunde verticale încălzite şi neîncălzite	3	501
GHIA VICTOR, N. LEMNEANU, Coeficientul de debit real la injectoarele cu camere de turbionare cu întoarcere	1	101
GHIA VICTOR, D. GRECOV, Parametrii optimi ai cuptoarelor cu recirculaţie a gazelor prevăzute cu recuperatoare	2	293
GHIA VICTOR, N. LEMNEANU, Pulsaţiile jetului pulverizat la injectoarele cu cameră de turbionare	3	567
— Influenţa mediului sărac în oxigen asupra timpilor de ardere a picăturilor de păcură	4	837
GRECOV DAMIAN (vezi DĂNILĂ N.)	1	109
GRECOV DAMIAN (vezi GHIA V.)	2	293
GRIGORIU MARIA (vezi STAMATESCU C.)	3	547
GRÜNWALD B. (vezi BĂRĂNESCU G.)	3	517
GUŢU ELENA (vezi TRUŢEA ATH.)	2	313
LEMNEANU NICOLAE (vezi GHIA V.)	1	101
— (vezi GHIA V.)	3	567
— (vezi GHIA V.)	4	837
MANOLE A. (vezi BĂRĂNESCU G.)	3	517
MĂRĂCINEANU ION (vezi PIMSNER V.) (Notă)	4	869
PĂNOIU N,. Contribuţii la studiul traiectoriei şi timpului de separare a suspensiei solide în focarul-ciclon orizontal la funcţionare izotermică	4	851
PIMSNER VICTOR, I. MĂRĂCINEANU, Instalaţie experimentală pentru studiul transferului de căldură în reţele e de palete (notă)	4	869

	Nr.	Pag.
RĂDULESCU ION (vezi ANTONESCU N.)	1	81
— (vezi ANTONESCU N.)	4	829
STAMATESCU C., GRIGORIU N., DUICU T., Criterii bazate pe randamentele energetice la stabilirea unor parametri determinanți în procesele de producere a frigului prin comprimare de vapori	3	547
TRUȚEA ATHANASE, COMĂNESCU EL., GUȚU E., Studiul comparativ al unor metode optice de determinare a temperaturii flăcărilor	2	313
VASILESCU CĂLIN ADRIAN, Teoria diagramei entropice cu axe curbe pentru unitatea de cantitate de substanță	2	271
— Diagrama entropică cu axe curbe pentru calculul exact al curgerii adiabatice la gazele perfecte	3	487

Electroenergetică și electrotehnică

ADĂMUȚ I., Aplicarea principiului superpoziției la studiul influenței parametrilor leneici mutuali asupra propagării undelor electromagnetice pe o linie electrică cu mai multe conductoare	1	189
— Contribuții la rezolvarea ecuațiilor de propagare pe liniile electrice lungi multifilare cu pierderi, nesimetrii și influențe mutuale	4	783
APETREI CONSTANTIN, Considerații asupra sistemelor de excitație ale mașinilor sincrone de mare putere	3	666
BĂLĂ V. CONSTANTIN, Predeterminarea caracteristicilor de funcționare ale oscilomotorului electromagnetic axial	1	171
BĂLĂ V. CONSTANTIN, ȚUGULEA A. Efectul pelicular tranzitoriu și parametrii tranzitorii ai barelor conductoare masive de secțiune dreptunghiulară așezate în crestăturile mașinilor electrice	3	621
BEJAN I. (vezi BOȚAN N.) (notă)	2	443
BERCOVICI MARTIN, IACOBESCU G., Influența rețelei asupra puterii de rupere a întreruptoarelor la deconectarea scurtcircuitelor trifazate	2	357
BOȚAN V. NICOLAE, BEJAN I., PRISĂCARIU V., Considerații experimentale asupra fenomenului de automodulație dinamică la amplificatoarele magnetice de tip modulator (notă)	2	445
DIMO PAUL, Grafurile bidirecționale și de corespondență biunivocă ale sistemelor electromagnetice	2	379
— Scheme REI fără linearizarea sarcinilor exterioare nodului în studiu	4	761
GALAN N., Cîmpul electromagnetic al unei înfășurări parcursă de curent alternativ dispusă în întrefierul unei mașini electrice idealizate	3	649
IACOBESCU GHEORGHE (vezi BERCOVICI M.)	2	357
IFRIM ALFONCE (vezi RĂDULEȚ R.)	2	329
IONESCU CORNELIA (vezi ȚUGULEA A.)	2	341
IONESCU SEBASTIAN, UNGUREANU B., VASILESCU P., STAADECKER M., Un nou algoritm de calcul pentru determinarea regimurilor staționare de funcționare a sistemului energetic cu ajutorul calculatoarelor electronice cifrice	2	399
MARINESCU MATEI, Schimb de experiență cu RDG pentru aplicarea oscilomotoarelor parametrice la acționarea compresoarelor de frigidere (notă)	3	681

	Nr.	Pag.
MOCANU CONSTANTIN, Aproximaţii ale efectului pelicular într-un diedru conductor	3	603
MORARU AUGUSTIN, Pornirea prin oscilaţii a micromotorului sincron monofazat	4	741
NEMOIANU CONSTANTIN (vezi RĂDULEŢ R.)	1	131
OPRIŞAN POMPILIU, Amortizarea oscilaţiilor curentului din indusul motorului sincron la funcţionarea în regim de sarcină variabilă periodic	4	705
PETROIANU ALEXANDRU, Metodă ortogonală pentru determinarea matricii impedanţelor proprii şi de transfer a reţelelor electrice folosind calculatoarele electronice cifrice	2	429
POMÂRLEANU MARIUS, Utilizarea unor scheme echivalente la calculul curenţilor de scurt circuit	4	769
PONNER ION, Caracteristicile de transfer ale redresoarelor polifazate cu tiristoare cu sarcina inductivă, comandate de oscilomotoare de relaxare cu tranzistoare unijoncţiune	4	803
POPESCU ALEXANDRU, Erorile de aparat ale instalaţiilor de măsurat cu traductoare cu radiaţii nucleare	1	225
PRISĂCARU V. (vezi BOŢAN V. N.) (notă)	2	445
RĂDULEŢ REMUS, C. NEMOIANU, Repartiţia curentului electric de aducţie în plăci la sudarea lor prin puncte	1	131
RĂDULEŢ REMUS, A. IFRIM, Aplicarea prezentării maxwelliene în teoria curenţilor turbionari în plăci subţiri	2	329
RODEANU EMILIAN, Discriminator de bandă largă realizat cu amplificator operaţional	2	417
— Discriminator de bandă largă cu reacţie pozitivă	4	815
SAAL CAROL, Contribuţii la studiul funcţionării oscilomotorului bifazat sincron	4	721
SAVIUC D. VICTOR, Contribuţii privind studiul efectului pelicular în conductoare feromagnetice masive la cîmpuri magnetice intense pe suprafaţă	4	685
STAADECKER MIHAI (vezi IONESCU S.)	2	399
TĂTARU NICOLAE, Analiza unui sistem cu optimizare automată pe model analogic	1	213
TIMOTIN ALEXANDRU, Unicitatea soluţiilor şi calculul puterii în cîmpul electromagnetic cvasistaţionar al unui sistem de conductoare paralele	1	143
TIMOTIN ALEXANDRU, ŢUGULEA A., Parametrii tranzitorii longitudinali ai liniilor coaxiale	3	577
ŢUGULEA ANDREI, Cîmpul electromagnetic şi pierderile în cazul unui ecran eliptic subţire în prezenţa unor fire parcurse de curent alternativ, paralele cu axa ecranului	1	157
ŢUGULEA ANDREI, IONESCU C., Determinarea permanenţei magnetice a întrefierului unor armături cu crestături semicirculare	2	341
— (vezi TIMOTIN A.)	3	577
— (vezi BĂLĂ V. C.)	3	621
UNGUREANU BOGDAN (vezi IONESCU S.)	2	399
VASILESCU PETRE (vezi IONESCU S.)	2	399

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile: discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole, numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la 2 rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii;

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; figurile pe calc în tuş, însoţite de cîte două copii şi de o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, şase rînduri; un rezumat de circa 2 000 semne;

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională;

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie: Bucureşti Şos. Vitan nr. 236 raionul Tudor Vladimirescu.

REVISTELE PUBLICATE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ
STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ
STUDII ŞI CERCETĂRI DE METALURGIE
REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES
— SÉRIE DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE
— SÉRIE D'ÉLECTROTECHNIQUE ET D'ÉNERGÉTIQUE
— SÉRIE DE MÉTALLURGIE

V. D. SAVIUC

538.542:621.313.001

CONTRIBUȚII LA STUDIUL EFECTULUI PELICULAR ÎN CONDUCTOARE FEROMAGNETICE CARE OCUPĂ UN SEMISPAȚIU LA CÎMPURI MAGNETICE INTENSE PE SUPRAFAȚĂ

O metodă de calcul, fundamentată în lucrări anterioare, se extinde la studiul efectului pelicular în cîmpuri intense la care variația permeabilității cu intensitatea cîmpului este hiperbolică. Se studiază influența formei de variație a permeabilității în ipoteze simplificatoare asupra rezistenței și reactanței interne a unui conductor convențional. Se compară cu date experimentale și se trasează diagrame universale pentru cazul variației hiperbolice a permeabilității cu intensitatea cîmpului.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 4, p. 685—704, București 1967

P. OPRIȘAN

621.313.32.018.7

AMORTIZAREA OSCILAȚIILOR CURENTULUI DIN INDUSUL MOTORULUI SINCRON LA FUNCȚIONAREA ÎN REGIM DE SARCINĂ VARIABILĂ PERIFERIC

Acționarea agregatelor cu cuplu rezistent variabil în timp cu ajutorul motoarelor sincrone determină oscilații ale curentului absorbit cu amplitudinea dependentă de mărimea oscilațiilor cuplului rezistent. În cazul motoarelor sincrone de putere mare, dacă cuplul rezistent variază între limite însemnate, oscilațiile curentului absorbit reprezintă o sursă permanentă de perturbații introduse în sistem. În lucrare se prezintă posibilitatea compresării oscilațiilor curentului din indusul motorului sincron în regim de pendulații ale roții polare prin introducerea unei competente alternative artificiale a curentului în axa longitudinală, folosind metoda excitării mașinii sincrone cu o tensiune variabilă periodic, legea de variație fiind determinată de variația cuplului rezistent în timp.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 4, p. 705—710, București 1967

C. SAAL

621.313.823.5

CONTRIBUȚII LA STUDIUL FUNCȚIONĂRII OSCILOMOTORULUI BIFAZAT SINCRON

Se stabilesc ecuațiile de funcționare ale oscilomotorului bifazat reactiv în ipoteza unui regim de funcționare rezistiv vîscos. Se integrează aproximativ sistemul de ecuații; neglijarea rezistențelor bobinelor duce la verificarea prezenței unei armonici de ordinul trei în curenții bobinelor de fază ale motorului.

Teoria simplificată a oscilomotorului bifazat în regimul de funcționare rezistiv vîscos permite aprecierea factorului de putere optim.

Se exprimă și unele considerente de ordin energetic legate de puterea mecanică dezvoltată de motor.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 4, p. 721—739, București 1967

A. MORARU

621.313.323.025.1—181.4—573.2

PORNIREA PRIN OSCILAȚII A MICROMOTORULUI SINCRON MONOFAZAT

Cuplul pulsatoriu care se exercită în micromotoarele sincrone monofazate poate determina pornirea din repaus prin oscilații crescătoare a rotorului. Se studiază condițiile de amorsare și de creștere a oscilațiilor rotorului la pornire. Prin liniarizarea ecuației de mișcare se stabilesc pe cale analitică condițiile necesare, iar prin modelarea pe calculatorul analogic se precizează condițiile suficiente.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 4, p. 741—760, București 1967

P. DIMO

621.316.11.001.24

SCHEME REI FĂRĂ „LINEARIZAREA" SARCINILOR EXTERIOARE NODULUI ÎN STUDIU

În articol se arată posibilitatea de a se obține schemele echivalente radiale pentru un nod denumite REI în „analiza nodală", fără linearizare a sarcinilor „exterioare".

Aceste scheme nu au generalitatea celor obținute prin linearizare și pot avea utilizare în cazuri particulare.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 4, p. 761—767, București 1967

M. POMÂRLEANU

621.316.11.014.3

UTILIZAREA UNOR SCHEME ECHIVALENTE LA CALCULUL CURENȚILOR DE SCURTCIRCUIT

Lucrarea tratează problema calculului curenților de scurtcircuit prin metodele directe, neiterative, utilizînd în acest scop rețele echivalente reduse. Toate rețelele echivalente reduse, corespunzătoare tuturor situațiilor de scurtcircuit, dorite a fi studiate, se extrag simplu dintr-o rețea transformată din rețeaua originală. Aceasta posedă concentrat toate informațiile necesare formării imaginilor nodale sau echivalenților reduși, iar construcția sa, ca și a rețelelor echivalente, se realizează simplu pe calculatorul cifric cu un algoritm unic de calcul.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 4, p. 769—782, București 1967

I. ADĂMUȚ

621.315.09.017:518.5

CONTRIBUȚII LA REZOLVAREA ECUAȚIILOR DE PROPAGARE PE LINIILE ELECTRICE LUNGI MULTIFILARE CU PIERDERI, NESIMETRII ȘI INFLUENȚE MUTUALE

În lucrare se prezintă sub o formă explicită ecuațiile telegrafiștilor de ordinul doi pentru linii multifilare separînd termenii datorați conductoarelor neanalizate, asupra mărimilor conductorului analizat. Se arată că în cazul general, ecuațiile tensiunii se deosebesc de cele ale curentului, ambele devenind indentice numai în cazul liniilor simetrice. În partea a doua se arată schemele analogice de rezolvare a acestor ecuații, folosindu-se metoda diferențelor finite, respectiv modelarea directă a ecuațiilor rezultate din teoremele Kirchhoff, aplicate schemei de multipoli, cu care se echivalează linia. Se face o comparație a celor două căi.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 4, p. 783—802, București 1967

I. PONNER

621.314.63:621.382.2

CARACTERISTICILE DE TRANSFER ALE REDRESOARELOR POLIFAZATE CU TIRISTOARE CU SARCINĂ INDUCTIVĂ, COMANDATE DE OSCILATOARE DE RELAXARE CU TRANZISTOARE UNIJONCȚIUNE

În articol se tratează problema caractericilor de transfer ale redresoarelor polifazate cu sarcină inductivă, echipate cu tiristoare, pentru a căror comandă se folosesc oscilatoare de relaxare cu tranzistoare unijoncțiune. Unghiul de amorsare a tiristoarelor poate fi reglat :

1) acționînd asupra parametrilor elementelor oscilatoarelor de relaxare utilizate ; 2) prin aplicarea unei tensiuni de comandă tranzistoarelor care controlează încărcarea condensatorului de temporizare a oscilatoarelor, sau 3) prin modificarea pragului de amorsare a tranzistorului unijoncțiune prin injectarea unei tensiuni în circuitul bazei inferioare.

Se deduc expresiile caracteristicilor de transfer pentru cazul a patru tipuri de oscilatoare de relaxare și se dau și sub formă grafică.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 4, p. 803—814, București 1967

E. RODEANU

621.396.622

DISCRIMINATOR DE BANDĂ LARGĂ CU REACȚIE POZITIVĂ

Folosirea reacției pozitive permite realizarea unui discriminator de joasă frecvență avînd neliniarități reduse într-o bandă foarte largă. Dependența liniară între tensiunea de la ieșire și frecvența semnalului de la intrare, pentru o tensiune la intrare constantă, se poate obține în anumite limite, prin folosirea unei rețele RC de diferențiere într-un sistem cu reacție pozitivă, nedependentă de frecvență. Discriminatorul astfel realizat este simplu, reglajul relativ ușor, iar frecvența de centru ridicată.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 4, p. 815—828, București 1967

N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU

533.536.4

STABILIZAREA ARDERII PE GRILE. INFLUENȚA PARAMETRILOR GEOMETRICI ȘI DINAMICI

În baza stabilirii unei metode de calcul pentru modelul adoptat de curgere în avalul grilei, s-au determinat principalele caracteristici care stau la baza fenomenului de stabilizare : vitezele inverse de recirculare și schimbul de masă în zona de recirculație. Aceste schimburi explică primirea fluxului de energie de aprindere în zona de acroșare.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 4, p. 829—836, București 1967

V. V. GHIA, N. LEMNEANU

533.536.4

INFLUENȚA MEDIULUI SĂRAC ÎN OXIGEN ASUPRA TIMPILOR DE ARDERE A PICĂTURILOR DE PĂCURĂ

Se determină relațiile analitice pentru calculul timpilor de ardere a materiilor volatile și a cenosferei pentru păcurile parafinoase, asfaltoase și cracate, în funcție de diametrul inițial al picăturii, concentrația în oxigen și temperatura mediului comburant.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 4, p. 837—849, București 1967

N. PĂNOIU

662.921

CONTRIBUȚII LA STUDIUL TRAIECTORIEI ȘI TIMPULUI DE SEPARARE A SUSPENSIEI SOLIDE ÎN FOCARUL-CICLON ORIZONTAL LA FUNCȚIONARE IZOTERMICĂ

Se analizează, pe baza rezultatelor obținute pe o mașină analogică de calcul, influența variației coeficientului de rezistență aerodinamică asupra traiectoriei și timpului de separare a particulei solide în focarul-ciclon. Se stabilesc pe cale experimentală influența diametrului echivalent, a factorului de formă și a greutății specifice a particulei asupra traiectoriei și timpului de separare a particulei solide în focarul-ciclon.

St. cerc. energ. electr., Tom. 17, Nr. 4, p. 851—869, București 1967

1968 JAN 26

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. M. POPOV, **Hiperstabilitatea sistemelor automate**, 1966, 304 p., 16 lei.

V. PIMSNER, C. A. VASILESCU şi GH. RĂDULESCU, **Energetica turbomotoarelor cu ardere internă**, 1964, 756 p., 45 lei.

D. DAMSKER, **Principii şi mijloace noi de automatizare a acţionărilor electrice**, 1964, 439 p., 24,50 lei.

N. TIPEI, V. N. CONSTANTINESCU, AL. NICA şi O. BIŢĂ, **Lagăre cu alunecare** (calcul, proiectare, ungere), (în limba rusă), 1964, 459 p., 30 lei.

GH. CARTIANU, **Modulaţia de frecvenţă**, 1966, 693 p., 44 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Teoria lubrificaţiei în regim turbulent**, 1965, 343 p., 29 lei.

SUZANA GÎDEA, M. PROTOPOPESCU şi D. DRIMMER, **Metalurgia fizică a semiconductorilor**, 1963, 501 p. + 4 pl., 31 lei.

VASILE MARCU, **Metalizarea prin pulverizare**, 1963, 340 p., 21 lei.

A. MORARU, **Amplidina** (maşina electrică amplificatoare de curent continuu cu cîmp transversal), 1962, 328 p.+2 pl., 14,90 lei.

T. OROVEANU, **Scurgerea fluidelor prin medii poroase neomogene**, 1963, 329 p., 16,30 lei.

TRAIAN SĂLĂGEAN, **Fenomene fizice şi metalurgice în sudarea cu arcul electric a oţelurilor**, 1963, 219 p., 12,10 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS şi VICTOR PIMSNER, **Exploatarea raţională a gazelor naturale**, 1963, 367 p. + 2 pl., 26,40 lei.

C.C. TEODORESCU, **Teoria şinei fără joante supuse la variaţii de temperatură**, 1965, 260 p. + 3 pl., 19,50 lei.

T. OROVEANU, **Scurgerea fluidelor multifazice prin medii poroase**, 1966, 597 p., 41 lei.

V. MANEA, **Cîteva probleme ale teoriei plăcilor plane elastice**, 1966, 254 p., 8,75 lei.

I. P. „Informaţia" — c. 5744

43 821

Lei 18.—